

XI Std Maths Matrices and Determinants

அணிதத்துவம் அணித் கோவைகள் Unit -7.

1) உறுப்புக்கள் அல்லாத வேங்குறை எந்தவகையான நிறைகம் மற்றும் நிறைகளும்
[] அமட்புக்களின் குறிப்பிடுவது அணியாகும்.
உறுப்பு வடிவம்: $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

2) ஒரு அணி A அணியை n நிறைகம் மற்றும் நிறைகள் கொண்டுள்ள $m \times n$ (m by n) அணி
என்பது அந்த அணியின் வரிசை எண்ப்படும் (பரிமாணம்)

3) ஒரு அணி $m \times n$ வரிசை கொண்டுள்ள அது m உறுப்புக்களையும் கொண்டுள்ளது.

4) ஒரு அணி ஒருவருக்கு நிறைமட்டும் கொண்டுள்ள அது நிறை அணி
என்பதும்.

5) ஒரு ஒருவருக்கு நிறைமட்டும் கொண்டுள்ள அது நிறை அணி என்பதும்.

6) ஒரு அணி 0 அணி எனில் எல்லா $a_{ij} = 0$ ஆகும்.

7) சதுர அணி என்பது நிறைகளின் எண்ணிக்கையும் நிறைகளின் எண்-
-பெற்றதையும் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

8) சீரமைக்கப்பட்ட அணி: ஒரு சதுர அணியில் $a_{ij} = 0$ $i \neq j$ அந்த சதுர அணி
சீரமைக்கப்பட்ட அணியாகும்.

9) ஒரு சீரமைக்கப்பட்ட அணியில் பிரதான சீரமைக்கப்பட்ட உறுப்புக்கள் அனைத்து
மேல்வரிசை அது தரையில் அணி என்பதும்.

10) ஒரு சதுர அணியில் பிரதான சீரமைக்கப்பட்ட உறுப்புக்கள் 1 ஆகவும் மற்றவை
0 ஆகவும் இருந்தால் அது அணி அணி என்பதும்.

11) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை சீரமைக்கப்பட்ட உறுப்புக்கள் கீழ் அனைத்து
0 எனில் அது மேல் முக்கோண வடிவ அணி என்பதும்.

12) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை சீரமைக்கப்பட்ட கீழ் மேல் உறுப்புக்கள்
அனைத்து 0 எனில் கீழ் முக்கோண வடிவ அணி என்பதும்.

13) மேல் முக்கோண வடிவம் அல்லாத கீழ் முக்கோண வடிவம் உள்ள ஒரு
சதுர அணி எவ்வாறு முக்கோண வடிவ அணி என்கிறோம்.

14) இரு அணிகள் $A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$ என்னும் என்னும் கிடைசு அணிகள்
எனில் A, B இரண்டும் ஒருவரிசையுடையதாகும் மேலும்
A, B அணிகளின் ஒத்த உறுப்புக்கள் சமம்.

15) ஒரு அணியை திரிசுயலியஸ் பெருக்குதல்

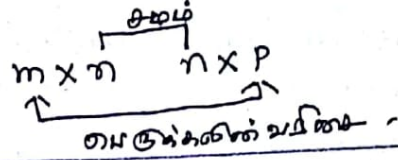
ஒரு அணி $A = [a_{ij}]$ மற்றும் K என்னும் திரிசுயலியஸ் எந்த. அணியை K ன் பெருக்க
வேண்டும் எனில் அதன் $m \times n$ உறுப்புக்கள் அனைத்து ka_{ij} ஆகும்.
மேலும்.

குறிப்பு: அணித் கோவை எவ்வாறு K ன் பெருக்குவதற்கு கீழ் குறிப்பிடும்
பொதுப்படி.

16) இரு அணிகளின் கூட்டம் (அ) கழித்தல் என்னும் ஒத்த உறுப்புக்களை
கூட்டுவது (அ) கழிப்பதாகும்.

- 17) A என்ற அணிவின் நிரல்களின் களிகள் எண்ணிக்கையும் நிரல்களின் நிரல்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்க தான் இரு அணி -களையும் பெருக்கக்கூடியதும்

A ன் வரிசை $m \times n$, B ன் வரிசை $n \times p$.



- 18) $A \neq 0$, $B \neq 0$ எனில் $AB = 0$ இருக்க கூடியதும்.
 $AB = 0$ எனில் $A = 0$, $B = 0$ இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

19) $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$
 $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$

- 20) நிறை நிரல் லாற்றி அணி: ஒரு அணியில் 2nm நிறைகளை நிரல் களாகவும், நிரல் களை நிறை களாகவும் லாற்றி அதே நேரம் அது நிறை, நிரல் லாற்றி அணி எனப்படும். (A^T)

- 21) ஒரு அணி A ன் வரிசை $m \times n$ எனில் A^T ன் வரிசை $n \times m$.
 பண்புகள்: $(A^T)^T = A$, $(kA)^T = kA^T$, $(A+B)^T = A^T + B^T$
 $(AB)^T = B^T A^T$.

- 22) A ஒரு சமச்சீர் அணி எனில் $A^T = A$.

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ எனில் ஒரு சமச்சீர் அணி எனில் $a_{ij} = a_{ji}$.
 பிறகு இதை வட்ட வடிவத்தில் காட்டி அதை விவரிக்க வேண்டும்.

- 23) A என்ற ஒரு அணிக்கு $A^T = -A$ எனில் அது எதிர் சமச்சீர் அணியாகும்.

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ எனில் எதிர் சமச்சீர் அணி எனில் $a_{ij} = -a_{ji}$ ஆகும். மேலும் இதை வட்ட வடிவத்தில் காட்டி அதை விவரிக்க வேண்டும்.

- 24) A என்ற அணிக்கு $A + A^T$ ஒரு சமச்சீர் அணியாகும்.
 $A - A^T$ ஒரு எதிர் சமச்சீர் அணியாகும்.

- 25) ஒரு சமச்சீர் அணி சமச்சீர் அணி லாற்றும் எதிர் சமச்சீர் அணியின் கூடுதலாக எடுத்துக் கொள்ளும் $A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T)$

- 26) எவ்வாறு எதிர் சமச்சீர் அணியின் இதை வட்ட வடிவத்தில் காட்டி அதை விவரிக்க வேண்டும். மேலும் அதை விவரிக்க வேண்டும். அதை விவரிக்க வேண்டும். அதை விவரிக்க வேண்டும்.

அணித் கோவைகள்:

27) சதுர அணிகளுக்கு மட்டுமே அணித் கோவைகளை வரையறுக்க முடியும்.
சதுர அணி A ன் அணித் கோவை $|A|$ எனக் குறிக்கிறோம்.
அணி மெய்யடி எவ்வளவு மட்டுமே ஆனால் அணித் கோவை மெய்யடி
ஒரு மதிப்பை எடுத்துக்கொள்கிறது.

28) $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ மெய்யடி 3 ம் வரிசையுடைய சதுர அணி என்க.
ஒரு நேர்ம எண் λ உட்கொண்டிருக்கிற அணித் கோவையுடைய a_{ij}
உள்ள λ உட்கொண்டிருக்கிற மெய்யடி λ உட்கொண்டிருக்கிற மெய்யடி λ உட்கொண்டிருக்கிற
அணித் கோவை M_{ij} என்கிறோம்.

29) தனித்த குறியிடல் இல்லாத அணித் கோவை கிடைக்காத அணி எனப்படும். அதன்
கிடைக்காத அணி $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

30) அணித் கோவையின் மதிப்பு மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி
மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி
கிடைக்காத அணி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

$$|A| = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}.$$

31) மெய்யடி கள்: $|A| = |A^T|$

32) ஒரு நேர்ம எண் λ உட்கொண்டிருக்கிற அணித் கோவை A மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

33) நேர்ம எண் λ உட்கொண்டிருக்கிற அணித் கோவை A மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
மெய்யடி $(-1)^n |A|$ ஆகும்.

34) ஒரு அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

35) அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
(அ) ஒரு நேர்ம எண் λ உட்கொண்டிருக்கிற அணித் கோவை K மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

(ஆ) ஒரு நேர்ம எண் λ உட்கொண்டிருக்கிற அணித் கோவை K மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

36) ஒரு அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

37) ஒரு அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.
அணித் கோவை மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி மெய்யடி.

$$|AB| = |A||B|$$
$$\underline{|A^n| = (|A|)^n.}$$

(ii) $x = a$ என மதிப்பிட்டு A இன் மதிப்பைக் காணலாம்.
 $|A| = 0$ எனில் $(x-a)^2$ க்கு காரணிமாகும்.
 $x = a$ என மதிப்பிட்டு A இன் மதிப்பைக் காணலாம்.
 $|A| = 0$ எனில் $(x-a)^{n-1}$ க்கு காரணிமாகும்.

அணித் கோணவயின் மதிப்பு $|A| \neq 0$ எனில் அது பூச்சிய மற்ற
கோணவ அணியாகும்.

பேரறிவுத் தேர்வுத் தரையம் 7. TM

அறிவுத் தேர்வுத் தரையம் 7. TM

7.1) ஒரு அணி $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க. $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

12 அணி $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

6 அணி $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

7 அணி $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

7.2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 2\sqrt{3} & \frac{7\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} & \frac{5\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} |2-3| = \frac{\sqrt{3}}{2}, a_{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} |2-4| = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$a_{13} = \frac{\sqrt{3}}{2} |2-9| = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$a_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} |4-3| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2} |4-6| = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$a_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2} |4-9| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

7.3) $\begin{bmatrix} 3x+4y & 6x-2y \\ a+b & 2a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ எனில் x, y, a, b கண்காண்க.

$$\begin{cases} 3x+4y=2 \\ x-2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 3x+4y &= 2 \\ 2x-4y &= 8 \\ \hline 5x &= 10 \Rightarrow x=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2-2y &= 4 \\ -2y &= 2 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 5 \\ 2a-b &= -5 \\ \hline 3a &= 0 \\ a &= 0 \Rightarrow b=5 \end{aligned}$$

$$\therefore x=2, y=-1, a=0, b=5$$

7.4) $A = \begin{bmatrix} 4 & \sqrt{5} & 7 \\ -1 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{5} & 7.3 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ எனில் $A+B$ மற்றும் $A-B$ கண்காண்க.

$$A+B = \begin{bmatrix} 4+\sqrt{3} & 2\sqrt{5} & 14.3 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0.75 \end{bmatrix}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 4-\sqrt{3} & 0 & -6.8 \\ -2 & -\frac{1}{3} & 0.25 \end{bmatrix}$$

7.5) $A = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & 1 \\ \cot^2 \theta & 0 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ \sec^2 \theta & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $A+B+C$ கண்காண்க.

$$A+B+C = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 0 & 1+0-1 \\ \cot^2 \theta + \sec^2 \theta - 1 & 0+1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

7.6) $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 5 & 6 & -5 \end{bmatrix}$ $3B + 4C - D$ கணிக்க.

$$3B + 4C - D = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 0 \\ 3 & -3 & 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -8 & 12 \\ -4 & 0 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 5 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 13 \\ -6 & -9 & 18 \end{bmatrix}$$

7.7) $\sec \begin{bmatrix} \sec \theta & \tan \theta \\ \tan \theta & \sec \theta \end{bmatrix} - \tan \begin{bmatrix} \tan \theta & \sec \theta \\ \sec \theta & \tan \theta \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \sec^2 \theta & \sec \theta \tan \theta \\ \sec \theta \tan \theta & \sec^2 \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tan^2 \theta & \tan \theta \sec \theta \\ \tan \theta \sec \theta & \tan^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

7.8) $A = \begin{bmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{bmatrix}$ கணக்கில் A^2 கணிக்க.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+c^2+b^2 & 0+0+ba & 0+0a+0 \\ 0+0+ab & c^2+0+a^2 & cb+0+0 \\ 0+ac+0 & bc+0+0 & b^2+a^2+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c^2+b^2 & ba & ac \\ ab & c^2+a^2 & cb \\ ac & bc & b^2+a^2 \end{bmatrix}$$

7.9) $\begin{bmatrix} x & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -4 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ கணக்கில் x கணிக்க.

$$\begin{bmatrix} x & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -4 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-2+1 & x-8+1 & 2x+2-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x-1 & x-7 & 2x+4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x-1 & x-7 & 2x+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{aligned} &x(x-1) + 2(x-7) + (2x+4) = 0 \\ &x^2 - x + 2x - 14 + 2x + 4 = 0 \\ &x^2 + 3x - 10 = 0 \\ &(x+5)(x-2) = 0 \\ &x = -5, 2. \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & -8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{STP}$$

AD, DA ഉൾപ്പെടെയുള്ളവയെ
കുറിച്ച് പരിശോധിക്കുക.

