www.Padasalai.Net

பாடம் 2

மாதிரிப் பரவல் அடிப்படையிலான சோதனைகள்

எடுத்துக்காட்டு 2.1

ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை பற்பசையின் மாத சராசரி விற்பனை **Rs. 200.** தயாரிப்பு நிர்வாகத்தால் ஒரு விளம்பரம் பிரச்சராத்தைக் கையாண்ட பின் **26** மாதிரி பல்பொருள் அங்காடிகளைத் தேர்வு செய்ததில் சராசரியாக ஒவ்வொரு அங்காடியிலும் குறிப்பிட்ட பற்பசையின் விற்பனை சராசரியாக **Rs.216** என்றும் திட்டவிலக்கம் **Rs.** எனவும் கண்டறியப்பட்டது. இவ்விளம்பர பிராச்சாரம் விற்பனையை அதிகரிக்க உதவியதா என சோதித்து அறிக.

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu = 200$

அதாவது, ஒரு குறிப்பிட்ட பற்பசையின் சராசரி விற்பனை குறிப்பிடத்தக்க வகையில் Rs. 200 இலிருந்து மாறுபட்டது அல்ல .

மாற்று கருதுகோள் $H1: \mu > 200$

அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட பற்பசையின் சராசரி விற்பனை Rs. 200 ஐ விட அதிகம். இது ஒரு முனை (வலமுனை) மாற்று கருதுகோள்.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

மாதிரியின் அளவு (n) = 26. (எனவே இது சிறு கூறு).

மாதிரி சராசரி $(\bar{x}) = 216$, மாதிரியின் திட்ட விலக்கம் $(s) = 8$

படி 3 : மிகை காண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவை

$$H_0: \ T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

www.Padasalai.Net

$$t_0 = \frac{216-200}{8/\sqrt{26}} = \frac{16}{8/5.099}$$

$$= \frac{16}{1.569} = 10.198 = 10.20$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H1: *என்பது ஒரு முனை (வலமுனை) மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* $\alpha = 0.05$ பொறுத்து $t_e = t_{n-1,\alpha}, \alpha = t_{25, 0.05} = 1.708$

படி 7 : முடிவு

இது வலமுனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதியானது மறுக்கும் விதி

$t_0 > t_e = t_{n-1,\alpha}, \alpha = t_{25, 0.05} = 1.708$ *என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்ப டுகிறது.*

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் தகவல்கள் H_0 *ஐ ஏற்றுக் கொள்ளாததற்கு போதுமான ஆதாரங்களை கொண்டுள்ளதை குறிக்கிறது. எனவே, உற்பத்தியாளரின் விளம்பர பிரச்சாரம் பற்பசையின் விற்பனையை அதிகரிப்பதில் உதவியிருக்கிறது.*

***எடுத்துக்கா ட்டு* 2.2**

ஒரு பள்ளியில் இருந்து **10** *மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட ்டது ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள்* **72, 82, 96, 85, 84, 75, 76, 93, 94** *மற்றும்* **93.** *இதைக் கொண்டு வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண்* **90** *என்ற கூற்றை நாம் ஏற்று கொள்ள முடியுமா?*

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu = 90$

அதாவது வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் 90 *லிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வகையில் மாறுபட வில்லை.*

மாற்று ***கருதுகோள்*** $H_1: \mu \neq 90$

அதாவது வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் 90 *லிருந்து குறிப்பிடத்தக்க அளவு வேறுபடுகிறது*

இது ஒரு இருமுனை மாற்று ***கருதுகோள்.***

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

மாதிரியின் அளவு (n) = 10 < 30 *எனவே, இது சிறு கூறு.*

படி 3 : மிகை காண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை

www.Padasalai.Net

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $T = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

n ஆனது 30 ஐ விட குறைவாக உள்ளதால் மாதிரி பரவலானது (n-1) கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட t-பரவலாகும்.

***படி* 5** : மாதிரிப் பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

t-இன் மதிப்பு கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் தகவல்களைக் கொண்டு

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$ கணக்கிடப்படுகிறது.

(a) மாதிரி சராசரி ($\bar{x}$) மற்றும் (b) மாதிரியின் திட்டவிலக்கம் காணல்

x_i	$u_i = x_i - A$ (A = 85)	U_i^2
72	-13	169
82	-3	9
96	11	121
85	0	0
84	-1	1
75	-10	100
76	-9	81
93	8	64
94	9	81
93	8	64
	$\sum_{i=1}^{10} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{10} U_i^2 = 69\ 0$

மாதிரி சராசரி:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{10} u_i}{n} = 85 + 0 = 85$$

மாதிரி திட்டவிலக்கம்:

www.Padasalai.Net

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{10} U_i^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9}(690)} = \sqrt{76.67} = 8.756$$

$$t_0 = \frac{85-90}{8.756/\sqrt{10}} = \frac{-5}{8.756/3.162} = \frac{-5}{2.769} = -1.806$$

$|t_0| = 1.806$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 *என்பது இருமுனை மாற்று **கருதுகோள்** என்பதால் தீர்வு கட்ட மதிப்பு* $\alpha = 0.05$ *ஐப் பொறுத்து*

$t_e = t_{n-1, \alpha/2}, = t_{9., 0.025} = 2.262$

படி 7 : முடிவு

இது இருமுனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பானது, மறுக்கும் விதி

$t_0 > t_e = t_{n-1, \alpha/2}, = t_{9, 0.025} = 2.262$ *என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.*

கொடுக்கப்பட்ட கூறு தகவல் $|t_0| = 1.806 < t_e = 2.262$

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்கள் H_0 *ஐ நிராகரிக்க போதுமான ஆதாரங்களை தரவில்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே வகுப்பு சராசரி மதிப்பெண்கள்* 90 *என்பதிலிருந்து முக்கியத்துவம் அளிக்கும் வகையில் வேறுபட வில்லை.*

***எடுத்துக்காட்டு* 2.3**

கீழ்க்கண்ட அட்டவணை இரு பிரிவு மாணவர்கள், **15** *மதிப்பெண் கொண்ட ஒரு தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்களை குறிப்பதாகும்*

பிரிவு **I**	**6**	**7**	**9**	**2**	**13**	**3**	**4**	**8**	**7**	**11**
பிரிவு **II**	**5**	**6**	**5**	**7**	**1**	**7**	**2**	**7**		

இரு பிரிவு மாணவர்களும் சராசரியாக சமமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ளனரா?

தீர்வு:

படி 1 : ***கருதுகோள்*** μ_x *மற்றும்* μ_y *என்பன முறையே இரு பிரிவு மாணவர்கள் பெறும் சராசரி மதிப்பெண்கள் என்க.*

*இன்மை **கருதுகோள்*** $H_0: \mu_x = \mu_y$

இரு பிரிவு மாணவர்க ள் பெறும் மதிப்பெ ண்களின் சராசரிகள் சமம்.

*மாற்று **கருதுகோள்*** $\mu_x \neq \mu_y$ (*இருமுனை*)

அதாவது இரு பிரிவு மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்கள் சமம் அல்ல .

www.Padasalai.Net

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

பிரிவு I மாதிரியின் அளவு : $m = 10$

பிரிவு II மாதிரியின் அளவு : $n = 8$

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 1\% = 0.01$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $T = \dfrac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$

H_0 ஐப் பொறுத்து t ன் மாதிரி பரவலானது $m+n-2$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t – பரவலாகும் அதாவது $t \sim t_{m+n-2}$

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

மாதிரியின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காணல்

x_i	$u_i = x_i - \bar{x}$ $(\bar{x} = 7)$	u_i^2	y_i	$v_i = y_i - \bar{y}$ $(\bar{y} = 5)$	v_i^2
6	-1	1	5	0	0
7	0	0	6	1	1
9	2	4	5	0	0
2	-5	25	7	2	4
13	6	36	1	-4	16
3	-4	16	7	2	4
4	-3	9	2	-3	9

www.Padasalai.Net

8	1	1	7	2	4
7	0	0			
11	4	16			
$\sum_{i=1}^{10} x_i=70$	$\sum_{i=1}^{10} u_i=0$	$\sum_{i=1}^{10} u_i^2=108$	$\sum_{i=1}^{10} y_i=40$	$\sum_{i=1}^{10} v_i=0$	$\sum_{i=1}^{10} v_i^2=38$

மாதிரி சராசரி காணல்:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

இணைந்த திட்டவிலக்கம் காணல்:

$$S_x^2 = \frac{1}{10-1}\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10} u_i^2 = \frac{1}{9}(108) = 12$$

$$S_y^2 = \frac{1}{8-1}8\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{10} v_i^2 = \frac{1}{7}(38) = 5.4$$

இணைந்த திட்டவிலக்கம்

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)S_x^2 + (n-1)S_y^2}{m+n-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(9)12 + (7)5.4}{10+8-2}} = \sqrt{\frac{108+38}{16}} = \sqrt{\frac{146}{16}} = \sqrt{9.125}$$

$$= 3.021$$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களில் இருந்து t இன் மதிப்பானது

www.Padasalai.Net

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} = \frac{7 - 5}{3.021\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{8}}}$$

$$= \frac{2}{3.021\sqrt{0.1+0.125}}$$

$$= \frac{2}{3.021\sqrt{0.225}}$$

$$= \frac{2}{3.021(.474)}$$

$$= \frac{2}{1.4333}$$

= 1.3954

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 *என்பது இரு முனை மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

$\alpha = 0.01$ ஐப் பொறுத்து

$$t_e = t_{m+n-2, \frac{\alpha}{2}} = t_{16,, 0.005} = 2.921$$

படி 7 : முடிவு

இது இரு முனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதியானது மறுக்கும் விதி

$|t_0| < t_e = t_{m+n-2, \frac{\alpha}{2}} = t_{16,, 0.005} = 2.921.$ *என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது எனவே இரு பிரிவுகளிலும் மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்கள் சமம் என அறியலாம்.*

***எடுத்துக்காட்டு* 2.4**

இரு வகையான மின்கலங்களின் ஆயுட் காலத்தை (மணிகளில்) அறிந்து கொள்ள சோதனைக்கு உட்படுத்த பட்டதில் கீழ்க்கண்டத் தரவுகள் பெறப்பட்டன.

வகை	*மின்கலங்களின்* எண்ணிக்கை	*சராசரி ஆயுட்காலம் (மணிகளில்)*	*மாதிரி திட்டவிலக்கம்*
A	14	94	16
B	13	86	20

www.Padasalai.Net

இருவகையான மின்கலங்களின் ஆயுட்காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் மாறுபாடு உள்ளதா என 5% மிகை காண் நிலையில் காண்க.

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu_x = \mu_y$

A மற்றும் B வகை மின்கலங்களின் ஆயுட்காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க அளவில் மாற்றம் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ A மற்றும் B இருவகையான மின்கலங்களின் சராசரி ஆயுட்காலம் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் வெவ்வேறானவை . (இது ஒரு இரு முனை மாற்று கருதுகோள்).

