Padasalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padasalai's NEWS - Group

https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA

- Padasalai's Channel - Group

https://t.me/padasalaichannel

- Lesson Plan - Group

https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw

- 12th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_12th

- 11th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_11th

- 10th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_10th

- 9th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_9th

- 6th to 8th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_6to8

- 1st to 5th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_1to5

- TET - Group

https://t.me/Padasalai_TET

- PGTRB - Group

https://t.me/Padasalai_PGTRB

- TNPSC - Group

https://t.me/Padasalai_TNPSC

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

சுராவின்

கணிதவியல்

12 ஆம் வகுப்பு

புதிய பாடத்திட்டம் மற்றும் புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

தொகுதி - I & II

சிறப்பம்சங்கள்

- பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள்.
- ஒவ்வோர் பாடத்திற்கும் நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்.
- கூடுதலான பயிற்சி வினா விடைகள்.
- மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள்-2019
- காலாண்டு பொதுத்தேர்வு - 2019
- அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு - 2019
- பொதுத்தேர்வு மார்ச் - 2020 வினாத்தாள் விடைகளுடன்

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பொருளடக்கம்

தொகுதி - I

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
1.	அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்	1 - 50
2.	கலப்பு எண்கள்	51 - 88
3.	சமன்பாட்டியல்	89 - 112
4.	நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்	113 -146
5.	இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல் - II	147 -194
6.	வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்	195 - 246

தொகுதி - II

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
7.	வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்	247 - 302
8.	வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்	303 - 330
9.	தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்	331 - 364
10.	சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்	365 -404
11.	நிகழ்தகவு பரவல்கள்	405 -433
12.	தனிநிலைக் கணிதம்	434 - 450
	அரசு மாதிரி வினாத்தாள்-2019	451 -454
	காலாண்டு பொதுத்தேர்வு - 2019	455 -457
	அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு - 2019	458 - 460

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

தொகுதி - I

கணிதவியல்

www.surabooks.com
Padasalai.Net

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்

1

அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- $|A| \neq 0$, எனில் A ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி மற்றும் $y\,|A| = 0$, எனில் A ஒரு பூச்சியக்கோவை அணி.
- A-ன் இணைக்காரணி அணியின் நிரை நிரல் மாற்று அணி A-ன் சேர்ப்பு அணி என வரையறுக்கப்படுகிறது (adj A).
- $AB = BA = I_n$, எனில் அணி B A-ன் நேர்மாறு அணி எனப்படும்.
- ஒரு சதுர அணிக்கு நேர்மாறு இருப்பின் அது ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்ததாகும்.
- A ஒரு பூச்சியமற்றக் கோவை அணி எனில் மட்டுமே A^{-1} காண இயலும்.
- பூச்சியக் கோவை அணிக்கு நேர்மாறு காண இயலாது.
- A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $AB = AC$ எனில், $B = C$ (இடது நீக்கல் விதி).
- A என்பது பூச்சியமற்ற கோவை அணி மற்றும் $BA = CA$ எனில், $B = C$ (வலது நீக்கல் விதி).
- A மற்றும் B என்பன n, வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவை அணிகள் எனில் $(\text{adj } AB) = (\text{adj } B)(\text{adj } A)$
- ஒரு சதுர அணி A-க்கு $AA^T = A^TA = I$ எனில், A ஆனது செங்குத்து அணி எனப்படும்.
- A, B என்ற இரு ஒரே வரிசையுடைய அணிகளில் ஏதாவது ஓர் அணியை தொடக்கநிலை உருமாற்றங்கள் மூலம் மற்ற அணியாகப் பெற முடியுமெனில், Aயும் Bயும் சமான அணிகள் என்றழைக்கப்படும் $(A \sim B)$.
- ஓர் அணியில் அனைத்து பூச்சிய நிரைகளும் அணியின் அடிப்பகுதி நிரைகளாக அமைந்து, எந்தவொரு கீழ்வரிசை - நிரையின் முதல் பூச்சியமற்ற உறுப்பானது அந்நிரைக்கு மேலாக அமைந்து நிரைகள் ஒவ்வொன்றின் முதல் பூச்சியமற்ற உறுப்பிற்கு வலதுபுறமாக அமைந்தால் அவ்வணியானது நிரை - ஏறுபடி வடிவில் இருக்கும்.
- ஓர் அணி A- இன் தரம் என்பது அதன் பூச்சியமற்ற சிற்றணிக் கோவையின் உச்ச வரிசையாகும் $[\rho(A)]$.
- நிரை ஏறுபடி வடிவிலுள்ள ஓர் அணியின் அணித்தரம் அப்பூச்சிய நிரைகளின் எண்ணிக்கையாகும்.
- ஓர் அலகு அணியில் ஒரே ஒரு தொடக்க நிலை உருமாற்றத்தினால் கிடைக்கும் அணியை தொடக்க நிலை அணி என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஒரு வரிசைக்கிரமமான தொடக்கநிலைச் செயலிகளைக் கொண்டு ஒவ்வொரு பூச்சியமற்ற கோவை அணியினை ஓர் அலகு அணியாக உருமாற்றம் செய்யலாம்.
- ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது குறைந்தது ஒரு தீர்வு பெற்றிருந்தால், தொகுப்பானது ஒருங்கமைவுடையது எனப்படும்.
- ஒரு தீர்வு கூட பெறவில்லையெனில் தொகுப்பானது ஒருங்கமைவற்றது எனப்படும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\xrightarrow{R_1 \to R_1 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \to R_3 + 2R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 2 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_2 \to R_2 - 3R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 2 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_1 \to R_1 + 8R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -40 & 16 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 2 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \to R_3 \times (-1)} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -40 & 16 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}\right]$$