$AB = (3 \times 3)(3 \times 2)$ Dimensionen

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1+2 & 3-1+4 \\ -2-1+3 & 6+1+6 \\ 0+3+4 & 0-3+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 12 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$BA = (3 \times 2)(2 \times 3)$ and non-divisible.

BA = (3 x 2) (2 x 3) அளவுகியலாக .
 இது அணிவின் நிரலும் திரைகளும் அணிவின் நிரலுக்கு சமம் இல்லாமல் .

7.11) ஒரு மடிவாங்கி 3 வயதிலுள்ள அனாதையான பதினாறு நாட்களில் பிள்ளைகளை தயார் செய்துள்ளார். ஒருவருடைய 6 ஆவது 3 ஆவது மற்றும் 3 மாதங்களில் உள்ள நாட்கள் 2 நி 5 ஆவது 4 ஆவது, 4 மாதங்கள் உள்ளது. அதற்கு 4 நி 6 ஆவது 6 ஆவது 6 மாதங்கள் உள்ளது. இது ஆய்வின்படி, ஆரம்ப, மாதங்கள் கையாண்டு 30, 45, 4.5 வருடம் இவ்வாறு பயிற்சி பெற்றுள்ளார்.

$\text{अवकाश शक्ति} \approx A = [30 \quad 15 \quad 4.5]$

N_f σ_{max} = $\begin{bmatrix} 6 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180+45+135 & 150+60+180 & 180+90+270 \end{bmatrix}$$

∴ தொகையுள் = 360

II - 390

III - 540

Q.20] $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ माना

1) $(AB)^T = B^T A^T$ 2) $(A+B)^T = A^T + B^T$ 3) $(A-B)^T = A^T - B^T$ 4) $(3A)^T = 3A^T$

1) AB காரணிக் பிறகு $(AB)^T$ காரணிக். RHS . A^T, B^T காரணிக் பிறகு $B^T A^T$ காரணிக்.

2) $A+B$ ന്റെ ഗുണം $(A+B)^T$ ന്റെ ഗുണം A^T+B^T ന്റെ ഗുണം.

3) $A-B$ കറന്നിട്ടിട്ടുള്ള $(A-B)^T$ കറന്നിട്ട.

4) $(3A)^T$ കണ്ടെത്തുക. - $B \cdot A^T$ കണ്ടെത്തുക.

பா.பா.13) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ சமச்சரிதமான அம்சத்தின் மூலம் சாதித் தகவல்கள் அளவிடப்படும்.
 இது ஒரு மிகை-கருணை.

பதிலு: A^T கருணை. $P = \frac{1}{2}(A + A^T)$ கருணை. $= P^T$ எனக்கூடும்.

$Q = \frac{1}{2}(A - A^T)$ கருணை. $Q^T = -Q$ சமச்சரிதமான.

$$A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T)$$

தீர்வு: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -4 \\ 3 & 8 & 6 \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$P = \frac{1}{2}(A + A^T) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 16 & 9 \\ 1 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

$$P^T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 16 & 9 \\ 1 & 9 & 10 \end{bmatrix} = P$$

$\therefore P$ சமச்சரிதமான.

$$Q = \frac{1}{2}(A - A^T) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 9 \\ -9 & 0 & -3 \\ -9 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q^T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -9 & -9 \\ 9 & 0 & 3 \\ 9 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 9 \\ -9 & 0 & -3 \\ -9 & 3 & 0 \end{bmatrix} = -Q$$

$\therefore Q$ சமச்சரிதமான.

$$\therefore A = P + Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 16 & 9 \\ 1 & 9 & 10 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 9 \\ -9 & 0 & -3 \\ -9 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

1) $a_{ij} = \frac{(i-j)^2}{2}$, $m=2$, $n=3$. 2) $a_{ij} = \frac{(3i-4j)}{4}$, $m=3$, $n=4$ கருணை.
 லேபிள் உருவாக்கம் செய்யும் $A = [a_{ij}]$ கருணை.

பதிலு: $A = [a_{ij}]$ கருணை. $m=2$, $n=3$ கருணை. $a_{ij} = \frac{(i-j)^2}{2}$

கருணை. $m=3$, $n=4$ கருணை. $a_{ij} = \frac{(3i-4j)}{4}$

கருணை. $m=3$, $n=4$ கருணை. $a_{ij} = \frac{(3i-4j)}{4}$

தீர்வு: 1) $a_{ij} = \frac{(i-j)^2}{2}$

$$a_{11} = \frac{1}{2} =$$

$$a_{12} = \frac{(1-4)^2}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a_{13} = \frac{(1-6)^2}{2} = \frac{25}{2}$$

$$a_{21} = 0$$

$$a_{22} = \frac{4}{2}$$

$$a_{23} = \frac{16}{2}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{25}{2} \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 4 & 16 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 9 & 25 \\ 0 & 4 & 16 \\ 0 & 8 & 32 \end{bmatrix}$$

11) $A^{-1} = [A^T = 1]$ $\therefore A = \begin{bmatrix} 1/4 & 5/4 & 7/4 & 13/4 \\ 3/4 & 11/4 & 6/4 & 10/4 \\ 5/4 & 7/4 & 2/4 & 7/4 \\ 2 & 2 & 6 & 10 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

$A_{11} = 1/4$ $A_{21} = 3/4$ $A_{31} = 5/4$
 $A_{12} = 5/4$ $A_{22} = 11/4$ $A_{32} = 7/4$
 $A_{13} = 7/4$ $A_{23} = 6/4$ $A_{33} = 2/4$
 $A_{14} = 13/4$ $A_{24} = 10/4$ $A_{34} = 7/4$

$A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 3 & 11 & 6 & 10 \\ 5 & 7 & 2 & 7 \\ 2 & 2 & 6 & 10 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

12) $\begin{bmatrix} p^2-1 & 0 & -3 & -q^3 \\ 7 & 3+1 & 9 & \\ -2 & 8 & 8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 7 & 3/2 & 9 \\ -2 & 8 & -11 \end{bmatrix}$ எனில் p, q, r, s காண்க.

விடை: கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு $p^2-1=1$ எனில் $p^2=2 \Rightarrow p=\pm\sqrt{2}$
 $-3=-q^3=-4 \Rightarrow q^3=27 \Rightarrow q=3$
 $3+1 = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \frac{3}{2} \Rightarrow r = 1.5$
 $8 = -11 \Rightarrow s = -11$

13) $p^2-1=1 \Rightarrow p^2=2 \Rightarrow p=\pm\sqrt{2}$

$-3=-q^3=-4 \Rightarrow q^3=27 \Rightarrow q=3$

$3+1 = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \frac{3}{2} \Rightarrow r = 1.5$

$8 = -11 \Rightarrow s = -11$

14) $\begin{bmatrix} 2x+y & 4x \\ 3x-4 & 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 7y-11 \\ y & x+6 \end{bmatrix}$ எனில் x, y காண்க.

விடை: கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு $2x+y=7$ எனில் x, y காண்க. $3x-4=y$ எனில் x, y காண்க.

15) $4x = 2+6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

$\therefore 4+y = 7 \Rightarrow y = 3$

$\therefore x+y = 2+3 = 5$

16) $2A - B + \begin{bmatrix} 6 & -6 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 0$ $A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -7 \end{bmatrix}$ எனில் A, B காண்க.

விடை: கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு $2A - B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -7 \end{bmatrix}$ எனில் A, B காண்க.

விடை: கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு $2A - B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -7 \end{bmatrix}$ எனில் A, B காண்க.

$2A - B, A - 2B$ காண்க. A, B காண்க.

17) $2A - B = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 0 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

2x2 $2A - 4B = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 16 \\ -4 & 2 & -14 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -12 & 2 & -16 \\ 8 & -4 & 13 \end{bmatrix}$

(-) $3B = \begin{bmatrix} -12 & 2 & -16 \\ 8 & -4 & 13 \end{bmatrix}$

5) $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் A^T காண்க.

2) பதில்: $A^2 = A \cdot A$, $A^3 = A^2 \cdot A$, $A^T = A^3 \cdot A$ என்று கீழ்க்
கருத்து கொண்டு காணலாம்.

தீர்வு: $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

மீண்டும் $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 4a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

6) $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ எனில் 1) $A_\alpha \cdot A_\beta = A_{(\alpha+\beta)}$ எனக்காட்டு
2) $A_\alpha + A_\alpha^T = I$ என நிரூபிக்கவும்.

2) பதில்: 1) A_α ன் α க்கு β மூலம் A_β க்கு β க்கு
 $A_\alpha \cdot A_\beta$ காண்க. A_α ன் α க்கு β க்கு A_β க்கு β க்கு
 α எனும் மூலம் $\alpha + \beta$ க்கு.

2) A_α, A_α^T காண்க $A_\alpha + A_\alpha^T = I$ எனக்காட்டு
மேலும் α க்கு β க்கு.

தீர்வு: 1) $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ $A_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$

$A_\alpha \cdot A_\beta = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & -\sin(\alpha + \beta) \\ \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix} = A_{\alpha + \beta}$

$A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ $A_\alpha^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

$A_\alpha + A_\alpha^T = \begin{bmatrix} 2\cos \alpha & 0 \\ 0 & 2\cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{aligned} 2\cos \alpha &= 1 \\ \cos \alpha &= \frac{1}{2} \\ \alpha &= \frac{\pi}{3} \\ \alpha &= 2\pi \pm \frac{\pi}{3} \text{ } n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$

7) $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ என்றால் $(A - 2I)(A - 3I) = 0$ எனில் x க்கு மதிப்பு காண்க.

2) பதில்: $A - 2I, A - 3I$ காண்க $(A - 2I)(A - 3I) = 0$ எனில்
எனக்காட்டு, $A - 2I, A - 3I$ காண்க.

தீர்மானம்: $A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & x-2 \end{bmatrix}$

$$A - 3I = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & x-3 \end{bmatrix}$$

$$(A - 2I)(A - 3I) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & x-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & x-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2-2 & 4+2x-6 \\ -1-x+2 & -2+(x-2)(x-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-x + 1 = 0$$

$$x = 1.$$

8) 7.1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix}$ எனில் A என்னவா அல்லது அம்மாதிரி என்னவா.

