

12 ஆவது கணிதம் ①

6. வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முன்மொழி மற்றும் குறுக்கு பெருக்கத்தின் பயன்பாடு

பிழ்ச்சி 6.1

1. ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து அவ்வட்டத்தின் ஒரு நாணின் மையப்புள்ளிக்கு வரையப்படும் கோடு அத்தாணிக்கு செங்குத்து என வெக்டர் குறையில் நிறுவுக.

$$\vec{OA} = \vec{a} \quad \vec{OB} = \vec{b} \quad \text{என்க}$$

$$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = \text{ஆரம்}$$

C என்பது AB இன் மையப்புள்ளி

$$\vec{OC} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

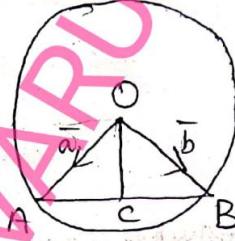
$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \cdot (\vec{OB} - \vec{OA})$$

$$= \frac{\vec{b} + \vec{a}}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

$$= \frac{1}{2} (\vec{b}^2 - \vec{a}^2)$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = 0$$

$$\vec{OC} \perp \vec{AB} \quad \text{நிறுவப்பட்டது.}$$



② ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் நடுக்கோடு, அப்பக்கத்திற்கு செங்குத்து என வெக்டர் குறையில் நிறுவுக.

$$\vec{OA} = \vec{a} \quad \vec{OB} = \vec{b} \quad \text{என்க}$$

C என்பது AB இன் மையப்புள்ளி.

$$\vec{OC} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

OAB இருசமபக்க முக்கோணம்

$$\therefore |\vec{a}| = |\vec{b}|$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

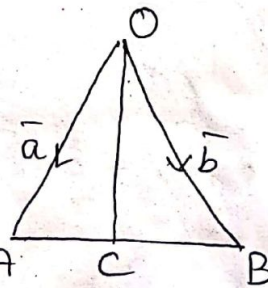
$$= \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

$$= \frac{1}{2} (-\vec{a}^2 + \vec{b}^2)$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2} (0) = 0$$

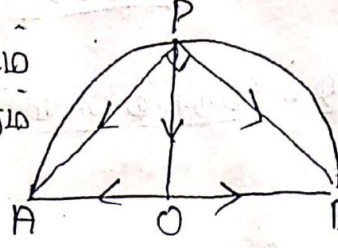
$$\therefore \vec{OC} \perp \vec{AB}$$

$\therefore$ நடுக்கோடு AB க்கு செங்குத்து



- ③ மையம் O கொண்ட வட்டத்தில் AB ஒரு திணிவு,
 $OB = -OA$ $|OA| = |OB| = |OP|$ ஆகும்.

புள்ளி P வட்டத்தில் AB திணிவின் மையம்.



$$\vec{PA} = \vec{PO} + \vec{OA}$$

$$\vec{PB} = \vec{PO} + \vec{OB}$$

$$\vec{PB} = \vec{PO} - \vec{OA}$$

$$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = (\vec{PO} + \vec{OA}) \cdot (\vec{PO} - \vec{OA})$$

$$= \vec{PO}^2 - \vec{OA}^2$$

$$PO = OA$$

$$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{PA} \perp \vec{PB}$$

அதாவது P வட்டத்தில் AB திணிவின் மையம் O என்கிறோம்.

- ④ சாய்க்குறத்தின் மையம் O என்கிறோம். $OA = \vec{a}$, $OB = \vec{b}$ என்கிறோம். OC என்பது AB திணிவின் மையம்.

புள்ளி O வட்டத்தில் $OA = \vec{a}$, $OB = \vec{b}$ என்கிறோம்.

$$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$$

$$\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

$$= \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{AB} = 0$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

$$\Rightarrow \vec{OC} \perp \vec{AB}$$

அதாவது O வட்டத்தில் AB திணிவின் மையம் O என்கிறோம்.

$\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$ என்கிறோம். OC என்பது AB திணிவின் மையம்.

$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ என்கிறோம். AB திணிவின் மையம் O என்கிறோம்.

$$= \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

அதாவது O வட்டத்தில் AB திணிவின் மையம் O என்கிறோம்.

- 5) ஒரு இணைகரத்தின் சூழைவிலிருந்து சமம் எனில் அந்த இணைகரம் ஒரு செவ்வகம் என நவக்டர் சூழையில் நிரூபித,

புத்தில் இணைகரம் ABCDயில்
பக்கங்கள் $\vec{AB} = \vec{DC}$
 $\vec{BC} = \vec{AD}$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$$

$$\vec{BD} = -\vec{AB} + \vec{BC}$$

சூழைவிலிருந்து சமம் எனவே,

$$\vec{AC} = \vec{BD}$$

$$\vec{AC}^2 = \vec{BD}^2$$

$$(\vec{AB} + \vec{BC})^2 = (-\vec{AB} + \vec{BC})^2$$

$$\vec{AB}^2 + \vec{BC}^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \vec{AB}^2 + \vec{BC}^2 - 2\vec{AB} \cdot \vec{BC}$$

$$2\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -2\vec{AB} \cdot \vec{BC}$$

$$4\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\vec{AB} \perp \vec{BC} \quad \angle B = 90^\circ$$

$\therefore$ ABCD ஒரு செவ்வகம்.

- 6) நவக்டர் சூழையில் AC மற்றும் BD ஆகியவற்றை சூழை விலிருந்து காணல் தாழ்க்கும் ABCDன் பரப்பு $\frac{1}{2} |\vec{AC} \times \vec{BD}|$ என நிரூபித.

தாழ்க்கும் ABCDன்
நவக்டர் பரப்பு = ΔABC ன் பரப்பு
 ΔACD ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} (\vec{AB} \times \vec{AC}) + \frac{1}{2} (\vec{AC} \times \vec{AD})$$

$$= \frac{1}{2} (-\vec{AC} \times \vec{AB}) + \frac{1}{2} (\vec{AC} \times \vec{AD})$$

$$= \frac{1}{2} \vec{AC} \times (-\vec{AB} + \vec{AD})$$

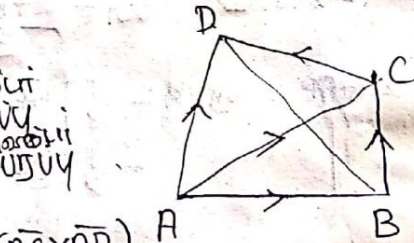
$$= \frac{1}{2} \vec{AC} \times (\vec{BA} + \vec{AD})$$

$$= \frac{1}{2} (\vec{AC} \times \vec{BD})$$

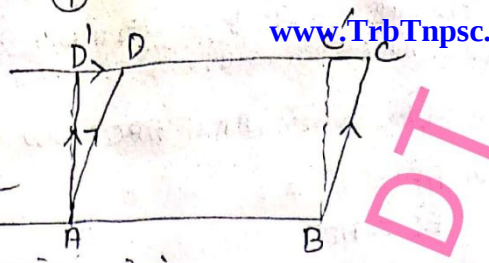
தாழ்க்கும்

$$ABCD$$
ன் நவக்டர் பரப்பு = $\frac{1}{2} |\vec{AC} \times \vec{BD}|$

- 7) ஒரு அடிப்பக்கத்தின் நீளமற்ற இரு இணைகரங்களுக்கு இடைப்பட்ட இணைகரங்கள் சமப்படுத்தக்கூடியவை என நவக்டர் சூழையில் நிரூபித.



புள்ளி ABCD, ABC'D'
தனித்தனியாக அமைக்கப்பட்ட
AB உடையதும் இணை
கொடுத்துக் கொடுக்கப்பட்ட
இணைகளுக்கான எதிர்



இணைகளுக்கான எதிர்

$$\text{புள்ளி} = \overline{AB} \times \overline{AD}$$

$$= \overline{AB} \times (\overline{AD'} + \overline{DD'})$$

$$= (\overline{AB} \times \overline{AD'}) + (\overline{AB} \times \overline{DD'})$$

$$= \overline{AB} \times \overline{AD}$$

$$= \text{இணைகளுக்கான எதிர்}$$

இணைகளுக்கான எதிர்

⑧ ΔABC ன் மூலக்கோண மையம் G எனில், மையம் G இன் மூலக்கோண மையம்

$$\Delta GAB \text{ன் புள்ளி} = \Delta GBC \text{ன் புள்ளி} = \Delta GCA \text{ன் புள்ளி}$$

$$= \frac{1}{3} \Delta ABC \text{ன் புள்ளி}$$

ΔABC ன் மூலக்கோண மையம்

$$\overline{OG} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}}{3}$$

$$\Delta GAB \text{ன் புள்ளி} = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AG}|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{AB} \times (\overline{OG} - \overline{OA})|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{AB} \times (\frac{\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}}{3} - \overline{OA})|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{AB} \times (\frac{\overline{OB} + \overline{OC} - 2\overline{OA}}{3})|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{AB} \times (\frac{\overline{OB} + \overline{OC} - 2\overline{OA}}{3})|$$

$$= \frac{1}{6} |\overline{AB} \times (\overline{OB} - \overline{OA}) + (\overline{OC} - \overline{OA})|$$

$$= \frac{1}{6} |\overline{AB} \times (\overline{AB} + \overline{AC})|$$

$$= \frac{1}{3} |\overline{AB} \times \overline{AC}|$$

$$= \frac{1}{3} \Delta ABC \text{ன் புள்ளி} \quad \text{--- ①}$$

$$\Delta GCA \text{ன் புள்ளி} = \frac{1}{2} |\overline{CA} \times \overline{GC}|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{CA} \times (\overline{OC} - \overline{OG})|$$

$$= \frac{1}{2} |\overline{CA} \times (\overline{OC} - (\frac{\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}}{3}))|$$

