www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

கணங்கள், தொடர்புகள், சார்புகள் - அத்தியாயம் 1. XI Std _ 2018-19

கணம்: கணம் என்பது முறையாக, தெளிவாக வரையறுக்கப்பட்ட ஒருதொகுப்பு ஆகும்.

வெற்றுகணம்: எந்த உறுப்பும் இல்லாத ஒருகணம் வெற்று கணம் ஆகும். { }

மிகைகணம், மேற்கணம் $A \subseteq B$ எனில் A எனும் கணத்தில் உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் B எனும் கணத்தில் உள்ளது. எனவே A-னது B ன் உட்கணம் எனவும் B கணமானது A ன் மேற்கணம் (அ) மிகைகணம் எனவும் கூறலாம்.

சமக்கணங்கள். $A \subseteq B$, $B \subseteq A$ என இருப்பின் இருகணங்களும் சமகணங்கள் ஆகும்.

வெளிப்படை உட்கணங்கள் எந்தவொரு A என்ற கணத்திற்கு வெற்று கணமும் அந்த கணமும் எப்போதும் உட்கணங்களாகும். இந்த இரு உட்கணங்களும் வெளிப்படை உட்கணங்களாகும்.

தகு உட்கணம். A ஆனது B ன் உட்கணமாகவும் $A \neq B$ எனவும் இருந்தால் A ஆனது B ன் தகு உட்கணமாகும்.

தகா உட்கணம்: A எனும் ஒரு கணத்தின் உறுப்புகள் உறுப்புகள் அனைத்தும் A எனும் கணத்திலேயே அமைந்திருப்பதால் $A \subseteq A$ எனலாம். இத்தகைய கணம் தகாஉட்கணம் எனப்படும்.

A எனும் எந்த ஒரு வெற்றுகணமில்லாத கணமும் A கணத்தின் தகாஉட்க

$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$ N- இயல் எண்கள், W குறையற்ற முழு எண்கள், Z - அனைத்து முழுஎண்களின் கணம், Q விகிதமுறு எண்களின் கணம் ஆகும். Q' - விகிதமுறா எண்களின் கணம் R ன் உட்கணமாக மட்டுமே அமையும் மற்ற எண்களுக்கு உட்கணமாக அமையாது.

சேர்ப்பு, மற்றும் வெட்டுகணம்.
A, B என்ற இருகணங்களின் சேர்ப்பு கணம் $A \cup B = \{x : x \in A, (அ)\ x \in B\}$.

வெட்டுகணம் $A \cap B = \{x : x \in A$ மற்றும் $x \in B\}$

A, மற்றும் B ஆகிய இரு கணங்களுக்கு பொதுவான உறுப்பு ஏதுமின்றி அமைந்தால் அவை வெட்டா கணங்கள் $A \cap B = \varphi$.

அடுக்குகணம்: A என்பது ஒரு கணம் எனில் A ன் அனைத்து உட்கணங்களையும் உள்ளடக்கிய கணம் அடுக்கு கணம் எனப்படும். இது P(A) ஆகும்.
$P(A) = \{B : B \subseteq A\}$
A ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n எனில் P(A) ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 2^n (அ) $n[P(A)] = 2^n$

அனைத்துகணம்: கணித செயல்பாட்டில் கருத்தில் கொள்ளப்படும் எல்லா கணங்களும் உட்கணங்களாக அமையுமாறு ஒரு நிலையான கணம் அமையும் எனில் அதுவே அனைத்து கணம் ஆகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

நிரப்பிகணம்: $A' = \{x : x \in U$ மற்றும் $x \notin A\}$ என்பது U எனும் அனைத்து கணத்தின் உட்கணமான A எனும் ஒரு கணத்திற்கு நிரப்பிகணம்

கணவேறுபாடு: $A - B = \{a : a \in A$ மற்றும் $a \notin B\}$ எனில் கணம் B ல் கணம் A ன் கணவேறுபாடு என்கிறோம் இதை $A-B$ என்று குறிப்பிடலாம்.

1. $U - A = A'$ 2) $A - A = \varphi$ 3) $\varphi - A = \varphi$ 4) $A - \varphi = A$ 5) $A - U = \varphi$

சமச்சீர் வேறுபாடு: $A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ A, B ஆகிய கணங்களின் சமச்சீர் வேறுபாடு என்பது $A \Delta B$ ஆகும்.

குறிப்பு: $A \Delta B$ ல் உள்ள உறுப்புகள் $A \cap B$ ல் இல்லாமல் $A \cup B$ ல் மட்டுமே இருக்கும் $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

முடிவுறு கணம்: கணம் A ல் எண்ணிடத்தக்க n உறுப்புகள் $n \in N$ இருந்தால் அது முடிவுறு கணமாகும். இம்முடிவுறு கணத்தின் செவ்வெண்ணை (cardinality) n எனவும் குறியீட்டில் $n(A)$ எனவும் குறிப்பிடலாம்.

முடிவுறா கணம்: கணம் A ல் எண்ணிடத்தகாத உறுப்புகள் இருந்தால் அது முடிவுறா கணமாகும்.

மேலும் $n(A) = 1$ எனில் அதை ஒருறுப்பு கணம் எனலாம்.

$n(A) = 1$, $n(\varphi) = 0$.

கணங்களின் பண்புகள்:

1) பரிமாற்று பண்பு 1) $A \cup B = B \cup A$ 2) $A \cap B = B \cap A$

2) சேர்ப்பு பண்பு 1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ 2) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.

3) பங்கீட்டு பண்பு 1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4) சமனிப் பண்பு 1) $A \cup \varphi = A$ 2) $A \cap U = A$

5) தன்னடுக்கு பண்பு 1) $A \cup A = A$ 2) $A \cap A = A$

6) உட்கவர் பண்பு 1) $A \cup (A \cap B) = A$ 2) $A \cap (A \cup B) = A$

7) சமச்சீர் வேறுபாட்டு பண்புகள் 1) $A \Delta B = B \Delta A$ 2) $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$ 3) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

8) வெற்றுகணத்திற்கும் அனைத்து கணத்திற்குமான பண்புகள் 1) $\varphi' = U$ 2) $U' = \varphi$ 3) $A \cup A' = U$ 4) $A \cap A' = \varphi$ 5) $A \cup U = U$ 6) $A \cup U = A$.

9) செவ்வெண்ணைக் கணங்கள்: 1) A, B ஏதேனும் இருகணங்கள் எனில் $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
2) A, B ஆகியவை வெட்டா கணங்கள் எனில் $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

A, B, C ஏதேனும் மூன்று கணங்கள் எனில்

$$n(A\cup B\cup C) = n(A)+n(B)+n(C) - n(A\cap B) - n(B\cap C) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$$

அடுக்கு கணத்தின் பண்புகள்:
1) $A \subseteq B$ எனில் $P(A) \subseteq P(B)$
2) $P(A)\cap P(B) = P(A\cap B)$
3. $P(A\cup B) \neq P(A)\cup P(B)$

சில முடிவுகள்:
1) $n(A\cup B) = n(A-B) + n(B-A) + n(A\cap B)$
2) $n(A-B) = n(A) - n(A\cap B) = n[(A\cap B)']$
3) $n(B-A) = n(B) - n(A\cap B)$
4) $n(A\cup B\cup C) = n(A)+n(B)+n(C) - n(A\cap B) - n(B\cap C) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$
5) $n(A\triangle B) = n[(A-B)\cup(B-A)]$
$= n(A-B) + n(B-A)$
$= n(A) + n(B) - 2n(A\cap B)$
6) $n(A'\cup B') = n[(A\cap B)'] = n(U) - n(A\cap B)$
7) $n(A \text{ only}) = n(A) - n(A\cap B) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$
8) $n(\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}) = n(U) - n(A\cup B\cup C)$
9) $n(A\cap B'\cap C') = n[A\cap(B\cup C)'] = n(A) - n[A\cap(B\cup C)]$
10) $\{(A\cup B'\cup C)\cap(A\cap B'\cap C')\}\cup(A\cup B\cup C')\cap(B'\cap C') = B'\cap C'$.

<u>தொடர்புகள்:</u> வரையறை: A, B என்பவை இரு வெற்றற்ற கணங்கள் எனக. A லிருந்து B க்கு வரையறுக்கப்படும் தொடர்பு (relation) R என்பது A மற்றும் B ன் கார்டீசியன் பெருக்கலின் உட்கணமாகும். குறியீட்டின்படி $R \subseteq A\times B$.

$\{a\in A : (a,b)\in R$ ஏதோ ஒரு $b\in B\}$ என்ற கணம் தொடர்பின் சார்பகம் (domain) எனப்படும் $\{b\in B, (a,b)\in R$ ஏதோ ஒரு $a\in A\}$ என்ற கணம் தொடர்பின் வீச்சகம் எனப்படும். எனவே தொடர்பு R ன் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஜோடி உறுப்புகளில் உள்ள முதல் ஆயக் கூறாகும். தொடர்பு R ன் வீச்சகம் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஜோடி உறுப்புகளிலுள்ள இரண்டாவது ஆயக்கூறுகளின் கணமாகும்.

தொடர்பின் சார்பகமானது கார்டீசியன் பெருக்கலின் முதல் கணத்தின் உட்கணமாகவும் தொடர்பின் வீச்சகமானது இரண்டாவது கணத்தின் உட்கணம் என்பதும் குறிப்பிடத்தக்கது. (இரண்டாவது கணம் துணைச்சார்பகம்

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

φ மற்றும் $A\times A$ ஆகிய கணங்கள், கார்டீசியன் பெருக்கலான $A\times A$ ன் உட்கணங்களாக அமைகின்றது. இவ்விரண்டு தொடர்புகளும் உச்சத் தொடர்புகள் என்பதாகும். φ என்பது வெற்றுத் தொடர்பு எனவும் $A\times A$ என்பது அனைத்து தொடர்பு எனவும் அழைக்கப்படும்.

கார்டீசியன் பெருக்கல் A, B, C என்பன மூன்று வெற்றற்ற கணங்கள்.

$A\times B=\{(a,b): a\in A, b\in B\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$A\times B\times C=\{(a,b,c): a\in A, b\in B, c\in C\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$A\times A=\{(a,b): a, b\in A\}$. $A\times A=\{(a,a): a\in A\}$.

$A=B$ எனில் $A\times B=B\times A$ ஆனால் $A\neq B$ எனில் $A\times B\neq B\times A$.

$n(A\times B)=n(A)\cdot n(B)$

$n(A\times B\times C)=n(A)\cdot n(B)\cdot n(C)$

கார்டீசியன் பெருக்கலின் பண்புகள். A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று வெற்றற்ற கணங்கள் எனில்

1) $n(A\times B)=n(A)\,n(B)$
2) $A\times B=\varphi$ A, B யில் ஏதேனும் ஒன்று வெற்று கணம்
3) $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$
4) $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$
5) $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$
6) $(A\times B)\cap(C\times D)=(A\times C)\cap(B\times D)$ ⊗
7) $A\subseteq B$ and $C\subseteq D$ எனில் $A\times C\subseteq B\times D$
8) $A\subseteq B$ எனில் $A\times A\subseteq(A\times B)\cap(B\times A)$
9) $A\times B=B\times A \iff A=B$.
10) A, B ல் ஏதேனும் ஒன்று முடிவிலி கணம் எனில் $A\times B$ என்பதும் முடிவிலி
11) $A\times(B'\cup C')=(A\times B)\cap(A\times C)$
12) $A\times(B'\cap C')=(A\times B)\cup(A\times C)$
13) இரண்டு வெற்றற்ற கணங்கள் n உறுப்புகளை பொதுவானதாக கொண்டிருந்தால், $A\times B$ க்கும் $B\times A$ க்கும் n^2 உறுப்புகளை பொதுவாக கொண்டிருக்கும்.

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

14) $A \neq B$ எனில் $A \times B \neq B \times A$

15) $A = B$ எனில் $A \times B = B \times A$

16) $A \subseteq B$ எனில் $A \times C \subseteq B \times C$.

தொடர்பின் வகைகள்: அடிப்படை தொடர்புகள்.

S என்பது ஏதேனும் ஒரு வெற்றற்ற கணம் என்க S ன் மீதான ஒரு தொடர்பு R என்க

1) $\forall a \in S$ க்கும் a ஆனது a உடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால் R என்பது தற்சுட்டுத் தொடர்பு எனப்படும் (reflexive)

(ie) $\forall a \in S$ க்கும் $(a,a) \in R$ எனில் அத் தொடர்பு தற்சுட்டு தொடர்பாகும்

2) a ஆனது b யுடன் தொடர்புடையது எனில், b ஆனது a உடன் தொடர்புடையதாக அமையும் என்றால் R ஆனது சமச்சீர் தொடர்பு எனப்படும் (symmetric)

(ie) $(a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$ எனில் சமச்சீர் தொடர்பாகும்

3) a என்பது b யுடன் தொடர்புடையது மற்றும் b என்பது c யுடன் தொடர்புடையது எனும் போது a ஆனது c யுடன் தொடர்புடையதாக இருக்கும் எனில் R ஆனது கடப்பு தொடர்பு (transitive) எனப்படும்.

(ie) $(a,b), (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$ எனில் கடப்பு தொடர்பாகும்.

சமானத் தொடர்பு: S என்பது ஏதேனும் ஒரு கணம் என்க. S ல் உள்ள தொடர்பு R, தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பாக இருப்பின் அது சமானத் தொடர்பு (equivalance relation) எனப்படும்

தேற்றம்: m உறுப்புகள் கொண்ட கணத்திலிருந்து n உறுப்புகள் கொண்ட கணத்திற்கு வரையறுக்கப்படும் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை 2^{mn} ஆகும். இதுபோல n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்தின் மீதான தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை 2^{n^2} ஆகும்.

1. n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்தின் மீதான தற்சுட்டு தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை 2^{n^2-n}
2. n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்தின் மீதான சமச்சீர் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை $2^{\frac{n(n+1)}{2}}$

R என்பது A யிலிருந்து B க்கு உள்ள ஒரு தொடர்பு எனில் B யிலிருந்து A க்கு $R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$ என வரையறுக்கும் தொடர்பு R ன் நேர்மாறு (inverse) ஆகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

சார்புகள் (Functions)

<u>வரையறை</u>: A மற்றும் B ஆகியவை இருகணங்கள் என்க. A X B ன் உட்கணமான ஒரு தொடர்பு f ஆனது A யிலிருந்து B க்கு வரையறுக்கப்படும் சார்பு எனக் கூற வேண்டுமாயின் கீழ்காணும் நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்ய வேண்டும்.

1) அனைத்து $a \in A$ க்கு $(a, b) \in f$ எனுமாறு ஒரு உறுப்பு $b \in B$ யை அமைதல் வேண்டும்

2) $(a, b), (a, c) \in f$ எனில் $b = c$ என இருத்தல் வேண்டும்

(i) சார்பகத்தில் இருக்கும் ஒவ்வொரு உறுப்பும் வீச்சகத்தில் உள்ள ஒரே ஒரு உறுப்புடன் சேர்க்கும் தொடர்பு தான் சார்பாகும்.
ii) சார்பகத்தின் எந்த ஒரு உறுப்பும் வீச்சகத்தில் எந்த ஒரு உறுப்புடனும் சேர்க்கப்படாமல் இருக்கக் கூடாது.

(X) குறிப்பு: ஒவ்வொரு சார்பும் தொடர்பாகும். ஆனால் அனைத்து தொடர்புகளும் சார்பாக இருக்க அவசியமில்லை.

f ன் சார்பகம் A மற்றும் f ன் துணைச்சார்பகம் B ஆகும்.
(a, b) என்பது f ல் இருந்தால் $f(a) = b$ ஆகும். a ஐ b ன் முன்பிம்பம் எனக்கூறலாம். b ஐ a ன் பிம்பம் என்றும்

$\{b : (a, b) \in f,\ a \in A$ க்கு$\}$ என்கிற கணத்தை சார்பின் வீச்சகம் எனலாம் (Range). (சார்பின் வீச்சகமும் துணை சார்பகமும் சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை)

B ஆனது R ன் உட்கணமாக இருப்பின் அச்சார்பு மெய்மதிப்புடைய சார்பாகும்.

இரண்டு சார்புகள் f மற்றும் g சமம் எனில் அவற்றின் சார்பகங்கள் சமமாக இருந்து, சார்பகத்திலுள்ள அனைத்து a க்கும் $f(a) = g(a)$ என இருத்தல் வேண்டும்.

சார்பின் வீச்சகம் என்பது துணை சார்பகத்தில் பிம்பங்களை பெற்றுள்ள அனைத்து உறுப்புகளின் கணமாகும்.
சார்பின் வீச்சகமானது துணை சார்பகத்தின் உட்கணம் என்பது தெளிவு. (X) (சார்பா இல்லையா என ஆராய) நிலைக்குத்துக் கோடு சோதனை.

<u>நிலைக்குத்துக் கோடு சோதனை</u>: சார்பகத்தின் ஒவ்வொரு x வழியாக செல்லும் நேர் குத்துக் கோடு அவ்வரைபடத்தை ஒரு புள்ளியில் மட்டும் சந்திக்கிறதோ அல்லது சந்திக்காமல் இருக்கிறதோ அவ்வரைபடம் சார்பை குறிக்கிறது.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

ஏனெனில்: நிலைக்குத்துக் கோடு இரு புள்ளிகளில் சந்தித்தால் சார்பகத்தில் உள்ள ஒரு உறுப்பு இரு பிம்பங்கள் உண்டு என்று பொருள். சார்பகத்தில் உள்ள எந்த உறுப்புக்கும் சந்திக்காமலே இருந்தால் பிம்பம் இல்லை என பொருள்.

வரையறை: (உள்செலுத்தும்) சார்பு: சார்பு $f : A \to B$ ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாக இருக்க A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B ல் உள்ள ஒரே ஒரு உறுப்புடன் கோர்க்கப்பட வேண்டும். எந்த நிலையிலும் A யில் உள்ள ஒரு உறுப்பு B ல் உள்ள இரு உறுப்புகளுடன் கோர்க்கக் கூடாது.

இதற்காக: $x_1, x_2 \in A$ $f(x_1) = f(x_2)$ எனில் $x_1 = x_2$ என இருக்க வேண்டும் (அ) $x_1 \neq x_2$ எனில் $f(x_1) \neq f(x_2)$ என இருக்க வேண்டும்.