ஆகையால் $A^{-1} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ என அறிவோம்.

பயிற்சி 1.3

1. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க:

(i) $2x + 5y = -2, x + 2y = -3$

(ii) $2x - y = 8, 3x + 2y = -2$ **[பிடிஏ - 3]**

(iii) $2x + 3y - z = 9, x + y + z = 9, 3x - y - z = -1$

(iv) $x + y + z - 2 = 0, 6x - 4y + 5z - 31 = 0,$ $5x + 2y + 2z = 13.$

தீர்வு : (i) $2x + 5y = -2, x + 2y = -3$

தொகுப்பின் அணி வடிவம்

$$= \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ AX = B இங்கு

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1} B$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 5 = -1 \neq 0.$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 - 15 \\ -2 + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ தீர்வுகணம் $\{-11, 4\}$.

(ii) $2x - y = 8, 3x + 2y = -2$

தொகையின் அணி வடிவம்

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ AX = B இங்கு $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix},$

$$B = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1} B.$$

இப்பொழுது, $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A$$

$$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = A^{-1} B = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 16 - 2 \\ -24 - 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 14 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{7} \\ \frac{-28}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = 2, y = -4$$

எனவே, தீர்வுகணம் $\{2, -4\}$

(iii) $2x + 3y - z = 9, x + y + z = 9, 3x - y - z = -1.$

தொகுப்பின் அணி வடிவம்

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ AX = B இங்கு $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix},$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

குறிப்பு : $\text{adj (adj A)} = |A|^{n-2} A = |A|.A$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 3\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-3+4)+3(2-0)+4(-2-0)$$

$$= 3(1)+6-8=1$$

$$\therefore \text{adj (adj A)} = 1 - A = A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

பிடிஎ மாதிரி வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

1. A, B என்பன செங்குத்து அணிகள் எனில், $(AB)^T$ (AB) என்பது [பிடிஏ - 1]

(1) A (2) B (3) I (4) A^T

[விடை : (3) I]