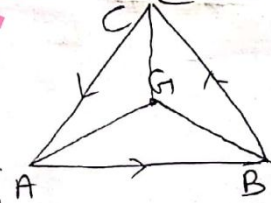
$$= \frac{1}{2} |\overline{CA} \times (\frac{2\overline{OC} - \overline{OA} - \overline{OB}}{3})|$$

$$= \frac{1}{6} |\overline{CA} \times (\overline{OC} - \overline{OA} + \overline{OC} - \overline{OB})|$$

$$= \frac{1}{6} |\overline{CA} \times (\overline{AC} + \overline{BC})|$$

$$= \frac{1}{3} \frac{1}{2} |0 + \overline{AC} \times \overline{BC}|$$

$$= \frac{1}{3} \Delta ABC \text{ன் புள்ளி} \quad \text{--- ②}$$



$$\Delta ABC \text{ இன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} |\vec{BC} \times \vec{BG}|$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{BC} \times (\vec{OG} - \vec{OB})|$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{BC} \times (\frac{\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}}{3} - \vec{OB})|$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{BC} \times (\frac{\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} - 3\vec{OB}}{3})|$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{BC} \times (\frac{\vec{OA} - 2\vec{OB} + \vec{OC}}{3})|$$

$$= \frac{1}{2 \times 3} |\vec{BC} \times (\vec{OC} - \vec{OB} + \vec{OA} - \vec{OB})|$$

$$= \frac{1}{2 \times 3} |\vec{BC} \times (\vec{BC} + \vec{BA})|$$

$$= \frac{1}{3} \frac{1}{2} |\vec{BC} \times \vec{BA}|$$

$$= \frac{1}{3} \Delta ABC \text{ இன் பரப்பளவு} \quad \text{--- (3)}$$

①, ②, ③ லிருந்து காட்டிக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

⑨ மூலக்கூறுகளில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ நிறுவுக.
 படத்தில் $\vec{OA} = \hat{a}$, $\vec{OB} = \hat{b}$ ஆகிய இரு வெக்டர்களை x அச்சத்தின் ஒரே பக்கத்திலும் கோணம் α, β என்க

$$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$$

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \quad \text{--- (1)}$$

வெக்டர் பெருக்கல் $\hat{a} \cdot \hat{b} = |\hat{a}| |\hat{b}| \cos(\alpha - \beta)$

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos(\alpha - \beta) \quad \text{--- (2)}$$

①, ② லிருந்து $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

⑩ $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ மூலக்கூறுகளில் நிறுவுக.

படத்தில் $\vec{OA} = \hat{a}$, $\vec{OB} = \hat{b}$ ஆகிய இரு வெக்டர்களை x அச்சத்தின் ஒரே பக்கத்திலும் கோணம் α, β என்க

$$\hat{a} = \vec{OL} + \vec{LA} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta \hat{i} - \sin\beta \hat{j}$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k} (\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta) \quad \text{--- (1)}$$

வெக்டர் பெருக்கல் $\hat{b} \times \hat{a} = |\hat{b}| |\hat{a}| \sin(\alpha + \beta) \hat{k}$

$$= \hat{k} \sin(\alpha + \beta) \quad \text{--- (2)}$$

①, ② லிருந்து $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

- ⑪ ஒரு துகள் $(1, 2, 3)$ லிருந்து $(5, 4, 1)$ எந்த புள்ளிக்கு $8\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ மற்றும் $6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ எந்த மாதிரி வினை செயல்பட்டால் நகர்த்தப்பட்டால் அவ்வினைச் செய்க வேண்டும்.

$$\vec{F} = 8\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k} + 6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{F} = 14\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{d} = \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k} - (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$\vec{d} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\begin{aligned} \text{வினைச் செய்க வேண்டும்} &= \vec{F} \cdot \vec{d} \\ &= (14\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}) \cdot (4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \\ &= 56 + 8 + 16 \\ &= 80 \text{ அலகுகள்} \end{aligned}$$

- ⑫ முற்றுவாய் $5\sqrt{2}$, $10\sqrt{2}$ எண்ணளவு கொண்ட $3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் $10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ எந்த திசையில் அமைந்த வினைசகன் ஒரு துகளை $4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ எந்த புள்ளியிலிருந்து $6\hat{i} + \hat{j}$ எந்த புள்ளிக்கு நகர்த்துகிறது எனில் அவ்வினைச் செய்க வேண்டிய காண்க.

$$\vec{F} = 5\sqrt{2} \hat{a} + 10\sqrt{2} \hat{b}$$

$$= 5\sqrt{2} \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + 10\sqrt{2} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$= 5\sqrt{2} \frac{(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})}{\sqrt{9+16+25}} + 10\sqrt{2} \frac{(10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k})}{\sqrt{100+36+64}}$$

$$= 5\sqrt{2} \frac{(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})}{5\sqrt{2}} + 10\sqrt{2} \frac{(10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k})}{10\sqrt{2}}$$

$$\vec{F} = 13\hat{i} + 10\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{d} = \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$= (6\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) - (4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$\vec{d} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$$

$$\begin{aligned} W = \vec{F} \cdot \vec{d} &= 13(2) + 10(4) - 3(-1) \\ &= 26 + 40 + 3 \\ &= 69 \text{ அலகுகள்} \end{aligned}$$

- ⑬ $3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ எந்தும் வினை $4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ எந்த புள்ளி வழி செயல்படுகிறது எனில் $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ எந்த புள்ளியை நோக்கி அவ்வினைசயின் மூலக்கு திறனின் எண்ணளவு மற்றும் திசைக் கொணர்ச்சன் காண்க.

$$\vec{F} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{r} = \text{செயல்படும் புள்ளி - புள்ளியைப் பொறுத்து}$$

$$= 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} - (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 5 & -7 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-25+28) - \hat{j}(-10+21) + \hat{k}(8-15)$$

$$\vec{\tau} = 3\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$\text{மாணம் } |\vec{\tau}| = \sqrt{9+121+49} = \sqrt{179}$$

$$\text{தீர்மானகரணங்கள்} = \left(\frac{3}{\sqrt{179}}, \frac{-11}{\sqrt{179}}, \frac{-7}{\sqrt{179}} \right)$$

- 14) $8\hat{i} - 6\hat{j} - 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர் திசை வெக்டராக கொண்டு புள்ளியில் செயல்படும் $-3\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$, $4\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k}$ மற்றும் $4\hat{i} + 7\hat{j}$ விசைகளின் திருப்புத்திறனை $18\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k}$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து காண்க.

$$\vec{F} = -3\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$+ 4\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k}$$

$$+ 4\hat{i} + 7\hat{j}$$

$$\vec{F} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$\vec{r} = \text{செயல்படும் புள்ளி - புள்ளியைப் பொறுத்து}$$

$$= (8\hat{i} - 6\hat{j} - 4\hat{k}) - (18\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k})$$

$$\vec{r} = -10\hat{i} - 9\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -10 & -9 & 5 \\ 5 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-81-15) - \hat{j}(-90-25) + \hat{k}(-30+45)$$

$$\vec{\tau} = -96\hat{i} + 115\hat{j} + 15\hat{k}$$

— X —

G. Karthikeyan.

PGT, GGHSS

Thiruvannamur DT

(8)

பயிற்சி 62.

1) $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$
 எனில் $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ காண்க.

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(1+4) - \hat{j}(2+6) + \hat{k}(4-3)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = 5\hat{i} - 8\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 1(5) - 2(-8) + 3(1)$$

$$= 5 + 16 + 3$$

$$= 24$$

II

$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$ எனவும் பயன்படுத்தி காணலாம்.