வரையறை: (மேல் செலுத்தும்) சார்பு: சார்பு $f : A \to B$ என்ற சார்பு மேல் கோர்த்தல் சார்பாக இருக்க A ன் ஏதாவது ஒரு உறுப்புக்கு B ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் பிம்பமாக அமைய வேண்டும். B ல் உள்ள எந்த உறுப்பும் பிம்பமாக இல்லாமல் இருக்கக் கூடாது.

வீச்சு = துணை சார்பகமாக இருத்தல் வேண்டும்.

இதற்காக $x \neq y$ எனில் $f(x) \neq f(y)$ (அ) $f(x) = f(y)$ எனில் $x = y$ காண்பதல் ஒன்றுக்கொன்று நிரூபித்தல் போல

குறிப்பு: ஒவ்வொரு சமனிச் சார்பும் ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் மேல் கோர்த்தல் சார்பு ஆகும்.

மாறிலிச் சார்பின் துணை சார்பகம் ஒரே ஒரு உறுப்பினை பெற்றிருந்தால் எனில் அது மேல் கோர்த்தல் சார்பாகாது.

குறிப்பு: ஒரு சார்பு மேல் கோர்த்தல் சார்பு இல்லை எனில் அதனை உள் சார்பு எனலாம். அதாவது ஒரு சார்பு மேல் கோர்த்தல் இல்லை எனில் வீச்சகமானது துணை சார்பகத்தின் தகு உட்கணமாகும்.

குறிப்பு: ஒரு சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்று என்பதை துணை சார்பகம் நிர்ணயிப்பதில்லை. ஆனால் துணை சார்பகம் மேல் கோர்த்தலை நிர்ணயிக்கிறது.

A, B என்பன m, n உறுப்புகள் கொண்ட இரு கணங்கள் எனக.

1) $m > n$ எனில் A லிருந்து B க்கு ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பு கிடையாது. காரணம் n ல் இவற்றுக்கு பிம்பம் இருக்காது
2) A யிலிருந்து B க்கு ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பு இருந்தால் $m \leq n$ ஆகும்.
3) $m < n$ எனில் A லிருந்து B க்கு மேல் கோர்த்தல் கிடையாது. காரணம் B ல் இவற்றுக்கு ஒரு பிம்பம் இல்லாமல் போகலாம்.
4) A யிலிருந்து B க்கு மேல் கோர்த்தல் சார்பு இருந்தால் $m \geq n$
5) இருபுறச் சார்பாக இருக்க தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $m = n$
6) இருபுற சார்பாக இல்லாமல் இருக்க தே.போ. நிபந்தனை $m \neq n$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

கிடைமட்டக் கோட்டு சோதனை: (ஒரு சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றா (அ) மேற்கோர்த்தலா என சரிபார்க்க)

துணைசார்பகத்தில் உள்ள ஒருபுள்ளி y வழியாக வரையப்படும் கிடைமட்டக் கோடு வளைவரையில் சந்திக்கும் ஒவ்வொரு இடைக்கும் x ஆயத்தொலை புள்ளியின் அனைத்து முன் பிம்பங்களை குறிக்கும்.

1) y வழியாகச் செல்லும் கிடைமட்டக் கோடு வளைவரையை சந்திக்க வில்லை எனில் முன்பிம்பம் இல்லை எனலாம் எனவே இது மேற்கோர்த்தல் ஆகாது

2. குறைந்தபட்சம் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி வழியாக செல்லும் கிடைமட்டக்கோடு வளை வரையை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட புள்ளியில் சந்தித்தால் x ல் உள்ள ~~ஒரு உறுப்புக்கு~~ ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு ஒரே பிம்பம் கிடைக்கும் எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்று அல்ல

3) y வழியாகச் செல்லும் அனைத்து கிடைமட்டகோடு ஒரே புள்ளியில் சந்தித்தால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பாகும்.

சார்பகம் காணும் முறை:

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு x ன் எம்மதிப்புகளுக்கு வரையறுக்கப்படுகிறதோ அம்மதிப்புகளே சார்பகம் எனப்படும்

1) விகிதமுறு சார்பு: கொடுக்கப்பட்டுள்ள சார்பில் பகுதியை 0 எனக்கொண்டு x ன் மதிப்புகளை காண்க. x ன் இம்மதிப்புகளுக்கு சார்பு வரையறுக்கப்படாது (அதாவது x ன் இம்மதிப்புகளை சார்பில் இட்டால் ∞ வரும்) எனவே இம்மதிப்புகளை தவிர்த்து மற்ற மதிப்புகள் சார்பகமாகும்.

2) வர்க்கமூல சார்பு (Square root fn) வர்க்கமூலம் காண வேண்டிய சார்பு எப்பொழுதும் குறை மதிப்பாக இருக்காது. எனவே கொடுத்துள்ள சார்பு மிகையாக இருக்கும். சார்பை (expression) ≥ 0 எனக்கொண்டு x ன் மதிப்பினை காண்க.

3) வர்க்கமூல சார்பு $\frac{f(x)}{g(x)}$ (எ.கா $\frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$) என்ற வடிவில் இருந்தால் f(x)க்கு சார்பகமும் g(x)க்கு சார்பகமும் கண்டு இரண்டின் வெட்டுகணம் இதன் சார்பாகும். ⊗ $(-1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \cos x \leq 1)$ இவை சமயங்களில் பயன்படுத்த வேண்டி வரும்.

வீச்சகம் காணும் முறை:

1) $y = f(x)$ என்ற சமன்பாட்டை $x = g(y)$ என மாற்று

2) x ன் மெய் மதிப்பு சார்பகத்தில் உள்ளவற்றுக்கேற்ப y ன் மதிப்பு காண்க.

3) இந்த y ன் மதிப்புகளே வீச்சகமாகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

சார்புகளின் சேர்ப்பு: $f: X \to Y$ மற்றும் $g: Y \to Z$ என்பன இரு சார்புகள் என்க. சார்பு $h: X \to Z$ என்பது ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் $h(x) = g(f(x))$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை g உடன் f ன் சேர்ப்பு என அழைக்கலாம். மேலும் $g \circ f$ ஐ வரையறுக்க தே. போ. நிபந்தனை f ன் வீச்சகம் g ன் சார்பகத்தினுள் இருக்க வேண்டும்.

$f \circ g$ என்பது $g \circ f$ க்கு சமமாக இருக்க அவசியமில்லை -

f ம் g ம் ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறு சார்பாக இருந்தால் $f \circ g = g \circ f$ ஆகும் $= I$

ஆனால் $g \circ f$, ஒன்றுக்கொன்று எனில் g, f ஒன்றுக்கொன்றாக இருக்க அவசியமில்லை $g \circ f$ மேற்கோர்த்தல் எனில் f, g மேற்கோர்த்தல் இருக்க அவசியமில்லை.

$f: A \to B$ மற்றும் $g: B \to C$ என்பன இரு சார்புகள் எனில் f, மற்றும் g ஒன்றுக்கொன்று எனில் ~~$g \circ f$~~ $g \circ f$ ஒன்றுக்கொன்றாகும்.

வரையறை: $f: X \to Y$ என்பது இருபுற சார்பு என்க. சார்பு $g: Y \to X$ ஆனது $f(x) = y$ எனும்போது $x = g(y)$ என வரையறுக்கப்படின் சார்பு g ஐ f ன் நேர்மாறு என்று அழைக்கப்படும். (f^{-1})

சார்பு f நேர்மாறு உடையதாக இருந்தால் f ஐ நேர்மாறுத்தன்மை உடையது எனக் கூறலாம் (invertable)

குறிப்பு: f ஆனது இருபுறச் சார்பாக இருந்தால் மட்டுமே நேர்மாறு வரையறுக்க முடியும்.

$R \to R$ க்கு வரையறுக்கப்படும் சார்பு f ன் நேர்மாறு காணும் முறை

1. சார்பினை $y = f(x)$ என்ற கட்டமைப்பில் எழுது
2. x ஐ y ன் அடிப்படையில் எழுது
3) $f^{-1}(y)$ ஐ y ன் கோவையாக எழுதவும்
4) y ஐ x ஆக மாற்றவும்.

ஒற்றை சார்பு, இரட்டை சார்பு.
1) $f(-x) = -f(x)$ எனில் $f(x)$ ஒரு ஒற்றை சார்பு.
2) $f(-x) = f(x)$ எனில் $f(x)$ ஒரு இரட்டை சார்பு.

குறிப்பு: ஒரு சார்பு ஒற்றை சார்பு இல்லை எனில் அது இரட்டை சார்பாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. ஒரு சார்பு ஒற்றை சார்பாக இல்லாமலும் இரட்டை சார்பாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

1. ஒற்றை சார்பு + ஒற்றை சார்பு = ஒற்றை சார்பாகும்
2. இரட்டை + இரட்டை = இரட்டை
3. ஒற்றை × ஒற்றை = இரட்டை
4. இரட்டை × இரட்டை = இரட்டை
5) ஒற்றை × இரட்டை = ஒற்றை
6) ஒற்றைப்படை சார்பாகவும் இரட்டை சார்பாகவும் இருக்கும் சார்பு பூச்சிய சார்பு
7) இரட்டை சார்பு × மிகை மாறிலி (அ) குறை மாறிலி = இரட்டை சார்பு
8) ஒற்றை சார்பு × ~~மிகை~~ ஏதேனும் மாறிலி = ஒற்றை
9) ஒற்றைப் படை சார்பு மின்றி, இரட்டைப்படை சார்பு மின்றி சில சார்புகள் உள்ளன.

g ன் சார்பகத்தில் f ன் வீச்சகம் அமைந்தால் $g \circ f$ வரையறுக்க முடியும்

f ன் சார்பகத்தினுள் g ன் வீச்சகம் அமைந்தால் $f \circ g$ வரையறுக்க முடியும்.

f^{-1} ன் பண்புகள்: 1) நேர்மாறு சார்பு ஒருமைத் தன்மை வாய்ந்தது
2) இருபுறச் சார்பின் நேர்மாறு ஒரு இருபுற சார்பாகும்
3) $(f^{-1})^{-1} = f$.

f என்ற சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல் சார்பாக இருந்தால் மட்டுமே f^{-1} காண முடியும்.

உரு மாற்றத்தை பயன்படுத்தி சார்புகளை வரைபடமாக்குதல்

பிரதிபலிப்பு: 1) x அச்சை பொறுத்து $y = f(x)$ ன் பிரதிபலிப்பு $y = -f(x)$
2) y அச்சை பொறுத்து $y = f(x)$ ன் பிரதிபலிப்பு $y = f(-x)$

இடப்பெயர்ச்சி: 1) வளை வரை $y = f(x)$ ஐ c அலகுகளுக்கு கிடைமட்டமாக இடப்பக்கமாக நகர்வதால் கிடைப்பது $y = f(x+c)$ $c>0$.
2) வலப்பக்கமாக நகர்வதால் கிடைப்பது $y = f(x-c)$ $c>0$
3) $y = f(x)$ ஐ d அலகுக்கு நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி நகர்வதால் கிடைப்பது $y = f(x)+d$ $d>0$
4) கீழ் நோக்கி நகர்வதால் கிடைப்பது $y = f(x)-d$.

விரிதல்/அழுங்குதல்: ஒரு சார்பினை மிகை மாறிலி 1 ஐ விட பெரிய எண்ணால் பெருக்கினால் x அச்சிலிருந்து விலகிச் செல்லும் அதாவது y அச்சை நோக்கி செல்லும். 1 ஐ விட குறைவான மிகை மாறிலியால் சார்பை பெருக்கினால் வளைவரை x அச்சை நோக்கி நெருங்கும்.

பயிற்சி 1.1 ல் உள்ளடக்கிய கணக்குகள் (எ.கா. களுடன்)

எ.கா.1. கணம் A ஆனது $A=\{x : x=4n+1, 2\le n\le 5, n\in N\}$ எனில் A ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

$A = x ; x = 4n+1 \quad 2\le n\le 5$

$n=2$ எனில் $x=9$

$n=3$ எனில் $x=13$

$n=4$ எனில் $x=17$

$n=5$ எனில் $x=21$ $\quad \therefore A=\{9, 13, 17, 21\}$

$n(A)=4$

$n(P(A)) = 2^4 = 16.$

எ.கா.2: மக்கள் தொகை 5000 உள்ள ஒரு நகரத்தில் நடத்தப்பட்ட ஒரு கணக்கெடுப்பில் மொழி A தெரிந்தவர்கள் 45% B தெரிந்தவர்கள் 25% C தெரிந்தவர்கள் 10% A யும் B யும் தெரிந்தவர்கள் 5%, B யும் C யும் தெரிந்தவர்கள் 4%, A யும் C யும் தெரிந்தவர்கள் 4% இதில் 3 மொழிகளும் தெரிந்தவர்கள் 3%. மொழி A மட்டும் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்.

தீர்வு: $n(A) = 45\% \text{ of } 5000 = \frac{45}{100}\times 5000 = 2250$

$n(B) = 25\% \text{ of } 5000 = \frac{25}{100}\times 5000 = 1250$

$n(C) = 10\% \text{ of } 5000 = 500$

$n(A\cap B) = 5\% \text{ of } 5000 = 250$

$n(B\cap C) = 4\% \text{ of } 5000 = 200$

$n(A\cap C) = 4\% \text{ of } 5000 = 200$

$n(A\cap B\cap C) = 3\% \text{ of } 5000 = 150.$

மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள்

$n(A\cap B'\cap C') = n(A\cap (B\cup C)')$

$= n(A) - n\{A\cap (B\cup C)\}$

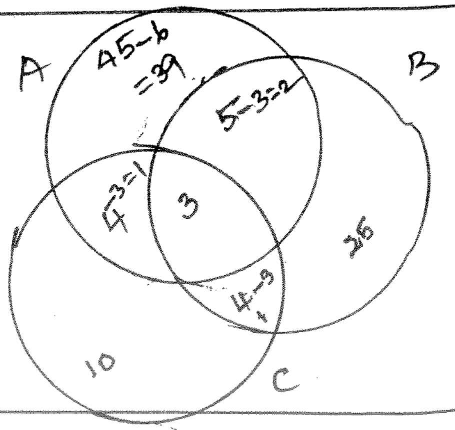
$= n(A) - n\{(A\cap B)\cup (A\cap C)\}$

$= n(A) - n(A\cap B) - n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$

$= 2250 - 250 - 200 + 150 = 1950.$

(or)

வென்படம் மூலம் தீர்வு.

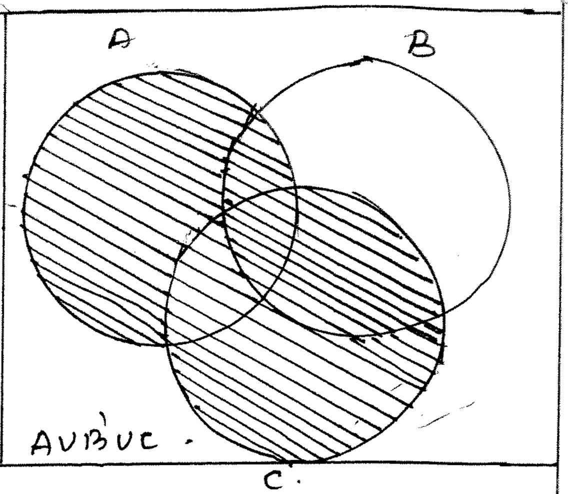


வென்படத்தின் மூலம் மொழி A மட்டும் தெரிந்தவர்கள் $= 39\%$

$= \frac{39}{100}\times 5000$

$= 1950$

எ.கா: 3 $((A\cup B'\cup C)\cap(A\cap B'\cap C'))\cup((A\cup B\cup C')\cap(B'\cap C')) = B'\cap C'$



$A\cap B'\cap C' \subseteq A \subseteq$

மேலும் $A\cap B'\cap C' \subseteq A\cup B'\cup C$

$\Rightarrow (A\cap B'\cap C')\cap(A\cup B'\cup C) = A\cap B'\cap C'$ —(1)

$B'\cap C' \subseteq C' \subseteq A\cup B\cup C'$

$\therefore (A\cup B\cup C')\cap(B'\cap C') = B'\cap C'$ —(2)

மேலும் $A\cap B'\cap C' \subseteq B'\cap C'$

$\therefore (A\cap B'\cap C')\cap(A\cap B'\cap C')\cup((A\cup B\cup C')\cap(B'\cap C'))$

$= (A\cap B'\cap C')\cup(B'\cap C') = B'\cap C'$.

இந்த கணக்கை வெண்படம் மூலம் நிரூபித்தால் எளிமையாக இருக்கும்.

(இதற்கான தீர்வை வெண்படம் மூலம் விரைவில் அனுப்பி வைக்கிறேன்)

www.Padasalai.Net

எ.கா: 4. $X = \{1, 2, 3, ----10\}$ மற்றும் $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ எனில் $A - B = \{4\}$ என்றவாறு அமையக்கூடிய X ல் உள்ள B ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை யாது.

$X = \{1, 2, 3, ...10\}$

$C = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ என்க $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

$B = C \cup \{1, 2, 3, \ , 5\} = \{6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, \ , 5\}$ என்க.

$A - B = \{4\}$.

இங்கு X ல் உள்ள B ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையும் $C = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ ன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையும் சமம்.

$\therefore n(C) = 5$ $\therefore$ உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை $= 2^5 = 32$

எ.கா: 1.5 A மற்றும் B ஏதேனும் இரு கணங்கள் $n(B-A) = 2n(A-B) = 4n(A \cap B)$. மற்றும் $n(A \cup B) = 14$ என அமைந்தால் $n(P(A))$ காண்க.

தீர்வு: $n(A \cap B) = K$ என்க.

$\therefore n(B-A) = 4n(A \cap B)$

$= 4K$.

$2n(A-B) = 4K$

$n(A-B) = 2K$.

ஆனால் $n(A \cup B) = n(A-B) + n(B-A) + n(A \cap B)$

$= 2K + 4K + K$

$= 7K$

$n(A \cup B) = 14$ (given)

$7K = 14$

$K = 2$

$\therefore n(A-B) = 4$

$n(B-A) = 8$

$\therefore n(A) = n(A-B) + n(A \cap B)$

$= 4 + 2$

$= 6$

$\therefore n[P(A)] = 2^6 = 64$

எ.கா: 1.6 இரு கணங்களின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை m மற்றும் k ஆகும். முதல் கணத்தில் உள்ள உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை இரண்டாவது கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை விட 112 அதிகமெனில் m மற்றும் k மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: $n(A) = m$, $n(B) = k$ என்க. $m > k$.