குறிப்பு :

$$AA^T = A^TA = I$$
$$BB^T = B^TB = I$$
$$(AB)^T(AB) = B^TA^T(AB)$$
$$= B^T(A^TA)B$$
$$= B^T(IB) = I$$

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ **என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.** [பிடிஏ - 1]

தீர்வு :

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

எனவே, $A^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta+\sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta-\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta-\cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta+\cos^2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2.$$

இதேபோல் $A^TA = I_2$, எனவே $AA^T = A^TA = I_2$

$\therefore$ A ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

3 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{bmatrix}$ **எனில், $A^2 = \lambda A - 2I$ என்பதை நிறைவு செய்யுமாறு λ -ன் மதிப்பைக் காண்க** [பிடிஏ - 2]

தீர்வு :

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-2\lambda & -6+4 \\ 3\lambda-2\lambda & -2\lambda+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-2\lambda & -2 \\ \lambda & -2\lambda+4 \end{bmatrix}$$

$$\lambda A - 2I = \lambda\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3\lambda & -2\lambda \\ \lambda^2 & -2\lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3\lambda-2 & -2\lambda \\ \lambda^2 & -2\lambda-2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore -2\lambda = -2$$
$$\lambda = 1$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. $4x + 3y + 6z = 25$, $x + 5y + 7z = 13$. $2x + 9y + z = 1$ **எனும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதாக என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க.** [பிடிஏ - 1]

தீர்வு : விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடிவ வடிவத்திற்கு உருமாற்றங்கள் செய்யக் கிடைப்பது,

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 6 & 25 \\ 1 & 5 & 7 & 13 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \to R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 4 & 3 & 6 & 25 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3 - 2R_1]{R_2 \to R_2 - 4R_1,} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & -17 & -22 & -27 \\ 0 & -1 & -13 & -25 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3 \div (-1)]{R_2 \to R_2 \div (-1),} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 1 & 13 & 25 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \to 17R_3 - R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 0 & 199 & 398 \end{array}\right]$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 2

கலப்பு எண்கள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு கலப்பெண்ணின் செவ்வக வடிவம் $x + iy$ ஆகும். இங்கு x என்பது கலப்பெண்ணின் மெய்ப்பகுதி மற்றும் y என்பது கற்பனை பகுதி.
- $z_1 = z_2$ க்கு தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $\text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2)$ மற்றும் $\text{Im}(z_1) = \text{Im}(z_2)$

கலப்பெண்களின் பண்புகள் :

கூட்டலை பொறுத்து

- z_1, z_2, மற்றும் z_3 என்ற ஏதேனும் மூன்று கலப்பெண்கள்
  - (i) அடைவுப் பண்பு ($z_1 + z_2$ ஒரு கலப்பெண்)
  - (ii) பரிமாற்று பண்பு ($z_1 + z_2 = z_2 + z_1$)
  - (iii) சேர்ப்பு பண்பு $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$
  - (iv) கூட்டல் சமனி ($z + 0 = 0 + 2 = z$)
  - (v) கூட்டல் நேர்மாறு $(z + -z) = (-z + z) = 0$
- **பெருக்கலை பொறுத்து :**
  - (i) அடைவுப் பண்பு ($z_1 z_2$ -யும் ஒரு கலப்பெண்)
  - (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு ($z_1 z_2 = z_2 z_1$)
  - (iii) சேர்ப்புப் பண்பு $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$
  - (iv) பெருக்கல் சமனி ($z_1 . 1 = 1. z_1 = z_1$)
  - (v) பெருக்கல் நேர்மாறு $z.w = w.z = 1 \Rightarrow w - z^{-1}$
- **பங்கீட்டு விதி (கூட்டலின் மேல் பெருக்கலின பங்கீட்டு விதி)**

  $z_1 (z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$ மேலும், $(z_1 + z_2) z_3 = z_1 z_3 + z_2 z_3$
- $x + iy$ இணை கலப்பெண் $x - iy$
- $z = x + iy$ எனில் $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $|z - z_0| = r$ என்ற வட்டத்தின் சமன்பாடு இங்கு z_0 என்பது நிலையான கலப்பெண் மற்றும் r என்பது z லிருந்து z_0 க்கான தூரம் என்க.
- $z = x + iy$ -ன் துருவ வடிவம் $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இங்கு $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ மற்றும் $\tan\theta = \frac{y}{x}$.