2) $-6\hat{i} + 14\hat{j} + 10\hat{k}$, $14\hat{i} - 10\hat{j} - 6\hat{k}$ மற்றும் $2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ எனும்
 மூலக்கூறுகள் குறிகைகளும் புறக்கணிப்பான இணைகர
 மூலக்கூறுகளின் கனஅளவை காண்க.

$$= [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$$

$$\text{இணைகரத்தின் மூலக்கூறு கனஅளவு} = \begin{vmatrix} -6 & 14 & 10 \\ 14 & -10 & -6 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} -3 & 7 & 5 \\ 7 & -5 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 8[-3(5+6) - 7(-7+3) + 5(14+5)]$$

$$= 8[-33 + 28 + 95]$$

$$= 8[90]$$

$$= 720 \text{ க.அ.}$$

3) $7\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 5\hat{k}$ எனும் புள்ளிகளின்
 கிளிங்குமாத அகாண்ட இணைகரத்தின் மூலக்கூறு கனஅளவு 90
 கன அளவுகள் எனில் λ -ன் மதிப்பை காண்க.

$$\text{கனஅளவு} = 90$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 90$$

$$\begin{vmatrix} 7 & \lambda & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & 7 & 5 \end{vmatrix} = 90$$

$$7(10+7) - \lambda(5-3) - 3(7+6) = 90$$

$$119 - 2\lambda - 39 = 90$$

$$80 - 2\lambda = 90$$

$$-2\lambda = 90 - 80$$

$$-2\lambda = 10$$

$$\boxed{\lambda = -5}$$

- ④ $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ என்ற மூன்று தளம் மூலக்கோணம் 3 வெக்டர்கள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விநியோகத்தை எவ்வாறு கிடைக்கிறது
திண்மத்தின் கனமானது 4 க.அ. மீட்டர்
 $(\bar{a} + \bar{b}), (\bar{b} + \bar{c}), (\bar{c} + \bar{a})$ என்ற மூன்று தளம்

$$(\bar{a} + \bar{b}), (\bar{b} + \bar{c}), (\bar{c} + \bar{a})$$

$$= \bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c}) + \bar{b} \cdot (\bar{c} + \bar{a}) + \bar{c} \cdot (\bar{a} + \bar{b})$$

$$= [\bar{a} \bar{b} \bar{c}] + [\bar{b} \bar{c} \bar{a}] + [\bar{c} \bar{a} \bar{b}]$$

$$= 3[\bar{a} \bar{b} \bar{c}] + 0 + 0 + 0$$

$$= 3(\pm 4)$$

$$= \pm 12$$

- ⑤ $\bar{b}, \bar{c}$ என்ற வெக்டர்களால் 2-வகைப்படும் இணைகருத்தை அடிப்படையாக எடுத்துக்கொண்டு $\bar{a} = -2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$,
 $\bar{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ மற்றும் $\bar{c} = -3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களால் 2-வகைப்படும் இணைகருத்தின் திண்மத்தின் 2-வகைப்படும் கனமானது.

$$\text{இணைகருத்தின் மூலக்கோணம்} = \bar{b} \times \bar{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(12+2) - \hat{j}(4-6) + \hat{k}(1+9)$$

$$= 14\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$$

$$\text{மூலக்கோணம்} = |\bar{b} \times \bar{c}| = 2\sqrt{7^2 + 1^2 + 5^2}$$

$$= 2\sqrt{49+1+25} = 2\sqrt{75} = 10\sqrt{3}$$

இணைகருத்தின் மூலக்கோணம் $\times$ 2-வகைப்படும் = இணைகருத்தின் திண்மத்தின் கனமானது

$$10\sqrt{3} \times h = \begin{vmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \text{ அல்லது } \bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})$$

$$10\sqrt{3} h = (-2)(14) + 5(2) + 3(10)$$

$$= -28 + 10 + 30$$

$$10\sqrt{3} h = 12$$

$$h = \frac{12}{10\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

- (10) $2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ என்னு
 டின்னு வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா என காண்க.
 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில்

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$= 2(-6-2) - 3(3-6) + 1(1+6)$$

$$= -16 + 9 + 7.$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \neq 0$$

$\therefore$ எனவே இவை ஒரு தள வெக்டர்கள் ஆகும்.

- (7) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}$ மற்றும் $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$ என்னு
 $c_1=1, c_2=2$, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில்
 c_3 ன் மதிப்பு காண்க.

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள்

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$1(0-0) - 1(c_3-0) + 1(2-0) = 0$$

$$0 - c_3 + 2 = 0$$

$$-c_3 = -2$$

$$\boxed{c_3 = 2}$$

- (8) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{k}$, $\vec{b} = x\hat{i} + \hat{j} + (1-x)\hat{k}$, $\vec{c} = y\hat{i} + x\hat{j} + (1+xy)\hat{k}$
 எனில் $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$ என்பது x, y ஆல் பொறுத்து அமையாது என
 நிரூபிக்க

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ x & 1 & 1-x \\ y & x & 1+xy \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 1 \\ y & x & 1+x \end{vmatrix}$$

$$C_3 \rightarrow C_3 + C_1$$

$$= 1 \left(\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ y & x & 1 \end{vmatrix} \right) \quad c_3 \rightarrow c_3 - c_2$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 1, \therefore [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \text{ அமெரிப்பு.}$$

x, y ஆகியவை தனித்தனியாக

- 9) $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$, $\hat{i} + \hat{k}$ மற்றும் $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ என்ற
வெக்டர்களை ஒரு தள வெக்டர்களை எனில் a, b ன் பெருக்க
சுராசரி c ன் நினைக்க.

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தளவெக்டர்கள்

$$\therefore [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & a & c \\ 1 & 0 & 1 \\ c & c & b \end{vmatrix} = 0$$

$$a(0-c) - a(b-c) + c(c-0) = 0$$

$$-ac - ab + ac + c^2 = 0$$

$$c^2 = ab$$

$$c = \sqrt{ab}$$

a, b ன் பெருக்க சுராசரி c நினைப்பது.

- 10) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்ற பூச்சியமற்ற மூன்று வெக்டர்களில் $\vec{a}, \vec{b}$
என்ற வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான அங்கு வெக்டர் $\vec{c}$ என்க,
 $\vec{a}, \vec{b}$ என்ற வெக்டர்களுக்கு இடையிலான கோணம் $\pi/6$ எனில்

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2 = \frac{1}{4} |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \text{ என நினைக்க.}$$

$$|\vec{c}| = 1$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

$$= (|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \hat{c}) \cdot \hat{c}$$

$$= |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \pi/6 \hat{c}^2$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = |\vec{a}| |\vec{b}| \frac{1}{2} (1)$$

வர்க்கப்படுத்த

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2 = \frac{1}{4} |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

-----x-----

பு. கார்த்திகேயன்
முதுகலை ஆசிரியர்
திருவாரூர் மாவட்டம்.

(12).

மெக்ளர் குழப்பங்களை

பயிற்சி 6.3

- ① $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ எனில்
 (i) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ (ii) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ காண்க.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(+4-3) - \hat{j}(-2-6) + \hat{k}(1+4)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 8 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(8-10) - \hat{j}(1-15) + \hat{k}(2-24)$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -2\hat{i} + 14\hat{j} - 22\hat{k}$$

(ii) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(1+4) - \hat{j}(2+6) + \hat{k}(4-3)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = 5\hat{i} - 8\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & -8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-2+24) - \hat{j}(1-15) + \hat{k}(-8+10)$$

$$= 22\hat{i} + 14\hat{j} + 2\hat{k}$$

- ② எந்தவொரு ஒரு மெக்ளர் $\vec{a}$ க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j})$

$$+ \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$$

எனதுது

$$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) = (\hat{i} \cdot \hat{i}) \vec{a} - (\hat{i} \cdot \vec{a}) \hat{i}$$

$$= \vec{a} - (\hat{i} \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})) \hat{i}$$

$$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) = \vec{a} - x\hat{i}$$

இதை மூலத்து

$$\hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) = \vec{a} - y\hat{j}$$

$$\hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = \vec{a} - z\hat{k}$$

$$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 3\vec{a} - (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$= 3\vec{a} - \vec{a}$$

③ $[\bar{a}-\bar{b} \quad \bar{b}-\bar{c} \quad \bar{c}-\bar{a}] = 0$ என நிறுவுக.

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= [\bar{a}-\bar{b} \quad \bar{b}-\bar{c} \quad \bar{c}-\bar{a}] \\ &= (\bar{a}-\bar{b}) \cdot ((\bar{b}-\bar{c}) \times (\bar{c}-\bar{a})) \\ &= (\bar{a}-\bar{b}) \cdot (\bar{b} \times \bar{c} - \bar{b} \times \bar{a} - \bar{c} \times \bar{c} + \bar{c} \times \bar{a}) \\ &= [\bar{a} \bar{b} \bar{c}] - [\bar{a} \bar{b} \bar{a}] - [\bar{a} \bar{c} \bar{c}] + [\bar{a} \bar{c} \bar{a}] \\ &\quad - [\bar{b} \bar{b} \bar{c}] + [\bar{b} \bar{b} \bar{a}] + [\bar{b} \bar{c} \bar{c}] - [\bar{b} \bar{c} \bar{a}] \\ &= [\bar{a} \bar{b} \bar{c}] - 0 - 0 + 0 - 0 + 0 + 0 - [\bar{a} \bar{b} \bar{c}] \\ &= 0 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

④ $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\bar{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, $\bar{c} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

(i) $(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c} = (\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} - (\bar{b} \cdot \bar{c})\bar{a}$ என நிறுவுக.