கணக்கின்படி $2^m - 2^k = 112$

$2^k(2^{m-k} - 1) = 112$

$= 2^4 \cdot 7$

$\Rightarrow k = 4 \quad \therefore 2^{m-k} - 1 = 7$

$2^{m-4} = 8 = 2^3$

$m - 4 = 3$

$m = 7$

$2 | 112$, $2 | 56$, $2 | 28$, $2 | 14$, 7

எ.கா. 1.7 $n(A) = 10$, $n(A \cap B) = 3$ எனில் $n[(A \cap B)' \cap A]$ ஐ காண்க

தீர்வு: $(A \cap B)' \cap A = (A' \cup B') \cap A$

$= (A' \cap A) \cup (B' \cap A)$

$= \phi \cup (B' \cap A)$

$= B' \cap A = A - B$.

$\therefore n[(A \cap B)' \cap A] = n(A - B)$

$= n(A) - n(A \cap B)$

$= 10 - 3 = 7$

எ.கா 1.8 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{3, 4, 5, 6\}$ எனில் $n\{(A \cup B) \times (A \cap B) \times (A \Delta B)\}$ ஐக் காண்க.

$n(A \cup B) = 6$, $n(A \cap B) = 2$ $n(A \Delta B) = 4$

$\therefore n\{(A \cup B) \times (A \cap B) \times (A \Delta B)\} = n(A \cup B) \times n(A \cap B) \times n(A \Delta B)$

$= 6 \times 2 \times 4$

$= 48$.

எ.கா. 9) $P(A)$ என்பது A கணத்தின் அனைத்து கணத்தினை குறித்தால் $n(P(P(P(\phi)))))$ காண்க.

$n(P(\phi)) = 1 \Rightarrow P(P(\phi)) = 2^1 \Rightarrow n(P(P(P(\phi)))) = 2^2 = 4$.

பயிற்சி : 1.1

4) கீழ்க்கண்டவற்றை கொடுத்த A, B, C கணங்களைக் கொண்டு சரிபார்க்கவும்.

$A = \{1, 4\}$ $B = \{2, 3, 6\}$ $C = \{2, 3, 7\}$ எனில் சரிபார்க்க.

1) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

LHS: $B \cup C = \{2, 3, 6, 7\}$

$A \times (B \cup C) = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,6)\ (1,7)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,6)\ (4,7)\}$

RHS: $A \times B = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,6), (4,2)\ (4,3)\ (4,6)\}$

$A \times C = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,7)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,7)\}$.

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,6)\ (1,7)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,6)\ (4,7)\}$

$\therefore$ LHS = RHS.

2) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

LHS: $B \cap C = \{2, 3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(1,2)\ (1,3)\ (4,2)\ (4,3)\}$ — ①

$A \times B = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,6)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,6)\}$

$A \times C = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,7)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,7)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,2)\ (1,3)\ (4,2)\ (4,3)\}$

$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap A \times C$

3) $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$

$A \times B = \{(1,2)\ (1,3)\ (1,6)\ (4,2)\ (4,3)\ (4,6)\}$

$B \times A = \{(2,1)\ (2,4)\ (3,1)\ (3,4)\ (6,1)\ (6,4)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{\cdot\}$.

$A \cap B = \{\cdot\}$

$B \cap A = \{\cdot\}$

$\therefore (A \cap B) \times (B \times A) = \{\cdot\}$.

4) $C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$

LHS: $B - A = \{2, 3, 6\}$

$C - (B - A) = \{7\}$.

RHS: $(C \cap A) = \{\cdot\}$

$C \cap B' = C - B = \{7\}$

$(C \cap A) \cup (C \cap B') = \{7\}$

$\therefore C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$

5) $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$

$B - A = \{2, 3, 6\}$

$(B - A) \cap C = \{2, 3\}$ — ①

$B \cap C = \{2, 3\}$

$(B \cap C) - A = \{2, 3\}$ — ②

$C - A = \{2, 3, 7\}$

$B \cap (C - A) = \{2, 3\}$ — ③

①, ②, ③ லிருந்து

$(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$

6) $(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$

LHS: $B - A = \{2, 3, 6\}$

$(B - A) \cup C = \{2, 3, 6, 7\}$ — ①

RHS: $B \cup C = \{2, 3, 6, 7\}$

$A - C = \{1, 4\}$

$(B \cup C) - (A - C) = \{2, 3, 6, 7\}$ — ②

$\therefore$ ①, ② லிருந்து

$(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$.

1) கீழ்க்காண்பவை கணங்களை பட்டியல் முறையில் எழுதுக.

i) $\{x \in N : x^2 < 121$ மற்றும் x பகா எண்கள்$\}$.

$A = \{2, 3, 5, 7\}$.

ii) $(x-1)(x+1)(x^2-1) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் கணம்.

$A = \{1\}$.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

iii) $x \in N,\ 4x+9<52$.

$x=1 \quad 4x+9=13$

$x=2 \quad\quad =17$

. . . .

$x=10 \quad\quad =49$

$\therefore A=\{1,2,3,\ldots 10\}$.

iv) $x=\frac{x-4}{x+2}=3$ இதில் −5 மட்டும் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும்

$x \in R-(-2)$

$x=-5$ எனில்

$x=\frac{-9}{-3}=3$

$\therefore A=\{-5\}$.

2) $\{-1,1\}$ எனும் கணத்தை கணக் கட்டமைப்பு முறையில் எழுது

$\{x^2=1 : x \in R\}$.

3) கீழ்க் காண்பவைகளில் எவை முடிவுள்ள கணம், முடிவில்லாத கணம் என்பதை குறிப்பிடுக.

i) $\{x \in N : x$ என்பது ஒரு இரட்டை படை பகா எண். $\}$

முடிவுறு கணம்

2) $\{x \in N : x$ என்பது ஒரு ஒற்றைப்படை பகா எண் $\}$

முடிவுறா கணம்

3) $\{x \in R : x$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் $\}$

முடிவுறா கணம்.

4) $\{x \in R : x$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் $\}$

முடிவுறா கணம்

5) $x \in N : x$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்

முடிவுறா கணம்.

5) ஒரு கணத்திலுள்ள ஓர் உறுப்பு எப்பொழுதும் தன் கணத்திற்கே உட்கணமாக அமையாது என்ற கூற்றின் உண்மைத் தன்மையை ஆராய்க.

கொடுக்கப்பட்ட கூற்று உண்மைத்தன்மை அல்ல

எ.கா. $A=\{1,2,3\}$

கணத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் தன் கணத்திற்கு உட்கணமாக அமையும்.

$\{1\},\{2\},\{3\}$

6) $n[P(A)]=1024$ $n(A\cup B)=15$, $n[P(B)]=32$ எனில் $n(A\cap B)$ காண்க.

$n[P(A)]=1024=2^{10}$

$\Rightarrow n(A)=10$

$n[P(B)]=32=2^5$

$n(B)=5$

$n(A\cup B)=15$

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=10+5-15$

$=0$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1024 \\ 2 & 512 \\ 2 & 256 \\ 2 & 128 \\ 2 & 64 \\ 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$

7) $n(A\cap B)=3$, $n(A\cup B)=10$ $n[P(A\Delta B)]$ காண்க

$n(A\cup B)=n(A-B)+n(B-A)+n(A\cap B)$

$n(A\Delta B)=n(A-B)+n(B-A)=n(A\cup B)-n(A\cap B)$

$=10-3$

$=7.$

$\therefore n[P(A\Delta B)]=2^7=128$

8) $A\times A$ என்ற கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன மேலும் அதில் உள்ள இரு உறுப்புகள் (1,3) (0,2) எனில் A ன் உறுப்புகளைக் காண்க.

$A=\{0,1,2,3\}$ என்க.

$A=\{0,1,2,3\}$.

$A\times A=\{(1,3)\ (0,2) \ldots\ldots$ 16 உறுப்புகள் வரை $\}$

$\therefore A=\{0,1,2,3\}$.

9) $n(A)=3$, $n(B)=2$ எனும் பின் நனைக் கொட்டை அமைக்கும் இக்கணங்கள் A, B ஆகும் (x,1) (y,2) (z,1) என்பவை A×B எனும் கணத்தில் உள்ள A, B கணங்கள் காண்க.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

தீர்வு: $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$ எனக.
$n(A) = 3$, $n(B) = 2$.
$A \times B = \{(x,1)\ (x,2)\ (y,1)\ (y,2)\ (z,1)\ (z,2)\} \Rightarrow n(A \times B) = 6$.

10) $A \times A$ கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன. $S = \{(a,b) \in A \times A : a < b\}$ என்ற கணத்தில் இரு உறுப்புகள் $\{(-1,2)\ (0,1)\}$ எனில் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$ எனக.
$A = \{-1, 0, 1, 2\}$
$S = A \times A = \{(-1,-1)\ (-1,0)\ (-1,1)\ (-1,2)\ (0,0)\ (0,-1)\ (0,1)\ (0,2)\ (1,-1)\ (1,0)$
$(1,1)\ (1,2)\ (2,-1)\ (2,0)\ (2,1)\ (2,2)\}$

தொடர்புகள்.

எ.கா 1.1: $S = \{1,2,3\}$ மற்றும் $P = \{(1,1)\ (1,2)\ (2,2)\ (1,3)\ (3,1)\}$ எனக.

1. P என்பது தற்சுட்டு தொடர்பா? இல்லையெனில் காரணத்தை கூறுவதோடும் P ஐ TBP தற்சுட்டு சார்பாக உருவாக்க P உடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுது.
2. P என்பது சமச்சீர் தொடர்பா? இல்லையெனில் காரணம் கூறுவதோடும் P ஐ சமச்சீராக உருவாக்க P உடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்த பட்ச உறுப்புகளையும் P இலிருந்து நீக்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளையும் எழுது.
3. P என்பது கடப்பு தொடர்பா? இல்லையெனில் காரணம் கூறுவதோடும் P ஐ கடப்பு தொடர்பாக உருவாக்க P இலிருந்து நீக்கப்பட வேண்டிய குறைந்த பட்ச உறுப்புகளையும் எழுது.
4. P என்பது சமானத் தொடர்பா? இல்லையெனில் காரணம் கூறுவதோடும் P ஐ சமானத் தொடர்பாக உருவாக்க அதனுடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்த பட்ச உறுப்புகளை எழுது.

தீர்வு: 1) $S = \{1, 2, 3\}$
$P = \{(1,1)\ (1,2)\ (2,2)\ (1,3)\ (3,1)\}$.
P. தற்சுட்டு தொடர்பு அல்ல ஏனெனில் இங்கு $(3,3)$ இல்லை. P ல் $(3,3)$ ஐ சேர்த்தால் தற்சுட்டு ~~சேர்~~ தொடர்பாகும்.

2) P சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல. காரணம் $(1,2) \in P$ க்கு $(2,1) \notin P$.
மேலும் P ல் $(2,1)$ சேர்க்க (அ) $(2,1)$ நீக்க P ஒரு சமச்சீர் தொடர்பாகும்.

3) P கடப்பு தொடர்பு அல்ல. $(3,1)\ (1,3) \in P$ ஆனால் $(3,3) \notin P$.
∴ P ஐ கடப்பு தொடர்பாக்க $(3,3)$ ஐ சேர்க்க வேண்டும்
மேலும் $(3,1) \in P$ $(1,2) \in P$ $(3,2) \notin P$. ∴ $(3,2)$ ஐயும் சேர்க்க வேண்டும் எனவே $(3,3)\ (3,2)$ ஐ சேர்க்க கடப்பு தொடர்பாகும்.
மேலும் $(3,1)$ நீக்கிவிட்டால் கடப்பு தொடர்பாகும்.

4) ∴ P ஐ தற்சுட்டாக்க (3,3) சேர்க்க வேண்டும்

P ஐ சமச்சீராக்க (2,1) சேர்க்க வேண்டும்

P ஐ கடப்பு தொடர்பாக்க (3,3), (3,2) சேர்க்க வேண்டும்

∴ சமான தொடர்பாக்க P ல் மேற்கண்ட உறுப்புகளை சேர்க்க வேண்டும்

∴ அது { (1,1) (2,2) (3,3) (1,2) (2,1) (1,3) (3,1) (3,2) (2,3) }.

∴ சமான தொடர்பாக்க (3,3) (2,1) (3,2) ஐ சேர்க்க வேண்டும்.

எ.கா. 1.12) A = {0, 1, 2, 3} எனக் கீழ் காணும் வகையில் தொடர்புகளை அமைக்கவும்.

TBP

1) தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு அல்லாத தொடர்பு
2) தற்சுட்டு, சமச்சீர் அல்லாத மற்றும் கடப்பு தொடர்பு
3) தற்சுட்டு, கடப்பு அல்லாத சமச்சீர் தொடர்பு
4) தற்சுட்டு அல்லாமல் சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு தொடர்பு
5) சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு அல்லாமல் தற்சுட்டு தொடர்பு
6) சமச்சீர் அல்லாமல் தற்சுட்டு மற்றும் கடப்பு தொடர்பு
7) கடப்பு அல்லாமல் தற்சுட்டு மற்றும் சமச்சீர் தொடர்பு
8) தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பு.

தீர்வு: 1) { (1,2) (2,3) } என்ற தொடர்பில் தற்சுட்டு அல்ல, சமச்சீர் அல்ல மேலும் கடப்பு தொடர்பும் அல்ல.

2) { (1,2) } கடப்பு தொடர்பு ஆனால் தற்சுட்டும் அல்ல சமச்சீரும் அல்ல

சமச்சீர் அல்ல, தற்சுட்டு அல்ல, கடப்பும் அல்ல.

3) { (1,2) (2,1) } சமச்சீர், தற்சுட்டு அல்ல ஆனால் சமச்சீர்

4) { (1,2) (2,1) (1,1) (2,2) } தற்சுட்டு மற்றும் கடப்பு

5) { (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (1,2) (1,3) } தற்சுட்டு ஆனால் சமச்சீர் அல்ல, கடப்பு அல்ல.

6) { (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (1,2) (2,3) (2,1) (3,2) } தற்சுட்டு, சமச்சீர் ஆனால் கடப்பு அல்ல

7) { (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) } தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு ஆகும்

எ.கா: 1.13) Z என்ற கணத்தில் m − n என்பது 12 ன் மடங்காக இருந்தால் தொடர்பு mRn என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் R ஒரு சமான தொடர்பாகும் எனநிறுவுக.

TBP

தீர்வு: 1) mRm = m − m = 0   0×12 = 0 என்பது 12 ன் மடங்கு எனவே தற்சுட்டு.

2) mRn = m − n என்பது 12ன் மடங்கு.
= 12K
nRm = n − m = −(m − n) = −12K. ∴ சமச்சீர்.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

3) $mR_n = m-n = 12k$

$nR_p = n-p = 12l$.

(+) $= m-p = 12(k+l)$ 12ன் மடங்கு ஆகையால் கடப்பு தொடர்பு

∴ R ஒரு சமான தொடர்பாகும்.

பயிற்சி 1.2

1. கீழ்க்காணும் தொடர்புகளுக்கு தற்சுட்டு சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு ஆகியவற்றை ஆராய்க

TBP 1. மிகை முழு எண்களில் தொடர்பு R ஆனது m ஆனது n வகுத்தி ஆக இருந்தால் mR_n என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தீர்வு. 1. தற்சுட்டு : ஒவ்வொரு மிகைமுழு எண்ணும் தனக்குத்தானே வகுத்தி (ie) m ன் வகுத்தி m ∴ R ஒரு தற்சுட்டு தொடர்பு.

2. சமச்சீர் : 6ன் வகுத்தி 2 ஆனால் 2ன் வகுத்தி 6 அல்ல.

∴ இது R சமச்சீர் அல்ல.

3. கடப்பு : 8ன் வகுத்தி 4 மற்றும் 4ன் வகுத்தி 2 எனும்போது 8ன் வகுத்தி 2 ∴ R கடப்பு தொடர்பாகும்.

R : தற்சுட்டு, கடப்பு ஆனால் சமச்சீர் அல்ல.

2. P என்பது தளத்திலுள்ள அனைத்து நேர்க்கோடுகளின் கணத்தை குறிப்பதாக கொள்க. தொடர்பு R என்பது l ஆனது m க்கு

TBP செங்குத்தாக இருந்தால் lR_m என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தீர்வு: தற்சுட்டு : l_1 என்பது l_1 க்கு செங்குத்தாக இருக்க இயலாது எனவே இது தற்சுட்டு அல்ல.

சமச்சீர் : $l_1 \perp l_2$ எனில் $l_2 \perp l_1$ ஆகும் எனவே R சமச்சீர் ஆகும்.

கடப்பு : $l_1 \perp l_2$ மேலும் $l_2 \perp l_3$ ஆனால் l_1 ம் l_3 ம் இணை செங்குத்து அல்ல எனவே கடப்பு தொடர்பு ஆகாது.

எனவே R ஆனது சமச்சீர் ஆனால் தற்சுட்டு அல்ல மேலும் கடப்பு அல்ல

3) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் உறுப்பினர் அனைவரையும் கொண்ட கணமாக கருதுக. R என்பது a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை

TBP எனில் தொடர்பு R ஆனது aR_b என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தீர்வு: 1. தற்சுட்டு : a என்பவர் a ன் சகோதரி இல்லை எனவே தற்சுட்டு.

2. சமச்சீர் : a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை எனில் b என்பவர் a ன் சகோதரி இல்லை எனவே சமச்சீர்

3) தற்சுட்டு : a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை b என்பவர்

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

c ன் சகோதரி இல்லை என்றோ a என்பவர் c ன் சகோதரி இல்லை. எனவே கடப்பு.

∴ R ஆனது தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பாகும்.

4) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் பெண் உறுப்பினர்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணமாகக் கொள்க. R என்பது a என்பவர் b ன் சகோதரி அல்ல எனில் தொடர்பு aRb என வரையறுக்கப்படுகிறது. TBP

தீர்வு: தற்சுட்டு: a என்பவர் a ன் சகோதரி இல்லை. ∴ R தற்சுட்டு.