டிமாய்வரின் தேற்றம் :

- கொடுக்கப்பட்ட கலப்பெண் $\cos\theta + i\sin\theta$ மற்றும் n என்ற முழு எண்ணிற்கு $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$.
- $z^{1/n} = r^{1/n}\left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right]$, $k = 0, 1, 2, \ldots\ldots n - 1$.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

- $|z - z_0| < r$ ஆனது வட்டத்தின் உள்பகுதியில் உள்ள புள்ளிகளைக் குறிக்கிறது.
- $|z - z_0| > r$ ஆனது வட்டத்தின் வெளிப்பகுதியில் உள்ள புள்ளிகளை குறிக்கிறது.
- $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$
- $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$
- $\arg(z^n) = n \arg z$
- $\cos\theta + i\sin\theta$ -ன் மற்றொரு வடிவம் $\cos(2k\pi + \theta) + i\sin(2k\pi + \theta), k \in \mathbb{Z}$ ஆகும்.

யூலரின் சூத்திரம் :

- $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ அல்லது $z = re^{i\theta}$
- $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனில் $z^{-1} = \frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta)$
- $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$
- $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)\right]$
- $(\cos\theta - i\sin\theta)^n = \cos n\theta - i\sin n\theta$ A $(\cos\theta + i\sin\theta)^{-n} = \cos n\theta - i\sin n\theta$
- $(\cos\theta - i\sin\theta)^{-n} = \cos n\theta + i\sin n\theta$ A $\sin\theta + i\cos\theta = i(\cos\theta - i\sin\theta)$
- $1 + \omega + \omega^2 + \ldots\ldots + \omega^{n-1} = 0$

இங்கு w என்பது ஒன்றின் n- ஆம் படி மூலம் $1 - \omega.\omega^2 \ldots.\omega^{n-1} = (-1)^{n-1}; \omega^{n-k} = \omega^{-k} = (\overline{\omega})^k \quad 0 \le k \le n-1$

பயிற்சி 2.1

பின்வருவனவற்றை சுருக்குக :

1. $i^{1947} + i^{1950}$
2. $i^{1948} - i^{-1869}$
3. $\sum_{n-1}^{12} i^n$
4. $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$ [Hy - 2019]
5. $i\, i^2\, i^3 \ldots.\, i^{2000}$
6. $\sum_{n-1}^{10} i^{n+50}$

தீர்வு : 1. $i^{1947} + i^{1950}$

$i^{1947} + i^{1950} = i^{1944}.\, i^3 + i^{1948}.\, i^2$

[∵1944 என்பது 4 -ன் பெருக்கல், 1948 என்பது மேலும் 4 - ன் பெருக்கல்]

$= (i^4)^{486}.\, i^2.\, i^1 + (i^4)^{487}.\, i^2 \quad [i^4 = 1]$

$= (1^{486})(-1)(i) + (1)^{487}(-1) \quad [i^2 = -1]$

$= -i - 1 = -1 - i$

2. $i^{1948} - i^{-1869}$

$= (i^4)^{487} - [i^{-1868}.\, i^{-1}]$

$= 1^{487} - \left[(i^4)^{-467}.\frac{1}{i}\right] \quad [i^4 = 1]$

$= 1 - [1.(-i)] \quad [\because i^{-1} = \frac{1}{i} = -i]$

[1 -ன் எந்த அடுக்கும் 1 ஆகும்]

$= 1 + i$

3. $\sum_{n-1}^{12} i^n$

$\sum_{n=1}^{12} i^n = (i^1 + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) + (i^9 + i^{10} + i^{11} + i^{12})$