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

m = A வகை மின்கலங்க ளின் எண்ணிக்கை = 14

n = B வகை மின்கலங்க ளின் எண்ணிக்கை = 13

$\bar{x}$ = A வகை மின்கலத்தின் சராசரி ஆயுட்கா லம் (மணிகளில்) = 94

$\bar{y}$ = B வகை மின்கலத்தின் சராசரி ஆயுட்கா லம் (மணிகளில்) = 86

S_x = A வகை மின்கலத்தின் திட்டவிலக்கம் =16

S_y = B வகை மின்கலத்தின் திட்டவிலக்கம் = 20

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 1\% = 0.01$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $T = \dfrac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$

H_0 ஐப் பொறுத்து t ன் மாதிரி பரவலானது $m+n-2$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t –பரவலாகும் அதாவது $t \sim t_{m+n-2}$

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)S_x^2 + (n-1)S_y^2}{m+n-2}}$$

www.Padasalai.Net

$$= \sqrt{\frac{(13)256 + (12)400}{14+13-2}} = \sqrt{\frac{3328 + 4800}{25}} = \sqrt{\frac{8128}{25}}$$

$$= \sqrt{325.12} = 18.03$$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களில் இருந்து t *இன் மதிப்பானது*

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} = \frac{94 - 86}{18.03\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{13}}} = \frac{8}{18.03\sqrt{0.0714+0.0769}} =$$

$$\frac{8}{18.03\sqrt{0.1483}}$$

$$= \frac{8}{18.03(.3851)} = \frac{8}{6.944} = 1.15$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

H_0 *என்பது இரு முனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*
$\alpha = 0.05$ *ஆனது*

$$t_e = t_{m+n-2, \frac{\alpha}{2}} = t_{25,\, 0.025} = 2.060$$

***படி* 7** : *முடிவு*

இது இரு முனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதியானது மறுக்கும் விதி

$$|t_0| < t_e = t_{m+n-2, \frac{\alpha}{2}} = t_{25,\, 0.025} = 2.060$$

என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது .எனவே இருவகையான மின்கலங்களின் சராசரி ஆயுட் காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க மாற்றம் இல்லை.

***எடுத்துக்காட்டு* 2.5**

ஒரு நிர்வாகம் தன்னுடைய விற்பனையாளர்களுக்கு ஒரு சிறப்பு பயிற்சி அளிக்கிறது. வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 10 *விற்பனையாளர்களின் பயிற்சிக்கு முன் மற்றும் பயிற்சிக்குப்பின் பெற்ற விற்பனை மதிப்புகள் (இலட்ச த்தில்) கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி விற்பனை அதிகரித்துள்ளதா என* 5% *மிகை காண் நிலையில் சோதனை செய்க.*

விற்பனையாளர்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
பயிற்சிக்கு முன்	15	22	6	17	12	20	18	14	10	16

www.Padasalai.Net

பயிற்சிக்குப் பின்	17	23	16	20	14	21	18	20	10	11

தீர்வு:

படி 1 : *கருது**கோ**ள்கள்*

*இன்மை கருது**கோ**ள்* $H_0 : \mu_D = 0$

*மாற்று கருது**கோ**ள்* $H_1 : \mu_D > 0$

*பயிற்சிக்குப் பின் பெறப்பட்ட சராசரி விற்பனை மதிப்பில் அதிகரிப்பு உள்ள து. இது ஒரு முனை மாற்று கருது**கோ**ளாகும்.*

படி 2 : *தரவு*

கொடுக்கப்பட்டவை

மாதிரி அளவு n = 10

படி 3 : *மிகை காண் நிலை*

α = 5%

படி 4 : *மாதிரிப் பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை*

இன்மை கருதுகோளின்படி H_0 *இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை* T

$$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

H_0 இன்மை கருது**கோ**ளின்படி *t-இன் மாதிரிப் பரவலானது, கட்டின்மை கூறு* 9 *உடைய ஒரு* t-*பரவலாகும்.*

படி 5 : *மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்*

d *மற்றும்* S *காணல்:*

விற்பனையாளர்	x_i	y_i	$d_i = y_i - x_i$	$d_i - \bar{d}$	$(d_i - \bar{d})^2$
1	15	17	2	0	0
2	22	23	1	-1	1
3	6	16	10	8	64
4	17	20	3	1	1

www.Padasalai.Net

5	12	14	2	0	0
6	20	21	1	-1	1
7	18	18	0	-2	4
8	14	20	6	4	16
9	10	10	0	-2	4
10	16	11	-5	-7	49
		மொத்தம்	$\sum_{i=1}^{n} d_i = 20$	$\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d}) = 0$	$\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2 = 140$

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \text{ இங்கு } \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{20}{10} = 2 \; : d_i = y_i - x_i$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{140}{10-1}} = \sqrt{\frac{140}{9}} = \sqrt{15.56} = 3.94$$

t_0 ன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{2}{\frac{3.94}{\sqrt{10}}} = \frac{2}{\frac{3.94}{3.162}} = \frac{2}{1.246} = 1.6052$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_0 என்பது ஒரு முனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் 5% மிகை காண் நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{9,0.05} = 1.833$

படி 7 : முடிவு

$|t_0| = 1.6052 < t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{9,0.05} = 1.833$ என்பதால் H_0 ஆனது மறுக்கப்படுவது இல்லை.

எனவே பயிற்சிக்குப் பின்னர் சராசரி விற்பனையில் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் முன்னேற்றம் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

www.Padasalai.Net

ஏழாம் வகுப்பில் உள்ள 8 மாணவர்களின் எடைகள் (கி.கி) 38, 42, 43, 50, 48, 45, 52 மற்றும் 50. முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என்ற கருதுகோளை சோதிக்கவும். முழுமைத்தொகுதி இயல் நிலைத்தொகுதி என்றும் அதன் சராசரி μ என்பது தெரியாதது என்பதாகவும் கொள்க.

தீர்வு:

***படி* 1** : *இன்மை கருது**கோ**ள்* H_0: σ^2 = 48 *கி.கி*

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

*மாற்று கருது**கோ**ள்* H_1: $\sigma^2 \neq$ 48 kg.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி. என எடுத்துக்கொள்ள முடியாது.

***படி* 2** : *கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிப் பரவல்*

மாதிரி அளவை (n) = 8

***படி* 3** : *மிகை காண் நிலை* α = 5%

***படி* 4** : *மாதிரிப்ப ண்பளவைச் சோதனை அளவை ,* H_0: *ன் படி,*

$\chi 2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^{\,2}}$ *என்பது, கட்டின்மை கூறு* (n−1) *கொண்ட ஒரு கைவர்க்க பரவலாகும்.*

***படி* 5** : *மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்*

$\bar{x}$ *மற்றும் மாதிரியின் மாறுபாடு* (S^2) *காணல்*

x_i	x_i **- 46**	$(x_i-46)^2$
38	-8	64
42	-4	16
43	-3	9
50	4	16
48	2	4
45	-1	1
52	6	36
50	4	16

www.Padasalai.Net

368	0	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-46)^2 = 162$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{n} = \frac{368}{8} = 46$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-46)^2}{n-1}}$$

$$S^2 = \frac{162}{7} = 23.143$$

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{162}{48} = 3.375$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 *என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால்,* $\alpha = 0.05$ *என்ற நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு,*

$\chi^2_{7,\,0.025} = 16.01$ *மற்றும்* $\chi^2_{7,\,0.975} = 1.69$

படி 7 : முடிவு

இது ஒரு இருமுனை சோதனை என்பதால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு,

$$\chi_0^2 > \chi^2_{n-1,\,\alpha/2} \text{ or } \chi_0^2 < \chi^2_{n-1,\,1-\alpha/2}$$

என்ற மறுக்கும் விதியின் கீழ் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தரவுகளின்படி மறுக்கும் விதி பூர்த்தியாகாது. அதாவது
$1.69 = \chi^2_{7,\,0.975} < \chi_0^2\ (=3.375) < \chi^2_{7,\,0.025} = 16.01$

எனவே $H_1: \sigma^2 \neq 48$ kg *என்ற கருதுகோளுக்கு சாதகமாக* H_0 *-ஐ நிராகரிக்க முடியாது.*

எனவே முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

ஒரு இயல்நிலை தொகுதியின் சராசரி μ *(தெரியாதது) மற்றும் மாறுபாடு 9. மாதிரி அளவு 9 உள்ள ஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு அதன் மாறுபாட்டு அளவையின் அளவு 5.4 எனக் கணக் கிடப்படுகிறது.* $H_1: \sigma^2 > 9$ *என்ற மாற்று கருதுகோளுக்கு எதிராக இன்மை கருதுகோள்*

www.Padasalai.Net

$H_0: \sigma^2 = 9$ *என்பதை சோதிக்க.*

தீர்வு:

***படி* 1** : *இன்மை கருதுகோள்* $H_0: \sigma^2 = 9$

அதாவது, முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 9 என கருதலாம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \sigma^2 > 9$

அதாவது, முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 9 என கருது முடியாது.

***படி* 2** : *கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிபதரவு*

மாதிரியின் அளவு $(n) = 9$

மாதிரியின் மாறுபாடு $(\sigma^2) = 5.4$

***படி* 3** : *மிகை காண் நிலை* $\alpha = 5\%$

***படி* 4** : *மாதிரிப்ப ண்பளவைச் சோதனை அளவை ,* H_0*: ன் படி*

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

என்பது கட்டின்மை கூறு $(n-1)$ *கொண்ட கை வர்க்கப் பரவலாகும்.*

***படி* 5** : *மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்*

H_0 *ன் கீழ் கைவர்க்க மதிப்பு கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.*

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

$$= \frac{8 \times 5.4}{9} = \frac{43.2}{9} = 4.8$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

H_1 *என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால்* $\alpha = 0.05$ *ன் படி தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

$$\chi_e^2 = \chi^2_{8,\,0.05} = 15.507$$

***படி* 7** : *முடிவு*

இது ஒருமுனை சோதனை ஆதலால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பானது,

$\chi_0^2 > \chi_e^2$ *என்ற மறுக்கும் விதியின் கீழ் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.*

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தரவுகளுக்கு,மறுக்கும் விதி பூர்த்தியாகாது.அதாவது

$$\chi_0^2 = 4.8 < \chi^2_{8,\,0.05} = 15.507$$

www.Padasalai.Net

எனவே $H_1: \sigma^2 \neq 9$ என்ற கருதுகோளுக்கு சாதகமாக H_0 ஐ மறுக்க முடியாது.

எடுத்துக்க ட்டு 2.8

ஒரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதி சராசரி μ (தெரியாது) மற்றும் மாறுபாட்டளவை 0.018 கொண்டுள்ளது என்க. மாதிரி அளவு 20 உள்ள ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி இதிலிருந்து பெறப்பட்டு அதன் மாறுபாட்டளவை 0.024 என கணடறியப்படுகிறது $H_1: \sigma^2 < 0.018$ என்ற மாற்று கருதுகோளுக்கு எதிராக $H_0: \sigma^2 = 0.018$ என்ற இன்மை கருதுகோளை 5% மிகை காண் நிலையில் சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் $H_0: \sigma^2 = 0.018$

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவு 0.018 என கருதலாம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \sigma^2 < 0.018$.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவு 0.018 என கருது முடியாது.

படி 2 : தரவு

மாதிரி அளவு $(n) = 20$

மாதிரியின் மாறுபாடு $(S^2) = 0.024$

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை அளவை , H_0: ன் படி

$$H_0: \chi 2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^{\ 2}}$$

இது கட்டின்மை கூறு (n−1) உடை ய $\chi 2$ பரவலாகும்.