சமச்சீர்: a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை. b என்பவர் a ன் சகோதரி இல்லை (அம்மா, மகள்). ∴ R சமச்சீர்.

கடப்பு: a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை. (மகள் அம்மா)
b ன் சகோதரி c இல்லை (அம்மா, பாட்டி); ஆனால் a என்பவர் c ன் சகோதரியாக இருக்க வாய்ப்பில்லை.
எனவே கடப்பு.

∴ R தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பாகும்.

5) அனைத்து இயல் எண்களின் கணத்தில் தொடர்பானது R என்பது $x+2y=1$ எனில் xRy என வரையறுக்கப்படுகிறது. TBP

தீர்வு: $x, y \in N$.

தற்சுட்டு: $x+2x=1$
$3x=1$
$x=1/3 \notin N$. தற்சுட்டு அல்ல.

சமச்சீர்: எல்லா எண்களுக்கும் $x+2y=1$ என்பது சாத்தியம் இல்லை எ.கா. $x=10$ எனில் $2y=1-10=-9$
$y=-9/2 \notin N$.
∴ சமச்சீர் அல்ல.

கடப்பு: xRy, $yRz \Rightarrow xRz$ சாத்தியமில்லை எனவே கடப்பு அல்ல.

∴ R தற்சுட்டு அல்ல, சமச்சீர் அல்ல, கடப்பு அல்ல.

2) $X=\{a,b,c,d\}$ மற்றும் $R=\{(a,a)(b,b)(a,c)\}$ என்க தொடர்பு R ஐ 1) தற்சுட்டு 2) சமச்சீர் 3) கடப்பு 4) சமான தொடர்பு என உருவாக்க R உடன் சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுது. TBP

தீர்வு: $X=\{a,b,c,d\}$
$R=\{(a,a)(b,b)(a,c)\}$
1) தற்சுட்டு: $(c,c)(d,d)$ சேர்த்தால் தற்சுட்டாகும்.
2) சமச்சீர்: (c,a) சேர்த்தால் சமச்சீராகும்.

3) கடப்பு: (c,d) (a,d) சேர்த்தால் கடப்பாகும்

4) சமானத் தொடர்பு: (c,c) (d,d) (c,a) (c,d) (a,d) சேர்த்தால் சமானத் தொடர்பாகும்.

---

3) $A=\{a,b,c\}$ மற்றும் $R=\{(a,a)(b,b)(a,c)\}$ என்க. தொடர்பு R ஐ

TBP 1) தற்சுட்டு 2) சமச்சீர் 3) கடப்பு 4) சமானதொடர்பாக சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை காண்க.

தீர்வு: 1) தற்சுட்டு: (c,c) சேர்த்தால் தற்சுட்டாகும்

2) சமச்சீர்: (c,a) சேர்த்தால் சமச்சீர் ஆகும் (தேவையில்லை)

3) கடப்பு

4) சமானத் தொடர்பு: {(c,c) (c,a)} சேர்த்தால் சமான தொடர்பாகும்.

---

4) ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்து முக்கோணங்கள் கணத்தை P என்போம்.

TBP P ல் R என்ற தொடர்பானது a ஆனது b ன் வடிவொத்ததாக இருப்பின் aRb என வரையறுக்கப்படுகிறது. R என்பது சமானத் தொடர்பு என நிறுவுக.

தீர்வு: 1) தற்சுட்டு: aRa a ஆனது a க்கு வடிவொத்ததாகும்

2) சமச்சீர்: aRb a ஆனது b க்கு வடிவொத்தது எனில் b ம் a க்கு வடிவொத்தவையாகும். aRb = bRa.

3) கடப்பு: a ஆனது b க்கு வடிவொத்தவையாகவும் b ஆனது c க்கு வடிவொத்தவையாகவும் இருப்பின் a ஆனது c க்கு வடிவொத்தவையாக இருக்கும்

$aR_b = bR_c \Rightarrow aR_c$.

4) சமானதொடர்பு: மேலே 3 ம் நிறைவு செய்வதால் இது சமானதொடர்பாகும்.

---

5) இயல் எண்களின் கணத்தில் R ஆனது $2a+3b=30$ aR_b என வரையறுக்கப்பட்டால் R ன் உறுப்புகளை எழுது. அது 1) தற்சுட்டு 2) சமச்சீர்

TBP 3) கடப்பு 4) சமானதொடர்பு என்பதை சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$2a+3b=30$

$2a=30-3b$

$a=\frac{30-3b}{2}$

a	12	9	6	3
b	2	4	6	8

R ன் உறுப்புகள்: {(12,2) (9,4) (6,6) (3,8)}

1. $(12,12) \notin R$ ∴ தற்சுட்டு அல்ல

2) $(9,4) \in R$ ஆனால் $(4,9) \notin R$ ∴ சமச்சீர் அல்ல

3) மேலும் இது கடப்பும் அல்ல.

∴ R ஒரு சமானத் தொடர்பு அல்ல.

6. சென்னையில் உள்ள மக்களின் கணத்தில் நட்பு என்பது ஒரு சமானத் தொடர்பா என்பதை நிரூபிக்க.
TBP

தீர்வு: a, b, c என்பது சென்னையில் உள்ள மக்கள் என்க.

1) தற்சுட்டு: a ன் நண்பர் a அல்ல $\Rightarrow a \notin R$.
∴ தற்சுட்டு அல்ல

2) சமச்சீர்: a ன் நண்பர் b எனவே b ன் நண்பர் a ஆகும்
∴ $aR_b = bRa$ ∴ சமச்சீர் ஆகும்

3) கடப்பு: a ன் நண்பர் b, b ன் நண்பர் c ஆனால் a யின் நண்பர் c ஆக இருக்க அவசியமில்லை $aR_b, bR_c \not\Rightarrow aR_c$.

∴ இது ஒரு சமானத் தொடர்பல்ல.

7. இயல் எண்களின் கணத்தில் தொடர்பு R ஆனது $a+b \le 6$ ஆக இருந்தால் aR_b என வரையறுக்கப்படுகிறது. R ல் உள்ள உறுப்புகளை வரையறுக்க. மேலும் 1) தற்சுட்டு 2) சமச்சீர் 3) கடப்பு 4) சமானத் தொடர்பு என்பதை ஆராய்க.
TBP

தீர்வு:

$a+b<6$

$a<6-b$

a	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5

R ன் உறுப்புகள் $\{(5,1)(4,2)(3,3)(2,4)(5,1)\}$.

1) தற்சுட்டு: $(5,5) \notin R$ ∴ இது தற்சுட்டு அல்ல.

2) சமச்சீர்: $(5,1) \in R$ $(1,5) \in R$.
$(4,2) \in R$ $(2,4) \in R$ ∴ இது சமச்சீர் ஆகும்

3) கடப்பு: $(4,2) \in R$ $(2,4) \in R$ ஆனால் $(4,4) \notin R$ ∴ கடப்பு அல்ல.

∴ இது ஒரு சமானத் தொடர்பு அல்ல.

8) $A = \{a,b,c\}$ என்க. A ன் மீதான மிகச் சிறிய செவ்வெண்ணுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன? A ன் மீதான மிகப் பெரிய செவ்வெண்ணுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன?
TBP

தீர்வு: $A = \{a,b,c\}$

$R = \{(a,a)(b,b)(c,c)\}$ இது தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பாகும்.

எனவே R ஆனது A ன் மீதான மிகச் சிறிய செவ்வெண்ணுடைய சமானத் தொடர்பாகும்.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

$R = \{(a,a)\ (b,b)\ (c,c)\ (a,b)\ (a,c)\ (b,a)\ (b,c)\ (c,a)\ (c,b)\}$

தற்சுட்டு

1. $(a,a)\ (b,b)\ (c,c) \in R$ எனவே இது தற்சுட்டு

2) சமச்சீர்: $(a,b)\in, (b,a)\in R$, $(a,c)\in R \Rightarrow (c,a)\in R$, $(b,c)\in R \Rightarrow (c,b)\in R$

∴ ஒரு சமச்சீர் ஆகும்

3) கடப்பு: $(a,c)\in R, (c,b)\in R \Rightarrow (a,b)\in R$. ∴ இது ஒரு கடப்பாகும்.

எனவே R ஆனது மிகப் பெரிய எண்ணிக்கையுடைய சமான தொடர்பாகும்

9) Z ல் $m-n$ ஆனது 7 ல் வகுபடுமெனில் mRn எனத் தொடர்பு R வரையறுக்கப்பட்டால் R என்பது சமான தொடர்பு என நிரூபிக்க. TBP.

தீர்வு: 1) தற்சுட்டு $m-m = 0 = 0(7)$ ∴ mRm ஒரு தற்சுட்டு

2) சமச்சீர் $mRn = m-n = 7k$

$nRm = n-m = -(m-n) = -7k$

∴ இது சமச்சீராகும்

3) கடப்பு: $mRn = m-n = 7k$

$nRp = n-p = 7l$

$(+)\ mRp = m-p = 7(k+l)$

∴ இது ஒரு கடப்பாகும்.

∴ R என்பது ஒரு சமான தொடர்பாகும்.

எ.கா. 1.14: கீழ் காணும் சார்புகள் ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல் சார்புகளா என ஆராய்க.

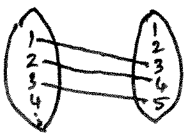
1) $f: N \to N$ எனும் சார்பு $f(n) = n+2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது

2) $f: N \cup \{-1, 0\} \to N$ எனும் சார்பு $f(n) = n+2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது

1. $f(n) = f(m)$ எனில்

$n+2 = m+2$

$n = m$ ∴ f ஒன்றுக்கொன்று சார்பு.

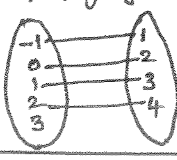


துணைசார்பகத்தில் 1, 2 என்ற உறுப்புகளுக்கு முன்பிம்பம் இல்லை எனவே இது மேற்கோர்த்தல் அல்ல.

2) $f(n) = f(m)$

$n+2 = m+2$ ∴ f ஒன்றுக்கொன்று சார்பு.

$n = m$



துணைச் சார்பகத்தில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் முன்பிம்பம் பெற்றுள்ளது எனவே இது மேற்கோர்த்தல் சார்பாகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

எ.கா:15: கீழ்காணும் சார்புகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் மேல் கோர்த்தல் சார்புகளா என சரிபார்க்கவும்.

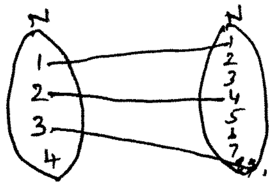
1) $f: N \to N \quad f(n) = n^2$

2) $f: R \to R \quad f(n) = n^2$

தீர்வு: 1) $f(n) = f(m)$ எனில்

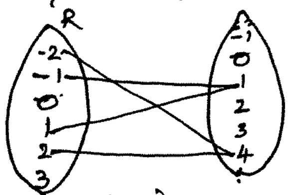
$n^2 = m^2$

$n = m$ ∴ f ஒரு ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பு.



துணை சார்பகத்தில் உள்ள வர்க்கமற்ற உறுப்புகளுக்கு முன் பிம்பம் இல்லை எனவே இது மேல் கோர்த்தல் சார்பல்ல.

2) சார்பகத்தில் உள்ள இரு வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு ஒரே பிம்பம் உள்ளது



எனவே ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பல்ல.

மேலும் துணை சார்பகத்தில் உள்ள வர்க்கமற்ற எண்களுக்கும் குறை எண்களுக்கும் முன் பிம்பம் இல்லை எனவே இது மேல் கோர்த்தல் அல்ல.

www.Padasalai.Net

எ.கா: 16: கீழ்காணும் சார்புகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் மேல் கோர்த்தல் சார்புகளா என சரிபார்க்க.

1) $f: R \to R \quad f(x) = \frac{1}{x}$

2) $f: R-\{0\} \to R \quad f(x) = \frac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தீர்வு: 1) f ஒரு சார்பல்ல ஏனெனில் சார்பகம் R ல் உள்ள 0 க்கு $f(x)$ வரையறுக்கப்படவில்லை. $\left(f(0) = \frac{1}{0} = \infty\right)$

2) f ல் உள்ள $f(x) = f(y)$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} \Rightarrow x = y$ ∴ ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பாகும்.

∴ மேலும் துணை சார்பகம் R ல் உள்ள 0 க்கு முன் பிம்பம் இல்லை எனவே இது மேல் கோர்த்தல் சார்பு அல்ல.

எ.கா: 17 $f: R-\{-1, 1\} \to R$ எனும் சார்பினை $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ என வரையறுத்தால் f என்ற சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றா இல்லையா என்பதை சரிபார்க்க.

தீர்வு: $f(x) = f(y)$ எனில்

$$\frac{x}{x^2-1} = \frac{y}{y^2-1} \Rightarrow x(y^2-1) = y(x^2-1)$$

$$xy^2 - x - yx^2 + y = 0$$

$$xy(y-x) + 1(y-x) = 0$$

$$(y-x)(xy+1) = 0$$

$\Rightarrow x - y = 0$ | $xy + 1 = 0$

$x = y$ | $xy = -1$

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

$x = y$ க்கு ஒன்றுக்கொன்று ...

ஆனால் $xy = -1$ க்கு $x = 2$ எனில் $y = -\frac{1}{2}$

$x = 3$ எனில் $y = -1/3$ .....

$$f(x) = f(y)$$

$$\frac{x}{x^2-1} = \frac{y}{y^2-1} \Rightarrow \frac{2}{4-1} = \frac{-1/2}{1/4-1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{-1/2}{-3/4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$$

$$f(x) = f(y) \qquad 2/3 = 2/3$$

அதாவது $x \neq y$ ஆனால் $f(x) = f(y)$ ∴ இது ஒன்றுக்கொன்று அல்ல.

எ.கா: 18 $f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x^2-1$ எனுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் 17, 4, −2ன் முன்பிம்பங்களை காண்க.

தீர்வு: 1) $f(x) = 2x^2-1 = 17$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9, \Rightarrow x = \pm 3$.

∴ 17ன் முன்பிம்பங்கள் 3, −3 ஆகும்

2) $f(x) = 2x^2-1 = 4$

$2x^2 = 5$

$x^2 = 5/2 \Rightarrow x = \sqrt{5/2}, -\sqrt{5/2}$

∴ 4ன் முன்பிம்பங்கள் $\pm\sqrt{5/2}$

3) $f(x) = 2x^2-1 = -2$

$2x^2 = -1$

$x^2 = -1/2 \Rightarrow x$ ஒரு கற்பனை.

∴ −2 என்பது முன்பிம்பம் பெறவில்லை.

எ.கா: 19: $f: [-2,2] \to B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் f ஒரு மேற்கோர்த்தலாக அமைய B ஐக் காண்க.

தீர்வு: $f(-2) = 2(-2)^3 = -16$

$f(2) = 2(2)^3 = 16$,

$f(-2), f(2)$ துணை சார்பகத்தில் அமைகிறது

∴ $B = [-16, 16]$ என இருக்கும் போது மேற்கோர்த்தலாகும்.

எ.கா. 20: $f(x) = x|x|$ என $[-2, 2]$ல் வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் அது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பா என்பதை சரிபார்க்க. அது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாக இருப்பின் இருபுற சார்பாக அமைய பொருத்தமான துணை சார்பகத்தை காண்க.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

தீர்வு: $f(x) = f(y)$ எனில்

$x|x| = y|y|$

$\frac{x}{y} = \frac{|y|}{|x|}$ ஆனால் $\frac{|y|}{|x|} > 0$ எப்பொழுதும்

$\Rightarrow \frac{x}{y} > 0 \Rightarrow$ x, y இரண்டும் மிகை (அ) x, y இரண்டும் குறை.

இருவழிகளிலுமே $f(x) = f(y)$

$x^2 = y^2$

$x = y$ ∴ f ஒன்றுக்கொன்று

$x < 0$ எனில் $f(x) = -x^2$

$x \geq 0$ எனில் $f(x) = x^2$

∴ $f(-2) = -4$, $f(2) = 4$

எனவே வீச்சகம் $[-4, 4]$.

∴ $[-2,2]$ லிருந்து $[-4, 4]$ வரை இது இருபுறச்சார்பாகும்.

எ.கா. 1.21 மெய்மதிப்பு சார்பு f ஆனது $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அதன் சாத்தியமான மிகப்பெரிய சார்பகத்தை காண்க.

தீர்வு: $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$

$\Rightarrow x^2-5x+6 \geq 0$

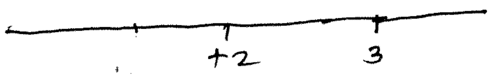
$x^2-5x+6 = 0$ எனில்

$(x-2)(x-3) = 0$

$x = +2, +3$

$x \in (-\infty, 2)$ எனில்

$x^2-5x+6 > 0$



$x \in (3, \infty)$ எனில் $x^2-5x+6 > 0$

$x \in (2, 3)$ எனில் $x^2-5x+6 < 0$

∴ $x \in (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$ $x^2-5x+6 \geq 0$

∴ சார்பகம் $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$

எ.கா. 1.22 $f(x) = \frac{1}{1-2\cos x}$ ன் சார்பகத்தை காண்க.

தீர்வு: $1-2\cos x = 0$ தரும் அனைத்து x ன் மதிப்பு தவிர மற்ற x ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் $f(x)$ வரையறுக்கப்படுகிறது.

$1-2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 1/2$

$x = 2n\pi \pm \pi/3$,

$\cos\theta = \cos\alpha$ எனில் $\theta = 2n\pi \pm \alpha$.

∴ $R - \{2n\pi \pm \pi/3\}$ $n \in Z$ என்பது சார்பகமாகும்.

எ.கா: 1.23 $f(x) = \frac{1}{1-3\cos x}$ ன் வீச்சகம் காண்க.

தீர்வு:

$$-1 \le \cos x \le 1$$

$$+3 \ge -3\cos x \ge -3$$

$$1+3 \ge 1-3\cos x \ge -3+1$$

$$4 \ge 1-3\cos x \ge -2$$

$$\frac{1}{4} \le \frac{1}{1-3\cos x} \le \frac{1}{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-3\cos x} \ge \frac{1}{4} \text{ and } \frac{1}{1-3\cos x} \le -\frac{1}{2}$$

$\therefore$ f ன் வீச்சகம் $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{4}, \infty)$

எ.கா: 1.24 மெய்மதிப்புச் சார்பு f ஆனது $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$ என வரையறுக்கப்படின் அதன் சாத்தியமான மிகப்பெரிய சார்பகம் காண்க.