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(6+5) - \hat{j}(4+3) + \hat{k}(10-9)$$

$$\bar{a} \times \bar{b} = 11\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$$

$$(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 11 & -7 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-21+2) - \hat{j}(33+1) + \hat{k}(-22-7)$$

$$= -19\hat{i} - 34\hat{j} - 29\hat{k} \quad \text{--- (1)}$$

$$(\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} = (2(-1) + 3(-2) - 1(3))(3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= (-2 - 6 - 3)(3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= -11(3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$(\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} = -33\hat{i} - 55\hat{j} - 22\hat{k}$$

$$-(\bar{b} \cdot \bar{c})\bar{a} = -(3(-1) + 5(-2) + 2(3))(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$$

$$= -(-3 - 10 + 6)(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$$

$$= +7(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$$

$$-(\bar{b} \cdot \bar{c})\bar{a} = 14\hat{i} + 21\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$(\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} - (\bar{b} \cdot \bar{c})\bar{a} = -33\hat{i} - 55\hat{j} - 22\hat{k} + 14\hat{i} + 21\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$= -19\hat{i} - 34\hat{j} - 29\hat{k} \quad \text{--- (2)}$$

①, ② விசூல்கள் சமமானவை என்பதை,

(ii) $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = (\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} - (\bar{a} \cdot \bar{b})\bar{c}$ என நிறுவுக.

⑤ $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\bar{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$, $\bar{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ எனில்

$(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot (\bar{a} \times \bar{c})$ இன் மதிப்பை காண்க.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -4 \end{vmatrix} \quad (14)$$

$$= \hat{i}(-12+2) - \hat{j}(-8-1) + \hat{k}(4+3)$$

$$= -10\hat{i} + 9\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(3+1) - \hat{j}(2+1) + \hat{k}(2-3)$$

$$\vec{a} \times \vec{c} = 4\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = -10(4) + 9(-3) + 7(-1)$$

$$= -40 - 27 - 7$$

$$= -74$$

- ⑥ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ என்பன ஒரு தளத்தைப் பங்கிட்டு எல்லாம்
 $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$ என்கிறாயி.

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a} \vec{b} \vec{d}] \vec{c} - [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \vec{d}$$

$$= 0(\vec{c}) - 0(\vec{d})$$

$$= \vec{0}$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ ஒரு தளம் $\Rightarrow$ $[\vec{a} \vec{b} \vec{d}] = 0$
 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தளம் $\Rightarrow$ $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$

- ⑦ $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$
 மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ எனில் l, m, n ன்

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 1(3) + 2(2) + 3(1) = 3 + 4 + 3 = 10$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1(2) + 2(-1) + 3(1) = 2 - 2 + 3 = 3$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 10\vec{b} - 3\vec{c}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c} \text{ ஆகிய } l, m, n$$

$$l=0, m=10, n=-3$$

- ⑧ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தளத்தைப் பங்கிட்டு $\vec{b}, \vec{c}$ என்பன இன்ன
 அல்லாத தளத்தைப் பங்கிட்டு மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{1}{2} \vec{b}$ எனில்
 $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{c}$ என்பன தளத்தைப் பங்கிட்டு இயங்கும் கோணம்
 காண்க

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{1}{2} \vec{b}$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = \frac{1}{2} \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$$

$$|\vec{a}| |\vec{c}| \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$1.1. \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \cos 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ \text{ (or) } \pi/3$$

பயிற்சி 6.4

- ① $4\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நேர்மெக்டராக தொண்ட புள்ளி வழிச் செல்வதும், $2\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}$ என்ற வெக்டருக்கு இணையானதுமான கோடுகளைப் புள்ளி துணை அளவு அல்லாத வெக்டர் சுண்பாடு மற்றும் காந்தீசியன் சுண்பாடு காண்,

$$\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k} \quad \vec{b} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சுண்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \times \vec{b} = 0$$

$$(\vec{r} - (4\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k})) \times (2\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}) = 0$$

காந்தீசியன் சுண்பாடு

$$\frac{x-x_1}{b_1} = \frac{y-y_1}{b_2} = \frac{z-z_1}{b_3}$$

$$\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+7}{7}$$

- ② $(-2, 3, 4)$ என்ற புள்ளி வழியாக செல்வதும்

$\frac{x-1}{-4} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-8}{6}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான கோடுகளைப் புள்ளி துணை அளவு, வெக்டர் சுண்பாடு மற்றும் காந்தீசியன் சுண்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k} \quad \vec{b} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$$

துணையலகு வெக்டர் சுண்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$$

$$\vec{r} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) + t(-4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k})$$

காந்தீசியன் சுண்பாடு

$$\frac{x-x_1}{b_1} = \frac{y-y_1}{b_2} = \frac{z-z_1}{b_3}$$

$$\frac{x+2}{-4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{6}$$

- ③ $(6, 7, 4)$ மற்றும் $(8, 4, 9)$ என்ற புள்ளிகளை வழியாக செல்வதும் கோடுகளை xz மற்றும் yz தளத்தை வெட்டும் புள்ளிகளை காண்க.

காந்தீசியன் சுண்பாடு,

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\frac{x-6}{8-6} = \frac{y-7}{4-7} = \frac{z-4}{9-4}$$

$$\frac{x-6}{2} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-4}{5}$$

$$\frac{x-6}{2} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-4}{5} = \lambda \text{ मानें}$$

ഗുണനികർഷിത മണ്ഡലം

$$(2\lambda+6, -3\lambda+7, 5\lambda+4) \text{ --- (7)}$$

b) $x = z$ எனும்படி வைக்கும் போது $y=0$ (y எச்சத்தாகும் $=0$)

$$-3\lambda + 7 = 0$$

$$-3x = -7$$

$$\lambda = \frac{7}{3}$$

$$\text{നക്ഷത്രഗുണം} = (2(\frac{7}{3}) + 6, 0, \frac{5(7)+4}{3})$$

$$= \left(\frac{14+18}{3}, 0, \frac{35+12}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{32}{3}, 0, \frac{47}{3} \right)$$

(ii) $y = 2$ தளத்தைக் கவரும் புள்ளியில் $x = 0$

$$\textcircled{1} \Rightarrow 2\lambda + 6 = 0$$

$$2\lambda = -6$$

$$\lambda = -3$$

രജലിന്റെ y ന്റെ = $(2(-3)+6, -3(-3)+7, 5(-3)+4)$
 $= (0, 16, -11)$

④ (5,6,7) மற்றும் (7,9,13) என்ற புள்ளிகள் வட்டியாக செல்லும் கோந்தோட்டின் துணைக்கிரகங்கள் காண்க. கோடுகள் AB ஒரு புள்ளிகள் வட்டியாக செல்லும் கோந்தோட்டின் துணை அளவு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

$$\bar{a} = 5\bar{i} + 6\bar{j} + 7\bar{k}$$

$$\vec{b} = (7\vec{i} + 9\vec{j} + 13\vec{k}) - (5\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k})$$

$$\bar{b} = 2i + 3j + 6k \quad |b| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$$

മെട്രിക് സമത്വം $\bar{x} = \bar{a} + t\bar{b}$

$$\vec{r} = (5\hat{i} + 6\hat{j} + 7\hat{k}) + t(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

தார்டிசியன் கண்பாடு.

$$\frac{x-x_1}{b_1} = \frac{y-y_1}{b_2} = \frac{z-z_1}{b_3}$$

$$\frac{x-5}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-7}{6}$$

நிகழ்வுகளின் தொகுப்பு $= \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7} \right)$

⑤ பிங்கடும் கொடுகருக்கு இடைப்பட்ட நூதாங்கொணும் காண்

j) $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$, $\vec{r} = (1\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) + s(-\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{d} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = 1(-1) + 2(-2) - 2(2)$$

$$= -1 - 4 - 4$$

$$= -9$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3 \quad |\vec{d}| = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

கோணங்களுக்கு இடையில் கோணம்

$$\cos \theta = \frac{|\vec{b} \cdot \vec{d}|}{|\vec{b}| |\vec{d}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{|-9|}{3 \cdot 3} \right)$$

$$\theta = \cos^{-1}(1)$$

$$\theta = 0^\circ$$

$$(ii) \frac{x+4}{3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+5}{5}, \quad \vec{r} = 4\hat{k} + t(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} \quad \vec{d} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = 3(2) + 4(1) + 5(1)$$

$$= 6 + 4 + 5$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = 15$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} \quad |\vec{d}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$$

$$\cos \theta = \frac{|\vec{b} \cdot \vec{d}|}{|\vec{b}| |\vec{d}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{15}{\sqrt{50}\sqrt{6}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{15}{\sqrt{300}} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{15^3 \sqrt{3}}{40 \sqrt{3} \sqrt{3}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{8 \times 2} \right) = \cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = 30^\circ \text{ or } \pi/6$$

Book answer
 $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{3}{2\sqrt{3}} \right)$

$$(iii) 2x = 3y = z \text{ மற்றும் } 6x = -y = -4z$$

$$\frac{x}{1/2} = \frac{y}{1/3} = \frac{z}{-1} \quad \frac{x}{1/6} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1/4}$$

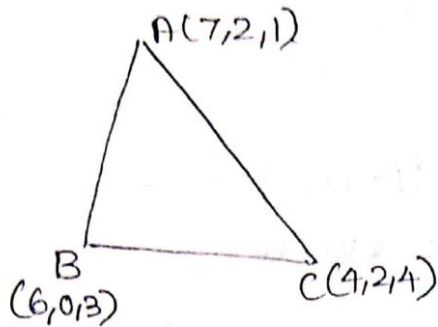
$$\vec{b} = \frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} - \hat{k} \quad \vec{d} = \frac{1}{6}\hat{i} - \hat{j} + \frac{1}{4}\hat{k}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = \frac{1}{12} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1-4+3}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = 0 \Rightarrow \vec{b} \perp \vec{d}$$

இடையில் கோணம் $\theta = 90^\circ \text{ or } \pi/2$.