தீர்மானம்: $A \cdot A$ கணக்கிட்டு அதன் மூலம் அம்மாதிரி என்னவா.

தீர்மானம்: $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+1+0 & 0+0+0 \\ a+0-a & b+b & 0+0+1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

9) 7.1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A^3 - 6A^2 + 7A + KI = 0$ எனில் K என்னவா கணக்கிட்டு.

தீர்மானம்: $A^2 = A \cdot A$, $A^3 = A^2 \cdot A$ கணக்கிட்டு.

அதன் மூலம் $A^3 - 6A^2 + 7A + KI = 0$ எனில் K என்னவா கணக்கிட்டு.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 5 \\ 8 & 0 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 5 \\ 8 & 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 & 34 \\ 12 & 8 & 23 \\ 34 & 0 & 55 \end{bmatrix}$$

$$A^3 - 6A^2 + 7A + KI = \begin{bmatrix} 21 & 0 & 34 \\ 12 & 8 & 23 \\ 34 & 0 & 55 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 & 0 & 48 \\ 12 & 24 & 30 \\ 48 & 0 & 78 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 \\ 0 & 14 & 7 \\ 14 & 0 & 21 \end{bmatrix} + KI = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} + KI = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow K = 2.$$

$$KI = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10) பின்வரும் நிபந்தனைகள் ஒவ்வொன்றும் நிறைவு செய்யும் அணித்தொகுப்பை எடுத்துக் காட்டுக.

- 1) $AB \neq BA$ எனலாம் A, B அணி
- 2) $AB=0=BA, A \neq 0, B \neq 0$ எனலாம் A, B அணி
- 3) $AB=0$ என்றும் $BA \neq 0$ எனலாம் A, B அணி.

உதவி: 1) A, B எந்தவித அணி அல்லாது $AB \neq BA$ உடன்.

2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனக் கொள்ள $AB=BA=0$ உடன்.

3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ மேல் அணியின் a_{11} ம் கீழ்க்கண்ட அணியின் a_{21} ம் மட்டும் மூலிய அம்மைக்கு மறுமையாக எடுத்துக் கொள்.

1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$ எனக். $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 49 & -8 \end{bmatrix}$ திர்.

$BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

$\therefore AB \neq BA$

2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore AB=BA=0.$

3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$BA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore AB=0$ But $BA \neq 0.$

11) $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $f(x)f(y) = f(x+y)$ என நிரூபிக்க.

உதவி: $f(x)$ ல் x க்கு y ல் $f(y)$ க்கு $f(x+y)$ க்கு.

$f(x)f(y)$ எவ்வாறு தீர் கோணமில்லாதது என்பதை உறுதிப்படுத்துவது $f(x+y)$ க்கு.

8.19) $f(x) + f(y) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos y & -\sin y & 0 \\ \sin y & \cos y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \cos x \cos y - \sin x \sin y & -(\sin x \cos y + \cos x \sin y) & 0 \\ \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos x \cos y - \sin x \sin y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(x+y) & -\sin(x+y) & 0 \\ \sin(x+y) & \cos(x+y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = f(x+y).$$

12) A மாதிரி $A^2 = A$ மாதிரி அமையுமா? அதற்குத் தீர்மானம் காண்க.
7.1) $7A - (I+A)^3$ க்கு மதிப்பு காண்க.

∴ உலர் முறை: கிடை A க்கு $A^2 = A$ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க.

$$(I+A)^2 = (I+A)(I+A)$$

$$(I+A)^3 = (I+A)^2 \cdot (I+A) \quad \text{தீர்மானம் காண்க. } A^2 = A \text{ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க.}$$

தீர்மானம்: A க்கு $A^2 = A$ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க.

$$\begin{aligned} (I+A)^2 &= (I+A)(I+A) = I(I+A) + A(I+A) \\ &= I + A + A + A^2 \\ &= I + 2A + A = (I+3A) \\ (I+A)^3 &= (I+3A)(I+A) = I + A + 3A + 3A^2 \\ &= I + 4A + 3A \\ &= I + 7A. \\ \therefore I &= 7A - (I+A)^3 \end{aligned}$$

13) $A \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க.
7.1) A மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க.

உலர் முறை: $A = \begin{bmatrix} x & y \\ a & b \end{bmatrix}$ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க. $A \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ மாதிரி அமையுமா? தீர்மானம் காண்க. x, y, z, a, b, c காண்க.

$$\begin{bmatrix} x & y \\ a & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A = P + Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 1 & -4 & -4 \\ 3 & -4 & 7 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ -5 & 0 & 6 \\ 5 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

18) 7.1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} A^T = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & 2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix}$ எனில் A சமன் அணி எனக் காண்க.

2.14) பதிலுறு: A-ன் உருவம் தெரிவிக்கப்பட்டு அதன் உருவம் அணி எனக் காண்க.

மேலே A-ன் உருவம் (m, n) எனக் காண்க A^T -ன் உருவம் (n, m)

$(3 \times 2)(n \times m) = (3 \times 3)$
 $n = 2, m = 3. \therefore A^T$ -ன் உருவம் (2×3)

$\therefore A^T = \begin{bmatrix} x & y & z \\ a & b & c \end{bmatrix}$
 எனக் காண்க. A^T அணி A அணி

தீர்வு

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \\ a & b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & 2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x-a & 2y-b & 2z-c \\ x & y & z \\ 3x+4a & 3y+4b & 3z+4c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & 2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix}$$

$x = 1, y = 2, z = -5$ $\therefore \begin{bmatrix} 2-a & 4-b & -10-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \end{bmatrix}$
 $a = 3, b = 12, c = 0$

$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 12 & 0 \end{bmatrix} \therefore A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 12 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$

19) 7.1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ x & 2 & y \end{bmatrix}$ லுக்கு $AA^T = 9I$ எனில் x, y காண்க.

2.14) பதிலுறு: A^T அணி $AA^T = 9I$ எனக் காண்க.

அதன் உருவம் x, y லுக்கு காண்க.

தீர்வு. $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & y \end{bmatrix} AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 1 & -2 \\ x & 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & y \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1+4+x^2 & 2+2-4 & x+4+2y \\ 2+2-4 & 4+1+4 & 2x+2-2y \\ x+4+2y & 2x+2-2y & x^2+4+y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$x+2y = -4$ $2y = -4+2$
 $2x-2y = -2$ $= -2$
 $(+)$ $3x = -6$ $y = -1$
 $x = -2$

$x = -2, y = -1$

20) i) உண்மையில் $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & x^3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ எந்தவொரு x மூலத்திலும் $A^T = A$ ஆகாது.

ii) $A = \begin{bmatrix} 0 & p & q \\ 2 & q^2 & -1 \\ r & 1 & 0 \end{bmatrix}$ எந்தவொரு x மூலத்திலும் $A^T = A$ ஆகாது. p, q, r கண்டிப்பாக.

பயிற்சாலை: $A^T = A$ எனில் A சமச்சரிசு.
 $A^T = -A$ எனில் A எதிர்சமச்சரிசு. எதிர்சமச்சரிசு என்பதற்கான பயன்படுத்த வேண்டிய கருவியைக் கண்டிப்பாக.

1) $A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & x^3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -x^3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x^3 = 3 \\ x = \sqrt[3]{3} \end{matrix}$

2) $A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & r \\ p & q^2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p & -3 \\ -2 & -q^2 & 1 \\ -r & -1 & 0 \end{bmatrix}$ (ii) $A^T = -A$
 $r = -3, p = -2, q^2 = -q^2$ $p = -2, q = 0, r = -3$.
 $2q^2 = 0$
 $q = 0$

21) $a_{ij} = i - j$ எனில் $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ எந்தவொரு A ஆகாது.
 A எந்தவொரு A ஆகாது. (ii) எதிர்சமச்சரிசு என்பதற்கான கருவியைக் கண்டிப்பாக.

பயிற்சாலை: $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots$ i, j மதிப்புகளை a_{ij} விலிருந்து பெறலாம்.
 A எந்தவொரு A ஆகாது. மேலும் A^T கண்டு கிடைக்க $A^T = -A$ எனலாம் என்பதைக் கண்டிப்பாக.
 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore A^T = -A$ எனவே A எதிர்சமச்சரிசு ஆகும்.

22) A, B எந்தவொரு A, B ஆகாது. $AB = BA$ எனில் A, B எந்தவொரு A, B ஆகாது. A, B எந்தவொரு A, B ஆகாது.

பயிற்சாலை: $(AB)^T = (A^T B^T)$ எனவே A, B எந்தவொரு A, B ஆகாது.

$$A = A^T, B = B^T.$$

$$\begin{aligned} AB &\text{ is invertible} \Leftrightarrow (AB)^T = (AB) \\ &\Leftrightarrow B^T A^T = AB \\ &\Leftrightarrow BA = AB \\ &\Leftrightarrow \text{a } AB = BA. \end{aligned}$$

- 1) $AB + BA$ சமன்பாட்டின் அணிவாகும்
- 2) $AB - BA$ சமன்பாட்டின் அணிவாகும்.

25) @ 2017 : $AB + BA$ හි A සහ B ගේ ප්‍රමාණයන් $(A+B)^T = A^T + B^T$ වන බව පෙන්වා දෙන්න.
 $AB - BA$ හි A සහ B ගේ ප්‍රමාණයන් $(A-B)^T = -(B-A)$ වන බව පෙන්වා දෙන්න.

प्रिप: $(AB+BA)^T = (AB)^T + (BA)^T$

$$= B^T A^T + A^T B^T$$

$$\Rightarrow BA \neq AB$$

$$= AB + BA$$

$$(AB - BA)^T = (AB)^T - (BA)^T$$

$$I - \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I - A & -B \\ -C & I - D \end{bmatrix}$$

$$= BA - AB$$

$$= BA - AB \quad \therefore AB - BA \text{ ଗୁଣିତ ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ}$$

24/7.1) ஒரு அங்குசம் அளவு, 2000 திரைகளைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட
புத்திரம் அல்லது அங்குசம் 6 அங்குசம் அளவு உருவாக்கப்பட்டது.

அப: 100 கி. 10 நிதி 100 கி. 2 மந்திரம் 50 கி. பதமபுரம்

கப11ல் 200 கி 11 100 கி 11 100 கி. 11

കലാപാട് 250 കി || 250 കി || 150 കി || 2 മി.മണ്.

50கி. கந்திரியின் விலை ரூ 50, 50கி. திரைப்படவிலை ரூ 10, 50கி. புகளம்பலு
ரூ 60 எனவும் ஒவ்வொரு பையின் விவரம் கூறப்பட்டது.

புதிதானது : முதலில் உணவு அளிப்பதற்கு, உபயோகத்திற்கு உரியவற்றை
1. இரண்டு நாட்கள் அளவளாவின பின்னர் உணவு கொடுக்கப்படும்.
உபயோகம் அளிப்பதற்கும் உபயோகம்.

නිශ්පාදන $A = \begin{bmatrix} 50 & 10 & 60 \end{bmatrix}$. ඉපයුම් $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} 50 & 10 & 60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100+20+60 & 200+20+120 & 250+50+180 \\ 180 & 340 & 480 \end{bmatrix}$$

നവം 180

$$4 \text{ II } " = 340$$

$$11 \quad \underline{\underline{111}} \quad = 480.$$

பயிற்சி 7-2.