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^{\ 2}}$$

$$= \frac{19 \text{ X } 0.024}{0.018} = \frac{0.456}{9} = 25.3$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1:: என்பது ஒரு முனை மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை

மதிப்பு $\alpha = 0.05$ பொறுத்து $\chi_e^{\ 2} = \chi^2_{19,\,0.95} = 10.117$

படி 7 : முடிவு

www.Padasalai.Net

இது ஒருமுனை சோதனை ஆதலால், தீர்மானிக்கும் பகுதியானது, $\chi_0^2 < \chi_e^2$ என்ற மறுக்கும் விதியின்படி தீர்மானிக்கப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிப்பரவலுக்கு மறுக்கும் விதி சரியாக இருக்காது.ஏனெனில்

$\chi_0^2 = 25.3 > \chi^2_{19, 0.95} = 10.117$

எனவே H_0 ஆனது 2 < 0.018 என்பதற்கு சாதகமாக மறுக்கப்படாது. ஆதலால் முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 0.018 என்று கருதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையானது, வயது வாரியாகப் பிரிக்கப்பட்டட 500 மாணவர்கள் ஒரு கணிதத் தேர்வில் பெற்ற தர அட்டவணை எனில் வயது மற்றும் தேர்வில் செயல்பாடு என்ற பண்புகள் சார்பற்றவைகளா என்பதை 5% மிகை காண் நிலையில் சோதிக்க.

செயல்பாடு	வயது 20க்கு கீழ்	வயது 21-30	வயது 30க்கு மேல்	மொத்தம்
சராசரி	138	83	64	285
நன்று	64	67	84	215
மொத்தம்	202	150	148	500

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0`:: வயது மற்றும் செயல்பாடு சார்பற்றவை

மாற்று கருதுகோள் H_1`: வயது மற்றும் செயல்பாடு சார்புடைவை

படி 2 : தரவு

நேர்வு பட்டியலில் உள்ள ஒவ்வொரு கட்டத்திற்கும் எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்ணை

$$Eij = \frac{R_i X C_j}{N} \text{ ; } i = 1,2 \text{ மற்றும் } j = 1,2,3$$

என்ற விதியின் படி கணக்கிடுக

இங்கு N = மாதிரி அளவு

R_i = i ஆவது நிரை யின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

C_j = j ஆவது நிரலின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

செயல்பாடு	சராசரிக்கும் கீழ்	சராசரி	சராசரிக்கும் மேல்	மொத்தம்
சராசரி	$\frac{285 \times 202}{500}$ = 115.14	$\frac{285 \times 150}{500}$ = 85.5	$\frac{285 \times 148}{500}$ = 84.36	285
நன்று	$\frac{215 \times 202}{500}$ = 86.86	$\frac{215 \times 150}{500}$ = 64.5	$\frac{215 \times 148}{500}$ = 63.64	215

www.Padasalai.Net

மொத்தம்	202	150	148	500

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை அளவை

கைவர்க்க சோதனை

$$\chi_0^{\ 2} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

படி 5 :

$\chi_0^{\ 2}$ இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடுக

Oij	***Eij***	***Oij -Eij***	$(Oij - Eij)^2$	$\frac{(Oij - Eij)^2}{Eij}$
138	115.14	22.86	522.5796	4.5386
83	85.5	-2.5	6.25	0.0730
64	84.36	-20.36	414.5296	4.9138
64	86.86	-22.86	522.5796	8.1653
67	64.5	2.5	6.25	0.0968
84	63.64	20.36	414.5296	6.5136
மொத்தம்				**22.152**

கட்டின்மை கூறுகள் (3−1)(2−1) = 2

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு χ2 அட்டவணையிலிருந்து 5% மிகை காண் நிலை யில்

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$$\chi^2_{(2-1)(3-1),0.05} = \chi^2_{2,0.05} = 5.991 .$$

படி 7 : முடிவு

www.Padasalai.Net

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^2 = 22.152$ எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு $\chi^2_{2.0.05} = 5.991$. ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது.
எனவே பண்புகள் சார்பற்றவைகள் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

500 மாணவிகள் கொண்ட ஒரு குழுவில் நடத்தப்பட்ட ஓர் ஆய்வில் 60% புத்திசாலியானவர்கள். அவர்களில் 40% மாணவிகளின் தந்தையர்கள் படிப்பறிவு இல்லாதவர்கள். புத்திசாலியில்லாத மாணவிகளில் 30% தந்தையர்கள் படித்தவர்கள். இத்தரவிலிருந்து படித்த தந்தையர்களின் குழந்தைகள் புத்திசாலியானவர்களா என்ற கருதுகோளின் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்க .

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள்

H_0`:::இப்பண்புகள் சார்பற்றவை அதாவது படித்த தந்தையர்களின், குழந்தைகளின் புத்திசாலிதனத்திற்கு தொடர்பு இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1`: இப்பண்புகள் சார்புடையவை . அதாவது படித்த தந்தையர்களின் குழந்தைகளின் புத்திசாலி தனத்திற்கு தொடர்பு உள்ள து.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கண்டயறிப்பட்ட நிகழ்வெண்களைக் கணக்கிடல்: அதாவது (O)ஐ கணக்கிடல்

செயல்பாடு	புத்திசாலி மாணவிகள்	புத்திசாலி தனமில்லா மாணவிகள்	நிரை கூடுதல்
படித்த தந்தையர்கள்	300-120 = 180	$\frac{30}{100}$ X 200 = 60	240
படிப்பறிவில்லா தந்தையர்கள்	$\frac{40}{100}$ X 300 = 120	200 – 60 = 140	260
நிரலின் கூடுதல்	$\frac{60}{100}$ X 500 = 300	500 – 300 = 200	500

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை அளவை

www.Padasalai.Net

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

படி 5 : *χ2 இன் மதிப்பை காணல்*

இங்கு, a = 180, b = 60, c = 120, d = 140, N = 500

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{500(180\times140-60\times120)^2}{(180+60)(120+140)(180+120)(60+140)}$$

$$= \frac{500(25200\text{-}7200)^2}{240X260X300X200} = \frac{500(18000)^2}{62400X60000} = \frac{18000\ X18000}{62400X120}$$

$$= \frac{180\ X18000}{624X120} = \frac{15\ X1800}{624} = \frac{15\ X\ 450}{156} = \frac{5\ X\ 450}{52} =$$

43.2692

படி 6 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

கைவர்க்க அட்டவணையிலிருந்து, 5% *மிகை காண் நிலையில், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* $\chi^2_{1,0.05}$ = 3.841

படி 7 : *முடிவு*

கணக்கிடப்பட்ட χ2 இன் மதிப்பு

$\chi_0^{\ 2}$ = 43.269 i

இது எதிர்ப்பார்க்கப்படும் $\chi^2_{1,0.05}$ = 3.841 *ஐ விட அதிகம். எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே படித்த தந்தையர்க்கும், அவர் தம் குழந்தைகளின் (மாணவிகள்) புத்திசாலித் தனத்திற்கும் தொட ர்பு உள்ளது.*

***எடுத்துக்காட்டு* 2.11**

5 *நாணயங்கள்* 640 *முறை சுண்டப்பட்டு கீழ்க்கண்ட முடிவுகள் பெறப்பட்டுள்ளன.*

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
நிகழ்வெண்	19	99	197	198	105	22

மேற்கண்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொறுத்து , *அதன் செம்மை தன்மையைச் சோதிக்க.*

தீர்வு:

படி 1 : *இன்மை கருதுகோள்* H_0`:*கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப்* பொருத்துதல் *உகந்தது.*

www.Padasalai.Net

மாற்று கருதுகோள் H_1: *கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்துவது உகந்ததல்ல .*

***படி* 2** : *தரவு எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல்:*

n = *ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்பட்ட நாணயங்க ளின் எண்ணிக்கை* = 5

N = *மீண்டும், மீண்டும் நடத்தப்பட்ட சோதனைகளின் எண்ணிக்கை* = 640

பரவலின் சராசரியை காண்பதற்கு

X	f	fx
0	19	0
1	99	99
2	197	394
3	198	594
4	105	420
5	22	110
மொத்தம்	640	1617

சராசரி:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1617}{640} = 2.526$$

ஈருறுப்பு பரவலின் நிகழ்தகவு திண்மைச்சார்பு:

$$p(x) = {}^nC_x\, p^x\, q^{n-x},\ x = 0,1,\ldots,n$$

ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி $\bar{x} = np$

எனவே, $\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n} = \frac{2.526}{5} \sim 0.5$

x = 0 எனும் போது

$$P(X=0) = P(0) = 5c_0\,(0.5)^5 = 0.03125$$

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் : E(x) = N P(x)

x = 0 எனும் போது

$$E(0) = N\,P(0) = 640 \times \frac{1}{32} = 20$$

மறுதரவு தொடர்பின்படி, x+1 *இல் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்தகவு*

www.Padasalai.Net

$$E(X+1)=\frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right)E(X)$$

x	$\frac{n-x}{x+1}$	$\frac{p}{q}$	$\frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right)$	எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் $E(x) = N\,P(x)$
0	5	1	5	20
1	2	1	2	100
2	1	1	1	200
3	0.5	1	0.5	200
4	0.2	1	0.2	100
5	0	1	0	20

எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5	*மொத்தம்*
நிகழ்வெண்	19	99	197	198	105	22	640

***படி 3** : மிகை காண் நிலை*

$\alpha = 5\%$

***படி 4** : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை அளவை*

$$\chi2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

***படி 5** : χ2 இன் மதிப்பை காணல்*

(Oi)	*(Ei)*	*Oi -Ei*	$(Oi - Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
19	20	-1	1	0.050
99	100	-1	1	0.010
197	200	-3	9	0.045
198	200	-2	4	0.020
105	100	5	25	0.250
22	20	2	4	0.200
மொத்தம்				**0.575**

www.Padasalai.Net

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei} = 0.575$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*
கட்டின்மை கூறுகள் = k − 1 − s = 6 − 1 − 1 = 4
5% *மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு* 4 *க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*
9.488 *அதாவது*, ., $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$
***படி* 7** : *முடிவு*
கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0 2(=0.575)$ *ஆனது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$, *ஐ விட குறைவாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது. எனவே ஈருறுப்பு பரவலை பொருத்துதல் சரியானதாகும்.*

***எடுத்துக்காட்டு* 2.12**
பந்து முனைப் பேனாக்கள் உள்ள 100 *பெட்டிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள பழுதடைந்த பேனாக்களின் எண்ணிக்கையின் பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு தரப்பட்டுள்ளது:*

x	0	1	2	3	4	5
f	61	14	10	7	5	3

கொடுக்கப்பட்ட தரவிற்கு, பாய்ஸான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்ததா என்பதை 5% *மிகை காண் நிலையில் சோதிக்க.*
தீர்வு:
***படி* 1** : *இன்மை கருதுகோள்* H_0: *கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்குப் பாய்ஸான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது.*
மாற்று கருதுகோள் H_1: *கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்கு பொருத்தப்பட்ட பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது அல்ல .*
***படி* 2** : *தரவு*
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் மற்றும் சராசரி கணக்கிடல்

x	f	fx
0	61	0
1	14	14
2	10	20
3	7	21

www.Padasalai.Net

4	5	20
5	3	15
மொத்தம்	100	90

சராசரி $\bar{x} = m = \frac{90}{100} = 0.9$

$P(X = x) = \frac{e^{-m}m^{x}}{x!}$; $x = 0,1,2,3,\ldots\ldots$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-0.9}(0.9)^{0}}{0!} = 0.4066$$