தீர்வு: $9 - x^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 - 9 \le 0$

$$x^2 \le 9 \Rightarrow -3 \le x \le 3$$

$x \in [-3, 3]$ எனில் $\sqrt{9-x^2} \ge 0$

மேலும் $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow$

$$-1 > x > 1$$

$x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ எனில் $\sqrt{x^2-1} > 0$.

மிகப்பெரிய சார்பகம்

$$= [-3, 3] \cap [(-\infty, -1) \cup (1, \infty)]$$

$$= [-3, -1) \cup (1, 3]$$

எ.கா. 1.25: $f = \{(1,2)(3,4)(2,2)\}$ மற்றும் $g = \{(2,1)(3,1)(4,2)\}$ எனில் $g\circ f$ மற்றும் $f\circ g$ காண்க.

f ன் சார்பகம் $\{1, 3, 2\}$ g ன் சார்பகம் $= \{2, 3, 4\}$

வீச்சகம் $\{2, 4\}$ வீச்சகம் $= \{1, 2\}$.

இங்கு $g\circ f$, $f\circ g$ வரையறுக்கப்படும்.

$g\circ f(1) = g(2) = 1$ $g\circ f(2) = g(2) = 1$

$g\circ f(3) = g(4) = 2$ $\therefore g\circ f = \{(1,1)(3,2)(2,1)\}$

$f\circ g(2) = f(1) = 2$.

$f\circ g(3) = f(1) = 2$

$f\circ g(4) = f(2) = 5$

$\therefore f\circ g = (2,2)\ (3,2)\ (4,5)$

எ.கா: 1.26: $f = \{(1,4)(2,5)(3,5)\}$ மற்றும் $g = \{(4,1)(5,2)(6,4)\}$ எனில் $g\circ f$ மற்றும் $f\circ g$ காண இயலுமா.

தீர்வு: f ன் சார்பகம் $= \{1,2,3\}$ g ன் சார்பகம் $= \{4,5,6\}$

வீச்சகம் $= \{4,5\}$ வீச்சகம் $= \{1,2,4\}$.

f ன் சார்பகத்தில் g ன் வீச்சகம் உட்கணமாக இல்லை எனவே $f\circ g$ காண இயலாது

g ன் சார்பகத்தில் f ன் வீச்சகம் உட்கணம் ஆகும் $\therefore g\circ f$ காண இயலும்

எ.கா: 1.27 f மற்றும் g என்ற இரு சார்புகள் R லிருந்து R க்கு $f(x) = 3x-4$ மற்றும் $g(x) = x^2+3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் $g\circ f$ மற்றும் $f\circ g$ காண்க.

தீர்வு: $(g\circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x-4)$

$= (3x-4)^2+3$

$= 9x^2-24x+16+3$

$= 9x^2-24x+19$.

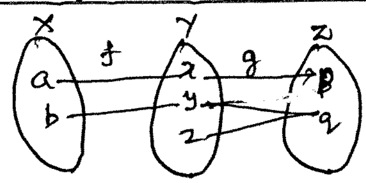
$(f\circ g)(x) = f\circ g(x) = f(x^2+3)$

$= 3(x^2+3)-4$

$= 3x^2+9-4 = 3x^2+5$.

எ.கா: 1.28 · f மற்றும் $g\circ f$ ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றாக இருந்தால் g ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றாகும் என்ற கூற்று தவறு என நிரூபிக்க.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து f, மற்றும் $g\circ f$ ஒன்றுக்கு ஒன்று என்பது தெளிவு.

ஆனால் g ஒன்றுக்கு ஒன்று அல்ல.

எ.கா: 1.29. $f, g: R\to R$ ஆகியவை இரு சார்புகள் $f(x) = 2x-|x|$ மற்றும் $g(x) = 2x+|x|$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் $f\circ g$ காண்க.

தீர்வு: $|x| = x \quad x\geq 0$

$\quad\quad -x \quad x<0$

$\therefore f(x) = 2x-x = x \quad x\geq 0$

$\quad\quad 2x-(-x) = 3x \quad x<0$

$g(x) = 2x+x = 3x \quad x\geq 0$

$\quad\quad 2x-x = x \quad x<0$.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

when $x \leq 0$ எனில் $(f \circ g)(x) = f \circ g(x) = f(x) = 3x$.

$x \geq 0$ எனில் $(f \circ g)(x) = f \circ g(x)\ f(3x) = 3x$.

எ.கா: 1.30 $f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்படின் f ஒரு இருபுறச் சார்பு எனநிரூபித்து அதன் நேர்மாறினை காண்க.

தீர்வு:

$f(x) = f(y)$

$2x - 3 = 2y - 3$

$2x = 2y$

$x = y$ $\therefore$ f ஒன்றுக்கொன்று.

$y = f(x) = 2x - 3 \Rightarrow y + 3 = 2x$

$x = \frac{y+3}{2}$ —— (1)

$\therefore f(x) = 2\left(\frac{y+3}{2}\right) - 3 = y + 3 - 3$

$f(x) = y$.

$\therefore$ f ஒரு மேல் கோர்த்தல் ஆகும்.

சமன் (1) $f^{-1}(y) = x = \frac{y+3}{2}$ y க்கு x மாற்ற

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

குறிப்பு: இக்கணக்கை வேறு முறையிலும் செய்யலாம்.

$g \circ f(x)\ f \circ g(y) = I$ எனவந்தால் f, g இருபுறச் சார்புகள் என்றும் ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறு என்றும் தெரியும்.

(X) $f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ என வரையறுக்கப்படின் f ஒரு இருபுறச் சார்பு என்றும் அதன் நேர்மாறினையும் காண்க.

www.Padasalai.Net

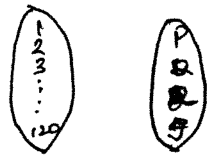
http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

பயிற்சி 1.3

1) ஒரு பள்ளியில் பதினோராம் வகுப்பில் 4 பிரிவுகளில் மொத்தம் 120 மாணவர்கள் படிக்கின்றனர். மாணவர்களின் கணம் A மற்றும் பிரிவுகளின் கணம் B எனக் x என்ற மாணவர் y பிரிவில் இருந்தால் x ஆனது y உடன் தொடர்புடையது என வரையறுக்கப்படுகிறது. இத் தொடர்பு சார்பாகுமா? இதன் நேர்மாறு தொடர்பு பற்றி விளக்குக.

தீர்வு: $n(A) = 120 \quad n(B) = 4$



xRy எனில் x என்ற மாணவர் y பிரிவை சேர்ந்தவர்,

$f : A \longrightarrow B$

ஒவ்வொரு மாணவரும் ஒரே ஒரு பிரிவில் தான் இருக்க இயலும் எனவே இத்தொடர்பு சார்பாகும்

ஆனால் $f^{-1} : B \longrightarrow A$ ஒரு பிரிவில் ஒரு மாணவன் மட்டும் இருக்க இயலாது எனவே இது சார்பல்ல.

2. $$f(x) = \begin{cases} -x+4 & -\infty < x \le -3 \\ x+4 & -3 < x < -2 \\ x^2 - x & -2 \le x < 1 \\ x - x^2 & 1 \le x < 7 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படின் $-4, 1, -2, 7, 0$ ஆகியவற்றில் f ன் மதிப்பை காண்க.

தீர்வு:

$f(-4) = -x+4 = 4+4 = 8$

$f(1) = x - x^2 = 1-1 = 0$

$f(-2) = x^2 - x = 4+2 = 6$

$f(7) = 0 = 0$

$f(0) = x^2 - x = 0$.

3) $$f(x) = \begin{cases} x^2+x-5 & x \in (-\infty, 0) \\ x^2+3x-2 & x \in (3, \infty) \\ x^2 & x \in (0, 2) \\ x^2-3 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டால் $-3, 5, 2, -1, 0$ ஆகியவற்றில் f ன் மதிப்புகளை காண்க.

தீர்வு:

$f(-3) = x^2+x-5 = 9-3-5 = 1$

$f(5) = x^2+3x-2 = 25+15-2 = 38$

$f(2) = x^2-3 = 4-3 = 1$

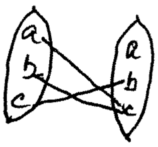
$f(-1) = x^2+x-5 = 1-1-5 = -5$

$f(0) = x^2-3 = 0-3 = -3$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

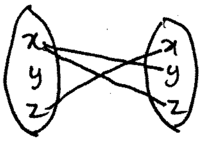
4) கீழ் காணும் தொடர்புகள் சார்புகளா என சோதிக்க. சார்புகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்றா, மேற்கோர்த்தலா என்பதை சோதிக்கவும். சார்பு இல்லை எனில் காரணம் கூறவும்.

தீர்வு: 1) $A = \{a, b, c\}$ மற்றும் $f : (a,c)\,(b,c),\,(c,b)$ $f : A \to A$.



இது ஒரு சார்பு: சார்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரே உறுப்புடன் தொடர்பு கொண்டது ஆனால் ஒன்றுக்கொன்று அல்ல.

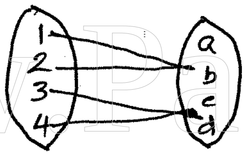
2) $X = \{x, y, z\}$ $f : \{(x,y)\,(x,z)\,(z,x)\}$



சார்பு அல்ல: சார்பகத்தில் உள்ள y க்கு துணை சார்பகத்தில் பிம்பம் இல்லை.

5) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{a, b, c, d\}$ எனில் பின்வரும் ஒவ்வொன்றுக்கும் $A \to B$ க்கு ஒரு சார்பு உதாரணம் தருக.

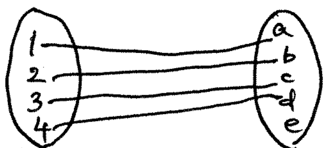
1. ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மேற்கோர்த்தலும் அல்ல.



துணைசார்பகம் : $\{a, b, c, d\}$
வீச்சகம் : $\{b, d\}$
சார்பகத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள் ஒரு உறுப்புடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது. எனவே ஒன்றுக்கொன்று அல்ல.
மேலும் துணை சார்பகத்தில் a, c க்கு முன்பிம்பம் இல்லை எனவே மேற்கோர்த்தலும் அல்ல.

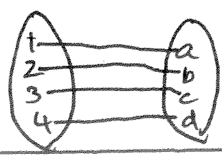
2. ஒன்றுக்கொன்று அல்ல ஆனால் மேற்கோர்த்தல்
இதற்கான சார்பு அமைக்க இயலாது

3. ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோர்த்தல் அல்ல.



இது ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோர்த்தல் அல்ல. காரணம் சார்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரே உறுப்புடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது ஆனால் துணை சார்பகத்தில் உள்ள e க்கு முன்பிம்பம் இல்லை எனவே இது மேற்கோர்த்தல் அல்ல.

4. ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல்



துணைசார்பகம் = $\{a, b, c, d\}$
வீச்சகம் = $\{a, b, c, d\}$

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

6) $\frac{1}{1-2\sin x}$ என்ற சார்பின் சார்பகத்தை காண்க.

தீர்வு: $1-2\sin x=0$

$2\sin x=1$

$\sin x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}$.

$\therefore x=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}.\ n\in Z$.

$\therefore$ f ன் சார்பகமானது $R-\left(n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}\right)$

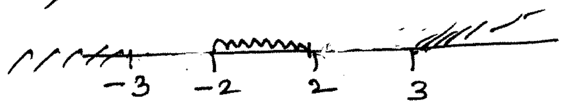
(குறிப்பு: $n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}$ ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சார்பு வரையறுக்கப்படவில்லை)

7) $f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2-9}}$ ன் மீப்பெரு சார்பகத்தை காண்க.

For $x^2-9>0 \Rightarrow x^2>9$

$\Rightarrow -3>x>3$ $(-\infty,-3)\ (3,\infty)$

$4-x^2\geq 0$ $x^2\leq 4$



$-2\leq x\leq 2$ $[-2\ 2]$.

இரண்டு இடைவெளிகளின் வெட்டு கணம் $=\varphi$.

8) $\frac{1}{2\cos x-1}$ ன் வீச்சகத்தை காண்க.

தீர்வு:

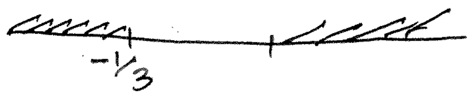
$-1\leq \cos x\leq 1$

$-2\leq 2\cos x\leq 2$

$-2-1\leq 2\cos x-1\leq 2-1$

$-3\leq 2\cos x-1\leq 1$

$-\frac{1}{3}\geq \frac{1}{2\cos x-1}\geq 1$



வீச்சகம்: $(-\infty,-\frac{1}{3}]\cup[1,\infty)$

9) $xy=-2$ என்ற தொடர்பு தரும் சார்பகத்தில் ஒரு சார்பு என எனக்காட்டுக மேலும் அதன் சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் காண்க.

தீர்வு சார்பகம் R என்க. $x=-\frac{2}{y}$

$f(x_1)=f(x_2)$

$-\frac{2}{y_1}=-\frac{2}{y_2} \Rightarrow x_1=x_2$

$\therefore$ ஒரு

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

ஆனால் R ல் உள்ள 0க்கு பிம்பம் இல்லை.

∴ சார்பகம் R − {0}, வீச்சகம் R − {0}

10) $f(x) = |x| + x$ $g(x) = |x| - x$ என $f, g : R \to R$ வரையறுக்கப்படுகிறது $g \circ f$ மற்றும் $f \circ g$ காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = |x| + x = 2x \quad x \geq 0$$
$$= 0 \quad x < 0$$

$$g(x) = |x| - x = 0 \quad x \geq 0$$
$$= -2x \quad x < 0.$$

$$(f \circ g)(x) = f \circ g(x) = f(0) \quad x \geq 0$$
$$f(-2x) \quad x < 0$$
$$= 0 \quad x \geq 0$$
$$= 0 \quad x < 0.$$

$$(g \circ f)(x) = g \circ f(x) = g(2x) \quad x \geq 0$$
$$= g(0) \quad x < 0$$
$$= 0 \quad x \geq 0$$
$$= 0 \quad x < 0.$$

$$\therefore f \circ g = g \circ f = 0 \quad x \geq 0$$
$$0 \quad x < 0$$

11) f, g, h என்பன R ல் வரையறுக்கப்பட்ட மெய்மதிப்புச் சார்புகள் எனில் $(f+g) \circ h = f \circ h + g \circ h$ என நிரூபிக்க. மேலும் $f \circ (g+h)$ பற்றி என்ன கூற இயலும் தகுந்த காரணங்களுடன் விடை தருக.

தீர்வு: 1) $f, g, h : R \to R$.

$$[(f+g) \circ h](x) = (f+g)\, h(x)$$
$$= f(h(x)) + g(h(x))$$
$$= (f \circ h)(x) + (g \circ h)x.$$

$$\therefore (f+g) \circ h = f \circ h + g \circ h.$$

2) $$f \circ (g+h) = f[(g+h)(x)]$$
$$= f[g(x) + h(x)] = (f \circ g)(x) + (f \circ h)(x)$$
$$\therefore f \circ (g+h) = f \circ g + f \circ h.$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

12) $f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = 3x - 5$ என வரையறுக்கப்படின் அது ஒரு இருபுறச் சார்பு என நிரூபித்து அதன் நேர் மாறு காண்க.

$y = 3x - 5$

$y + 5 = 3x \Rightarrow x = \frac{y+5}{3}$

$f(x) = \frac{3(y+5)}{3} - 5$

$= y + 5 - 5$

$= y.$

∴ f ஒரு மேல்சேர்த்தல் சார்பாகும்

$f(x_1) = f(x_2)$

$=$

$3x_1 - 5 = 3x_2 - 5$

$x_1 = x_2$

∴ f ஒன்றுக்கொன்று.

∴ f இருபுற சார்பு.

f^{-1} காணுதல்

$y = f(x) = \frac{y+5}{3}$

$f^{-1}(y) = \frac{y+5}{3}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$

13) ஒரு மனிதனின் தசைகளின் எடை மனது அவரது உடலின் எடை x ன் சார்பாக அமைகிறது. மற்றும் $W(x) = 0.35x$ எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது எனில் இச்சார்பின் சார்பகத்தை காண்க.

$W(x) = 0.35x$

$W(0) = 0$

$W(1) = .35$

$W(2) = .7$

$W(\infty) = \infty$

∴ சார்பகம் $(0, \infty)$ வீச்சகம் $(0, \infty)$

14) மேலிருந்து கீழே விழும் ஒரு பொருளின் உயரம் t நேரத்தைப் பொறுத்து சார்பாக $S(t) = -16t^2$ என அமைகிறது. இச்சார்பினை வரைபடமாகக் கொண்டு அது ஒன்றுக்கொன்றா என தீர்மானிக்க.

$S(t) = -16t^2$

$S(t_1) = S(t_2)$

$-16t_1^2 = -16t_2^2$

$t_1^2 = t_2^2$

$t_1 = \pm t_2$

$\Rightarrow S(t_1) = S(t_2)$

$\not\Rightarrow t_1 = t_2$ ∴ இது ஒன்றுக்கொன்று அல்ல.

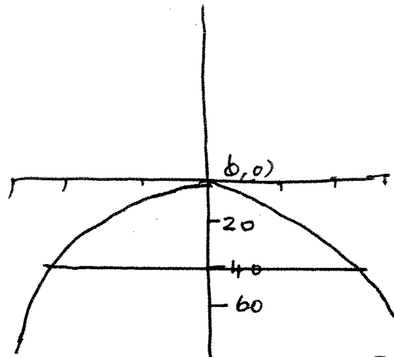
www.Padasalai.Net

வரைபடம் $s(t) = -16t^2$ ($x^2 = -4ay$ வடிவம்)

காலம் = x axis

தூரம் = y axis.

t	0	1	-1	2	-2
s(t)	0	-16	-16	-64	-64



கிடைக்கோட்டு சோதனையை y ன் ஒரு மதிப்புக்கு x இருமதிப்புகள் உள்ளன.