प्रा.क्र. 7-15

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -5 & 6 \\ -3 & 5 & +2 \end{bmatrix}$$

எனில் A என்கிற அணைத்துச் சிற்றுழிக்குகொண்டதில்
மற்றும் அணை அடித்தாங்குகொண்டதில். இவற்றை
பயன்படுத்தி | A | காண்க. என்கிற இது நியை
அல்லது நியை பயன்படுத்தினாலும் | A | மீட்டர்
மற்றும் எனக் காட்டு.

உதாரணம்: 1) இது உறுப்பினர் மிகுந்த எண்ணிக்கையிலான அங்கங்களால் ஆன ஒரு உறுப்பு உடைய நிறுவனமாகும். இதன்மூலம் விடுதலைப் போரில் உறுப்பினர் அங்கம் மிகுந்திருக்கிறது என்பதை = M_{ij} .

2) $C_{ij} = (-1)^{i+j} m_{ij}$. (Determinant),

shot method : മരണ ഹൃദയ നിറവിൽ ഉൾപ്പെട്ട ചുരുക്കങ്ങൾ

நிலங்களை சீரே கைம்மாப் பிழைவதும் உருக-விடிவது
பெரிசெய்யப் புகுந்துவது கிணைகிணைநையுங்காணலாம் -

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -5 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -10 - 30 = -40$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 18 = 26$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 20 - 15 = 5$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 6 \end{vmatrix} = 18 - 10 = 8$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6 + 8 = 14$$

$$m_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 12 = -17.$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 10 = 16$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 6 = -4$$

$$M_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = 5 + 9 = 14$$

മിത്തന്ന കുറുത്തിപ്പൻ

~~3~~ ~~2~~ ~~1~~ ~~0~~
~~-5~~ ~~6~~ ~~4~~ ~~-5~~
~~5~~ ~~2~~ ~~-3~~ ~~5~~
~~3~~ ~~-2~~ ~~1~~ ~~3~~
~~-5~~ ~~6~~ ~~4~~ ~~-5~~

சிறீரங்க கோமாதேவராய

$$|A| = a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12} + a_{13}c_{13}$$

$$R_{214} = 1(-40) + 3(-26) + (-2)5 = -128$$

c_1 22 funs $a_1, c_1 + a_2, c_2 + a_3, c_3$

$$= 1(-40) + 4(-16) + (-3)8 = -128$$

$$\frac{b}{7}, -10 - 30 = -40$$

$$c_2 = -18 - 8 = -26$$

$$98 \quad 20 - 15 = 5$$

$$-10 - 6 = -16$$

$$2 - b = -4$$

$$C_{22} = -14$$

$$C_{23} = -9 - 3$$

$$e_{g2} = -9 - 6 = -14$$

$$C3) = -5 - 12 = -17$$

த.அ. 7.16

$$A = \begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \alpha & 0 & \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix} = 0 - \sin \alpha (0 - \cos \alpha \sin \beta) + \cos \alpha (-\sin \alpha \sin \beta) \\ = \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \\ = 0.$$

த.அ. 7.17

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

த.அ. 7.17 A இன் மதிப்பை கண்டுபிடிக்கவும்.

பெரிய மதிப்பை கண்டுபிடிக்கவும்

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} \\ = 3(-6 - (-6)) - 4(-6 - 10) + 1(0 - 5) \\ = 0 + 64 - 5 = 59$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 3(-6 - (-6)) - 4(-6 - 10) + 1(0 - 5) \\ = 0 + 64 - 5 = 59$$

த.அ. 7.18 a, b, c மதிப்புகள் x சமன்பாடு மீதான சமன்பாடுகளை எழுதி

$$\begin{vmatrix} (a^2 + a^{-x})^2 & (a^2 - a^{-x})^2 & 1 \\ (b^2 + b^{-x})^2 & (b^2 - b^{-x})^2 & 1 \\ (c^2 + c^{-x})^2 & (c^2 - c^{-x})^2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

சமன்பாடுகளை எழுதி

சமன்பாடு: $(a^2 + a^{-x})^2 = a^4 + a^{-2x} + 2$, $(a^2 - a^{-x})^2 = a^4 + a^{-2x} - 2$ சமன்பாடுகளை எழுதி

$$\text{Step} = 2 \quad C_1 = C_1 + C_2$$

Step = 3 4 வரையில் எழுதி

$$\text{Step} = 4 \quad C_1 \leftrightarrow C_3 \quad \therefore A = 0. (\text{சமன்பாடு})$$

$$\begin{vmatrix} a^2 + a^{-2x} + 2 & a^2 + a^{-2x} - 2 & 1 \\ b^2 + b^{-2x} + 2 & b^2 + b^{-2x} - 2 & 1 \\ c^2 + c^{-2x} + 2 & c^2 + c^{-2x} - 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C_1 = C_1 - I_2$$

$$\begin{vmatrix} 4 & a^2 + a^{-2x} - 2 & 1 \\ 4 & b^2 + b^{-2x} - 2 & 1 \\ 4 & c^2 + c^{-2x} - 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad C_1, C_3 \text{ சமன்பாடு}$$

த.அ. 19

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix}$$

த.அ. 19 A இன் மதிப்பை கண்டுபிடிக்கவும்.

• Aug 2nd: step 1 - $R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$.

Step 2: 2 ന്റെ ചെറിയത് എടുക്കുക

Step 3: $R_2 \rightarrow R_2 - R_1$ Step 4: $R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$

Step 3 $R_3 \rightarrow R_3 - R_1$. Then $|B| = 2|A|$.

$$\begin{aligned}
 |B| &= \begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2(a+b+c) & 2(a+b+c) & 2(a+b+c) \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} \\
 &= 2 \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} \\
 &= 2 \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ -b & -c & -a \\ -c & -a & -b \end{vmatrix} \\
 &= 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ -b & -c & -a \\ -c & -a & -b \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 2|A|.
 \end{aligned}$$

എ.കെ: 720 ഇതിൽ 4 മനസ്സുകൾ:

2014	2017	0
2020	2023	1
2023	2026	0

2nd step: $c_2 \rightarrow c_2 - c_1$.

Step-2 interchange c_1 and c_3 .

Step-3 Expand as usual.

(உதற்காசனம் கெளமீஸ்ரீயுட்கு.)

$$A: \begin{vmatrix} 2014 & 2017 & 0 \\ 2020 & 2023 & 1 \\ 2023 & 2026 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2014 & 3 & 0 \\ 2020 & 3 & 1 \\ 2023 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2014 \\ 1 & 1 & 2020 \\ 0 & 1 & 2023 \end{vmatrix}$$

൧.൭.൧.7.21) $\begin{vmatrix} x-1 & x & x-2 \\ 0 & x-2 & x-3 \\ 0 & 0 & x-3 \end{vmatrix} = 0$ സമവാക്യം x ന്റെ മൂല്യം കണ്ടെത്തുക.

உயிதோறு: சித்திரை தோலை அட்ட உருப்புகளுக்கு கெஞ்சுமே, கிடிமறுகெஞ
அல்லா கிணக்குகெஞ 0 க்குக் கெஞ்சி தோலை அட்ட உருப்புகளின்
பெருக்கித் துருவா துருவ் அக்த அக்தி கெஞ்சுவதில் மெய்யாகும்.

கீழ் (x-1)(x-2)(x-3) = 0

x-1=0 x-2=0 x-3=0

x=1 x=2 x=3

த.க.ப.7.22

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x) \text{ என நிரூபிக்க.}$$

சாதிக்க: $C_2 \rightarrow C_1 - C_2, C_3 \rightarrow C_2 - C_3$. அதன் விளைவு 0 க்கு வருவதால்
மீதவாதிக்க முடியும் கணக்கை நிறுவுக.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & x-y & y-z \\ x^2 & x^2-y^2 & y^2-z^2 \end{vmatrix}$$

கீழ்க்: இது கணக்கை மீண்டும்
காண்குறையும்கு நிறுவுக.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & x-y & y-z \\ x^2 & (x+y)(x-y) & (y-z)(y+z) \end{vmatrix}$$

$$= (x-y)(y-z) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 1 \\ x^2 & x+y & y+z \end{vmatrix}$$

$$= (x-y)(y-z) [(y+z) - (x+y)]$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

1/7.2) அளவுகோலையைய வரிசை முறையில் $\begin{vmatrix} 0 & a^2 & b^2+c^2 \\ 0 & b^2 & c^2+a^2 \\ 0 & c^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 0$ என காட்டு.

சாதிக்க: S ன் வரிசையில் எடுக்க.

$C_1 \rightarrow C_2 + C_3$. C_1, C_3 வரிசைகள் $\therefore = 0$.

$$\Delta = 0 \begin{vmatrix} 1 & a^2 & b^2+c^2 \\ 1 & b^2 & c^2+a^2 \\ 1 & c^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 0 \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a^2+b^2+c^2 \\ 1 & b^2 & a^2+b^2+c^2 \\ 1 & c^2 & a^2+b^2+c^2 \end{vmatrix}$$

$$= 0(a^2+b^2+c^2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & b^2 & 1 \\ 1 & c^2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

7.2) $\begin{vmatrix} b+c & bc & b^2c^2 \\ c+a & ca & c^2a^2 \\ a+b & ab & a^2b^2 \end{vmatrix} = 0$ என நிரூபிக்க.

1) (bc)(ca)(ab) ன் வரிசை $R_1/bc, R_2/ca, R_3/ab$ முன் வருக.

மீண்டும் abc ன் வரிசை C_3/abc வருக. $C_1 + C_3 \rightarrow C_1$, $a^3b^2(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$ வருக.

$$\text{தீர்மானம்: } (bc)(ca)(ab) \left| \begin{array}{ccc|c} \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 & bc \\ \frac{1}{c} + \frac{1}{a} & 1 & ca \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} & 1 & ab \end{array} \right|$$

$$= abc(a^2b^2c^2) \left| \begin{array}{ccc|c} \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{c} + \frac{1}{a} & 1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} & 1 & \frac{1}{c} \end{array} \right| \frac{c_3}{abc}$$

$$= a^3b^3c^3 \left| \begin{array}{ccc|c} c \rightarrow c+a & & & \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 & \frac{1}{c} \end{array} \right| = a^3b^3c^3 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & \frac{1}{a} \\ 1 & 1 & \frac{1}{b} \\ 1 & 1 & \frac{1}{c} \end{array} \right|$$

$$= 0.$$

$$\frac{3}{7.2} \left| \begin{array}{ccc|c} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b+bc & c^2 \end{array} \right| = 4a^2b^2c^2 \text{ சமநிலைபெறும்.}$$

2.15 செய்ய Step 1 c_1/a c_2/b c_3/c , Step 2 $R_1 \rightarrow R_1 - R_2 - R_3$ Step 3: -2
 சமநிலைபெறும் சமநிலைபெறும் Step 4 $R_2 \rightarrow R_2 - R_1$, $R_3 \rightarrow R_3 - R_1$
 சமநிலைபெறும் சமநிலைபெறும்.