$= (i - 1 - i + 1) + (i^{4+1} + i^{4+2} + i^{4+3} + (i^4)^2) + (i^{8+1} + i^{8+2} + i^{8+3} + (i^4)^3)$

$= 0 + (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^1 + i^2 + i^3 + i^4)$

$[\because i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1]$

$= 0 + (i - 1 - i + 1) + (i - 1 - i + 1)$

$= 0 + 0 + 0 = 0$

4. $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$

$i^{4\times14+3} + i^{-(4\times14+3)}$

$= (i^4)^{14}.\, i^3 + (i^4)^{-14}.\, i^{-3}$

$= 1.\, i^3 + 1.i^{-3} \quad [\because i^4 = 1]$

$= -i + i = 0 \quad [\because i^3 = -i$ மற்றும் $i^{-3} = i]$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\left[\because \tan^{-1}x-\tan^{-1}y=\tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{(x+2)(y-1)-xy}{x(x+2)}\right)}{\left(\frac{x(x+2)+y(y-1)}{x(x+2)}\right)}=\tan\frac{\pi}{4}=1$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)(y-1)-xy}{x(x+2)+y(y-1)}=1$$

$\Rightarrow -x+2y-2=x^2+2x+y^2-y$

$\Rightarrow x^2+2x+y^2-y+x-2y+2=0$

$\Rightarrow x^2+y^2+3x-3y+2=0$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 2.8

1. $\omega \neq 1$ **என்பது ஒன்றின் மூன்றாம் படிமூலம் எனில்** $\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2}+\frac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2}=-1$ **என நிறுவுக.**

தீர்வு : LHS $=\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2}+\frac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2}$

$$\frac{a\omega^3+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2}+\frac{a\omega^3+b\omega(\omega^3)+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2}\quad[\because\omega^3=1]$$

$$\frac{\omega(a\omega^2+b+c\omega)}{b+c\omega+a\omega^2}+\frac{\omega^2(a\omega+b\omega^2+c)}{c+a\omega+b\omega^2}$$

$=\omega+\omega^2=-1 \quad [\because 1+\omega+\omega^2=0]$

2. $\left(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}\right)^5+\left(\frac{\sqrt3}{2}-\frac{i}{2}\right)^5=-\sqrt3$ **எனக்காட்டுக.**

தீர்வு : $\frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ என்க

$$r=\sqrt{\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2+\left(\frac12\right)^2}=\sqrt{\frac34+\frac14}=\sqrt{\frac44}=1$$

$$\alpha=\tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|=\tan^{-1}\left|\frac{\frac12}{\frac{\sqrt3}{2}}\right|=\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)=\frac{\pi}{6}$$

$\frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}$ முதலாம் கால்பகுதியில் அமைவதால், $\theta=\alpha$

$$\therefore \frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}=1\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}\right)^5=1^5\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^5$$

$=\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}$ ...(1) [டி மாய்வரின் தேற்றம்]

அதைப் போல $\frac{\sqrt3}{2}-\frac{i}{2}=1\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$$\therefore\left(\frac{\sqrt3}{2}-\frac{i}{2}\right)^5=1^5\left[\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right]^5$$

$=\cos\frac{5\pi}{6}-i\sin\frac{5\pi}{6}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) ஐ கூட்ட கிடைப்பது,

$$\left(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{i}{2}\right)^5+\left(\frac{\sqrt3}{2}-\frac{i}{2}\right)^5$$

$=\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{6}-i\sin\frac{5\pi}{6}$

$=2\cos\frac{5\pi}{6}=2\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

$=-2\cos\frac{\pi}{6}\left[\because \frac{5\pi}{6}\right.$ இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமைவதால் $\left.\right]$

$=-2\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)=-\sqrt3$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. $\left(\frac{1+\sin\frac{\pi}{10}+i\cos\frac{\pi}{10}}{1+\sin\frac{\pi}{10}-i\cos\frac{\pi}{10}}\right)^{10}$ **-ன் மதிப்பு காண்க.**