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் : $E(x) = N\,P(x)$

$x = 0$ *எனும் போது*

$N \times P(0) = 100 \times 0.4066 = 40.66$

மறுதரவு தொடர்பின் படி $x+1$ *எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்*

$$E(x+1) = \frac{m}{x+1} \times E(x)$$

X	$\frac{m}{x+1}$	*எதிர்பார்க்கப்ப டும் நிகழ்வெண்* $E(x) = N\,P(x)$
0	$\frac{0}{9}$	40.66
1	$\frac{1}{9}$	36.594
2	$\frac{2}{9}$	16.4673
3	$\frac{3}{9}$	4.94019
4	$\frac{4}{9}$	1.1115

www.Padasalai.Net

5	$\frac{5}{9}$ ←	0.20007

எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

x	0	1	2	3	4	5
நிகழ்வெண்	41	37	16	5	1	0

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை அளவை

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

படி 5 : $\chi 2$ இன் மதிப்பை காணல்

(Oi)	(Ei)	Oi -Ei	$(Oi - Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
61	41	20	400	9.756
14	37	-23	529	14.297
10	16	-6	36	2.250
7	5 }	-	-	-
5	1 }	9	81	13.5
3	0	-	-	-
மொத்தம்				**39.803**

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei} = 39.803$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

கட்டின்மை கூறுகள் = k – 1 – s = 4 – 1 – 1 = 2

5% மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு 2 க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

5.991 அதாவது, ., $\chi^2_{2,0.05} = 5.991$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0 2(=39.803)$ ஆனது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{2,0.05} = 5.991$, ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் என்பது உகந்தது அல்ல .

www.Padasalai.Net

***எடுத்துக்காட்டு* 2.13**

ஒரு போட்டித் தேர்வில் 800 *மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவினர் பங்கு கொண்டனர்.*
அவர்களில் 320 *மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெறவில்லை,* 270 *மாணவர்கள்* 3 *ஆம் தர நிலையைப் பெற்றனர்* 190 *மாணவர்கள்* 2 *ஆம் தர நிலையையும் மற்றும் மீதமுள்ளவர்கள் முதல் தர நிலையையும் பெற்றனர். தர நிலைகளின் விகிதம் முறையே* 4:3:2:1 *என உள்ளதாக பொதுவான ஒரு கருத்து உள்ளது. தரங்களின் விகிதத்தைப் பற்றிய பொதுவான கருத்து சரியாக உள்ளதா?*

தீர்வு:

***படி* 1** : *இன்மை கருதுகோள்* H_0: *இந்நான்கு தரநிலைகளில் உள்ள முடிவுகள்* 4:3:2:1 *என்ற விகிதத்தில் உள்ள து.*

மாற்று கருதுகோள் H_1: *இந்நான்கு தரநிலைகளில் உள்ள முடிவுகள்* 4:3:2:1 *என்ற விகிதத்தில் இல்லை.*

***படி* 2** : *தரவு*

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் கணக் கிடல்

இன்மை கருதுகோள் H_0-*இன் படி இந்நான்கு தரநிலைகளின் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்கள்.*

$$\frac{4}{10}\times 800 = 320\ ; \frac{3}{10}\times 800 = 240; \frac{2}{10}\times 800 = 160; \frac{1}{10}\times 800 = 80$$

***படி* 3** : *மிகை காண் நிலை*

α = 5%

***படி* 4** : *மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை அளவை*

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

***படி* 5** : χ2 *இன் மதிப்பை காணல்*

(Oi)	***(Ei)***	***Oi -Ei***	$(Oi - Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
320	320	0	3	0
270	240	30	900	3.75
190	160	30	900	5.625
20	80	-60	3600	45
		மொத்தம்		**54.375**

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei} = 54.375$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

www.Padasalai.Net

5% மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு 3 க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு 7.81 அதாவது, ., $\chi^2_{3,0.05} = 7.81$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0 2 (=54.375)$ ஆனது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{3,0.05} = 7.81$, ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே எனவே, முடிவுகளின் தரநிலை கள் **4:3:2:1** என்ற விகிதத்தில் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொலைபேசி கையேட்டில் இருந்து வாய்ப்பு முறையில் பெறப்பட்ட எண்களில் உள்ள இலக்கங்களின் பரவல் அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இலக்கங்கள்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
நிகழ்வெண்கள்	1026	1107	997	966	1075	933	1107	972	964	853

தொலைபேசி கையேட்டில் இருந்து எண்களைப் பெறும்போது இலக்கங்கள் சமமான எண்ணிக்கையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளனவா எனச் சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: இலக்கங்கள் தொலைபேசி கையேட்டில் சமமான எண்ணிக்கையில் நிகழ்கின்றன.

மாற்று கருதுகோள் H_1: இலக்கங்கள் தொலைபேசி கையேட்டில் சமமான எண்ணிக்கையில் நிகழவில்லை.

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல் $= \frac{10000}{10} = 1000$

ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண் .

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை அளவை

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

படி 5 : $\chi 2$ இன் மதிப்பை காணல்

(Oi)	*(Ei)*	*Oi ~ Ei*	$(Oi \sim Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
1026	1000	26	676	0.676
1107	1000	107	11449	11.449

www.Padasalai.Net

997	1000	2	9	0.009
966	1000	34	1156	1.156
1075	1000	75	5625	5.625
933	1000	67	4489	1.480
1107	1000	107	11449	11.449
972	1000	28	784	0.784
964	1000	36	1296	1.296
853	1000	147	21609	21.609
மொத்தம்				**58.542**

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei} = 58.542$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

5% *மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு* 9 *க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

16.919 *அதாவது*, $\chi^2_{9,0.05} = 16.919$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0 2(=54.542)$ *ஆனது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* $\chi^2_{9,0.05} = 16.919$, *ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே, தொலைபேசி கையேட்டில் இலக்கங்கள் சீராக நிகழவில்லை.*

பயிற்சிகள் 2

I. *மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க* :

1. *ஸ்டூடன்ட்* 't' *பரவலை உருவாக்கியவர்*

*அ) கார்ல் பியர்சான்*___ *ஆ) லாப்லாஸ்*
இ) ஆர்.ஏ.பிஷர் *ஈ) வில்லியம்.எஸ்.காஸட்*

2. t-*பரவலின் வீச்சகம்*

அ) $-\infty < t \le 0$ *ஆ)* $0 \le t < \infty$ *இ)* $-\infty < t < \infty$ *ஈ)* $0 \le t \le 1$

3. t-*பரவலின் இணை சோதனை பயன்படுத்தப்பட வேண்டுமெனில், இரு மாதிரிகளின் உறுப்புகள்*

*அ) சோடியானவை*___ _*ஆ) ஒட்டுறவானவை*_
இ) எண்ணிக்கையில் சமமாக *ஈ) இவை அனைத்துமாக*

www.Padasalai.Net

4 $t=\frac{(\bar{x}-\mu)}{s/\sqrt{n}}$ என்ற மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை (Test Statistic)யின் கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை

அ) n – 1 ஆ) n இ) n – 2 ஈ) n + 1

5. சிறு கூறுகளைப் பொறுத்தவரையில், இரு மாதிரி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசத்தை காண்பதற்கான திட்டப்பிழை

அ) $\sigma^2\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$ ஆ) $\frac{\sigma_1^2}{m}+\frac{\sigma_2^2}{n}$ **இ) $S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$** ஈ) $\sqrt{\frac{\sigma_1}{m}+\frac{\sigma_2}{n}}$

6. மாதிரி அளவானது 30 ஐ விட அதிகமாகும் போது, t-பரவல் நெருங்குவது

அ) இயல் நிலை பரவல் ஆ) F-பரவல்

இ) கை வர்க்கப் பரவல் ஈ) பாய்ஸான் பரவல்

7. மாதிரி அளவு 10 உடைய ஒரு மாதிரியின் மாறுபாட்டளவை 324 எனில் மாதிரி சராசரிக்கான திட்ட பிழை

அ) 18/ 10 ஆ) 18/10 இ) 10/18 ஈ) 2/ 5

8. ஒரு இயல்நிலை தொகுதியின் சராசரியை ஒப்பிடுவதற்கான கருதுகோள் சோதனைக்காக 16 கூறுகள் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்படுகிறது. அதற்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்

அ) 14 ஆ) 15 **இ) 16** ஈ) 8

9. இரு மாதிரி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசத்திற்கான திட்டபிழை

அ) $\sqrt{\frac{mS_1^2+nS_2^2}{m+n}}$

ஆ) $\sqrt{\frac{(m-1)S_1^2+(n-1)S_2^2}{m+n}}$ இ) $\sqrt{\frac{mS_1^2+nS_2^2}{m+n+2}}$

ஈ) $\sqrt{\frac{(m-1)S_1^2+(n-1)S_2^2}{m+n-2}}$

10. விற்பனையை உயர்ந்துவதற்காக ஒரு நிர்வாகம், அதன் விற்பனை பிரதிநிதிகளுக்கு ஒரு பயிற்சி அளித்தது. 6 விற்பனை பிரதிநிதிகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, அவர்கள் பயிற்சிக்கு முன்னும் பின்னும் செய்த விற்பனை அளவுகள் பதிவிடப்பட்டது. அவர்களின் சராசரி விற்பனை அளவு உயர்ந்துள்ளதா என்பதை சோதிப்பதற்கு உகந்த சோதனை

அ) இயல்நிலை சோதனை **ஆ)இணைந்த t– சோதனை**

இ) χ^2 -சோதனை ஈ) F-சோதனை

11. 5 × 4 வரிசையுடைய நேர்வு பட்டியலுக்கான கைவர்க்க சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்

அ) 18 ஆ) 17 **இ) 12** ஈ) 25

12.ஒரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவை சார்ந்த கருதுகோளை சோதிப்பதற்கு ________ பயன்படுத்தப்படுகிறது.

www.Padasalai.Net

அ) t-சோதனை ஆ) F-சோதனை இ) Z-சோதனை ஈ)கைவர்க்க சோதனை

13. σ^2 என்பது ஒரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு எனில், $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ என்ற கருதுகோளை சோதிப்பதற்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்.

அ) n−1 ஆ) n+1 இ) n ஈ) n−2

14. கட்டின்மை கூறுகள் n உடைய கைவர்க்க சோதனையின் மாறுபாடு மதிப்புகளின்

அ) n ஆ) n-1 **இ) 2n** ஈ) n+1

15. χ^2 -புள்ளியியல் k பிரிவுகள் கொண்ட s எண்ணிக்கையில் பண்பளவைகளை மதிப்பிடக் கூடிய ஒரு தரவின் செம்மை தன்மையை அறிய χ^2 சோதனை நடத்தப்படுகிறது எனில் அதன் கட்டினமை கூறுகள்.

அ) k−s ஆ) (k−1)(s−1) **இ) k−1−s** ஈ) k−1

16. m × n வரிசை உடைய நேர்வு பட்டியலுக்கான, χ^2 மாதிரிப் பண்பளவையானது

அ) $\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$ ஆ) $\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{O_i - E_i}{E_i}\right)^2$

இ) $\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i - E_i)}{E_i}$ ஈ) $\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{O_i}{E_i}$

II. ***கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடை தருக:***

17. **t**-மாதிரிப் பண்பளவையை வரையறு.

விடை:

$X \sim N(0,1)$ மற்றும் $Y \sim \chi_n^2$ சார்பற்ற வாய்ப்பு மாறிகள் எனில்,

$T = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ என்பது n கட்டின்மை கூறுகள் உடைய ஒரு t-பரவலைக் கொண்டுள்ளது என்கிறோம். இது t_n எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

18. கட்டின்மை கூறுகள் - வரையறு.