$$\left| \begin{array}{ccc|c} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & a+bc & c^2 \end{array} \right| = abc \left| \begin{array}{ccc|c} a & c & a+c \\ a+b & b & a \\ b & b+c & c \end{array} \right| \frac{c_1}{a}, \frac{c_2}{b}, \frac{c_3}{c}.$$

$$= abc \left| \begin{array}{ccc|c} -2b & -2b & 0 \\ a+b & -b & a \\ b & b+c & c \end{array} \right| R_1 \rightarrow R_1 - R_2 - R_3$$

$$= -2abc \left| \begin{array}{ccc|c} b & b & 0 \\ a+b & b & a \\ b & b+c & c \end{array} \right| = -2abc \left| \begin{array}{ccc|c} b & b & 0 \\ a & 0 & a \\ 0 & c & c \end{array} \right| R_2 \rightarrow R_2 - R_1, R_3 \rightarrow R_3 - R_1$$

$$= -2abc [b(0-ca) - a(bc-0)]$$

$$= -2abc [-2abc] = 4a^2b^2c^2$$

$$\frac{4}{7.2} \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

சரிசு செய்ய: step-1 abc க்கு 0 ஐ கொடுத்து $\frac{c_1}{a}, \frac{c_2}{b}, \frac{c_3}{c}$ க்கு கொடுத்து.

step 2: $c_1 + c_2 + c_3$

step 3: $1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ க்கு கொடுத்து.

step 4: $R_2 \rightarrow R_2 - R_1, R_3 \rightarrow R_3 - R_1$

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a} + 1 & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a} & 1 + \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & 1 + \frac{1}{c} \end{vmatrix}$$

$$= abc \begin{vmatrix} 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & 1 + \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & \frac{1}{b} & 1 + \frac{1}{c} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} c_1 \\ c_1 + c_2 + c_3 \end{matrix}$$

$$= abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ 1 & 1 + \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ 1 & \frac{1}{b} & 1 + \frac{1}{c} \end{vmatrix}$$

$$= abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} R_2 \rightarrow R_2 - R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \end{matrix}$$

$$= abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{5}{7.2} \begin{vmatrix} \sec^2 \theta & \tan^2 \theta & 1 \\ \tan^2 \theta & \sec^2 \theta & -1 \\ 3a & 3b & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ சரிசு செய்ய.}$$

சரிசு செய்ய: $c_1 \rightarrow c_1 - c_2, \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1, \tan^2 \theta - \sec^2 \theta = -1$ க்கு கொடுத்து.

$$\begin{vmatrix} \sec^2 \theta & \tan^2 \theta & 1 \\ \tan^2 \theta & \sec^2 \theta & -1 \\ 3a & 3b & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{c_1 \rightarrow c_1 - c_2} \begin{vmatrix} \sec^2 \theta - \tan^2 \theta & \tan^2 \theta & 1 \\ \tan^2 \theta - \sec^2 \theta & \sec^2 \theta & -1 \\ 2 & 3b & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & \tan^2 \theta & 1 \\ -1 & \sec^2 \theta & -1 \\ 2 & 3b & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Step 2 : 2 മാണിയിംനാളുകൾ.

Ques 4: $\begin{vmatrix} x+2a & y+2b & z+2c \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} R_1 \rightarrow R_1 - R_2$

$= 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$ $R_1 \equiv R_3$.

$\frac{7}{7.2}$) 3×3 அணிவாய்வுடைய எதிர் மூலக்கோண அணிவைய ஏமாஜயடிமஸ் அதே.
அதன் அணித் தொகைவ டெதியு 0 எனக் காட்டு.

மேல் மூக்குகொண்ட உறுப்புதான் உறுப்புகள் உறுப்புகள்
மேல் மூக்குகொண்ட உறுப்புதான் உறுப்புகள் உறுப்புகள். கீழ்
மேல் மூக்குகொண்ட உறுப்புதான் மேல் மூக்குகொண்ட உறுப்புகளின் எதிர்
குறியில் கிடைக்கும்.

Q. 27 $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2(0 + 12) + 3(8)$
 $= -24 + 24$
 $= 0$

8) $\begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & c & b+c \\ a+b & b+c & 0 \end{vmatrix} = 0$ எனில் a, b, c ஆகியவற்றின் மூலக்கோணம் $a^2 + 2bx + c = 0$ எனக் கொள்ளப்படுகிறது.

a, b, c എന്നിങ്ങനെ $b^2 = ab$ എന്നും $a, ax^2 + 2bx + c = 0$

a, b, c എന്നിങ്ങനെ $a^2 + 2b\alpha + c \geq 0$ ആകുന്ന α ന്റെ എല്ലാ മൂല്യങ്ങളും $\alpha \in [1, 2]$ ആകട്ടെ.

$$\begin{vmatrix} a & b & ax+b \\ b & c & bx+c \\ ax+b & bx+c & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ ax+b & bx+c & -(ax^2+bx+c) \end{vmatrix} = 0.$$

$$= a(-c(ax^2+bx+c)) - b(-b(ax^2+bx+c)) = 0$$

$$= -ac(ax^2+bx+c) + b^2(ax^2+bx+c) = 0$$

$$(ax^2+bx+c)(b^2-ac) = 0. \quad \text{Either } b^2-ac=0$$

$$\Rightarrow ax^2+bx+c=0 \quad \therefore x \text{ is root of } ax^2+bx+c=0 \quad \text{or } b^2=ac$$

$\therefore a, b, c$ are G.P.

Step 2: abc^2 ல் a வகுத்தே $a|bc^2$ எனக் கொள்க.

Step 3: $R_1 a, R_2 b, R_3 c$ ശാസ്താക്കൾക്ക് അറിയാം.

Step 3: R_1a, R_2b, R_3c ശേഷം a, b, c ഉപയോഗിച്ച് a^2, b^2, c^2 കണ്ടെത്തുക.

113.

7.2/ $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ என்பது 4 க்கு ணிக்.

ചിത്രം 16: ന്യൂനത 4 A ശേഷം ഉപയോഗിക്കുന്ന 'മ' ശേഷം 'എ'.

சொன்ன t_p, t_q, t_r முறையாக சொன்ன அளவுகளை a, b, c எனக் கொள்க.
பிறகு சொடுக்கல் v உட்கொண்டிருக்கிற பிந்தியது.

மேலும் அந்த 3 அணிக் கோவை கிணகபிந்தித் து கிணக்குகி டீமன்கும்-

ഉത്തരം: AP ന്റെ നീളം $2\sqrt{3}$ ഉം A , O ന്റെ അകലം d ആണ്.

$$L_p = A + (p-1)d = a$$

$$k_q = A + (q-1)d = b.$$

$$E_T = A + (r-1)d = c \text{ ann's.}$$

12) a, b, c සමඟින් ලබන කුඩාම $G.P$ හි P, Q, R අගය/අගයන්

$\frac{12}{7.2}$

$\log a$	P	$ $
$\log b$	Q	$ $
$\log c$	R	$ $

$= 0$ සමතුලිත.

[illegible]

എപ്പോഴും ശ്രദ്ധിക്കുക: A, റെസിഡൻ്റ് R സ്ഥലം.

Q. 7. $6p = AR^{p-1} = a \Rightarrow \log a = \log A + (p-1) \log R.$
 $6q = AR^{q-1} = b. \Rightarrow \log b = \log A + (q-1) \log R$
 $6r = AR^{r-1} = c. \Rightarrow \log c = \log A + (r-1) \log R.$

$$\therefore \begin{array}{l} \log A + (p-1) \log R \\ \log A + (q-1) \log R \\ \log A + (r-1) \log R \end{array} \quad \begin{array}{c} p \\ q \\ r \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} \log A \quad p \quad 1 \\ \log A \quad q \quad 1 \\ \log A \quad r \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} + \begin{array}{l} p \log R \\ q \log R \\ r \log R \end{array} \quad \begin{array}{c} p \\ q \\ r \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} - \begin{array}{l} \log R \quad p \quad 1 \\ \log R \quad q \quad 1 \\ \log R \quad r \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array}$$

$$\log a \begin{vmatrix} 1 & p & 1 \\ 1 & q & 1 \\ 1 & r & 1 \end{vmatrix} + \log b \begin{vmatrix} p & p & 1 \\ q & q & 1 \\ r & r & 1 \end{vmatrix} - \log c \begin{vmatrix} 1 & p & 1 \\ 1 & q & 1 \\ 1 & r & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 0 - 0$$

$$= 0.$$

13) $x, y, z \neq 1$ எனில் $\begin{vmatrix} 1 & \log_x y & \log_x z \\ \log_y x & 1 & \log_y z \\ \log_z x & \log_z y & 1 \end{vmatrix}$ எவ்வளவு?

விடை: $1 = \frac{\log x}{\log x} = \frac{\log y}{\log y} = \frac{\log z}{\log z}$ என கொடுக்கப்பட்டு உள்ளது.

$\log_z y = \frac{\log y}{\log z}$ என கொடுக்கப்பட்டு உள்ளது. எனவே

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \log_x y & \log_x z \\ \log_y x & 1 & \log_y z \\ \log_z x & \log_z y & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\log x}{\log x} & \frac{\log y}{\log x} & \frac{\log z}{\log x} \\ \frac{\log x}{\log y} & \frac{\log y}{\log y} & \frac{\log z}{\log y} \\ \frac{\log x}{\log z} & \frac{\log y}{\log z} & \frac{\log z}{\log z} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{\log x \log y \log z} \begin{vmatrix} \log x & \log y & \log z \\ \log x & \log y & \log z \\ \log x & \log y & \log z \end{vmatrix} \begin{matrix} R_1 \cdot \log x \\ R_2 \cdot \log y \\ R_3 \cdot \log z \end{matrix}$$

$$= 0.$$

15) கீழ்க்கண்டவற்றை அணித் தொகுப்பாகக் கொண்டு எவ்வளவு?

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix} \quad 2. \begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

விடை: கீழ்க்கண்டவற்றை அணித் தொகுப்பாகக் கொண்டு எவ்வளவு?

1) $3x$ என்பதை அணித் தொகுப்பாகக் கொண்டு

2) $R_1 + R_2$ எனில் $x+y+z$ என்பதை அணித் தொகுப்பாகக் கொண்டு

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix} = 3x \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 \quad R_1 \equiv R_3.$$

$$\bullet \text{ 8) } \begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+y+z & x+y+z & x+y+z \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3 \\ \\ \end{matrix}$$

$$= (x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

16) 7.2 A மெட்ரிக்ஸ் A இன் $|A| = 2$ எனில் $|A A^T|$ காண்க.

பயிடுதல்: $|A| = |A^T|$. மேலும் $|A A^T| = |A| |A^T|$

$$|A| = 2, |A^T| = 2$$

$$\therefore |A A^T| = |A| |A^T| = 2 \times 2 = 4.$$

17) 7.2 A, B மெட்ரிக்ஸ் $|A| = -1$, $|B| = 3$ எனில் $|3AB|$ காண்க.

பயிடுதல்: AB மெட்ரிக்ஸ் 3 மடங்கி வந்தால் அதன் மெட்ரிக்ஸ் 27 மடங்கும். $|3AB| = |A| |B|$

$$\begin{aligned} |3AB| &= 27 |A| |B| \\ &= 27 (-1) (3) \\ &= -81. \end{aligned}$$

18) 7.2 $\lambda = -2$ எனில் $\begin{vmatrix} 0 & 2\lambda & 1 \\ \lambda^2 & 0 & 3\lambda^2 + 1 \\ -1 & \lambda - 1 & 0 \end{vmatrix}$ க்கு மதிப்பு காண்க.