∴ சார்பகத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகளுக்கு துணை சார்பகத்தில் ஒரே பிம்பம் உள்ளது எனவே இது ஒன்றுக்கொன்று அல்ல.

15. ஒரு திட்டமிட்ட வான் வழிப் பயணக் கட்டணமானது அடிப்படை வானூர்தி கட்டணம் (போயில்) C உடன் எரிபொருள் கூடுதல் கட்டணம் S உள்ளடக்கி C மற்றும் S ஆகிய இரண்டுமே வான் தொலைவு அளவு m ஐச் சார்ந்துள்ளது. மேலும் $C(m) = 0.4m + 50$ மற்றும் $S(m)$ $0.03m$ எனில் வான் தொலைவு அளவு m ஐப் பொறுத்து ஒரு பயணச் சீட்டின் மொத்த கட்டணத்தினை m ன் சார்பாக எழுதுக. மேலும் 1600 வான் தொலைவு மைல்களுக்கான பயணச் சீட்டின் தொகையை காண்க.

தீர்வு: $C(m) = 0.4m + 50$

$S(m) = 0.03m$

பயணச் சீட்டின் மொத்தவிலை $= C(m) + S(m)$

$= 0.4m + 50 + 0.03m$

$= 0.43m + 50$

m = 1600 மைல்கள் $= 0.43 \times 1600 + 50$

$= 738$.

16) ஒரு விற்பனை பிரதிநிதியின் ஆண்டு வருமானத்தை குறிக்கும் சார்பு $A(x) = 30,000 + 0.04x$ இங்கு x என்பது அவர் விற்கும் பொருளின் விலை மதிப்பை ரூபாயாக குறிக்கின்றது. விற்பனை துறையில் உள்ள அவர் மகனின் வருமானம் $S(x) = 25,000 + 0.05x$ எனும் சார்பாக குறிக்கப்படுகிறது எனில் $(A+S)(x)$ காண்க. மேலும் Rs 1,50,00,000 மதிப்புள்ள பொருள்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே விற்றால் குடும்ப மொத்த வருமானத்தை காண்க.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

தீர்வு: $A(x) = 30{,}000 + 0.04x$

$S(x) = 25{,}000 + 0.05x$

$(A+S)(x) = 55{,}000 + 0.09x$

$x = 1{,}50{,}00{,}000$

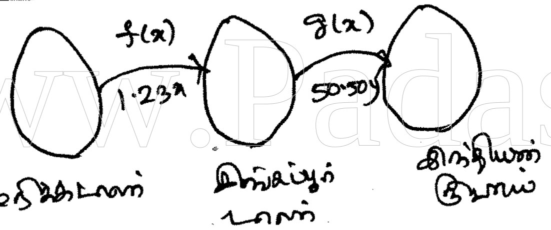
$(A+S)(x) = 55{,}000 + 0.09(1{,}50{,}00{,}000)$

$= 55{,}000 + 13{,}50{,}000$

மொத்த வருமானம் $= 14{,}05{,}000$

17) அமெரிக்க டாலரை சிங்கப்பூர் டாலராக ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பணமதிப்பு மாற்றம் செய்யும் சார்பு $f(x) = 1.23x$ ஆகும். இங்கு x என்பது அமெரிக்க டாலர்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். அதே நாளில் இந்திய ரூபாய்க்கு சிங்கப்பூர் டாலரை மாற்றும் சார்பு $g(y) = 50.50y$ இங்கு y என்பது சிங்கப்பூர் டாலரின் எண்ணிக்கை. இந்திய ரூபாயின் அடிப்படையில் அமெரிக்க டாலரின் நாணயப் பரிவர்த்தனை விகிதத்தை வழங்கும் சார்பினை எழுது.

தீர்வு:



www.Padasalai.Net

அமெரிக்க டாலரை இந்தியன் ரூபாயாக மாற்ற $(g \circ f)(x)$

$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

$= g(1.23x)$

$= 50.50 \times 1.23x$

$= 62.115x.$

18) ஒரு சிறிய உணவகத்தின் உரிமையாளர் ₹100 செலவில் ஒரு குறிப்பிட்ட உணவைத் தயாரிக்க முடியும். உணவு வகை பட்டியலின் படி அந்த உணவின் விலை x என நிர்ணயித்தால் அந்நாளில் அவ்வுணவை வாங்கும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை $D(x) = 200 - x$ என்ற சார்பாக அமைகிறது. அந்த உணவை பொறுத்து அவருடைய அன்றைய வருமானம், மொத்த செலவு, மற்றும் லாபம் ஆகியவற்றை x ன் சார்பாக அமைக்கவும்.

தீர்வு: ஒரு உணவின் விலை = ₹100

$D(x) = 200 - x$

மொத்த செலவு $= (200-x)100$

$= 20000 - 100x$

வருமானம் $= (200-x)x$

$\therefore$ லாபம் $= (200-x)x - (200-x)100$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

19) பாரன்ஹீட்டிலிருந்து செல்சியஸ் வெப்பநிலைக்கு மாற்றும் சார்பு $y = \frac{5x}{9} - \frac{160}{9}$ எனில் y ன் நேர்மாறு சார்பினை காண்க. நேர்மாறு சார்பும் ஒரு சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு: $y = \frac{5x-160}{9} \Rightarrow 5x - 160 = 9y$

$5x = 9y + 160$

$x = \frac{9y+160}{5}$

$y = f(x) = \frac{\frac{5(9y+160)}{5} - 160}{9} = \frac{9y+160-160}{9}$

$= y.$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = x = \frac{9y+160}{5}$

$f^{-1}(x) = \frac{9x+160}{5}.$

மேலும் $F(x_1) = F(x_2)$

$\frac{9x_1+160}{5} = \frac{9x_2+160}{5}$

$9x_1 + 160 = 9x_2 + 160$

$9x_1 = 9x_2$

$x_1 = x_2 \quad \therefore f^{-1}(x)$ ஒரு சார்பாகும்.

20) ஒரு சாதாரண சங்கேத மொழியில் ஓர் உருவினை மாற்றியமைக்க எண்ணால் எழுதப்பயன்படுத்தும் சார்பு $f(x) = 3x - 4$ இச்சார்பின் நேர்மாறினையும் அந்நேர்மாறு ஒரு சார்பு என்பதையும் காண்க. அவை $y = x$ என்ற நேர்கோட்டில் சமச்சீர் உடையது என்பதை வரைந்து காட்டு.

தீர்வு: $y = f(x) = 3x - 4$

$3x = y + 4$

$x = \frac{y+4}{3}$

$\therefore f(x) = 3\left(\frac{y+4}{3}\right) - 4$

$= y + 4 - 4$

$= y$

$\therefore f^{-1}(y) = x = \frac{y+4}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

மேலும் $F(x_1) = F(x_2)$

$\frac{x_1+4}{3} = \frac{x_2+4}{3} \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \therefore f^{-1}(x)$ ஒரு சார்பு.

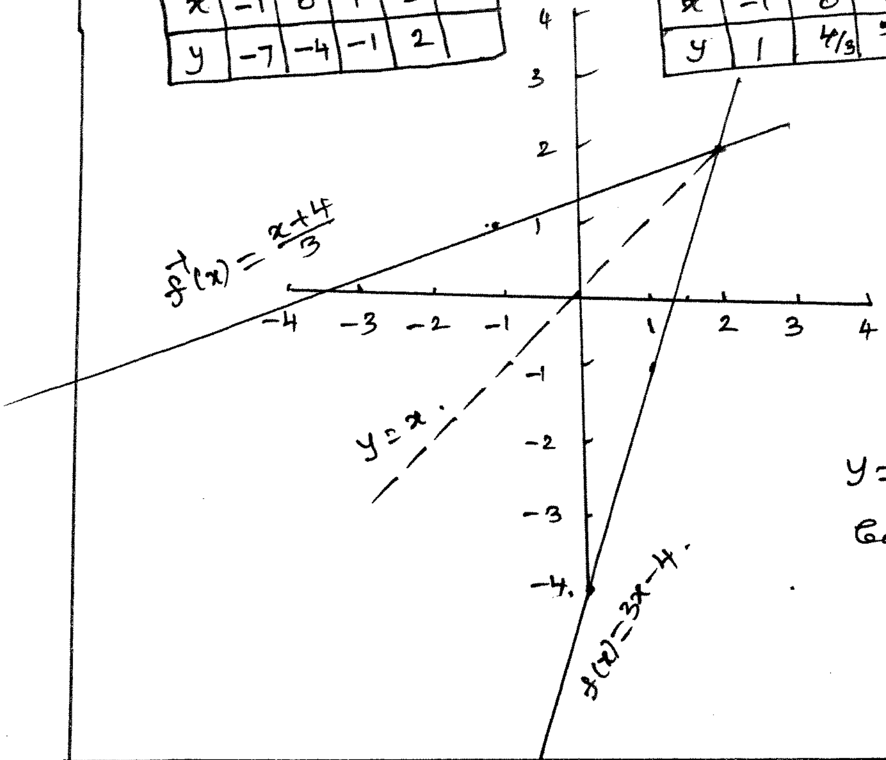
http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

$f(x) = 3x - 4$

x	-1	0	1	2
y	-7	-4	-1	2

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

x	-1	0	1	2
y	1	4/3	5/3	2



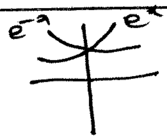
$y = f(x)$ என்ற கோடு $y = x$ என்ற கோட்டிற்கு சமச்சீராக $f^{-1}(x)$ உள்ளது.

பயிற்சி 1.5 (1 மதிப்பெண்)

1. $A = \{(x,y): y = e^x, x \in R\}$ மற்றும் $B = \{(x,y): y = e^{-x}, x \in R\}$ எனில் $n(A \cap B)$ என்பது

1) ∞ 2) 0 3) 1 4) 2

∵ $f(-x)$ is symmetric about y axis

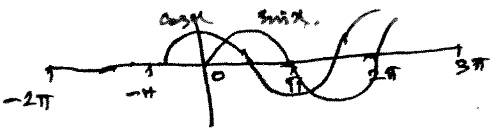


$f(-x)$ என்பது y அச்சுக்கு சமச்சீர்

எனவே 1 புள்ளியில் வெட்டும்.

2) $A = \{(x,y): y = \sin x, x \in R\}$ மற்றும் $B = \{(x,y): y = \cos x, x \in R\}$ எனில்

$A \cap B$ ல் 1) உறுப்புகளில்லை 2) எண்ணிலடங்கா உறுப்புகள் உள்ளன 3) ஒரே ஒரு உறுப்பு உள்ளது 4) தீர்மானிக்க இயலாது.



3) $A = \{0, -1, 1, 2\}$ என்ற கணத்தில் $|x^2+y^2| \leq 2$ எனுமாறு xRy அமைக்கப்பட்ட தொடர்பு R எனில் கீழ்கண்டவற்றில் எது சரியானது?

1) $R = \{(0,0)\ (0,-1)\ (0,1)\ (-1,0)\ (-1,1)\ (1,2)\ (1,0)\}$

2) $R^{-1} = \{(0,0)\ (0,-1)\ (0,1)\ (-1,0)\ (1,0)\}$

3) R ன் சார்பகம் $\{0, -1, 1, 2\}$

4) R ன் வீச்சகம் $\{0, -1, 1\}$.

1 வது விச்சகத்தில் 2 சரியல்ல.
சார்பகத்தில் 2 இருக்கவாய்ப்பில்லை R ல் -1 ன் எதிர்பிம்பம் 2 ஆனால் இங்கு 0 உள்ளது ∴ R^{-1} 5 வரு.

4) $f(x) = |x-2|+|x+2|, x \in R$ எனில்

1) $f(x) = -2x \quad x \in (-\infty,-2]$
$\quad 4 \quad x \in (-2,2]$
$\quad 2x \quad x \in (2,\infty)$

2) $f(x) = 2x, \quad x \in (-\infty,-2]$
$\quad 4 \quad x \in (-2,2]$
$\quad -2x \quad x \in (2,\infty)$

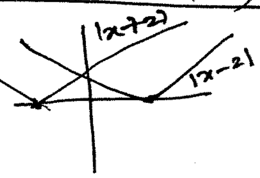
3) $f(x) = -2x \quad x \in (-\infty,-2]$
$\quad = -4 \quad x \in (-2,2)$
$\quad = 2x \quad x \in (2,\infty)$

4) $f(x) = -2x \quad x \in (-\infty,-2)$
$\quad 2 \quad x \in (-2,2)$
$\quad 2x \quad x \in (2,\infty)$

$x \in (-\infty,-2)$ எனில் $f(x) = -(x-2)-(x+2) = -2x$

$x \in [-2,2]$ எனில் $f(x) = -(x-2)+(x+2) = 4$

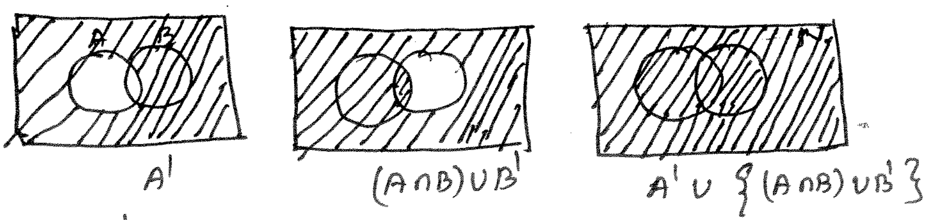
$x \in (2,\infty)$ ல் $f(x) = (x-2)+(x+2) = 2x$.



5) R மெய்யெண்களின் கணம் என்க $R \times R$ ல் கீழ்கண்ட உட்கணங்களை கருதுக
$S = \{(x,y) : y = x+1,$ மற்றும் $1<x<2\}$ $T = \{(x,y) : x-y \in z\}$.
எனில் கீழ்காணும் கூற்றில் எது மெய்யானது.
1. T சமானத் தொடர்பானால் S சமானத் தொடர்பல்ல
2. S, T இரண்டுமே சமானதொடர்பல்ல
3. S, T இரண்டுமே சமான தொடர்பு
4. S சமான தொடர்பு ஆனால் T சமான தொடர்பல்ல.

S தற்சுட்டு அல்ல எனவே S சமான தொடர்பல்ல
T சமான தொடர்பு $a-a=0 \in Z$
$a-b = b-a$
$= -(a-b) \in Z$.
$a-b \in Z, b-c \in Z \Rightarrow a-c \in Z$.

6) இயல் எண்களின் அனைத்து கணம் N க்கு A மற்றும் B உட்கணங்கள். எனில் $A' \cup [(A \cap B) \cup B']$ என்பது
1) A 2) A' 3) B 4) N.



7) கணிதம் மற்றும் வேதியியல் இரண்டும் பாடங்களாக ஏற்ற மாணவர்கள் எண்ணிக்கை 70. இது கணிதத்தை ஏற்றவர்களின் 10% மற்றும் வேதியியல் ஏற்றவர்களின் 14% ஆகும். இதில் இவற்றில் ஏதாவதொன்றை பாடமாக ஏற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.

1) 1120 2) ✓1130 3) 1100 4) போதுமான தகவல் இல்லை.

$M \cap C = 70$ இது கணிதத்தில் 10% வேதியியலில் 14%

$\frac{70}{10} \times 100 = 700$

$\therefore M = 700, \; C = 500$

$\frac{70^{5}}{14} \times 100 = 500.$

$M \cup C = 700 + 500 - 70 = 1130$

8) $n((A\times B)\cap(A\times C)) = 8$ மற்றும் $n(B\cap C) = 2$ எனில் $n(A)$ என்பது

1) 6 2) ✓4 3) 8 4) 16

$$A\times(B\cap C) = (A\times B)\cap(A\times C)$$

$$n(A)\cdot n(B\cap C) = n[(A\times B)\cap(A\times C)]$$

$$n(A)\cdot 2 = 8 \Rightarrow n(A) = 4$$

9) அ $n(A) = 2$, $n(B\cup C) = 3$ எனில் $n[(A\times B)\cup(A\times C)]$ என்பது

1) 2^3 2) 3^2 3) ✓6 4) 5

$$A\times(B\cup C) = (A\times B)\cup(A\times C)$$

$$n(A)\cdot n(B\cup C) = n[(A\times B)\cup(A\times C)]$$

$$2\times 3 = 6 = n[(A\times B)\cup(A\times C)]$$

10) A மற்றும் B என்பன இரு கணங்களில் 17 உறுப்புகள் பொதுவானவை. எனில் A×B மற்றும் B×A ஆகிய கணங்களில் உள்ள பொது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

1) 2^{17} 2) ✓17^2 3) 34 4) போதுமான தகவல் இல்லை.

A, B என்ற கணங்கள் n உறுப்புகள் பொதுவான உறுப்புகளை பெற்றால் A×B, B×A யின் பொதுவான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n^2.

11) வெற்றற்ற கணங்கள் A மற்றும் B எனக. $A\subset B$ எனில் $(A\times B)\cap(B\times A) =$

1) $A\cap B$ 2) ✓$A\times A$ 3) $B\times B$ 4) எதுவும் இல்லை.

12) 3 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் மீதான தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை.

1) 9 2) 81 3) ✓512 4) 1024

n உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் மீதான தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை

$$= 2^{n^2} = 2^{3^2} = 2^9 = 512$$

13) ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளை கொண்ட கணம் X ன் மீதான அனைத்து தொடர்பு R எனில் R என்பது

1) தற்சுட்டு தொடர்பு அல்ல 2) சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல 3) ✓கடப்பு தொடர்பு 4) சமான தொடர்பு.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

14) $X=\{1,2,3,4\}$ மற்றும் $R=\{(1,1)(1,2)(1,3)(2,2)(3,3)(2,1)(3,1)(1,4)(4,1)\}$ எனில் 1) தற்சுட்டு தொடர்பு ✓2) சமச்சீர் தொடர்பல்ல 3) கடப்பு தொடர்பு 4) இவற்றுள் எதுவுமன்று.

(4,4) இல்லை எனவே தற்சுட்டு அல்ல

$(2,1)\in R$, $(1,3)\in R$ ஆனால் $(2,3)\notin R$. ∴ கடப்புத்தொடர்பு அல்ல

∴ சமச்சீர் தொடர்பாகும் $(1,2),(2,1)\in R$, $(1,3)(3,1),(1,4)(4,1)\in R$.