(6) $A(7, 2, 1)$, $B(6, 0, 3)$ மற்றும் $C(4, 2, 4)$ மூல்கள் $\triangle ABC$ மீது 2-வரிசைத் தளம் $\angle ABC$ ஓர் கோணம்.



ശക്തിമൂലം എങ്ങനെ

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\frac{x-7}{6-7} = \frac{y-2}{0-2} = \frac{z-1}{3-1}$$

$$\frac{x-7}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

$$\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

BC ເອົາ ມາຂຽນ

$$\frac{x-6}{4-6} = \frac{y-0}{2-0} = \frac{z-3}{4-3}$$

$$\frac{x-6}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{1}$$

$$\vec{d} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$|b| = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$|a| = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = -1(-2) - 2(2) + 2(1)$$

$$= 2 - 4 + 2$$

~~$b.d = 0$~~

$$\Rightarrow \overline{b} \perp \overline{d}$$

AB, BC க்கு இடையிலான கோணம் 90°

AB, BC க்கு இடைப்பட்ட கோணம் 90°

⑦ $(2, 1, 4)$ மற்றும் $(a-1, 4, -1)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும்
உதார்த்தமாக $(0, 2, b-1)$ மற்றும் $(5, 3, -2)$ என்ற புள்ளிகளை
இணைக்கும் உதார்த்தமாக இருக்க இணை எல்லில் a, b கள்
மதிப்பு காண.

காரண. $(2, 1, 4), (a-1, 4, -1)$ இணைமீட்டும் கோட்டன் சமன்பாடு

$$\frac{x-2}{a-1-2} = \frac{y-1}{4-1} = \frac{z-4}{-1-4}$$

$$\frac{x-2}{a-3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{-5}$$

$$(0, 2, b-1), (5, 3, -2)$$

$$\frac{x-0}{5-0} = \frac{y-2}{3-2} = \frac{z+1}{-2+1-6}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-b-1}$$

$$\vec{b} = (a-3)\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\bar{d} = 5\hat{v} + \hat{v} - (b+d)\hat{c}$$

മിത്തവ മിത്തവ $\bar{b} = \lambda \bar{d}$

$$(a-3)\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} = \lambda (5\hat{i} + \hat{j} - (b+1)\hat{k})$$

$$(a-3)\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} = \lambda 5\hat{i} + \lambda \hat{j} - \lambda(b+1)\hat{k}$$

↓ மீள்கருவியில் $\lambda = 3$

↑ അറക്കൂ മുൻ $a-3=5\lambda$

$$a = 1543$$

$$a = 18$$

ഇതിനാൽ $-\lambda(b+1) = -5$

$$b+1 = \underline{\underline{5}}$$

$$b = \frac{5}{2} + 3$$

$$b = \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{8} \frac{x-5}{5m+2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-1} \text{ மற்றும் } x = \frac{2y+1}{4m} = \frac{z-1}{-3}$$

என்ற கோடுகளுக்கள் செங்குத்தானவை எனில், m ன் மதிப்பை காண.

$$\frac{x-5}{5m+2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2m} = \frac{z-1}{3}$$

$$\vec{b} = (5m+2)\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{d} = \hat{i} + 2m\hat{j} + 3\hat{k}$$

செங்குத்தானவை $\vec{b}, \vec{d} = 0$

$$(5m+2) - 5(2m) + 1(3) = 0$$

$$5m+2 - 10m + 3 = 0$$

$$-5m = -5$$

$$\boxed{m=1}$$

$\textcircled{9} (2,3,4), (-1,4,5)$ மற்றும் $(8,1,2)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமை புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

$(2,3,4), (-1,4,5)$ இவற்றுக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x-2}{-1-2} = \frac{y-3}{4-3} = \frac{z-4}{5-4}$$

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$$

$(8,1,2)$ ஐ பிரதியிட

$$\frac{8-2}{-3} = \frac{1-3}{1} = \frac{2-4}{1}$$

$$\frac{-6}{-3} = \frac{-2}{1} = \frac{-2}{1}$$

$$-2 = -2 = -2$$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளும் ஒரு கோட்டின் அமைப்பும்.

பயிற்சி 6.5

1) $(5,2,8)$ என்ற புள்ளி வழி செல்லும் $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + s(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ஆகிய கோடுகளுக்கு செங்குத்தானதுமான கோடுக்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{d} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-4-2) - \hat{j}(4-1) + \hat{k}(4+2)$$

$$= -6\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$= -3(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$$

$\vec{b} \times \vec{d}$ ன் திசை $\vec{b}, \vec{d}$ க்கு செங்குத்தானது.

2) $\vec{r} = (6\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + 3(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ மூலக்கூறு

$\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) + t(2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ எனப்போது ஆடுதல்
அல்லது கோடுகள் எனக்காட்டுக. மேலும் அக்கோடுகளுக்கு
இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரம் காண்க.

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} \quad \vec{d} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{a} = 6\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = -3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-10+12) - \hat{j}(-5+6) + \hat{k}(4-4)$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = 2\hat{i} - \hat{j} + 0\hat{k}$$

$$|\vec{b} \times \vec{d}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{மீச்சிறுதூரம்} = \frac{|[(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}]|}{|\vec{b} \times \vec{d}|} = \frac{|(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{d})|}{|\vec{b} \times \vec{d}|}$$

$$= \frac{|-3(2) + 1(-1) - 4(0)|}{\sqrt{5}} = \frac{|-6 - 1 - 0|}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{|-7|}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{5}} \text{ அலகுகள்.}$$

3) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y-m}{2} = z$ என்ற கோடுகள்
ஒரு புள்ளியில் சமன்பாடுகளை கொண்டும் எனில் எண்மதிப்பு காண்க.
இரு கோடுகள் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு தீர்வுகளைத்

$$[(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}] = 0$$

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{c} = 3\hat{i} + m\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{d} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\begin{vmatrix} 3-1 & m+1 & 0-1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & m+1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$2(3-8) - (m+1)(2-4) - 1(4-3) = 0$$

$$2(-5) + 2(m+1) - 1(1) = 0$$

$$-10 + 2m + 2 - 1 = 0$$

$$2m - 9 = 0$$

$$2m = 9$$

$$m = \frac{9}{2}$$

④ $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1}, z-1=0$ மற்றும் $\frac{x-6}{2} = \frac{z-1}{3}, y-2=0$

என்ற கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் எண் காட்டு, அதை வெட்டும் புள்ளி காண்க.

$$\begin{aligned} z-1 &= 0 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y-2 &= 0 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

y=2 என

$$\therefore \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} \text{ விடுகிறீர்}$$

$$\frac{x-3}{3} = \frac{2-3}{-1}$$

$$\frac{x-3}{3} = \frac{-1}{-1}$$

$$\begin{aligned} x-3 &= 3 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

வெட்டும் புள்ளி (6, 2, 1)

(என்பது இரண்டு சமன்பாடுகளையும் சேர்த்து எதிர்த்து)

⑤ $x+1=2y=-12z$ மற்றும் $x=y+2=6z-6$

என்ற கோடுகள் ஒரு தளம் அல்லவா கோடுகள் எனக்காட்டி அவற்றிற்கு இடையிட்ட செல்லு தூரத்தையும் காண்க.

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1/2} = \frac{z}{-1/12}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1/6}$$

$$\vec{a} = -\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{b} = \hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} - \frac{1}{12}\hat{k}$$

$$\vec{c} = 0\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{d} = \hat{i} + \hat{j} + \frac{1}{6}\hat{k}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1/2 & -1/12 \\ 1 & 1 & 1/6 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \right) - \hat{j} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) + \hat{k} \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = \frac{1}{6}\hat{i} - \hat{j} \frac{2}{4} + \frac{1}{2}\hat{k}$$

$$[(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}] = (\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{d})$$

$$= 1 \left(\frac{1}{6} \right) - 2 \left(-\frac{1}{4} \right) + 1 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+3+3}{6} = \frac{7}{6} \neq 0$$

$$[(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}] \neq 0$$

எனவே இவை ஒரு தளம் அல்ல கோடுகள்

$$\text{செல்லு தூரம்} = \frac{|[(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}]|}{|\vec{b} \times \vec{d}|} = \frac{7/6}{\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{2}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}}$$

$$= \frac{7/6}{\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4}}} = \frac{7/6}{\sqrt{\frac{4+9+36}{144}}} = \frac{7/6}{\sqrt{\frac{49}{144}}} = \frac{7/6}{7/12} = 2$$

= 2 அலகுகள்.