பயிடுதல்: $\lambda = -2$ என மதிப்பிட்டு விட வேண்டும்.

$$\begin{vmatrix} 0 & 2\lambda & 1 \\ \lambda^2 & 0 & 3\lambda^2 + 1 \\ -1 & \lambda - 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 1 \\ 4 & 0 & 13 \\ -1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \text{ ஆகும்}$$

ஏனெனில் இது ஒரு சமன்பாடு அல்ல.

19) 7.2 $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2x & 5x^2 \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

பயிடுதல்: சமன்பாட்டைத் தீர்க்க வேண்டும்.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2x & 5x^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2 \times 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & -1-x & 1-x^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$1(3(1-x^2) + (1+x)) = 0$$

$$3(1-x^2+1+x) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 2.$$

$$\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} \quad (x-1)^2(x+9) \quad \text{समरूप (identical)}$$

ഗണിതശാസ്ത്രം.

2. மின்னம் மூலம் வலி உண்டாகிவிட்டால் உடனடியாக மின்னம் துண்டித்துக் கொடுக்க வேண்டும். அதற்குத் தேவையான
 கருவிகள் கீழ்க்கண்டவையாக இருக்க வேண்டும். $\Delta = 0$ மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 உலர் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 2. மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 1. மின்னம் துண்டிக்கும் 2) மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 மின்னம் துண்டிக்கும் (2) 2. மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.
 மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும் மின்னம் துண்டிக்கும்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix}$$

2 = 1 ശതമാനം $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$ അതിനാൽ 3 ന്റെ ശതമാനം 0 ശതമാനമാണ്.
(2-1)² ന്റെ ശതമാനം.

$x = -9$ rank $A = \begin{vmatrix} -8 & 3 & 5 \\ 2 & -7 & 5 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix} \neq 0$

$\therefore x + 9$ ରେ 3 ଭାଗ

വിജ്ഞാത കോഡ് മൂല്യം $2^4 = 16$.

കുറുപ്പിനെക്കുറിച്ച് = 3

$\therefore$ རྟེན་ལུས་ཀྱི་མཐོང་ཡུལ་ 2 ཀ.

$$\therefore \begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = k(x-1)^2(x+9)$$

$$\therefore \begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = (x-1)(x+9)$$

Put $x=0$ $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = K \cdot 1 \cdot 9$

$$1(8-15) - 2(12-15) + 2(15-10) = 9K$$

$$-7 + 6 + 10 = 9K \Rightarrow 9K = 9$$

$$K = 1$$

த.க.ப. 7.24. $\begin{vmatrix} 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & z^2 & z^3 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$ என்கிறோம்.

பயன்பாடு: த.க.ப. 7.23 க்குரிய அம்சங்களை.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & z^2 & z^3 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx).$$

$x=y$ எனில் $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & z^2 & z^3 \end{vmatrix} = 0 \therefore x-y$ பகுதியாகும்.

கிடைக்கும் $y=z$, $z=x$ எனில் $\Delta=0 \therefore y-z, z-x$ பகுதியாகும்.

மேலும் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளின் 5.

பகுதியாகும் -3.

$\therefore$ பகுதியாகும் $k(x^2+y^2+z^2)+l(xy+yz+zx)$.

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & y^2 & y^3 \\ 1 & z^2 & z^3 \end{vmatrix} = [k(x^2+y^2+z^2)+l(xy+yz+zx)](x-y)(y-z)(z-x)$$

Put $x=0, y=1, z=2$.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 8 \end{vmatrix} = [k(1+4)+l(2)](-1)(-1)(2)$$

$$1(8-4) = [5k+2l]2$$

$$4 = (5k+2l)2$$

$$5k+2l=2$$

Put $x=0, y=1, z=-1$.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = [k(1+1)+l(-1)](1)(2)(-1)$$

$$1(-1-1) = [2k-l]2$$

$$-2 = (2k-l)2$$

$$\Rightarrow 2k-l=-1$$

$$4k-2l=-2$$

$$5k+2l=2$$

$$9k=0 \therefore k=0$$

$$l=1$$

प्र. 6. 7.25 $|A| = \begin{vmatrix} (p+q)^2 & p^2 & q^2 \\ q^2 & (r+p)^2 & r^2 \\ r^2 & r^2 & (p+q)^2 \end{vmatrix} = 2pqr(p+q+r)^3$.

$$|A| = \begin{vmatrix} (q+r)^2 & p^2 & q^2 \\ q^2 & (r+p)^2 & a^2 \\ r^2 & r^2 & (p+q)^2 \end{vmatrix}$$

$P=0$ implies $|A| = \begin{vmatrix} (q+r)^2 & 0 & 0 \\ q^2 & r^2 & q^2 \\ r^2 & r^2 & q^2 \end{vmatrix} = 0$. e_1, e_2 are linearly independent.

$$P+Q+R=0 \text{ සඳහා } |A| = \begin{vmatrix} (-P)^2 & P^2 & Q^2 \\ Q^2 & (-Q)^2 & R^2 \\ R^2 & R^2 & (-R)^2 \end{vmatrix} = 0 \quad 3 \text{ நிවැර்த்தවයකි}$$

o. $(p+q+r)^2$ 3 @ 1000.

$\therefore$ Maximum number K (a+b+c)

$$\begin{vmatrix} (q+r)^2 & p^2 & q^2 \\ q^2 & (r+p)^2 & r^2 \\ r^2 & r^2 & (p+q)^2 \end{vmatrix} = 2(p+q+r) \cdot pqr(p+q+r)^2$$

$$\therefore |A| = 2pqr(p+q+r)^3$$

Put $p=1, q=1, r=1$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = K(3) \cdot 1 \cdot 1$$
$$4(16-1) - 1(4-1) + 1(1-4) = 27K$$
$$54 - 3 - 3 = 27K \Rightarrow K = 2$$

த.கா: 7.26:

ஒரு கோணம் ABC யில்

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1+\sin A & 1+\sin B & 1+\sin C \\ \sin A(1+\sin A) & \sin B(1+\sin B) & \sin C(1+\sin C) \end{vmatrix} = 0$$

என்ற ΔABC ஓடு க்குமேல் ஒரு கோணம் என நிறுவுக.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1+\sin A & 1+\sin B & 1+\sin C \\ \sin A(1+\sin A) & \sin B(1+\sin B) & \sin C(1+\sin C) \end{vmatrix} = 0$$

என்ற கால்குலேஷன் $\sin A = \sin B$ எனக் கொள்ளும்

நின்று சமீபித்து. கால்குலேஷன் $\sin B = \sin C$; $\sin C = \sin A$

என்ற கால்குலேஷன் நின்று சமீபித்து

$$\sin A = \sin B \Rightarrow A = B.$$

$$\sin B = \sin C \Rightarrow B = C. \Rightarrow A = B = C.$$

இன்றுக்கு ஒரு கோணம் எனக் கொள்ளும்

$\therefore$ இது ஒரு க்குமேல் ஒரு கோணம் எனக் கொள்ளும்.

1.7.3: $\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = (x-a)^2(x+2a)$ என நிறுவுக.

உதாரண: த.கா. 7.23 க்குமேல் மீண்டும்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix}$$

Put $x=a$ $\Delta = \begin{vmatrix} a & a & a \\ a & a & a \\ a & a & a \end{vmatrix} = 0$ 3 நேர்த்துமீட்டி எனக் கொள்ளும்.

$\therefore (x-a)^2$ காரணி எனக் கொள்ளும்.

Put $x=-2a$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2a & a & a \\ a & -2a & a \\ a & a & -2a \end{vmatrix}$$

$$C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & a & a \\ 0 & -2a & a \\ 0 & a & -2a \end{vmatrix} = 0 \therefore x+2a \text{ காரணி.}$$

இதனால் கால்குலேஷன் மீண்டும் 3.

காரணி காரணி 3.

$\therefore$ இது காரணி காரணி = K.

$$\therefore \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = k(x-a)^2(x+2a).$$

Put $x=1, a=0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = k \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow k=1.$$

$$\therefore \begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = (x-a)^2(x+2a).$$

$$\frac{2}{7.3) \begin{vmatrix} b+c & a+c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = 8abc \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

உதாரணம்: எதிர் 7.28 ன் கருத்து கி.டி.

$$\Delta = \begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = 8abc.$$

$$\text{Put } a=0 \quad \Delta = \begin{vmatrix} b+c & -c & -b \\ b-c & c & b \\ c-b & c & b \end{vmatrix} = 0 \quad \text{உருவாகிறது.}$$

$\therefore a$ உருவாகிறது. அதேபோல $b=0, c=0$ எனில் $\Delta=0$
 $\therefore b, c$, தனித்தனியாக உருவாகும்.

இதன்மூலம் இரண்டு உருவாக்கங்கள் 3,
 தனித்தனியாக 3

$\therefore$ இயற்கணிதம் தனித்தனியாக k .

$$\therefore \begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = kabc.$$

Put $a=1, b=1, c=1$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = k \Rightarrow k=8.$$

$$\therefore \begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = 8abc.$$

$$\frac{3}{7.3) \text{ சீர்க்கி}} \begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

விடை: சீர்க்கி கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு x இன் மூலக்கோefficient $c_1 + c_2 + c_3$

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x+a+b+c & b & c \\ x+a+b+c & x+b & c \\ x+a+b+c & b & x+c \end{vmatrix} = 0.$$

$$(x+a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & x+b & c \\ 1 & b & x+c \end{vmatrix} = 0.$$

$$(x+a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix} \begin{matrix} R_2 \rightarrow R_2 - R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \end{matrix} = 0$$

$$x^2(x+a+b+c) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad x+a+b+c = 0$$

$$x = -(a+b+c)$$

$$\frac{4}{7.3) \begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a) \text{ எனக் காட்ட.}$$

விடை: 7.23 கருவியைப் பயன்படுத்தி.

$$\Delta = \begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} \quad \text{Put } a=b \therefore a-b \text{ எனில் } \Delta = 0 \text{ ஆகும்}$$

அதேபோல $b=c, c=a$ எனில் $\Delta = 0$ ஆகும்.

$\therefore b-c, c-a$ எனும் காரணி இருக்கின்றன.

$$\Delta = \begin{vmatrix} b+c & b & b^2 \\ c+b & b & b^2 \\ 2b & c & c^2 \end{vmatrix} = 0 \quad R_1 \equiv R_2$$

மேல்க்கண்ட அணிக்கு $\Delta = 0$

காரணிகள் 3

$\therefore \Delta$ க்கு $K(a+b+c)$

$$\therefore \begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} = K(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$$

Put $a=0, b=1, c=2$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = k(1+2)(-1)(-1)(2)$$

$$3(4-2) - \cancel{(-2)} = 6k$$

$$6 = 6k \Rightarrow k=1$$

$$\therefore \begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$\frac{5}{7.3} \text{ Q.3: } \begin{vmatrix} 4-x & 4+x & 4+x \\ 4+x & 4-x & 4+x \\ 4+x & 4+x & 4-x \end{vmatrix} = 0$$

விடை: $R_1 \rightarrow R_1 + R_2, R_2 \rightarrow R_2 + R_3$

Step 2: $C_1 \rightarrow C_1 - C_2, C_2 \rightarrow C_2 - C_3$ மறுதலிப்போம்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 & 8 & 8+2x \\ 8+2x & 8 & 8 \\ 4+x & 4+x & 4-x \end{vmatrix} \begin{matrix} R_1 \rightarrow R_1 + R_2 \\ R_2 \rightarrow R_2 + R_3 \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -2x & 8+2x \\ 2x & 0 & 8 \\ 0 & 2x & 4-x \end{vmatrix} \begin{matrix} C_1 \rightarrow C_1 - C_2 \\ C_2 \rightarrow C_2 - C_3 \end{matrix} = 0$$

$$-2x(-2x(4-x) - 2x(8+2x)) = 0$$

$$4x^2(4-x+8+2x) = 0$$

$$x=0, \quad x+12=0 \\ x=-12$$

$$\frac{6}{7.2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x) \text{ என நிரூபிப்போம்.}$$

விடை: 07-08-2018 மறுதலிப்போம்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

Put $x=y$ $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y & y & z \\ y^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = 0 \quad C_1 \equiv C_2$

$\therefore x-y$ சமீப Δ சி அடிக்க. அதே போல $y=z$, $z=x$ சமீப $\Delta=0$ ஆகும்.