15) $\frac{1}{1-2\sin x}$ ன் வீச்சகம் 1) $(-\infty,-1)\cup(\frac{1}{3},\infty)$ 2) $(-1,1/3)$ 3) $[-1,1/3]$ ✓4) $(-\infty,-1]\cup[1/3,\infty)$

$-1\leq \sin x\leq 1$

$2\geq -2\sin x\geq -2$

$1+2\geq 1-2\sin x\geq -2+1$

$3\geq 1-2\sin x\geq -1$

$\frac{1}{3}\leq \frac{1}{1-2\sin x}\leq -1$

$x\in(-\infty,-1]\cup[1/3,\infty)$

16) $f(x)=|\lfloor x\rfloor-x|$ $x\in R$ என்ற சார்பின் வீச்சகம்.

1) $[0,1]$ 2) $[0,\infty)$ ✓3) $[0,1)$ 4) $(0,1)$

$\lfloor 2\rfloor=2$ ஆனால் $\lfloor 2.3\rfloor=2$ 1) $f(x)=|2-2|=0$

2) $f(x)=|2-2.3|=-.3<1$

. . . . .

$|2-2.9|=-.9<1$

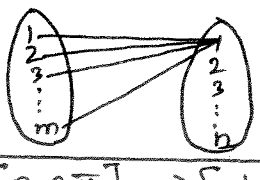
∴ வீச்சகம் $[0,1)$

17) $f(x)=x^2$ என்ற சார்பு இருபுறச் சார்பு அமைய வேண்டுமெனில் அதன் சார்பகமும் துணைசார்பகமும் முறையே

1) R,R 2) $R,(0,\infty)$ 3) $(0,\infty),R$ ✓4) $[0,\infty),[0,\infty)$

18) m உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திலிருந்து n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திற்கு வரையறுக்கப்படும் மாறிலிச் சார்புகளின் எண்ணிக்கை

1) mn 2) m ✓3) n 4) m+n.



இவ்விதமாக n மாறிலி சார்புகளை காணலாம்.

19) $f:[0,2\pi]\to[-1,1]$ என்ற சார்பு $f(x)=\sin x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் அது 1) ஒன்றுக்கொன்று ✓2) மேல்சார்த்தல் 3) இருபுறச்சார்பு 4) வரையறுக்க இயலாது.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

$x=0$ எனில் $\sin 0 = 0$

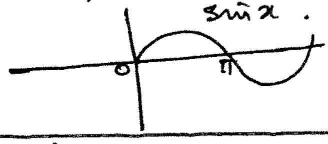
$x=\pi$ எனில் $\sin\pi = 0$. இது ஒன்றுக்கொன்றல்ல.

x-ன் மதிப்புகளுக்கு y ஒரே மதிப்பு கிடைக்கிறது.

மேலும் y ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் முன்பிம்பம் உள்ளது

எனவே இது மேற்கோர்த்தல் ஆகும்

$\sin x$.



20) $f:[-3,3]\to S$ என்ற சார்பு $f(x)=x^2$ என வரையறுக்கப்படும் மேற்கோர்த்தல் எனில் S என்பது

1) $[-9,9]$ 2) R 3) $[-3,3]$ 4) ✓ $[0,9]$

$f(x)=x^2$ என்பதால் -3 முதல் 3 வரை வைத்தால் $f(x)$ ன் கிடைப்பது $+$ வரும் 0 வை கொடுப்பது 0 வரும்.

21) $X=\{1,2,3,4\}$ $Y=\{a,b,c,d\}$ $f=\{(1,a)\ (4,b)\ (2,c)\ (3,d)\ (2,d)\}$ எனில் f என்பது

1) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு 2) மேற்கோர்த்தல் சார்பு

3) ஒன்றுக்கொன்று அல்லாத சார்பு 4) ✓ சார்பன்று.

சார்பகத்தில் உள்ள 2க்கு c, d என்ற இரு பிம்பங்கள் உள்ளன. சார்பு எனில் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரே ஒரு பிம்பம் இருக்க வேண்டும்.

$\therefore$ சார்பு அல்ல.

23) $f:R\to R$ ல் சார்பு $f(x)=1-|x|$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் வீச்சகம் 1) R 2) $(1,\infty)$ 3) $(-1,\infty)$ 4) ✓ $(-\infty,1]$

$f(x) = 1-(-x)=1+x \quad x\le 0$

$\qquad\quad 1-x \quad x\ge 0$

24) $f:R\to R$ ல் $f(x)=\sin x+\cos x$ எனில் f ஆனது

1) ஒற்றை சார்பு 2) ✓ ஒற்றைப்படையுமல்ல இரட்டைப்படையுமல்ல.

3) இரட்டை சார்பு 4) ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படைச் சார்பு.

$f(-x) = \sin(-x)+\cos(-x)$

$\qquad = -\sin x+\cos x \neq -f(x)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad \neq f(x)$

25) $f:R\to R$ ல் $f(x) = \dfrac{(x^2+\cos x)(1+x^4)}{(x-\sin x)(2x-x^3)} + e^{-|x|}$ எனில் f

1) ஓர் ஒற்றைப்படை சார்பு 2) ஒற்றைப்படையுமல்ல, இரட்டைப்படையுமல்ல

3) ✓ ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு 4) ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படை

$f(-x) = \dfrac{(x^2+\sin x)(1+x^4)}{-(x+\sin x)(-2x+x^3)}\ e^{-|x|}$

$\qquad = \dfrac{(x^2+\sin x)(1+x^4)}{(x-\sin x)(2x-x^3)} + e^{-|x|} = f(x)$

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

1) கணம் A ல் m உறுப்புகளும் கணம் B ல் n உறுப்புகளும் இருந்தால் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை 2^{mn}.

2) கணம் A ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n எனில் கணம் A ல் உள்ள தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை 2^{n^2}

3. கணம் A ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n எனில் தற்சுட்டு தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை $2^{n(n-1)}$

சமச்சீர் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை $2^{\frac{n(n+1)}{2}}$

---

22) : 1 மதிப்பெண்

$f(x) = \begin{cases} x & x<1 \\ x^2 & 1 \le x \le 4 \\ 8\sqrt{x} & x>4 \end{cases}$ எனில்

1) ✓ $f^{-1}(x) = \begin{cases} x & x<1 \\ \sqrt{x} & 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & x>16 \end{cases}$

2) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -x & x<1 \\ \sqrt{x} & 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & x>16 \end{cases}$

3) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x<1 \\ \sqrt{x} & 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & x>16 \end{cases}$

4) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2x & x<1 \\ \sqrt{x} & 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{8} & x>16 \end{cases}$

Let $y = x$ எனில் $x = y \Rightarrow f^{-1}(x) = x$.

$y = x^2 \Rightarrow y = \sqrt{x}$. $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

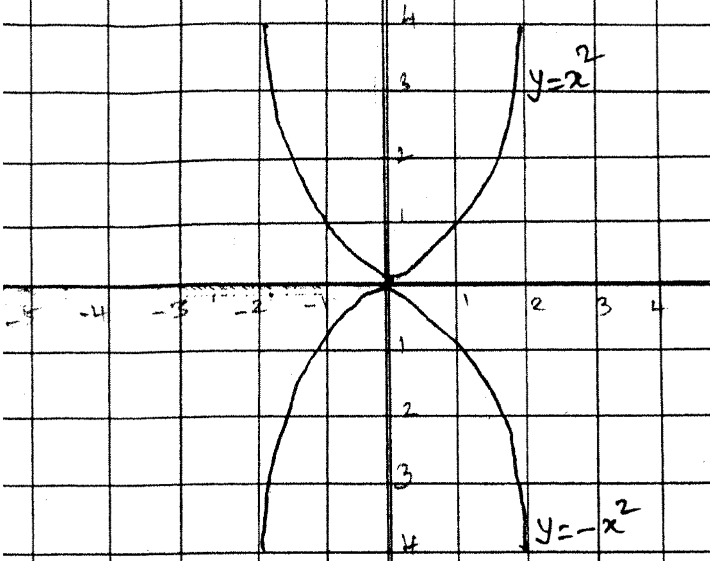
$y = \sqrt{x}$ எனில் $= \frac{y^2}{64} = x \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{x^2}{64}$.

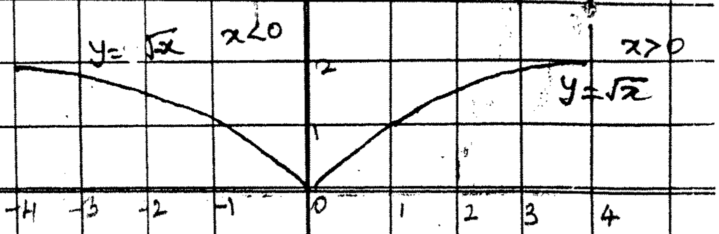
T. G. Venkatesan
9444209677

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

பயிற்சி 1.4

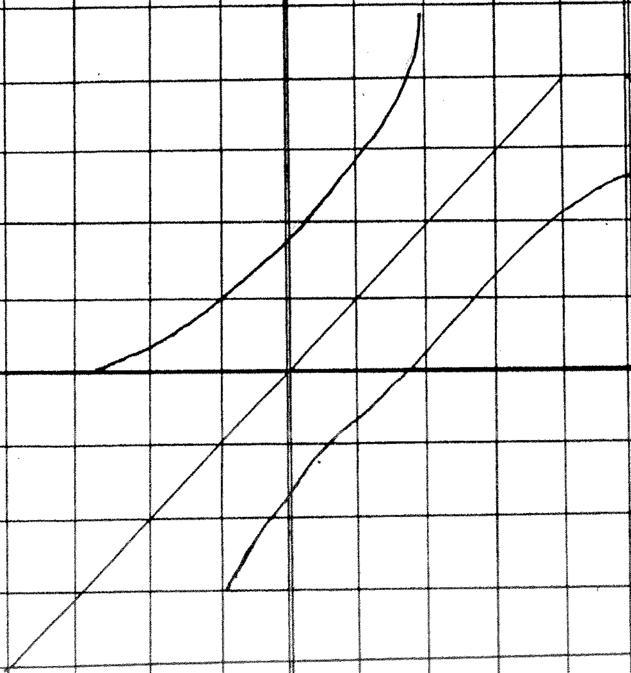


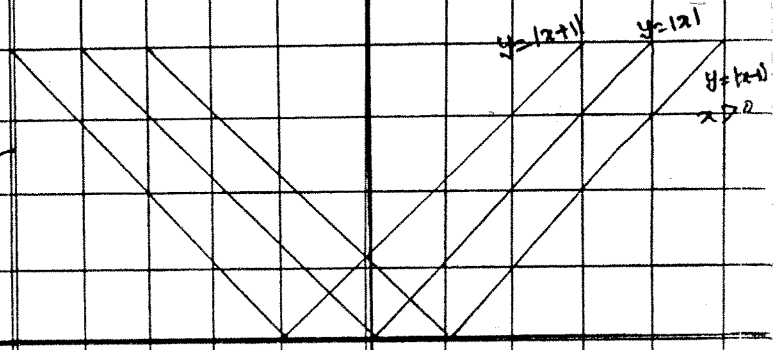


The Graph y = f(−x) is the reflection of the Graph about y axis.

The Graph of y = −f(x) is the reflection of the about x axis.

www.Padasalai.Net



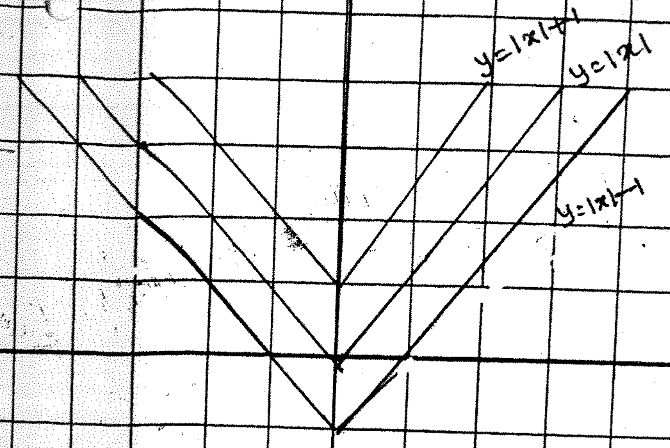


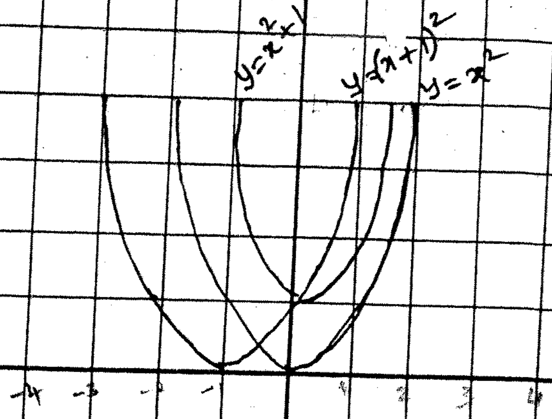
The graph of f(x+c) c>0 causes the shift to left

The graph of f(x−c) c>0 causes the shift to right

The Graph of f⁻¹(x) is the reflection of the graph about the line y = x

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html



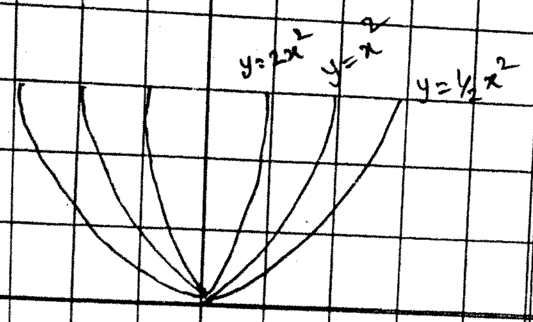


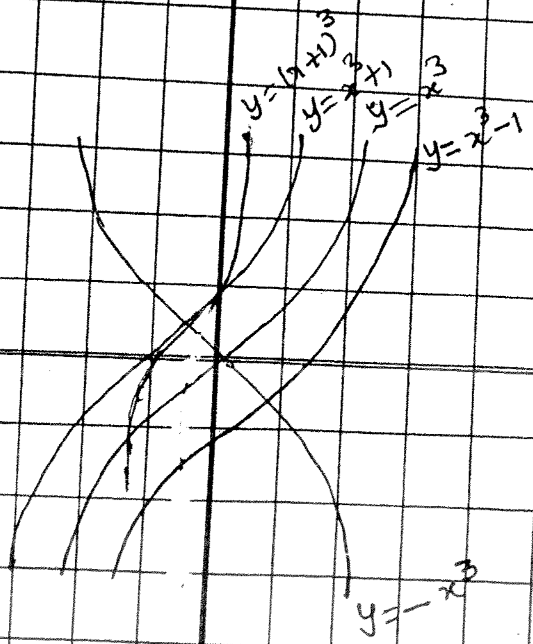
The graph of $f(x)+d$, $d>0$ causes the shift to upward.

The graph of $f(x)-d$, $d>0$ causes the shift to downward.

$f(x)=x^2+1$ causes the graph of the function $f(x)=x^2$ shifts to the upward one unit

$f(x)=(x+1)^2$ causes the graph of the function $f(x)=x^2$ shifts to the left for one unit.



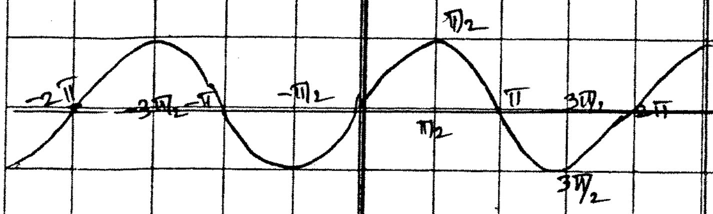


e curve is multiplied by +ve constant (ie) >1
e curve shifts away from the x axis.

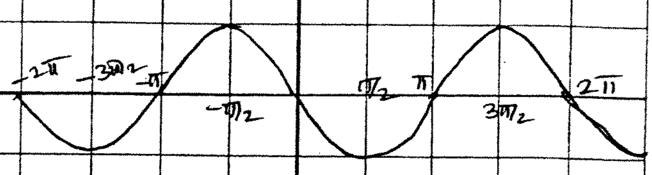
e curve is multiplied by a constant
hich is lessthan 1 (<1) The curve shifts
owards the x axis.

$y = \sin x$

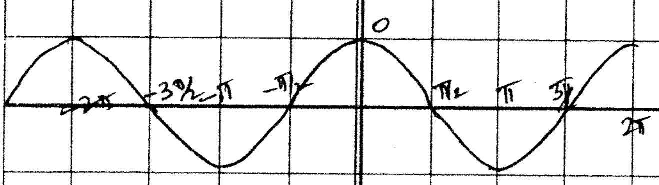
(or) $y = -\sin(-x)$
$= \sin x$.



$y = \sin(-x) = -\sin x$.