- ⑥ $(-1, 2, 1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வந்த செங்குத்தான கோடு $\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) + t(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோடுகோடியின் இணையானதுமான செங்குத்தான கோடு துணையாக வரக்கூடிய கோடுகளின் சமன்பாட்டை காண்க. மேலும் (மீட்டர்) தூரம் காண்க.

$$\vec{a} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \quad \text{இணை வகை} \\ \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

வகை சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$$

$$\vec{r} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$(\vec{c} - \vec{a}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(1-4) - \hat{j}(3+2) + \hat{k}(-6-1)$$

$$(\vec{c} - \vec{a}) \times \vec{b} = -3\hat{i} - 5\hat{j} - 7\hat{k}$$

$$|(\vec{c} - \vec{a}) \times \vec{b}| = \sqrt{9+25+49} = \sqrt{83}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

இணைகோடுகளுக்கு இடையிலான

$$\text{தூரம்} = \frac{|(\vec{c} - \vec{a}) \times \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

$$= \frac{\sqrt{83}}{\sqrt{6}} \text{ அலகுகள்.}$$

- ⑦ $(5, 4, 2)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$ என்ற கோடுகோடியின் வரையப்படும் செங்குத்து கோட்டின் அடையாளம் காண்க. அதன் சமன்பாட்டையும் காண்க.

$$\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{OD} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1} = \lambda \text{ என்க.}$$

$$\text{புள்ளிகளின் வகை} = (2\lambda+1, 3\lambda+3, -\lambda+1) \text{ --- ①}$$

$$\vec{OF} = (2\lambda+1)\hat{i} + (3\lambda+3)\hat{j} + (-\lambda+1)\hat{k}$$

செங்குத்து கோட்டின் மீதான வெக்டர்

$$\vec{DF} = \vec{OF} - \vec{OD}$$

$$= (2\lambda - 1 - 5)\hat{i} + (3\lambda + 3 - 4)\hat{j} + (-\lambda + 1 - 2)\hat{k}$$

$$\vec{DF} = (2\lambda - 6)\hat{i} + (3\lambda - 1)\hat{j} + (-\lambda - 1)\hat{k}$$

$$\vec{DF} \perp \vec{b} \text{ எனவே } \vec{DF} \cdot \vec{b} = 0$$

$$(2\lambda - 6)2 + (3\lambda - 1)3 + (-\lambda - 1)(-1) = 0$$

$$4\lambda - 12 + 9\lambda - 3 + \lambda + 1 = 0$$

$$14\lambda - 14 = 0$$

$$14\lambda = 14$$

$$\lambda = 1$$

① $\Rightarrow$ செங்குத்து கோட்டின் அடிப்புள்ளி

$$= F(2-1, 3+3, -1+1)$$

$$= F(1, 6, 0)$$

(DFன்) அணி சமன்பாடு

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad \begin{matrix} (5, 4, 2) \\ (1, 6, 0) \end{matrix}$$

$$\frac{x-5}{1-5} = \frac{y-4}{6-4} = \frac{z-2}{0-2}$$

$$\frac{x-5}{-4} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-2}$$

ஒரு தளத்தின் புரட்சியை வகைச் சமன்பாடுகள்

பயிற்சி 6.6

① ஆகியவற்றுக்கு 7 அளவுகள் தொகையில் உள்ளதும், செங்குத்தின் திசைவிகிதங்கள் 3, -4, 5 கொண்டதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர், கார்ட்டீசியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{d} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$P = 7$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16 + 25}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\hat{d} = \frac{\vec{d}}{|\vec{d}|} = \frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{5\sqrt{2}}$$

$$\text{வெக்டர் சமன்பாடு } \vec{r} \cdot \hat{d} = P$$

$$\vec{r} \cdot \left(\frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{5\sqrt{2}} \right) = 7$$

கார்ட்டீசியன் சமன்பாடு

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ என பிரதியிட}$$

$$3x - 4y + 5z = 35\sqrt{2}$$

(24)

- ② $12x+3y-4z=65$ என்ற தளத்திற்கான செங்குத்தின் திசைக்கோணங்கள் காண்க. மேலும் தளத்தின் தூணையலகு அல்லாத வெக்டர் காண்பாடு மற்றும் ஆய்விடுந்து தளத்திற்கு உதரயட்ட செங்குத்தின் நீளம் காண்க.

$$\vec{d} = 12\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{12^2 + 3^2 + (-4)^2} = \sqrt{144 + 9 + 16} = \sqrt{169}$$

$$|\vec{d}| = 13$$

$$\text{திசைக்கோணங்கள்} = \left(\frac{12}{13}, \frac{3}{13}, \frac{-4}{13} \right)$$

தூணையலகு அல்லாத (அல்லாத) வெக்டர் காண்பாடு

$$\vec{r} \cdot (12\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) = 65$$

$$\vec{r} \cdot (12\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) = 13 \times 5$$

$$\vec{r} \cdot \frac{(12\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k})}{13} = 5$$

$$\vec{r} \cdot \hat{d} = 5$$

$$\vec{r} \cdot \hat{d} = p \text{ 2-ன் ஆய்விடு}$$

$$p = 5 \text{ செங்குத்து நீளம் } p = 5.$$

- ③ $2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ என்ற திசை வெக்டர் கொண்டு புள்ளிவழி செல்லும் $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ என்ற வெக்டருக்கு செங்குத்தானதுமான தளத்தின் வெக்டர், காந்தரீயன் காண்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k} \quad \vec{n} = \hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\text{வெக்டர் காண்பாடு} \quad \vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$= 2(1) + 6(3) + 3(5)$$

$$= 2 + 18 + 15$$

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}) = 35$$

$$\text{காந்தரீயன் காண்பாடு}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ எனப்படுத்துக}$$

$$x + 3y + 5z = 35.$$

- ④ $(-1, 1, 2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்லும் ஆய அச்சங்களின் சமகோணத்தை ஒட்டிவரும் எண்ணையு $3\sqrt{3}$ கொண்ட செங்கோண்டை கொண்டதுமான தளத்தின் வெக்டர், காந்தரீயன் காண்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\text{ஆய அச்சங்களின் சமகோணம் } \alpha = \beta = \gamma$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$3\cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{3} \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{n} = 3\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{k} \right)$$

$$\vec{n} = 3(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

மையுள்ள சமன்பாடு

$$\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}) = (-\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \cdot 3(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}) = 3(-1 + 1 + 2)$$

$$\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}) = 6$$

$$3 \div \vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 2$$

நாட்டிலியன் சமன்பாடு

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ எனப்பிடுதலில்}$$

$$x + y + z = 2$$

5) $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) = 12$ என்ற தளம் ஆய அச்சங்களின் மூலம் குறையும் மையுக்கு நேர்த்துணைகளை காண்க.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ எனப்பிடுதலில்}$$

$$6x + 4y - 3z = 12$$

12 ஆல் வகுக்க

$$\frac{6}{12}x + \frac{4}{12}y - \frac{3}{12}z = \frac{12}{12}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ 2-ன் மூலம்}$$

$$a=2 \quad b=3 \quad c=-4$$

x, y, z மையுக்கு நேர்த்துணைகள் 2, 3, -4

6) ஒரு தளம் ஆய அச்சங்களைக் குறைவாக A, B, C என்ற புள்ளிகளில் மையுக்கு நேர்த்துணை 2 குறையும் மூல்களாகும் ABC-ன் மையுக்கு நேர்த்துணை சமன்பாடு (u, v, w) எனில் தளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

மையுக்கு நேர்த்துணை வடிவ தளத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad \text{--- ①}$$

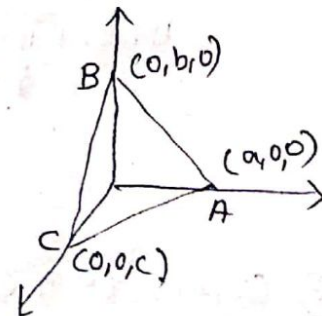
$$\Delta ABC \text{ ன் மூல்களாக சமன்பாடு } = (u, v, w)$$

$$\left(\frac{a+0+0}{3}, \frac{0+b+0}{3}, \frac{0+0+c}{3} \right) = (u, v, w)$$

$$\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3} \right) = (u, v, w)$$

$$\frac{a}{3} = u \quad \frac{b}{3} = v \quad \frac{c}{3} = w$$

$$a=3u, \quad b=3v, \quad c=3w$$



மூல் பிழைப்பு (26)

$$\frac{x}{3u} + \frac{y}{3v} + \frac{z}{3w} = 1$$

3 ஆல் பெருக்கி,

$$\frac{x}{u} + \frac{y}{v} + \frac{z}{w} = 3 //$$

----- X -----

பயிற்சி 6.7

① (2,3,6) என்ற புள்ளி வட்டி எகவலும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும்

$\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையங்கு அல்லாத வெக்டர் காண்பாடு மற்றும் காந்திசியன் காண்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{c} = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \hat{i}(-9+5) - \hat{j}(-6-2) + \hat{k}(-10-6)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = -4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}$$

துணையங்கு அல்லாத வெக்டர் காண்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$(\vec{r} - (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})) \cdot (-4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}) = 0$$

$$(\vec{r} \cdot (-4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k})) - (2(-4) + 3(8) + 6(-16)) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (-4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}) - (-8 + 24 - 96) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (-4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}) + 80 = 0$$

$$\vec{r} \cdot (-4\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}) = -80$$