$\therefore y-z$, $z-x$ சமீப Δ சி அடிக்க. அதே போல.

இதனால் கிடைக்க 2 மூலக அளவுகள் $= 3$.

அடிக்க அளவுகள் $= 3$

$\therefore$ கிடைக்க அளவுகள் K .

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = K(x-y)(y-z)(z-x)$$

Put $x=0, y=1, z=-1$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = K(-1)(2)(-1)$$

$$1(1+1) = 2K \Rightarrow K=1$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)$$

அடிக்க அளவுகள் அளவுகள்

எ.கா. 7-27 $A = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ $B = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ சமீப $|AB| = |A||B|$ சமீப அளவு.

அடிக்க: அதே போல A, B அடிக்க அளவுகள் $|AB|$ அடிக்க அளவு LHS.

$|A|, |B|$ அடிக்க அளவுகள் $|A||B|$ அடிக்க அளவு RHS.

$$AB = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta - \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta - \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \therefore |AB| = 1 = \text{LHS}$$

$$|A| = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$|B| = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$|A||B| = 1 \cdot 1$$

$$= 1 = \text{RHS}$$

த.கா. 7-28

$$\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ab & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix} \text{ சமநிறுத்த.}$$

உதாரணம்: LHS எடுக்கக் கொண்டு நிரூபிக்கப்படும்.

$$\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0+c^2+b^2 & 0+0+ab & 0+ac+0 \\ 0+0+ab & c^2+0+a^2 & bc+0+0 \\ 0+ac+0 & bc+0+0 & b^2+a^2+0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ac & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix}$$

த.கா. 7-29

$$\begin{vmatrix} 2bc-a^2 & c^2-b^2 \\ c^2 & 2ca-b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab-c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2 \text{ சமநிறுத்த.}$$

உதாரணம் RHS எடுக்கக் கொள்ளப்படும்.

Step 1: இரண்டு வரிகளைக் கொண்டு R_2, R_3 லுக்கு R_1 ஐக் கொண்டு -1 வரையின் எடுக்கப்படும்.

Step 2: இது -1 ன் R_1 லுக்கு எடுக்கப்படும்.

Step 3: நிரூபிக்கப்படும் உருவம்.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a^2+b^2+c^2 & -ab+bc & -ac+bc \\ -ba+c^2+ab & -b^2+ca+ca & -bc+cb+a^2 \\ -ca+ac+b^2 & -b^2+a^2+bc & -c^2+ab+ab \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2bc-a^2 & c^2-b^2 & a^2 \\ c^2 & 2ca-b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab-c^2 \end{vmatrix}$$

த. 9.17.30

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-2x^2 & -x^2 & -x^2 \\ -x^2 & -1 & x^2-2x \\ -x^2 & x^2-2x & -1 \end{vmatrix}$$

படி 1: $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.
கிடைக்காதவகையில் R_2, R_3 ஆகியவை -1 வகையில்.
கிடைக்காதவகையில் R_2, R_3 ஆகியவை -1 வகையில்.

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1-x^2-x^2 & x-x-x^2 & x-x^2-x \\ x-x-x^2 & x^2-1-x^2 & x^2-x-x \\ x-x-x^2 & x^2-x-x & x^2-x^2-1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1-2x^2 & -x^2 & -x^2 \\ -x^2 & -1 & x^2-2x \\ -x^2 & x^2-2x & -1 \end{vmatrix}$$

தகா. 7.31. $|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ என்ற $a_1, a_2, a_3, \dots$ என்ற A_1, A_2, A_3 என்ற கருவிகள் உள்ளன.

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = |A|^2 \text{ என நினைக்க.}$$

படி 1: $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.
எனவே $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில் $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில்.
நினைக்க $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில் $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில்.
 $A_1 A_2 + b_1 B_2 + c_1 C_2 = 0$ என்ற கருவிகள் உள்ளன.
LHS ன் கிடைக்காதவகையில் $|A|^2$ என்பதன் கிடைக்காதவகையில்.

தகா. 7.31. $|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ என்ற $a_1, a_2, a_3, \dots$ என்ற A_1, A_2, A_3 என்ற கருவிகள் உள்ளன.

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 A_1 + b_1 B_1 + c_1 C_1 & a_1 A_2 + b_1 B_2 + c_1 C_2 & a_1 A_3 + b_1 B_3 + c_1 C_3 \\ a_2 A_1 + b_2 B_1 + c_2 C_1 & a_2 A_2 + b_2 B_2 + c_2 C_2 & a_2 A_3 + b_2 B_3 + c_2 C_3 \\ a_3 A_1 + b_3 B_1 + c_3 C_1 & a_3 A_2 + b_3 B_2 + c_3 C_2 & a_3 A_3 + b_3 B_3 + c_3 C_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} |A| & 0 & 0 \\ 0 & |A| & 0 \\ 0 & 0 & |A| \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = \frac{|A|^3}{|A|} = |A|^2$$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) എന്നിങ്ങനെ 2-வகைகளைக் கொண்டு தேர்வெடுத்தல்

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix}$$

മിനിമം കോസ്റ്റം സെലക്ഷൻ പ്രശ്നം എഴുതുക.

எ.கா! T-32 $(-3, 0)$ $(3, 0)$ $(0, K)$ சமீபம் உட்கொண்டிருக்கின்ற சமீபம்
 குகைகளைத் தீர்மானிக்கும் 9 அங்குமின் மூலம் K-ன் மதிப்பைக் காண்க.

வாய்மையை! மேலே குறிப்பிட்டிருக்கிற சாதாரண மனிதன் படித்து அறிந்து

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2) \quad (x_3, y_3)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -b & 0 \\ -3 & -k \end{vmatrix} = 19$$

$$6k = 118$$

$$k = \frac{118}{6}$$

7.33: $(-2, -3)$ $(3, 2)$ $(-1, -8)$ ശരിയ 2-മിമത്തം ശന്നി
 ക്രമമത്ത 3-മി 100% കരண.

2. படிமுறை: கேள்விகளின் அடிப்படையில் பதிலளிப்பது.

$$\begin{matrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 & x_3 & y_3 \\ (-2, -3) & (3, 2) & (-1, -8) \end{matrix}$$

$$\Delta = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} \right| = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -5 & -5 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} (-25 - 5) \right|$$

$$\Delta = 15 \text{ a. r.}$$

൧. കറ'. 7.34 : $(a, b+c), (b, c+a), (c, a+b)$ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ
ശീർഷകൾ.

24. பணம்: செலவாகிய பணத்தின் மீது பணம் பற்றித் தீர்மானித்தல்
பற்றி தீர்மானித்தல். பற்றித் தீர்மானித்தல் பற்றித் தீர்மானித்தல்
பற்றித் தீர்மானித்தல்.

$$(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)$$

$$(a, b+c) (b, c+a) (c, a+b)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & b-a \\ a-c & c-a \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & a-b \\ a-c & a-c \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [(a-b)(a-c) - (a-c)(a-b)]$$

$\therefore$ இதையுள்ளிதான் ஒரு கோட்டில் அமையும். $= 0$.

பூங்குழிய கோணை அணி: ஒரு அணிவின் அணித் தொகையின் மூலம் 0 எனில் அது பூங்குழிய கோணை அணிவாகும்.

பூங்குழியற்ற கோணை அணி: ஒரு அணிவின் அணித் தொகையின் மூலம் $\neq 0$ எனில் அது பூங்குழியற்ற கோணை அணிவாகும்.

பயிற்சி 7.4.

$\frac{1}{7.4}$ $(0,0) (1,2) (4,3)$ என்ற 2 புள்ளிகளைக் கொண்ட கோணத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்மானம்: 2 புள்ளிகளைக் கொண்ட கோணத்தின் பரப்பளவு காண்க.

$(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)$ புள்ளிகளைக் கொண்டு Δ காண்க.

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0-1 & 0-2 \\ 0-4 & 0-3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (3-8)$$

$$= \frac{5}{2} \text{ ச.அ.}$$

$\frac{2}{7.4}$ $(K,2) (2,4) (3,2)$ என்ற 2 புள்ளிகளைக் கொண்ட கோணத்தின் பரப்பளவு காண்க. K கண்டறியவும்.

$(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} K-2 & 2-4 \\ K-3 & 2-2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (2(K-3)) = 4$$

$$|2K-6| = 8$$

$$2K = 14 \quad K = 7$$

$$(or) 2K-6 = -8$$

$$2K = -2$$

$$K = -1$$

$\frac{3}{7.4}$ கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை பூங்குழியற்ற கோணை அணிவாகும்?

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 0 & a-b & k \\ b-a & 0 & 5 \\ -k & -5 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1(45-48) - 2(36-42) + 3(32-35) \\ = -3 + 12 - 9 = 0 \quad \therefore \text{ஒரு பூச்சிய கோவைയാണ്.}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix} = 2(0-20) + 3(-42-4) + 5(30) \\ = -40 - 138 + 150 \neq 0 \\ \therefore \text{இது ஒரு பூச்சியமற்ற கோவைയാണ്.}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a-b & k \\ b-a & 0 & 5 \\ -k & -5 & 0 \end{vmatrix} = 0(+25) - (a-b)(+5k) + k(-5(b-a)) \\ = -5ak + 5bk - 5bk + 5ak \\ = 0 \quad \therefore \text{இது ஒரு பூச்சிய கோவைയാണ്.}$$

4) பின்வருவது பூச்சிய கோவை அல்லது அல்லது a, b மதிப்புகளைக் காண்க.

7.4 1) $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -2 & a \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} b-1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

பயமுறை: அணித்தொகை சுமில் மதிப்பை 0 எனக் கொள்ள வேண்டும். அடுத்து கிடைக்கும் பூச்சிய கோவை அளிக்கல்.

$$|A| = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -2 & a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 7a + b = 0 \\ 7a = -b \\ a = -\frac{b}{7}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} b-1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \\ = (b-1)(4-2) - 2(12-2) + 3(-b-1) = 0 \\ = 8b - 8 - 20 - 21 = 0 \\ 8b = 49 \\ b = 49/8$$

5 $\cos 2\theta = 0$ எனில்

7.4

$$\begin{vmatrix} 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix} = 0$$

என மதிப்புகளைக் காண்க.