விடை:

கட்டின்மை கூறுகள் அல்லது கட்டின்மை படிகள் என்பது சார்பற்ற உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பதாகும். இதனுடைய மதிப்பு சோதனையின் சூழலை பொறுத்து கணக்கிடப்படுகிறது

19. இணைந்த **t**-மாதிரிப் பண்பளவையை வரையறு.

விடை:

$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$ என்பது இருமாறிகளில் இயல்நிலை முழுமை தொகுதியிலிருந்து

சோடிபடுத்தப்பட்டு பெறப்பட்ட n தரவுகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி எனில் $D_i = X_i - Y_i, i = 1, 2, \ldots, n$ என்பது $N(\mu_D, \sigma_D^2)$ என்ற இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து பெற்ற வாய்ப்பு மாதிரி ஆகும். இங்கு $\mu_D = \mu_X - \mu_Y$,

$$T_3 = \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_D / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

20. *இணைந்த t மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையை எப்போது பயன்படுத்தலாம்?*
விடை:

இணைந்த t – சோதனை இரு சராசரிகளின் சமமான நிலையைக் காணும் சோதனைக்குப் பயன்படுகிறது.

21. *மாதிரி சராசரிகளின் வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை அறியும் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையை எழுதுக.*
விடை:

மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$$ என

H_0: $\mu_X = \mu_Y$ என்ற கருதுகோளின்படி எடுத்து கொள்க.

இங்கு

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)\, s_X^2 + (n-1)\, s_Y^2}{m+n-2}}$$ என்பது ஒருங்கிணைந்த திட்டவிலக்கம்;

மேலும்

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (X_i - \overline{X})^2$$
$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \overline{Y})^2$$

22. *மாதிரி சராசரிகளின் வித்தியாசத்திற்கான சோதனையின் திட்டபிழையை எழுதுக.*
விடை:

மாதிரி சராசரிகளின் வித்தியாசத்திற்கான சோதனையின் திட்டபிழை $S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$

23. *கை வர்க்க மாதிரிப் பண்பளவையை வரையறு.*
விடை:

www.Padasalai.Net

ஒரு திட்ட இயல்நிலை மாறியின் வர்க்கமானது, கட்டின்மை கூறு உடைய ஒரு கைவர்க்க மாறி என அறியப்படுகிறது. அதாவது $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில், $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ என அறிவோம். மேலும் Z^2 என்பது கட்டின்மைகூறு ஒன்று உடைய ஒரு கைவர்க்க மாறியாகும். (χ^2 என்பது கைவர்க்கம் என அழைக்கப்படுகிறது)

24. *கை வர்க்க பரவலின் பயன்பாடுகளை எழுதுக.*

விடை:

ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவையை சோதித்தல் பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறியும் சோதனையில் பயன்படுகிறது.

25. *கை வர்க்க சோதனைக்கு மிக குறைந்த அளவிலான தேவைகள் யாவை?*

விடை:

- சமமாக மாறிகள் இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை.
- இது இரண்டு *சார்பற்ற* மாறிகள் மதிப்பீடு செய்ய அனுமதிக்கிறது
- வரம்புகளில் அதன் மாதிரி அளவு தேவைகள் அடங்கும்

26. *பண்பை வரையறு.*

விடை:

பண்பு சார்ந்த மாறிகள் என்பன பண்பால் மட்டுமே அறியக் கூடியவை . உதாரணமாக, கல்வியறிவு எல்லை (பட்டம்), வேலை வாய்ப்பு நிலை போன்றவை . இது போன்றவைகள் மட்டம் (அல்லது) மதிப்பீடு புள்ளிகளால் எண்ணளவு ஆக்கப்படுகின்றன.

27. *ஈருறுப்பு பரவலை அமைப்பதற்கான, மறுதரவு தொடர்பு சூத்திரத்தை தருக.*

விடை:

மறுதரவு தொடர்பின் படி x+1 *எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்*

$$E(x+1) = \frac{m}{x+1} \times E(x)$$

III. *கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:*

28. t-*பரவலின் பண்புகளைப் பட்டியலிடுக.*

விடை:

1. *ஆதியைப் பொ றுத்து* t*– பரவலானது ஒரு சமச்சீர் பரவலாகும்.*

2. t-*பரவலின் வளைவரையானது கீழ்க்கண்ட இரண்டு காரணங்களைத் தவிர்த்து இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்து இருக்கும்:*

i. *மையப் பகுதியில் இயல் நிலைப்பரவலானது* t-*பரவலை விட அதிக மதிப்புடையதாக இருக்கும்.*

ii. t-*பரவலானது பக்கவாட்டில் இயல் நிலைப்பரவலை விட விரிந்து காணப்படும்.*

29. t-*பரவலின் பயன்பாடுகளைக் கூறுக.*

விடை:

1.*முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை தெரியாத நிலையில்,முழுமைத் தொகுதியின் சராசரியின் மிகை காண் சோதனையில்* T1 *ஐப் பயன்படுத்திச் சோதனை செய்யப்படுகிறது.*

2. *முழுமைத் தொ குதியின் மாறுபாடு சமமாகவும், தெ ரியாத நிலையிலும் இருக்கும் போ து,*

www.Padasalai.Net

அத் தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சமமான நிலையைக் காணும் மிகை காண் சோதனையில் பயன்படுகிறது.

3. இணை t – சோதனை இரு சராசரிகளின் சமமான நிலையைக் காணும் சோதனைக்குப் பயன்படுகிறது.

30. முழுமைத் தொகுதியின் சராசரியை சோதிப்பதற்கான, சோதனையின் செய் முறையை விவரி.

விடை:

படி 1 இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu = \mu_0$

மாற்று எடு***கோள்***: (i) $H_1: \mu \neq \mu_0$ (ii) $H_1: \mu > \mu_0$ (iii) $H_1: \mu < \mu_0$

படி 2 : கூறு/ தரவு அளவைகளைப் பற்றி விவரிக்கவும். (இங்கு n மிகச் சிறியது, $n < 30$).

படி 3: மிகை காண் நிலை α ஐக் குறிப்பிடுக.

படி 4: H_0 இன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

படி 5 : t இன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத்தெரிவு செய்க.

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐ தீர்மானிக்க.

31. இரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தின் முக்கியத்துவத்தை காணும் சோதனையின், செய்முறையை விவரி.

விடை:

படி 1 இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu_x = \mu_y$

மாற்று எடு***கோள்***: (i) $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ (ii) $H_1: \mu_x > \mu_y$ (iii) $H_1: \mu_x < \mu_y$

படி 2 : கூறு/ தரவு அளவைகளைப் பற்றி விவரிக்கவும்.

படி 3: மிகை காண் நிலை α ஐக் குறிப்பிடுக.

படி 4: H_0 இன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{S_p\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$$

படி 5 : t இன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

www.Padasalai.Net

படி 6 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத்தெரிவு செய்க.*

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 *ஐ தீர்மானிக்க*

32. 10 *மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு, ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பெறப்படுகிறது. அவற்றின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் முறையே* 60 *மற்றும்* **6.5.** *அப்பாடத்தில் மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்* 55 *என்ற கருதுகோளை சோதிக்க.*

விடை:

$\mu = 5$; $n = 10$; $\bar{x} = 60$; $\sigma = 6.5 = s$

படி 1 *இன்மை* ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu = 55$

*மாற்று எடு**கோள்***: $H_1: \mu \neq 55$ (இரு முனை)

படி *2: மிகை காண் நிலை* $\alpha = 0.05$

படி 3*:* $T = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

படி 4 : $t_0 = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \dfrac{60-55}{\frac{6.5}{\sqrt{10}}} = \dfrac{5}{\frac{6.5}{3.1623}} = \dfrac{5}{2.0555} = 2.432$

படி 5 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க.*

$t_e = t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} = t_{9,2.5} = 2.262$

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 *ஐ தீர்மானிக்க*

$2.432 > 2.262$

எனவே $t_0 > t_e$. H_0 *மறுக்கப்படுகிறது.*

33. $\chi 2$ *-பரவலின் பண்புகளை கூறுக.*

விடை:

- *இது ஒரு தொடர் பரவல்.*
- *இந்த பரவல் ஒரே ஒரு பண்பளவையை கொண்டுள்ள து. அதாவது* n (*கட்டின்மை கூறு*) *மட்டுமே இதன் பண்பளவை ஆகும்.*

www.Padasalai.Net

- பரவலின் வளைவரை வடிவம் அதன் கட்டின்மை கூறு சார்ந்து இருக்கிறது.
- கைவர்க்க பரவலின் சராசரி n மற்றும் அதன் திட்டவிலக்கம் 2n ஆகும்.

34. நேர்வுப்பட்டியல் என்றால் என்ன?

விடை:

பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறிதல் என்பது புள்ளியியலின் ஒரு முக்கிய பயன்பாடாகும். இம்முறையில், பண்பு சார்ந்த தரவுகள் குறுக்காக பிரிக்கப்பட்டு இரு பரிமாண அட்டவனையாக கொடுக்கப்படுகிறது. ஒருவகை பண்பு சார்ந்தவைகள் நிரைகளில் பிரிக்கப்பட்டு வரிசை படுத்தப்படுகின்றன. மற்றொரு பண்பு சார்ந்தவைகளில் நிரல்களில் பிரிக்கப்பட்டு வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த அட்டவணையே நேர்வுபட்டியல் அட்டவணை எனப்படுகிறது.

35. முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவையை எவ்வாறு சோதிப்பாய்?

விடை:

படி 1 இன்மை **கருதுகோள்** $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

மாற்று **கருதுகோள்**: (i) $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (ii) $H1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ (iii) $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$

படி 2 : கூறு/ தரவு அளவைகளைப் பற்றி விவரிக்கவும்.

படி 3: மிகை காண் நிலை α ஐக் குறிப்பிடுக.

படி 4: H_0 இன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi 2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

படி 5 : t இன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத்தெரிவு செய்க.

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐ தீர்மானிக்க

36. பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை சோதிப்பதற்கான செய்முறைகளைத் தருக.

விடை:

படி 1 இன்மை **கருதுகோள்** H_0: பண்புகள் சார்பற்றவைகள்

மாற்று **கருதுகோள்**: H_1: பண்புகள் சார்பற்றவைகள் அல்ல .

படி 2 : கூறு/ தரவு அளவைகளைப் பற்றி விவரிக்கவும்.

எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்:

$$E_{ij} = \frac{R_i X C_j}{N} \text{ ; } i = 1,2,3, \ldots\ldots m \text{ மற்றும் } j = 1,2,3,\ldots\ldots,n$$

படி 3: மிகை காண் நிலை α ஐக் குறிப்பிடுக.