காந்திசியன் காண்பாடு

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$-4x + 8y - 16z = -80$$

$$x - 2y + 4z = 20$$

② (2,2,1), (9,3,6) ஆகிய புள்ளிகள் வட்டி எகவலும்

$2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்தில் எகவலுக்கான அமைவுகளைத் தளத்தின் துணையங்கு வெக்டர் காண்பாடு மற்றும் காந்திசியன் காண்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} = 9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s)(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + s(9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + t(2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k})$$

கார்டினேயட் சமன்பாடு

$$(2, 2, 1)$$

$$(9, 3, 6)$$

A. Karthikeyan
Mannargudi

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ 9-2 & 3-2 & 6-1 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(6-30) - (y-2)(42-10) + (z-1)(42-2) = 0$$

$$-24(x-2) - 32(y-2) + 40(z-1) = 0$$

$$-24x + 48 - 32y + 64 + 40z - 40 = 0$$

$$-24x - 32y + 40z + 72 = 0$$

$$-8 \div 3x + 4y - 5z - 9 = 0$$

$$\frac{112}{-40}$$

துணையாக அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) - 9 = 0$$

- ③ $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்லக் கூடியதாகும். $(2, 1, -3)$, $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்கு இணையாகவும் அதையும் துருத்திகள் துணையாக வெக்டர், கார்டினேயட் சமன்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{c} = (-\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})$$

$$\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s)(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + s(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$+ t(-3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$$

கார்டினேயட் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

(28)

$$(2, 2, 1)$$

$$(x, y, z)$$

$$(1, -2, 3)$$

$$x_2, y_2, z_2$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ 1-2 & -2-2 & 3-1 \\ -3 & 4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ -1 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(20-8) - (y-2)(5+6) + (z-1)(-40-12) = 0$$

$$12x - 24 - 11y + 22 - 16z + 16 = 0$$

$$12x - 11y - 16z + 14 = 0$$

- ④ $(1, -2, 4)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் $x+2y-3z=11$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அதையும் தளத்தின் துணையாக அல்லாத மையப் புள்ளி மூன்று கார்டிகேயன் புள்ளிகளை காண்க.

$$\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k} \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{c} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(2-3) - \hat{j}(1+9) + \hat{k}(-1-6)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = -\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}$$

துணையாக அல்லாத மையப் புள்ளி மூன்று

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}) = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k})$$

$$\vec{r} \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}) = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k})$$

$$\vec{r} \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}) = 1(-1) - 2(-10) + 4(-7)$$

$$= -1 + 20 - 28$$

$$\vec{r} \cdot (-\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}) = -9$$

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} + 10\hat{j} + 7\hat{k}) = 9$$

கார்டிகேயன் புள்ளி மூன்று

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ என பிரதியிடுக}$$

$$x + 10y + 7z = 9$$

- ⑤ $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ என்ற கோட்டை 2 அளவகங்களும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வாய்வு வெக்டர் மற்றும் கோட்டீசியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + s(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

கோட்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(-1-8) - (y+1)(2-4) + (z-3)(4+1) = 0.$$

$$-9x+9+2y+2+5z-15=0$$

$$-9x+2y+5z-4=0$$

$$9x-2y-5z+4=0.$$

- ⑥ $(3, 6, -2), (-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, -4, -2)$ ஆகிய மூன்று கோட்டீசியன்களையுடைய தூண்டி புள்ளிகள் வழி செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் மற்றும் கோட்டீசியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

$$\vec{a} = 3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$\vec{c} = 6\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = -4\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = 3\hat{i} - 10\hat{j}$$

துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}) + s(-4\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}) + t(3\hat{i} - 10\hat{j})$$

கோட்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-6 & z+2 \\ -4 & -8 & 8 \\ 3 & -10 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-3)(0+80) - (y-6)(0-24) + (z+2)(40+24) = 0$$

$$80(x-3) + 24(y-6) + 64(z+2) = 0$$

$$10(x-3) + 3(y-6) + 8(z+2) = 0$$

8÷

(30)

$$10x - 30 + 3y - 18 + 8z + 16 = 0$$

$$10x + 3y + 8z - 32 = 0$$

⑦ $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$
 மூன்று தளத்தில் குறையாக அல்லாத வெக்டர் மூன்றும்
 காந்தியின் சமன்பாடு காண்க.

$$\vec{a} = 6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \quad \vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{c} = -5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-10+4) - \hat{j}(-5+5) + \hat{k}(4+10)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = -6\hat{i} - 10\hat{j} + 14\hat{k}$$

குறையாக அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$(\vec{r} - (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})) \cdot (-6\hat{i} - 10\hat{j} + 14\hat{k}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (-6\hat{i} - 10\hat{j} + 14\hat{k}) = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \cdot (-6\hat{i} - 10\hat{j} + 14\hat{k})$$

$$= -36 + 10 + 14$$

$$\vec{r} \cdot (-6\hat{i} - 10\hat{j} + 14\hat{k}) = -12$$

$$-2 \text{ ஆல் வகுக்க } \vec{r} \cdot (3\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}) = 6$$

காந்தியின் சமன்பாடு $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$3x + 5y - 7z = 6$$

பயிற்சி 6.8

① $\vec{r} = (5\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}) + s(4\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ மற்றும்

$$\vec{r} = (8\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + t(7\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})$$
 ஆகிய இரு தளங்கள்

ஒரு தளத்தில் அமைபும் என் காண்பி அமை அமைபும்
 தளத்தில் குறையாக அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு
 காண்க.

$$\vec{a} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{c} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{d} = 7\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + 8\hat{k}$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 4 & -5 \\ 7 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(12+5) - \hat{j}(12+35) + \hat{k}(4-28)$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = 17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}$$

$$\begin{aligned} [(\vec{c} - \vec{a}) \cdot \vec{b} \times \vec{d}] &= (\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{d}) \\ &= (3\hat{i} - 3\hat{j} + 8\hat{k}) \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) \\ &= 51 + 141 - 192 \\ &= 0 \end{aligned}$$

இதையே ஒரு தளம் அமையும் என்பதை
துணையாக அல்லாத வெக்டர் காண்போம்

$$\begin{aligned} (\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{d}) &= 0 \\ (\vec{c} - \vec{a}) \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) &= 0 \\ \vec{c} \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) - \vec{a} \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) &= 0 \\ \vec{c} \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) &= \vec{a} \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) \\ &= 85 - 329 + 72 \\ \vec{c} \cdot (17\hat{i} - 47\hat{j} - 24\hat{k}) &= 172 \end{aligned}$$

② $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{3}$ மற்றும் $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ சமன்பாடுகள்
ஒரு தளத்தில் அமையும் சமன்பாடுகளை, மேலும் இவ்வாறு அமையும்
தளத்தை காண்க.

ஒரு தளத்தில் அமைய நிழங்களை

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1-2 & 4-3 & 5-4 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$-1(1-6) - 1(1+9) + 1(2+3) = 0$$

$$-1(-5) - 1(10) + 1(5) = 0$$

$$5 - 10 + 5 = 0$$

$$0 = 0$$

இதையே ஒரு தளம் அமைய
காட்டவேண்டி காண்போம்

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-4 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$-5(x-2) + 10(y-3) + 5(z-4) = 0$$

$$-5x + 10 - 10y + 30 + 5z - 20 = 0$$

$$-5x - 10y + 5z + 20 = 0$$

$$-5 \div \quad x + 2y - z - 4 = 0 //$$

(32)

③ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{m^2}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{m^2} = \frac{z-1}{2}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரு தளத்தில் அமைகின்றன எனில் மதிப்புகளை காண்க.

ஒரு தளம் அமைந்துள்ளதால்

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = 0$$

$(1, 2, 3)$
 (x, y, z)

$(3, 2, 1)$
 x_2, y_2, z_2

$$\begin{vmatrix} 3-1 & 2-2 & 1-3 \\ 1 & 2 & m^2 \\ 1 & m^2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & m^2 \\ 1 & m^2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$2(4-m^4) - 0(2-m^2) - 2(m^2-2) = 0$$

$$2(2^2-m^2) - 2(m^2-2) = 0$$

$$2((2+m^2)(2-m^2) + 2(2-m^2)) = 0$$

$$2(2+m^2)(2+m^2+1) = 0$$

$$2-m^2=0$$

$$m^2+3=0$$

$$m^2=2$$

$$m^2=-3$$

$$m=\pm\sqrt{2}$$

மடியில்லை.

④

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{\lambda} = \frac{z}{2}$ மற்றும் $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{\lambda}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரு தளத்தில் அமைகின்றன எனில் λ ன் மதிப்பு காண்க. மேலும் இவ்விரு கோடுகளை நிகாண்ட தளத்தின் சமன்பாடுகளை காண்க.