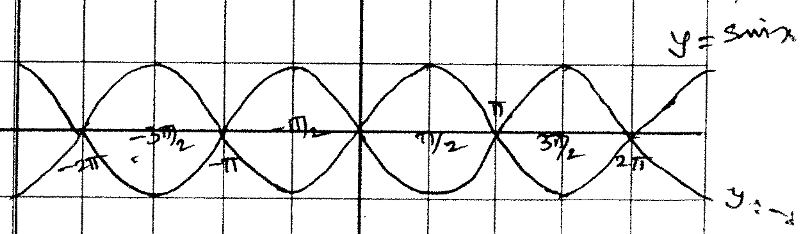
$y = \sin(\pi/2 + x)$
$= \sin(\pi/2 - x)$ } $= \cos x$



$y = \sin|x| \Rightarrow$

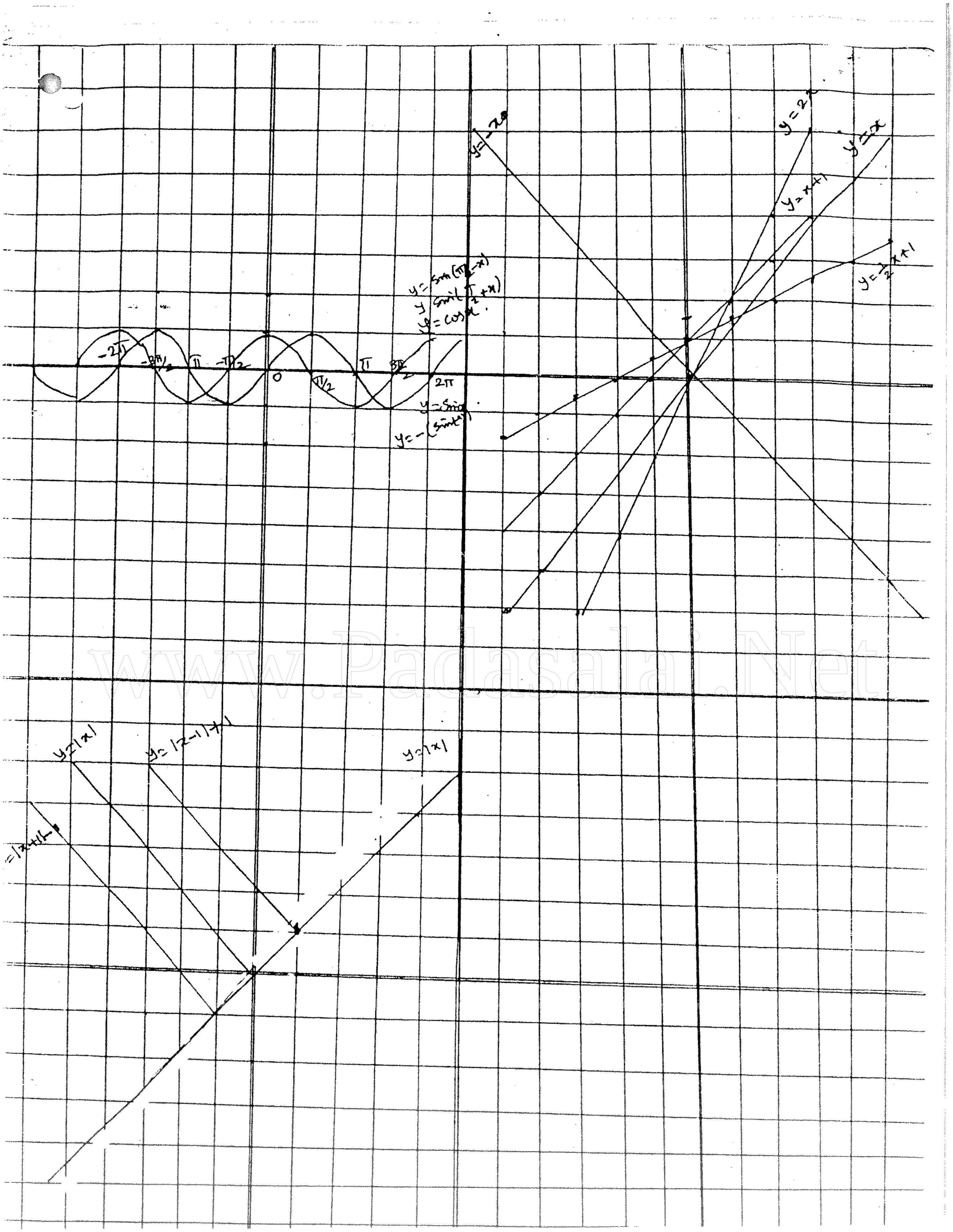
$=$

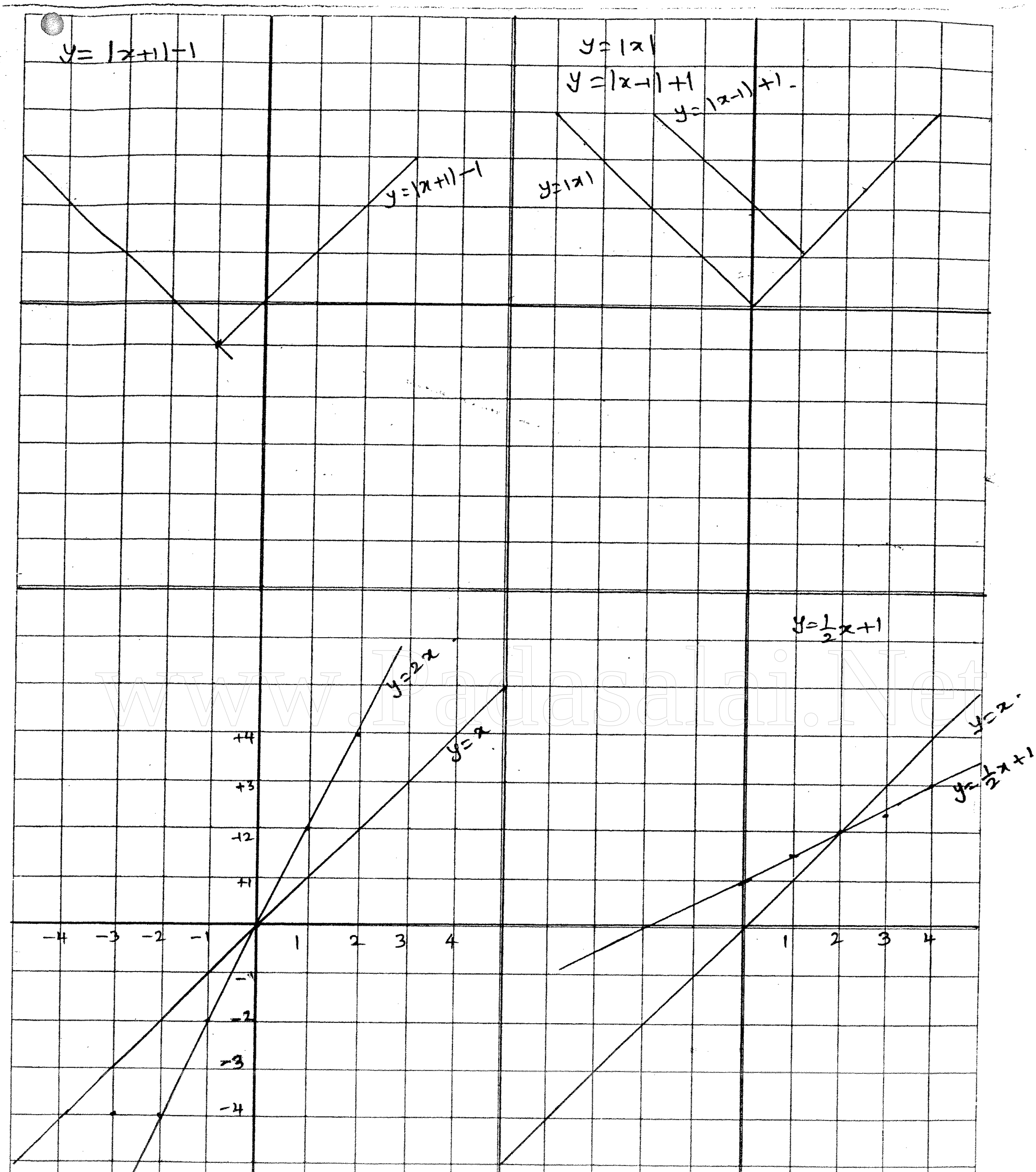
$\sin x \quad x \geq 0$
$-\sin x \quad x < 0$.



Reflection at x axis.

www.Padasalai.Net


y=-2x
y=2x
y=x
y=x+1
y=cos x
y=sin x
y=|x|
y=|x-1|+1
0
π
2π



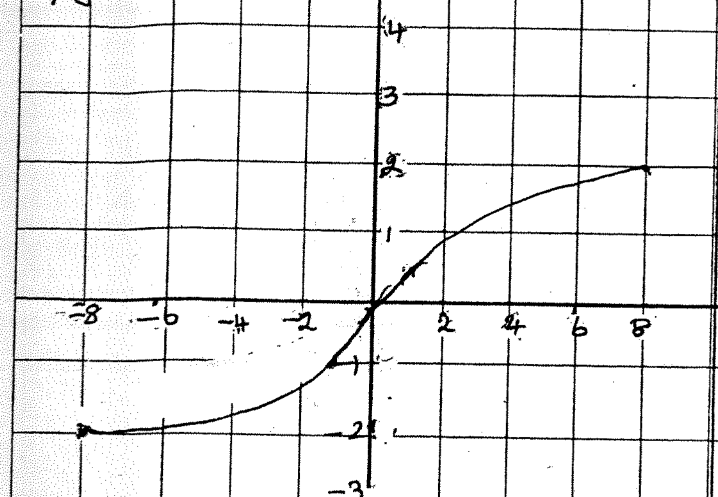
x	−2	−1	0	1	2
y=2x	−4	−2	0	2	−4

x	0	1	2	3	4
$y=\frac{1}{2}x+1$	1	1.5	2	2.5	3

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

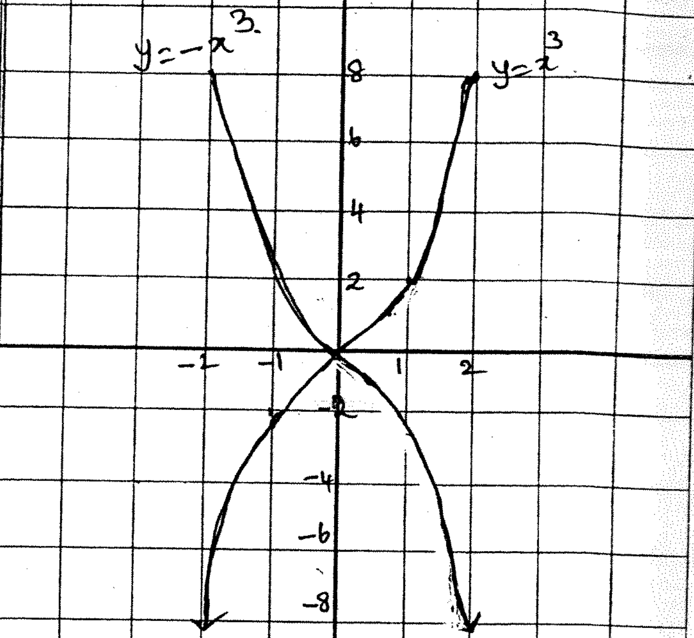
$y = x^{1/3}$

$\Rightarrow y^3 = x$



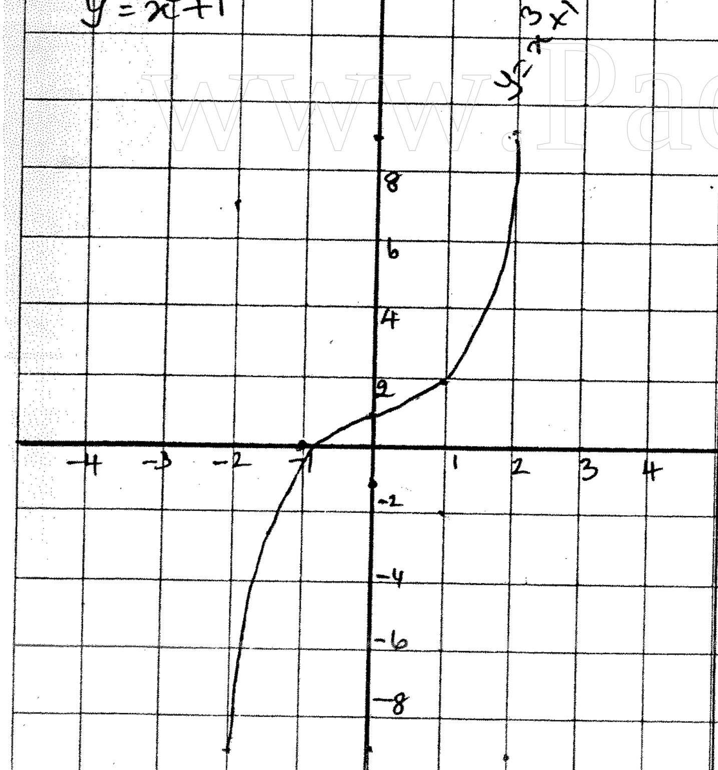
$y^3 = x$	-8	-1	0	1	8
y	-2	-1	0	1	2

$y = x^3$



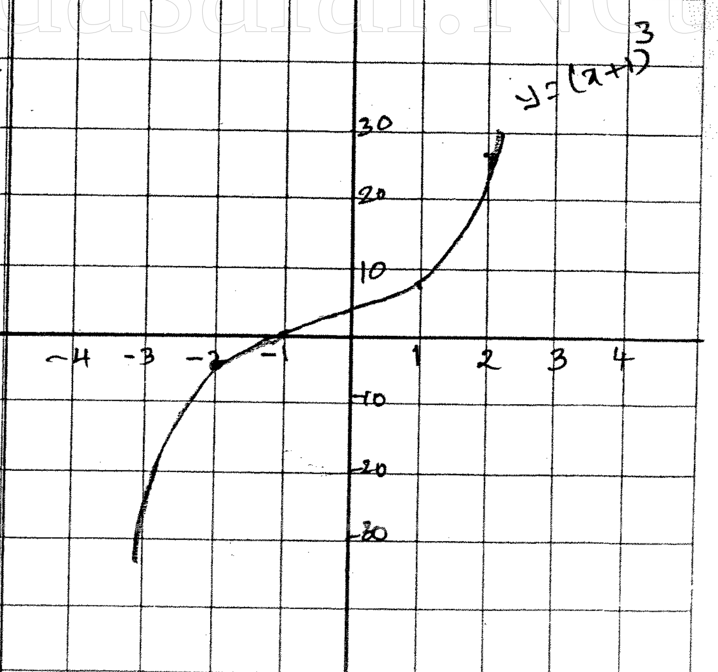
x	-2	-1	0	1	2
$y = x^3$	-8	-1	0	1	8

$y = x^3 + 1$



x	-2	-1	0	1	2
$y = x^3 + 1$	-7	0	[illegible]	2	9

$y = (x+1)^3$



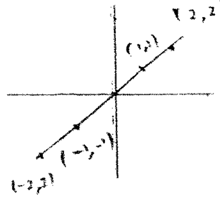
x	-2	-1	1	2
$y = (x+1)^3$	-1	0	8	27

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

1) Identity function

$f : A \to A \quad f(x) = x$

(St. line)



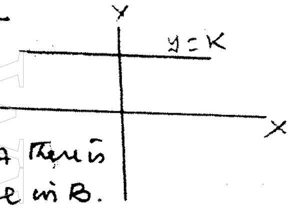
2) Constant fn

$y = c$

$f : R \to R$

For every x in A there is only one image in B.

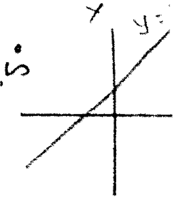
Range Singleton set.



3) Linear function.

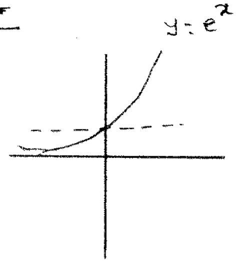
$y = 2x + 1$

Graph of linear fn is st. line.



4) exponential function e^x

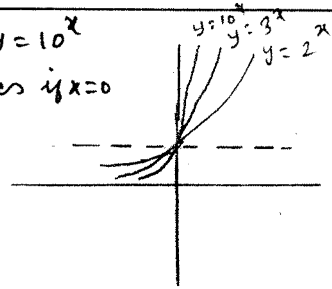
Put $x = 0 \quad y = e^0 = 1$



$y = 2^x, \quad y = 3^x \quad y = 10^x$

For all the curves if $x = 0$

$y = 1$



5) Logarithmic function.

$y = \log_2 x$

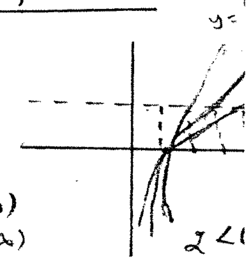
$y = \log_e x$

$y = \log_3 x$

Domain $(0, \infty)$

Range $(-\infty, \infty)$

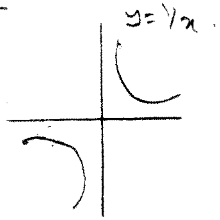
Inverse of exponential fn is log



6) Reciprocal of a fn $y = \frac{1}{x}$

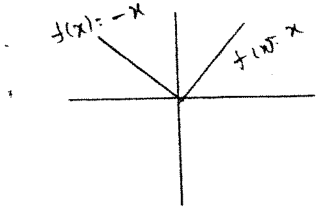
$\Rightarrow xy = 1$

Domain : $R - (0)$

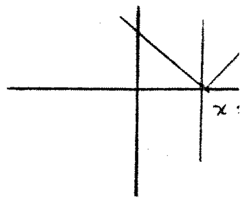


7) Absolute function (or) Modulus fn

$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{when } x < 0 \\ x & \text{when } x \geq 0 \end{cases}$



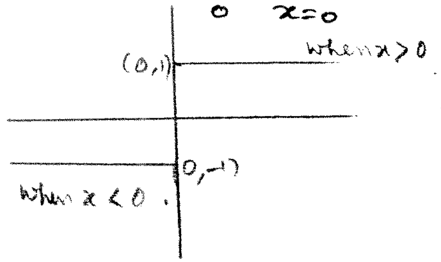
$f(x) = |x - 1| = \begin{cases} -(x-1) & x \\ (x-1) & x \end{cases}$



8) Signum function $f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

Domain R.

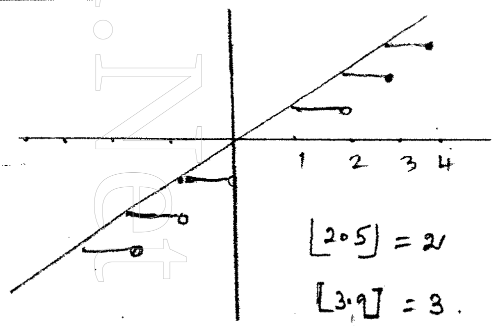
Range $\{-1, 0, 1\}$.



9) Greatest integer fn = $\lfloor x \rfloor$

$\lfloor 2.5 \rfloor = 2$

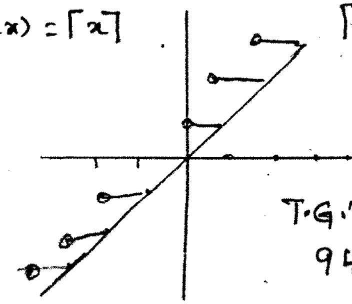
$\lfloor 3.9 \rfloor = 3$.



10) Least integer function.

$f(x) = \lceil x \rceil$

$\lceil 2.5$



T.G. Venkatesan
9444209677