படி 4: H_0 இன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

www.Padasalai.Net

படி 5 : *t இன் மதிப்பை கணக்கிடுக.*

படி 6 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத்தெரிவு செய்க.*

படி 7 : *மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐ தீர்மானிக்க*

37. *பொருத்துதலின் செம்மை தன்மையை அறியும் சோதனை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.*

விடை:

- *கைவர்க்க பரவலின் மற்றொரு முக்கியமான பயன்பாடு என்பது கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை ஒரு முறையோடு (அல்லது) பரவலோடு, பொருத்துதலின் செம்மை தன்மை அறிய ஒரு சோதனையாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.*
- *இப் பயன்பாடு கணித அறிவியலில் மிகமுக்கியமான கண்டுபிடிப்பாக இருபதாம் நூற்றாண்டுகளில் உணரப்பட்டது.*
- *பொருத்துதலின் செம்மை என்பது கண்டயறிப்பட்ட நிகழ்வெண்ணிற்கும், எதிர் பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்ணிற்கும் உள்ள நெருக்கத்தைக் குறிக்கிறது.*
- *இவ்விரு பரவல்களின் வளைவரைகள் ஒன்றோடு ஒன்று சேராமலோ அல்லது மிக விலகும் தன்மையிலோ இருப்பின், பொருத்துதல் என்பது செம்மையாக இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது.*
- *இவ்விரு வளைவரைகளும் மிக அதிகமாக விலகாமல் இருந்தா ல், பொருத்துதல் மிக நேர்த்தியாக இருக்கிறது என்று பொருள்.*

38. 2 × 2 *வரிசையுடைய நேர்வு அட்டவணைக்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையைத் தருக.*

விடை:

நேர்வுபட்டியல் 2 x 2 எனில் χ^2 இன் மதிப்பு கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

	A	*A* அல்ல	மொத்தம்
B	*a*	*b*	*a+b*
B அல்ல	*c*	*d*	*c+d*
மொத்தம்	*a+c*	*b+d*	*N=a+b+c+d*

எனில்

$$\chi_0^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \sim \chi_\alpha^2(1d.f)$$

IV. ***கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:***

39. 100 *கிராம் என எடை குறிப்பிடப்பட்ட முந்திரி பருப்புகள் கொண்ட பத்து உறைகள் உள்ள மாதிரியில், உறைகளின் எடை* **70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107** *மற்றும்* **100** *என கண்டறியப்படின், முழுமை தொகுதியின் சராசரி* **100** *கிராம் என்ற கருது**கோ**ளை சோதிக்கவும்.*

விடை:

μ = 100, n = 10

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{972}{10} = 97.2$$

www.Padasalai.Net

x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
70	-27.2	739.84
83	-14.2	201.64
88	-9.2	84.64
95	-2.2	4.84
98	0.8	0.64
100	2.8	7.84
101	3.8	14.44
107	9.8	96.04
110	12.8	163.84
120	22.8	591.84
		1883.6

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1883.6}{9}} = \sqrt{209.29} = 14.47$$

படி 1 *இன்மை* ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu = 100$

*மாற்று எடு**கோள்**:* $H_1: \mu \neq 100$ (இரு முனை)

படி 2: மிகை காண் நிலை $\alpha = 0.05$

படி 3*:* $T = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$

படி 4 : $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{97.2-100}{\frac{14.47}{\sqrt{10}}} = \frac{-2.8}{\frac{14.47}{3.1623}}$

$$= \frac{-8.85416}{14.47} = -0.6118$$

$|t_0| = 0.6118$

படி 5 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க.*

$$t_e = t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} = t_{9,2.5} = 2.262$$

www.Padasalai.Net

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 *ஐ தீர்மானிக்க*

0.6118 <2.262 எனவே $|t_0| < t_e$. H_0 *மறுக்கப்படுவது இல்லை.*
எனவே முழுமை தொகுதியின் சராசரி 100 கிராம் என்பது ஏற்கப்படுகிறது

40. *முந்தைய பதிவுகளின்படி ஒரு மட்டைப்பந்து விளையாட்டு வீரரின் சராசரி ஓட்டம்* **80** *எனத் தெரிகிறது. அண்மையில் அவர் விளையாடிய* **6** *சோதனை போட்டிகளில் பெற்ற ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை* **84, 82, 83, 79, 83** *மற்றும்* **85** *எனில், அவரின் சராசரி ஓட்டம்* **80** *ஐ விட அதிகமா என சோதிக்க.*

விடை:

$\mu = 80, n = 6$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{496}{6} = 82.67$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
79	-3.7	13.69
82	-0.7	0.49
83	0.3	0.09
83	0.3	0.09
84	1.3	1.69
85	2.3	5.29
		21.34

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{21.34}{5}} = \sqrt{4.26} = 2.06$$

படி 1 இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu = 80$

*மாற்று எடு****கோள்***: $H_1: \mu \neq 80$ (ஒரு முனை)

படி 2: மிகை காண் நிலை $\alpha = 0.05$

படி 3: $T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

www.Padasalai.Net

படி 4 : $t_0 = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \dfrac{82.67-80}{\frac{2.06}{\sqrt{6}}} = \dfrac{2.67}{\frac{2.06}{2.44}} = \dfrac{2.67}{0.844} = 3.162$

$|t_0| = 3.162$

படி 5 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க.

$t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{5,5} = 2.015$

படி 7 : மறுக்கும் விதியைத் தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐ தீர்மானிக்க

$3.162 > 2.015$

எனவே $|t_0| > t_e$. H_0 மறுக்கப்படுகிறது.

எனவே அவரின் சராசரி ஓட்டம் 80 ஐ விட அதிகம் எனத் தெரிகிறது.

41. ஒரு நகரம் A இல் உள்ள 6 மழை மரங்களின் உயரங்கள் (அடிகளில்) 30, 28, 29, 32, 31, 36 மற்றும் மற்றொரு நகரம் B இல் உள்ள 8 மழை மரங்களின் விவரங்கள் 35, 36, 37, 30, 32, 29,35, 30 மழை மரங்களின் உயரங்களுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் சிறப்பு வாய்ந்ததா என அறிக.

விடை:

<u>நகரம் **A**</u>

$m = 6$

$\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n} = \dfrac{186}{6} = 31$

<u>நகரம் **B**</u>

$n = 8$

$\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n} = \dfrac{264}{8} =$

33

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
28	-3	9
29	-2	2
30	-1	1
31	0	0
32	1	1
36	5	25

www.Padasalai.Net

		40

y	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$
29	-4	16
30	-3	9
30	-3	9
32	-1	1
35	2	4
35	2	4
36	3	9
37	4	16
		68

$\sum(x-\bar{x})^2 = 40$

$\sum(y-\bar{y})^2 = 68$

$$S_p = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2}{m+n-2}} = \sqrt{\frac{40+68}{6+8-2}} = \sqrt{\frac{148}{12}} = \sqrt{9} = 3$$

இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu_x = \mu_y$

மாற்று ***கருதுகோள்*** $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

மிகை காண் நிலை $\alpha = 0.05$

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}},\ t \sim t_{m+n-2}$$

$$t_0 = \frac{31-33}{3\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}} = \frac{-2}{3\sqrt{\frac{14}{48}}} = \frac{-2}{3\sqrt{0.2917}} = \frac{-2}{3\,(0.54)} = \frac{-2}{1.62} = -1.23$$

$|t_0| = 1.23$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{12,0.05}$ **= 2.179**

$|t_0| < t_e$

H_0 *ஐ ஏற்கிறோம்.*

www.Padasalai.Net

எனவே மரங்களின் உயரங்களுக்கு இடையே வித்தியாசம் இல்லை

42. இரு வகையான மின் விளக்குகளின் ஆயுட்காலத்தை (மணிகளில்) சோதிப்பதற்காகப் பெறப்பட்ட இரண்டு மாதிரிகளிலிருந்து கீழ்க்கண்ட தரவுகள் பெறப்பட்டன.

	வகை -I	வகை -II
மின் விளக்குகளின் எண்ணிக்கை	**8**	**7**
மாதிரிகளின் சராசரி (மணிகளில்	**1134**	**1024**
மாதிரிகளின் திட்டவிலக்கம் (மணிகளில்)	**35**	**40**

5% மிகை காண் நிலையில் மாதிரிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என்பதை ஆய்வு செய்க.

விடை:

வகை **I**

$m = 8$

$\bar{x} = 1134$

$S_x = 35$

$S_x^2 = 1225$

வகை **II**

$n = 7$

$\bar{y} = 1024$

$S_y = 40$

$S_y^2 = 1600$

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)S_X^2 + (n-1)S_Y^2}{m+n-2}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{7(1225)+6(1600)}{13}}$$

$$= \sqrt{\frac{8575+9600}{13}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{18175}{13}} = \sqrt{1398.08} = 37.39$$

இன்மை **கருதுகோள்** $H_0: \mu_x = \mu_y$

மாற்று **கருதுகோள்** $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

மிகை காண் நிலை (α) 5% = 0.05

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}, t \sim t_{m+n-2}$$

www.Padasalai.Net

$$t_0 = \frac{1134-1024}{37.39\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{7}}} = \frac{110}{37.39\sqrt{0.125+0.143}} = \frac{110}{37.39\sqrt{0.268}} =$$

$$\frac{110}{37.39\ (0.5174)}$$

$$= \frac{110}{19.3456} = 5.686$$

$$|t_0| = 1.23$$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$$t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{13,2.5} = \mathbf{2.160}$$

$$|t_0| > t_e$$

H_0 *மறுக்கப்படுகிறது*

43. 5 *தட்டச்சர்கள் முற்பகலில்* 1 *மணி நேரத்தில் தட்டச்சு செய்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை* **10, 12, 13, 8, 9.** *மற்றும் அவர்கள் பிற்பகலில்* **1** *மணி நேரத்தில் தட்டச்சு செய்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை* **11, 15, 12, 10, 8** *தட்டச்சு செய்யப்பட்ட பக்கங்களின் எண்ணிக்கையில் உள்ள வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என்பதை ஆய்வு செய்க.*

விடை:

n = 5

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} = \frac{4}{5} = 0.8$$

தட்டச்சர்கள்	*முற்பகல்* X	*பிற்பகல்* Y	D = Y - X	$D-\bar{D}$	$(D-\bar{D})^2$
1	10	11	1	0.2	0.04
2	12	15	3	2.2	4.84
3	13	12	-1	-1.8	3.24
4	8	10	2	1.8	1.44
5	9	8	-1	-1.8	3.24
மொத்தம்			4	0	12.8

www.Padasalai.Net

$$S = \sqrt{\frac{(D-\bar{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{12.8}{5-1}} = \sqrt{3.2} = 1.78$$

இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu_0 = 0$

மாற்று ***கருதுகோள்*** $H_1: \mu_0 \neq 0$

மிகை காண் நிலை (α) 5% = 0.05

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}; \qquad t_0 \sim t_{n-1}$$

$$t_0 = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{0.8}{\frac{1.78}{\sqrt{5}}} = \frac{0.8}{\frac{1.78}{2.236}} = \frac{0.8}{0.796} = 1.005$$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{4,0.05}$ **= 2.776**

$$|t_0| < t_e$$

இன்மை கருதுகோள் ஏற்கப்படுகிறது.

தட்டச்சு செய்யப்பட்ட பக்கங்களின் எண்ணிக்கையில் வித்தியாசம் இல்லை.