ஒரு தளத்தில் அமைகிறது எனவே

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = 0$$

x_1, y_1, z_1
 $(1, -1, 0)$

$(-1, -1, 0)$
 x_2, y_2, z_2

$$\begin{vmatrix} -1-1 & -1+1 & 0-0 \\ 2 & \lambda & 2 \\ 5 & 2 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & \lambda & 2 \\ 5 & 2 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

(33)

$$-2(\lambda^2 - 1) = 0$$

$$\lambda^2 = 1$$

$$\lambda = \pm 1$$

தளத்தின் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(4-4) - (y+1)(4-10) + z(4-10) = 0$$

$$0(x-1) + 6(y+1) - 6z = 0$$

$$6y + 6 - 6z = 0$$

$$6 \div \quad y - z + 1 = 0$$

பயிற்சி 6.9

சென்னைப் பல்கலைக்கழகம்
PGT RIGHTS
THE RUMKOTTAI
THE RUMKOTTAI

① $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - 7\hat{j} + 4\hat{k}) = 3$ மற்றும் $3x - 5y + 4z + 11 = 0$ சமன்பாடுகளின் வெட்டுக்கோடு வழியாகவும் $(-2, 1, 3)$ சமீப புள்ளி. வழியாகவும் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

→ $2x - 7y + 4z - 3 = 0$, $3x - 5y + 4z + 11 = 0$

இரு தளங்களின் வெட்டுக்கோடு வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு.

$$(2x - 7y + 4z - 3) + \lambda(3x - 5y + 4z + 11) = 0 \quad \text{--- ①}$$

இத்தளம் $(-2, 1, 3)$ வழி செல்லுதல்

$$(-4 - 7 + 12 - 3) + \lambda(-6 - 5 + 12 + 11) = 0$$

$$(-2) + \lambda 12 = 0$$

$$12\lambda = 2$$

$$\lambda = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{6}}$$

$$\text{①} \Rightarrow 2x - 7y + 4z - 3 + \frac{1}{6}(3x - 5y + 4z + 11) = 0$$

$$\frac{12x - 42y + 24z - 18 + 3x - 5y + 4z + 11}{6} = 0$$

$$15x - 47y + 28z - 7 = 0$$

② $x + 2y + 3z = 2$, மற்றும் $x - y + z + 11 = 3$ சமீப தளங்களின் வெட்டுக்கோடு வழி செல்லும் தளம் $(3, 1, -1)$ சமீப புள்ளியிலிருந்து $\frac{2}{\sqrt{3}}$ தொலைவில் உள்ளதுமான தளத்தின் சமன்பாடு காண்க

→ $x + 2y + 3z - 2 = 0$, $x - y + z + 8 = 0$ வெட்டுக்கோடுகள் வழி செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு

$$(x + 2y + 3z - 2) + \lambda(x - y + z + 8) = 0$$

$$(1 + \lambda)x + (2 - \lambda)y + (3 + \lambda)z - 2 + 8\lambda = 0 \quad \text{--- ①}$$

$(3, 1, -1)$ லிருந்து இத்தளத்திற்கு தூரம் $= \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\frac{3(\lambda+1)+1(2-\lambda)-1(3+\lambda)-2-3\lambda}{\sqrt{(\lambda+1)^2+(2-\lambda)^2+(3+\lambda)^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3\lambda+3+2-\lambda-3-\lambda-2-3\lambda}{\sqrt{\lambda^2+2\lambda+1+4-4\lambda+\lambda^2+9+6\lambda+\lambda^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$-2\lambda\sqrt{3} = 2\sqrt{3\lambda^2+4\lambda+14}$$

வாய்ந்த பக்கம்

$$4\lambda^2 \times 3 = 4(3\lambda^2+4\lambda+14)$$

$$12\lambda^2 = 12\lambda^2+16\lambda+56$$

$$16\lambda = -56$$

$$\lambda = \frac{-56}{16} = -\frac{7}{2}$$

$$\lambda = -\frac{7}{2}$$

① ஸ் பிடிக்கிவிட

$$(x+2y+3z-2) - \frac{7}{2}(x-y+z-3) = 0$$

$$2x+4y+6z-4-7x+7y-7z+21=0$$

$$-5x+11y-z+17=0$$

$$5x-11y+z-17=0$$

- ③ $\vec{r} = (2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) + t(\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

$$\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$$

$$\vec{n} = 6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$$

ஒரு கோடு, தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$\sin \theta = \frac{|\vec{b} \cdot \vec{n}|}{|\vec{b}| |\vec{n}|}$$

$$= \frac{|1(6)+2(3)-2(2)|}{\sqrt{1+4+4} \sqrt{36+9+4}}$$

$$= \frac{|6+6-4|}{\sqrt{9} \sqrt{49}}$$

$$= \frac{|6+6-4|}{9 \times 7}$$

$$\sin \theta = \frac{8}{3 \times 7}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$$

- ④ $\vec{r} \cdot (\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}) = 3$ மற்றும் $2x-2y+z=2$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

$$\vec{n}_1 = \hat{i}+\hat{j}-2\hat{k} \quad \vec{n}_2 = 2\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$$

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}$$

(35)

$$\cos \theta = \frac{|1(2) + 1(-2) - 2(1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{|2 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \sqrt{9}} = \frac{-2}{3\sqrt{6}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{3\sqrt{6}}\right)$$

- ⑤ $(3, 4, -1)$ என்ற புள்ளி வர்தி செல்வதும் $2x - 3y + 5z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு இணையானதுமான தளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க. இவ்விரு தளங்களுக்கு இடையிட்ட தொலைவை கா

$2x - 3y + 5z + 7 = 0$ க்கு இணையான தளத்தின் சமன்பாடு $2x - 3y + 5z + k = 0$ இது $(3, 4, -1)$ வர்தி

செல்வதால் $2(3) - 3(4) + 5(-1) + k = 0$
 $6 - 12 - 5 + k = 0$
 $-11 + k = 0$
 $k = 11$

தளத்தின் சமன்பாடு $2x - 3y + 5z + 11 = 0$
 இணைதளங்களுக்கு இடையிட்ட

$$\text{தொலைவு} = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$= \frac{|7 - 11|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 5^2}} = \frac{4}{\sqrt{4 + 9 + 25}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{38}} \text{ அலகுகள்}$$

- ⑥ $(1, -2, 3)$ விருந்தது $x - y + z = 5$ என்ற தளத்திற்கு வரையவில் செங்குத்தின் தூரம் காண்க.

$$\text{செங்குத்தின் தூரம்} = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$= \frac{|1 + 2 + 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ அலகுகள்}$$

- ⑦ $x+1 = \frac{y}{2} = z+1$ என்ற கோடும் $2x - y + 2z = 2$ என்ற தளமும் சந்திக்கும் புள்ளியை காண்க. மேலும் திக்குகோட்டிற்கும் தளத்திற்கும் இடையிட்ட தொலைவை காண

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1} = \lambda \text{ என்க}$$

$$\text{புள்ளிகளின் வடிவம் } (\lambda+1, 2\lambda, \lambda+1)$$

இது $2x - y + 2z = 2$ ன் சிதாபித்தது

$$2(\lambda + 1) - 2\lambda + 2(\lambda - 1) = 2$$

$$2\lambda + 2 - 2\lambda + 2\lambda - 2 = 2$$

$$2\lambda = 2$$

$$\lambda = 1$$

$$\therefore \text{செங்குத்தம் புள்ளி} = (1+1, 2(1), 1-1)$$

$$= (2, 2, 0)$$

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{n} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$

கோண-தளம் இடைப்பட்ட கோணம்

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{|\vec{b} \cdot \vec{n}|}{|\vec{b}| |\vec{n}|} \\ &= \frac{|2 - 2 + 2|}{\sqrt{1+4+1} \sqrt{4+1+4}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{6} \cdot 3} \end{aligned}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{2}{3\sqrt{6}}\right)$$

⑧ $(4, 3, 2)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $x + 2y + 3z = 2$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடியின், அச்ச தூரங்களையும் செங்குத்தின் நீளத்தையும் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{செங்குத்தின் நீளம்} &= \left| \frac{x_1 + 2y_1 + 3z_1 - 2}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} \right| \\ &= \left| \frac{4 + 2(3) + 3(2) - 2}{\sqrt{1+4+9}} \right| \\ &= \left| \frac{4+6+6-2}{\sqrt{14}} \right| = \frac{14}{\sqrt{14}} \\ &= \sqrt{14} \text{ அலகுகள்} \end{aligned}$$

பிம்பப் புள்ளியின் அச்ச தூரம் $\vec{v} = \vec{u} + \frac{2(\vec{p} - \vec{u} \cdot \vec{n})}{|\vec{n}|^2} \vec{n}$

$$\vec{u} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{n} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{v} = (4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) + \frac{2(2 - (16))}{(\sqrt{14})^2} (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$= (4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) + \frac{2(-14)}{14} (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$= 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k} - 2\hat{i} - 4\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{v} = 2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\text{செங்குத்தின் அடிப்புள்ளி} = \frac{\vec{u} + \vec{v}}{2} = \frac{6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}}{2} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

$$\text{புள்ளி} = (3, 1, -1) //$$

ஆலோசனைகளை
கேளவும்

சி.கார்த்திகேயன்
9715634957