பயமுறை: $\cos 2\theta = 0$ எனில் θ மதிப்பைக் காண்டு அணித்தொகை 0 என மதிப்பை மாற்றி அதை அணித்தொகை மதிப்புகளைக் காண்க.

$$\cos 2\theta = 0 \\ 2\theta = \pi/2 \\ \theta = \pi/4$$

$$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} \\ \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} & 0 \\ \sin \frac{\pi}{4} & 0 & \cos \frac{\pi}{4} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

$$= 0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(0 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|A|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

6) 4 இலிருந்து: $\begin{vmatrix} \log_3 64 & \log_4 3 \\ \log_3 8 & \log_4 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \log_2 3 & \log_8 3 \\ \log_3 4 & \log_3 4 \end{vmatrix}$

24 இலிருந்து: நிறைவு x நிறைவு = 1. அதாவது $\log_b a \times \log_a b = 1$, $\log m^n = n \log m$, $\log m^n = n \log m$

$$\log_b a \times \log_a b = 1, \log m^n = n \log m, \log m^n = n \log m$$

$$\log_b a \times \log_a b = \log_a a$$

$$\begin{vmatrix} \log_3 64 & \log_4 3 \\ \log_3 8 & \log_4 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \log_2 3 & \log_8 3 \\ \log_3 4 & \log_3 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \log_3 64 \times \log_2 3 + \log_4 3 \times \log_3 4 & \log_3 64 \times \log_8 3 + \log_4 3 \times \log_3 4 \\ \log_3 8 \times \log_2 3 + \log_4 9 \times \log_3 4 & \log_3 8 \times \log_8 3 + \log_4 9 \times \log_3 4 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \log_2 64 + 1 & \log_8 64 + 1 \\ \log_2 8 + \log_3 9 & 1 + \log_3 9 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \log_2 2^6 + 1 & \log_8 2^6 + 1 \\ \log_2 2^3 + \log_3 3^2 & 1 + \log_3 3^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 6+1 & 2+1 \\ 3+2 & 1+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 21 - 15 = 6$$

$$1) \begin{bmatrix} y_2 & 2 \\ -y_2 & 1 \end{bmatrix} \quad 2) \begin{bmatrix} y_2 & -y_2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad 3) \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ y_2 & -y_2 \end{bmatrix} \quad 4) \begin{bmatrix} -y_2 & y_2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{8} \text{ Sol: } = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad a_{11} = \frac{1}{2} \cdot 1 \quad a_{12} = \frac{1}{2} \cdot (-1) \quad = \begin{bmatrix} y_2 & -y_2 \\ z & 1 \end{bmatrix}$$

2) $2x + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ जहाँ x अज्ञात है

1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

$$\textcircled{5} \text{ 24: } 2x = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ எந்த அணிக்கு எது உண்மையம்?

1) கருத்து தாளப்பின் அளி

உ) குடுகுடுவாட்ட அணி

3) ഒരു ലേഖനം തിരഞ്ഞെടുത്ത്

4) கீழ்க் கொடுக்கப்பட்டவற்றை அடையாளிக்க.

3) $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 0$ (අනුපාතය නියත බවට පත්වීම)

Q22 = 0 $\Rightarrow$ 2nd part

2. 20 સંખ્યા.
 1) કિનારો સમીકરણ દ્વારા મેળવેલ સમીકરણ સમીકરણ.

4) A, B സംഗമം $A+B$ ലെ AB സംഗമം നൽകുന്ന A കോഡ് നൽകി

1) A, B രണ്ടാളുടെയും ചരിത്രപുസ്തകങ്ങളുടെ തോതിലും മൂല്യത്തിനും തുല്യമാണ്.

2) A, B തമ്മിലുള്ള ദൂരത്തിന് 100 മീറ്റർ.

3) A ദിനം ഒന്നിൽ ശമ്പളമിടുന്നതും B ദിവസത്തിൽ രണ്ടായിട്ട് അടയ്ക്കും.

4) $A = B$.

4) $A = B$.

வினா A, B சமன்பாடு ஒரேயாக்கியுள்ளதால் $A+B$ கூட்டியும் பெறும் அல்லது A ன் திசுண்டின் எண்ணிக்கையும் B ன் திசுண்டின் எண்ணிக்கையும் சேர்த்துக் கொடுக்கவும். சமன்பாடு எவ்வாறு அமைந்திருக்கிறது.

5) $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & -\lambda \end{bmatrix}$ සඳහා λ හි අගය සොයා ගන්න. $A^2 = 0$ වන විට.

1) 0 2) ± 1 3) -1 4) 1.

குறிப்பு: A^2 க்கானது $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ எனக் கொள்ளப்படுகிறது.

$$\begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^2 & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \lambda^2 - 1 = 0 \\ \lambda^2 = 1 \\ \lambda = \pm 1 \end{matrix}$$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ மந்திரம் $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ a, b மதிப்புகள் காண்க.

1) $a=4, b=1$ 2) $a=1, b=4$ 3) $a=0, b=4$ 4) $a=2, b=4$.

கூடுதல்
(A+B)² =

$$= \begin{bmatrix} 1+a & 0 \\ 2+b & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+a & 0 \\ 2+b & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+a)^2 & 0 \\ (2+b)(1+a) & +4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2+ba-1 & a-b \\ ab-b & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a-1=0$$

$$a=1$$

$$b=4$$

7) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ a & 2 & b \end{bmatrix}$ எனில் $A A^T = 9I$ எனும் மூலக்கோவை நிபந்தனையை நிறைவேற்றும் (a, b) மதிப்புகள் காண்க.

மூலக்கோவை நிபந்தனை I எனில் 3×3 மூலக்கோவை எனில் (a, b) மதிப்புகள் காண்க.

1) (2, -1) 2) (-2, 1) 3) (2, 1) 4) (-2, -1)

கூடுதல்: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ a & 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

$$1 \rightarrow 3^c \quad a+4+2b=0$$

$$3 \rightarrow 2^c \quad 2a+2-2b=0$$

$$3a = -b \quad -4+2=2b=0$$

$$a = -\frac{b}{3}$$

$$2b = 2$$

$$b = 1$$

8) A எனில் கீழ்க் கூறிய அமைப்புகளில் எது மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும்?

1) $A+A^T$ 2) AA^T 3) $A^T A$ 4) $A-A^T$.

கூடுதல் $A-A^T$ எதிர் மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும்.

9) A, B என்பன மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும் அமைப்புகள். $A \neq B$ எனில்

1) $A+B$ மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும் 2) $A+B$ கீழ்க் கூறிய அமைப்புகளில் எது மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும்.

கூடுதல்:

கீழ்க் கூறிய அமைப்புகளில் எது மூலக்கோவை நிபந்தனை நிறைவேற்றும்.

10) $A = \begin{bmatrix} a & x \\ y & a \end{bmatrix}$ மந்திரம் $xy=1$ எனில் $\det(AA^T)$ மதிப்பு

1) $(a-1)^2$ 2) $(a^2+1)^2$ 3) a^2-1 4) $(a^2-1)^2$

கூடுதல் $\begin{vmatrix} a & x \\ y & a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & y \\ x & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (a^2+x^2) & ay+ax \\ a(x+y) & y^2+a^2 \end{vmatrix} = (a^2+x^2)(y^2+a^2) - a^2(x+y)^2$

$$a^4 - 2a^2 + 1 = (a^2-1)^2$$

1b) $\begin{vmatrix} 3-x & -6 & 3 \\ -6 & 3-x & 3 \\ 3 & 3 & -6-x \end{vmatrix} = 0$ $\Rightarrow$ $\begin{matrix} 1) 6 & 2) 3 & 3) 0 & 4) -6 \end{matrix}$

$$C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$$

$$\begin{vmatrix} -x & -6 & 3 \\ -x & 3-x & 3 \\ -x & 3 & -6-x \end{vmatrix} = -x \begin{vmatrix} -6 & 3 \\ 3-x & 3 \\ 3 & -6-x \end{vmatrix} = -x \begin{vmatrix} -6 & 3 \\ 0 & x-9 \\ 0 & -x & x+9 \end{vmatrix} \begin{matrix} R_1 - R_2 \\ R_2 - R_3 \end{matrix}$$

$$= -x [(x-9)(x+9)] = 0$$

$$x = 0 \quad x = 9, -9.$$

17) $A = \begin{bmatrix} 0 & a & -b \\ -a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{bmatrix}$ $\therefore$ $|A| = 0$

1) $-2abc$ 2) abc 3) 0 4) $a^2 + b^2 + c^2$

$$0 - a(0 - bc) - b(ac)$$
$$abc - abc = 0$$

18) x_1, x_2, x_3 എന്നിവ y_1, y_2, y_3 യുക്തമായ ഒരു സംഖ്യയെക്കുറിച്ച് തന്നിരിക്കുന്നു. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ എന്നിവയെക്കുറിച്ച് തന്നിരിക്കുന്നു.

1) x_1, x_2, x_3 എന്നിവയുടെ മൂല്യം 2) y_1, y_2, y_3 എന്നിവയുടെ മൂല്യം

3) x_1, x_2, x_3 എന്നിവയുടെ മൂല്യം 4) y_1, y_2, y_3 എന്നിവയുടെ മൂല്യം

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}, \quad \frac{x_3}{x_2} = \frac{y_3}{y_2}$$

$$x_2 y_1 = x_1 y_2 \quad x_3 y_2 = x_2 y_3$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left[(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\cancel{x_1 y_1} - \cancel{x_1 y_3} - \cancel{x_2 y_1} + x_2 y_3 - (\cancel{x_1 y_1} - \cancel{x_1 y_2} - \cancel{x_3 y_1} + \cancel{x_3 y_2}) \right]$$

$$= \frac{1}{2} [0] = 0.$$

19) L: ശബ്ദം കേൾക്കാൻ 0 6 ശബ്ദം കേൾക്കാൻ $1 \leq x < 0$,
 $0 \leq y < 1$ $1 \leq z < 2$ ശബ്ദം $\left| \begin{array}{ccc} [x]+1 & [y] & [z] \\ [x] & [y]+1 & [z] \\ [x] & [y] & [z]+1 \end{array} \right|$ ശബ്ദം y ,
 1) $[x]$ 2) $[y]$ 3) $[x]$ 4) $[x]+1$

$$[x] = -1 \quad [y] = 0 \quad [z] = 1.$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1(0+1) = 1 = [x]$$

$$= (b-a)(2b^2 - 2ac) = 0$$
$$\Rightarrow 2b^2 = 2ac$$
$$b^2 = ac$$

$$B = \begin{vmatrix} -2 & 4 & 8 \\ 6 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad R_1, R_3 \text{ w/lenj m'obaw}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3a & y+3b \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a=0 & b=-1 \\ x=1 & y=4 \end{matrix}$$

[illegible]

24) $A+I = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $(A+I)(A-I)$ ന്റെ ലേഔറ
 1) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -8 & -9 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad A+I = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A-I = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x+1=3 \quad | \quad y=-2 \quad a=4 \quad b=0$$

$$x=2$$

$$\therefore (A+I)(A-I) = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$$

25) A, B சமன்பாடு அடிப்படையில் கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிசெய்தல்.

1) $A+B$ ஒரு சமன்பாடு அல்ல 2) AB ஒரு சமன்பாடு அல்ல

3) $AB = (BA)^T$ 4) $A^T B = AB^T$

AB ஒரு சமன்பாடு அல்ல அல்ல சமன்பாடு அல்ல.

T. G. ஜெயகாந்தன்

9444 209677.

www.Padasalai.Net