44. 5 *நபர்களின் நுண்ணறிவு திறனை அறிவதற்காக, சோதனைகள் ஒரு பயிற்சிக்கு முன்னுப் பின்னும் நடத்தப்பட்டது. அவற்றின் முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு பெறப்படுகிறது.*

நபர்கள்	I	II	III	IV	V
பயிற்சிக்கு முன் நுண்ணறிவு திறன்	**110**	**120**	**123**	**132**	**125**
பயிற்சிக்கு பின் நுண்ணறிவு திறன்	**120**	**118**	**125**	**136**	**121**

நுண்ணறிவு திறனில் ஏதேனும் முன்னேற்றம் உள்ளதா என **1%** *மிகை காண் நிலையில் சோதிக்க.*

விடை:

n = 5

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} = \frac{10}{5} = 2$$

www.Padasalai.Net

நபர்கள்	பயிற்சிக்கு முன் நுண்ணறிவு திறன் X	பயிற்சிக்கு பின் நுண்ணறிவு திறன் Y	D = Y - X	$D-\bar{D}$	$(D-\bar{D})^2$
1	110	120	10	8	64
2	120	118	-2	-4	16
3	123	125	2	0	0
4	132	136	4	2	4
5	125	121	-4	-6	36
மொத்தம்			10	0	120

$$S = \sqrt{\frac{(D-\bar{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{120}{5-1}} = \sqrt{30} = 5.478$$

இன்மை ***கருதுகோள்*** H_0: $\mu_0 = 0$

மாற்று ***கருதுகோள்*** H_1: $\mu_0 > 0$

மிகை காண் நிலை (α) 1% = 0.01

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}, \qquad t_0 \sim t_{n-1}$$

$$t_0 = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{2}{\frac{5.478}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{\frac{5.478}{2.236}} = \frac{2}{2.450} = 0.816$$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$$t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{4,0.01} = \mathbf{3.747}$$

$$|t_0| < t_e$$

www.Padasalai.Net

இன்மை கருதுகோள் ஏற்கப்படுகிறது.

நுண்ணறிவு திறனில முன்னேற்றம் இல்லை

45. புள்ளியியல் பாடத்தில் 9 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களும், வணிக கணித பாடத்தில் 12 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களும், கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

புள்ளியியல் பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள்	65	74	64	58	60	67	71	69	75			
வணிக கணித பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள்	52	45	59	47	53	64	58	62	54	61	57	48

இம்மாணவர்கள் பாடங்களில் சராசரியாக பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என 1% மிகை காண் நிலையில் சோதிக்க.

விடை:

புள்ளியியல்

m = 9

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{603}{9} = 67$$

வணிக கணிதம்

n = 12

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{660}{12} = 55$$

x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
65	-2	4
74	7	49
64	-3	9
58	-9	81
60	-7	49
67	0	0
71	4	16
69	2	4
75	8	64

y	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$
52	-3	9
45	-10	100
59	4	16
47	-8	64
53	-2	4
64	9	81
58	3	9
62	7	49
54	-1	1
61	6	36
57	2	4

www.Padasalai.Net

மொத்தம்		276

48	-7	49
மொத்தம்		422

$$\sum(x-\bar{x})^2 = 276$$

$$\sum(y-\bar{y})^2 = 422$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2}{m+n-2}} = \sqrt{\frac{276+422}{9+12-2}} = \sqrt{\frac{698}{19}} = \sqrt{36.74} = 6.06$$

இன்மை ***கருதுகோள்*** $H_0: \mu_x = \mu_y$

மாற்று ***கருதுகோள்*** $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

மிகை காண் நிலை (α) 1% = 0.01

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$$

$t \sim t_{m+n-2}$

$$t_0 = \frac{67-55}{6.06\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{12}}}$$

$$= \frac{12}{6.06\sqrt{0.111+0.0833}}$$

$$= \frac{12}{6.06\sqrt{0.1944}}$$

$$= \frac{12}{6.06(0.441)}$$

$$= \frac{12}{2.673} = 4.49$$

www.Padasalai.Net

$|t_0| = 4.49$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{19,0.5} = \mathbf{2.861}$

$$|t_0| > t_e$$

இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது .

புள்ளியியல் பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கும், வணிக கணித பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கும் வித்தியாசம் இல்லை.

46. 6 *மாணவர்க்கு ஒரு பயிற்சிக்கு முன்னும், பின்னும் நடத்தப்பட்ட தேர்வில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பதிவிடப்பட்டு கீழ்க் கண்டவாறு அட்டவனைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது. இப் பயிற்சி ஆனது அவர்களின் மதிப்பெண்களை உயர்த்துவதற்கு உதவிகரமாக இருந்ததா என சோதிக்க.*

பயிற்சிக்கு முன்	**100**	**160**	**113**	**122**	**120**	**105**
பயிற்சிக்கு பின்	**120**	**155**	**120**	**128**	**115**	**100**

விடை:

$n = 6$

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} = \frac{18}{6} = 3$$

மாணவர்கள்	*பயிற்சிக்கு முன்* X	*பயிற்சிக்கு பின்* Y	D = Y - X	$D-\bar{D}$	$(D-\bar{D})^2$
1	100	120	20	17	289
2	160	155	-5	-8	64
3	113	120	7	4	16
4	122	128	6	3	9
5	120	115	-5	-8	64
6	105	100	-5	-8	64

www.Padasalai.Net

Total			18		506

$$S = \sqrt{\frac{(D-\bar{D})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{506}{6-1}} = \sqrt{101.2} = 10.06$$

*இன்மை **கருதுகோள்*** $H_0: \mu_0 = 0$

*மாற்று **கருதுகோள்*** $H_1: \mu_0 > 0$

மிகை காண் நிலை (α) 5% = 0.0

மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}};$$ $t_0 \sim t_{n-1}$

$$t_0 = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{3}{\frac{10.06}{\sqrt{6}}}$$

$$= \frac{3}{\frac{10.06}{2.45}}$$

$$= \frac{3}{4.106}$$

$$= 0.7306$$

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தெரிவு செய்க

$t_e = t_{n-1,\alpha} = t_{5,0.05}$ **= 2.015**

www.Padasalai.Net

$|t_0| < t_e$

இன்மை கருதுகோள் ஏற்கப்படுகிறது.

47. ஒரே நேரத்தில் 4 நாணயங்கள் 144 முறை சுண்டப்பட்ட சோதனையில் ஒவ்வொரு முறையும் பெறப்பட்ட தலைகளின் எண்ணிக்கை கீழ்க்கண்டவாறு பெறப்பட்டன.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
நிகழ்வெண்	10	34	56	36	8

நாணயங்கள் பிழையற்றவை என்ற அனுமானத்தின்படி ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்த முடியுமா என சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்குப் ஈருறுப்புப் பரவலை பொருத்துதல் உகந்தது

மாற்று கருதுகோள் H_1: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்கு பொருத்தப்பட்ட ஈருறுப்புப் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது அல்ல

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல்:

n = ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்பட்ட நாணயங்களின் எண்ணிக்கை = 4

N = மீண்டும், மீண்டும் நடத்தப்பட்ட சோதனைகளின் எண்ணிக்கை = 144

பரவலின் சராசரியை காண்பதற்கு

x	f	fx
0	10	0
1	34	34
2	56	112
3	36	108
4	8	32
மொத்தம்	144	286

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{286}{144} = 1.986$$

ஈருறுப்பு பரவலின் நிகழ்தகவு திண்மைச்சார்பு:

$$p(x) = {}^{n}C_x\, p^x\, q^{n-x},\ x = 0,1,\dots,n$$

www.Padasalai.Net

ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி $\bar{x} = np$

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n} = \frac{1.986}{4} = 0.497 \sim 0.5$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0.5 = 0.5$$

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் : $E(X) = N\,P(x)$

$$P(X=0) = P(0) = 4C_0 (0.5)^4 = 1(.0625) = 0.0625$$

$x = 0$; $E(0) = N \times P(0)$

$= 144 \times 0.0625 = 9$

மறுதரவு தொடர்பின் படி, x+1 *இல் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்தகவு*

$$E(X+1) = \frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right) E(X)$$

x	n - x	x + 1	$\frac{n-x}{x+1}$	$\frac{p}{q}$	$\frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right)$	*எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்* x = N P(x)
0	4	1	4	1	4	9
1	3	2	1.5	1	1.5	36
2	2	3	0.667	1	0.667	54
3	1	4	0.25	1	0.25	36
4	0	5	0	1	0	9

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்	9	36	54	36	9

படி 3 : *மிகை காண் நிலை*

$\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0 *இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை*

www.Padasalai.Net

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

படி :5

χ^2 *இன் மதிப்பை காணல்*

கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண் (Oi)	*எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்* (Ei)	Oi -Ei	$(Oi - Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
10	9	1	1	0.11
34	36	-2	4	0.11
56	54	2	4	0.07
36	36	0	1	0
8	9	-1	1	0.11
மொத்தம்				**0.4**

$$\chi_0 2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei} = 0.4$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*
கட்டின்மை கூறுகள் = k-1-s = 5-1-1=3

5% *மிகை காண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு* 3 *க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* 7.815 .*அதாவது*, $\chi^2_{3,0.05}$ = 7.815.

***படி* 7** : *முடிவு*
கணக்கிடப்பட்ட கைவர்க்க மதிப்பு $\chi_0 2(=0.4)$ *என்பது* 5% *மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு* 3 *க்கான தீர்மா னிக்கும் எல்லை மதிப்பு* (7.815) *ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது.. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் என்பது உகந்தது அல்ல .*

.

48. *ஒரு வேலை நேரப்பிரிவில் தயாரிக்கபப்பட்ட குறைபாடுள்ள கூர் கத்திகளின் எண்ணிக்கை,* 100 *வேலை நேர பிரிவுகளில் காணப்பட்டு கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.*

குறைபாடுள்ள கூர் கத்திகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
வேலை நேரப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை	12	14	23	18	33

இத்தரவு, சராசரி 0.44 *உடைய ஒரு பாய்சான் பரவலாக உள்ளதா என சோதிக்க.*
மேலும் α **= 0.05** *என எடுத்துக் கொள்க.*
தீர்வு:

www.Padasalai.Net

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்குப் பாய்ஸான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது.

மாற்று கருதுகோள் H_1: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்கு பொருத்தப்பட்ட பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது அல்ல .

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் மற்றும் சராசரி கணக்கிடல்

சராசரி $\bar{x} = m = 0.44$

$$P(X = x) = \frac{e^{-m}m^{x}}{x!} ; x = 0,1,2,3,......$$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-0.44}(0.44)^{0}}{0!} = 0.644$$

X = 0 ல் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் N x P(0) = 100 x 0.644= 64.4=65

x	$\frac{m}{x+1}$	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் x = N P(X)
0	0.44	(100 * 0.644) = 64.4
1	0.44/2	(0.44 * 64.4) = 28.336
2	0.44/3	(0.44/2)*(28.336) = 6.234
3	0.44/4	(0.44/3)*(6.234) = 0.914
4	0.44/5	(0.44/4)*(0.914) = 0.101

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

X	0	1	2	3	4
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்	65	28	6	1	0

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

www.Padasalai.Net

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

படி :5

χ^2 *இன் மதிப்பை காணல்*

கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண் (Oi)	*எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்* (Ei)	Oi -Ei	$(Oi - Ei)^2$	$\frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$
12	65	- 53	2809	43.215
14	28	-14	196	7.000
23	6			
18	1	74 – 7 = 67	4489	641.285
33	0			
மொத்தம்				**691.5**

படி 6 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

கட்டின்மை கூறுகள் = k-1-s = 5-1-1=3

5% *மிகை காண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு* 3 *க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

7.815 .*அதாவது,* $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$.

படி 7 : *முடிவு*

கணக்கிடப்பட்ட கைவர்க்க மதிப்பு $\chi_0 2(=691.5)$ *என்பது* 5% *மிகை காண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு* 3 *க்கான தீர்மா னிக்கும் எல்லை மதிப்பு* (7.815) *ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது.. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் என்பது உகந்தது அல்ல .*

49. *இரு தொழிற்சாலைகளில் தயாரிக்கப்பட்ட மின்சாதன பொருட்கள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாறி பெறப்படுகிறது. அவற்றின் தரப்பிரிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.*

தொழிற்சாலை	*தரப்பிரிவுகள்*				
	குறை	*நடுத்தரம்*	*நன்று*	*மிக நன்று*	மொத்தம்
A	136	165	151	148	600
B	31	58	55	36	180

www.Padasalai.Net

மொத்தம்	167	223	206	184	780

தொழிற்சாலைகளுக்கும் தரப்பிரிவுகளுக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதை சோதிக்க

தீர்வு:

***படி* 1 :** *இன்மை கருதுகோள்* H_0: *இப்பண்புகள் சார்பற்றவை* தொழிற்சாலைகளுக்கும் *தரப்பிரிவுகளுக்கும்* தொடர்பு இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1: *இப்பண்புகள் சார்புடையவை* . தொழிற்சாலைகளுக்கும் *தரப்பிரிவுகளுக்கும் தொடர்பு உள்ள து.*

***படி* 2 :** *தரவு*

$$E_{ij} = \frac{R_i X C_j}{N}$$; i= 1,2 மற்றும் j = 1,2,3

தொழிற்சாலை	*தரப்பிரிவுகள்*				
	குறை	*நடுத்தரம்*	*நன்று*	*மிக நன்று*	மொத்தம்
A	$\frac{600(167)}{780}$ = 128.46	$\frac{600(223)}{780}$ = 171.53	$\frac{600(206)}{780}$ = 158.46	$\frac{600(184)}{780}$ = 141.53	600
B	$\frac{180(167)}{780}$ = 38.53	$\frac{180(223)}{780}$ = 51.46	$\frac{180(206)}{780}$ = 47.53	$\frac{180(184)}{780}$ = 42.46	180
Total	167	223	206	184	780

***படி* 3 :** *மிகை காண் நிலை*

α = 5%

படி 4 : H_0 *இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை*

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

www.Padasalai.Net

$\chi_0^2 = 5.794$

கட்டின்மை கூறு = $(2-1)(4-1) = 3$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

5% *மிகை காண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு* 3 *க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

Oij	***Eij***	***Oij -Eij***	$(Oij-Eij)^2$	$\frac{(Oij-Eij)^2}{Eij}$
136	128.46	7.54	56.85	0.4426
165	171.53	-6.53	42.64	0.2485
151	158.46	-7.46	55.65	0.3512
148	141.53	6.47	41.86	0.2957
31	38.53	-7.53	56.70	1.4716
58	51.46	6.57	43.17	0.8311
55	47.53	7.47	55.80	1.174
36	42.46	-6.46	41,.73	0.9828
Total				**5.7974**

7.81 *அதாவது,* $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$

***படி* 7** : *முடிவு*

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^2 = 5.794$ *என்பது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு* $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$ *ஐ விட குறைவாக இருப்பதால்* H_0 *ஐ ஏற்கிறோம். எனவே, தொழிற்சாலைகளுக்கும் தரப்பிரிவுகளுக்கும் தொடர்பு இல்லை.*

50. *ஒரு நகரத்தில் வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட* 2000 *நபர்களுக்கு நடத்தப்பட்ட கண்பார்வை சோதனையில் கீழ்க்கண்ட தரவுகள் பெறப்பபட்டன.*

பாலினம்	*கண்பார்வை*		
	குறை	*நன்று*	மொத்தம்

www.Padasalai.Net

ஆண்கள்	620	380	1000
பெண்கள்	550	450	1000
மொத்தம்	1170	830	2000

தீர்வு:

படி 1 : *இன்மை கருதுகோள்* H_0: *இப்பண்புகள் சார்பற்றவை. அதாவது பாலினத்திற்கும் கண்பார்வை சோதனைக்கும் தொடர்பு இல்லை.*

மாற்று கருதுகோள் H_1: *இப்பண்புகள் சார்புடையவை . அதாவது பாலினத்திற்கும் கண்பார்வை சோதனைக்கும் தொடர்பு உள்ள து.*

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண்களை அதாவது (O) *ஐ கணக்கிடல்*

பாலினம்	கண்பார்வை		
	குறை	நன்று	மொத்தம்
ஆண்கள்	a = 620	b = 380	a + b = 1000
பெண்கள்	c = 550	d = 450	c + d =1000
மொத்தம்	1170	830	N =2000

படி 3 : *மிகை காண் நிலை*

$\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0*ன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை:*

$$\chi_0^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$a = 620$, $b = 380$, $c = 550$, $d = 450$, $N = 2000$

படி 5 : χ^2 *இன் மதிப்பை காணல்*

www.Padasalai.Net

$$\chi_0^2 = \frac{2000(620 \times 450 - 380 \times 550)^2}{(620+380)(550+450)(620+550)(380+550)}$$

$$= \frac{2000(279000-209000)^2}{1000 \times 1000 \times 1170 \times 830}$$

$$= \frac{2000(70000)^2}{1000000 \times 971100}$$

$$= \frac{140 \times 700}{9711}$$

$$= \frac{98000}{9711} = 10.09165$$

படி 6 : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

கை வர்க்க அட்டவணையிலிருந்து, 5% *மிகை காண் நிலையில், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

$\chi^2_{1,0.05} = 3.841$

படி 7 : *முடிவு*

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^2 = 10.09165$ *எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே பாலினத்திற்கும் கண்பார்வை சோதனைக்கும் தொடர்பு இல்லை.*

51. 10 *மாணவர்களின் எடைகள்* (*கி.கி*) *கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது* **38, 40, 45, 53, 47,43, 55, 48, 52, 49** *இப் பத்து மாணவர்கள் கொண்ட மாதிரி பெறப்பட்ட அனைத்து மாணவர்களின் நிறைகளைக் கொண்ட பரவலின் மாறுபாடு* **20** *கி.கி என நாம் முடிவெடுக்க முடியுமா?.*

தீர்வு:

படி 1 : *இன்மை கருதுகோள்* $H_0: \sigma^2 = 20$ (*கி.கி*)

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \sigma^2 \neq 20$ (*கி.கி*)

படி 2 : *தரவு*

மாதிரி அளவு $(n) = 10$

படி 3 : *மிகை காண் நிலை*

www.Padasalai.Net

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை.
இன்மை கருதுகோளின் படி

$$\chi 2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

இது கட்டின்மை கூறு (n−1) உடை ய $\chi 2$ பரவலாகும்.

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் அளவு

$$\chi 2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
38	-9	81
40	-7	49
45	-2	4
53	6	36
47	0	0
43	-4	16
55	8	64
48	1	1
52	5	25
49	2	4
மொத்தம்		280

$\sigma^2 = 20$; n = 10

www.Padasalai.Net

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{470}{10} = 47$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i-47)^2}{n-1}}$$

$$S^2 = \frac{280}{9}$$

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{280}{20} = 14$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 *ஆனது ஒரு முனை மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

$\alpha = 0.05$ *ன் பொறுத்து*

$\chi^2_{9,\,0.975} = 2.700$ மற்றும்

$\chi^2_{9,\,0.025} = 19.023$

படி 7 : முடிவு

இது ஒருமுனை சோதனை ஆதலால், தீர்மானிக்கும் பகுதியானது,

$$2.700 < 14 < 19.023$$

$\chi^2_{9,\,0.975} < \chi_0^2 < \chi^2_{9,\,0.025}$ *என்ற மறுக்கும் விதியின்படி தீர்மானிக்கப்படுகிறது.*

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி பரவலுக்கு மறுக்கும் விதி சரியாக இருக்காது.

எனவே H_0 *ஆனது* $2.700 < 14 < 19.023$ *என்பதற்கு சாதகமாக மறுக்கப்படாது.*

ஆதலால் அனைத்து மாணவர்களின் நிறைகளைக் கொண்ட பரவலின் மாறுபாடு 20 கி.கி என நாம் முடிவெடுக்கலாம்

52. 200 *வீடுகள் கொண்டு ஒரு குடியிருப்பில்* 90 *பெண்கள்* A *மற்றும்* B *என்ற இரு வகையான தலை முடித்தைலங்களைப் பயன்படுத்துகின்றனர். மேலும்* 60 *பெண்கள் மற்றும்* 70 *ஆண்கள்* A *வகை தலை முடித்தைலத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர். பாலினத்திற்கும் தலை முடித்தைலத்தின் வகைக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதை சோதிக்க.*

தீர்வு:

www.Padasalai.Net

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: இப்பண்புகள் சார்பற்றவை. அதாவது பாலினத்திற்கும் தலை முடித்தைலத்தின் வகைக்கும் தொடர்பு இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1: இப்பண்புகள் சார்புடையவை . அதாவது பாலினத்திற்கும் தலை முடித்தைலத்தின் வகைக்கும் தொடர்பு உள்ள து.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண்களை அதாவது (O) ஐ கணக்கிடல்

பாலினம்	முடித்தைலத்தின் வகை		
	வகை A	வகை B	மொத்தம்
ஆண்கள்	a = 60	b = 30	a + b = 90
பெண்கள்	c = 70	d = 40	c + d =110
மொத்தம்	130	70	N =200

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0 ன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை:

$$\chi_0^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

.

படி 5 : χ^2 இன் மதிப்பை காணல்

இங்கு, $a = 60$, $b = 30$, $c = 70$, $d = 40$, $N = 200$

$$\chi_0^2 = \frac{200(60 \text{ X } 40-30\text{X}70)^2}{(60+30)(70+40)(60+70)(30+40)}$$

$$= \frac{200(2400-2100)^2}{90\text{X}1100\text{X}130\text{X}70}$$

$$= \frac{200(300)^2}{90\text{X}1100\text{X}130\text{X}70}$$

$$= \frac{200 \text{ X } 300\text{X}300}{90 \text{ X } 1100 \text{ X } 130 \text{ X } 70}$$

$$= \frac{18000000}{9 \text{ X } 11 \text{ X } 13 \text{ X } 700000}$$

www.Padasalai.Net

$$= \frac{180}{9 \times 11 \times 13 \times 7}$$

$$= \frac{20}{1001} = 0.01998$$

***படி* 6** : *தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு*

கை வர்க்க அட்டவணையிலிருந்து, 5% மிகை காண் நிலையில், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$\chi^2_{1,0.05} = 3.841$

***படி* 7** : *முடிவு*

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^{\,2} = 0.01998.$

எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே பாலினத்திற்கும் தலை முடித்தைலத்தின் வகைக்கும் தொடர்பு உள்ளது.

www.Padasalai.Net

படங்களை தொடுக! பாடசாலை வலைதளத்தை சமூக ஊடகங்களில் பின்தொடர்க!! உடனுக்குடன் புதிய செய்திகளை Notifications-ல் பெறுக!

Zoom Touch Below Links Download!

12th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

11th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	Centum Questions	Creative Questions	
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

10th Standard	Syllabus	Books	Study Materials - EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NTSE	SLAS	

9th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Annual Exam	RTE		

8th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A	NMMS	Periodical Test

7th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

6th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

1st to 5th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	Periodical Test	SLAS	
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A		

Exams	TET	TNPSC	PGTRB	Polytechnic	Police	Computer Instructor
	DEO	BEO	LAB Asst	NMMS	RTE	NTSE

Portal	Matrimony	Mutual Transfer	Job Portal

Volunteers	Centum Team	Creative Team	Key Answer Team

Downloads	LESSON PLAN	Department Exam	Income Tax	Forms & Proposals	Fonts	Downloads
	Proceedings	GO's	Regulation Orders	Pay Orders	Panel	

Padasalai – Official Android App – Download Here

Kindly Send Your Study Materials, Q&A to our Email ID – Padasalai.net@gmail.com