தீர்வு : LHS $=\left[\frac{1+\sin\frac{\pi}{10}+i\cos\frac{\pi}{10}}{1+\sin\frac{\pi}{10}-i\cos\frac{\pi}{10}}\right]^{10}$

$z=\sin\frac{\pi}{10}+i\cos\frac{\pi}{10}$ என்க.

$$\therefore\frac{1}{z}=\sin\frac{\pi}{10}-i\cos\frac{\pi}{10}$$

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

8. $|3z - 5| = 3\,|z + 1|$ **இங்கு** $z = x + iy$ **எனில்** z**-ன் நியமப்பாதை காண்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $|3z - 5| = 3\,|z + 1|$

$$\Rightarrow \quad |3(x + iy) - 5| = 3\,|x + iy + 1|$$

$$\Rightarrow \quad |(3x - 5) + 3y| = 3\,|(x + 1) + iy|$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{(3x-5)^2 + 3^2} = 3\left[\sqrt{(x+1)^2 + y^2}\right]$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது,

$$(3x - 5)^2 + 9 = 9\,[(x + 1)^2 + y^2]$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 30x + 25 + 9 = 9\,[x^2 + 2x + 1 + y^2]$$

$$\Rightarrow \quad 48x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3x - 1 = 0$$

9. $\text{Re}\left(\dfrac{\bar{z}+1}{\bar{z}-i}\right) = 0$ **எனில்** z**-ன் நியமப்பாதையை காண்க.**

தீர்வு : $z = x + iy \Rightarrow \bar{z} = x + iy$ என்க.

$$\therefore \frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-i} = \frac{x-iy+1}{x-iy-i} = \frac{(x+1)-iy}{x-i(y+1)}$$

$$= \frac{(x+1)-iy}{x-i(y+1)} \times \frac{x+i(y+1)}{x+i(y+1)}$$

மெய் பகுதியை மட்டும் தேர்ந்தெடுக்க கிடைப்பது,

$$\frac{x(x+1)+y(y+1)}{x^2+(y+1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow x\,(x + 1) + y\,(y + 1) = 0$$

$\Rightarrow x^2 + x + y^2 + y = 0$ என்பது z ன் நியமப்பாதை.

10. $\dfrac{(a+i)^2}{2a-i} = p + iq$ **எனில்,** $p^2 + q^2 = \dfrac{(a^2+i)^2}{4a^2+1}$ **எனக்காட்டுக.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $p + iq = \dfrac{(a+i)^2}{2a-i}$ ...(1)

இருபுறமும் இணை எடுக்க கிடைப்பது,

$p - iq = \dfrac{(a-i)^2}{2a+i}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) ஐ பெருக்க கிடைப்பது,

$$(p + iq)\,(p - iq) = \frac{(a+i)^2}{2a-i} \times \frac{(a-i)^2}{2a+i}$$

$$p^2 + q^2 = \frac{\left[(a+i)(a-i)^2\right]}{4a^2+1} = \frac{(a^2+1)^2}{4a^2+1}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5 மதிப்பெண்கள்

1. $1, \omega, \omega^2$ **ஒன்றின் முப்படி மூலங்கள் எனில்** $(1 + 5\omega^2 + \omega^4)\,(1 + 5\omega + \omega^2)\,(5 + \omega + \omega^5) = 64$ **எனக்காட்டுக.**

தீர்வு : $\text{LHS} = (1 + 5\omega^2 + \omega^4)(1 + 5\omega + \omega^2)(5 + \omega + \omega^2)$

$$= (1 + 5\omega^2 + \omega)\,(1 + 5\omega + \omega^2)\,(5 + \omega + \omega^2)$$

$$[\because \omega^4 = \omega^3\,.\,\omega^1 = \omega]$$

$$= (1 + \omega + 5\omega^2)\,(1 + \omega^2 + 5\omega)\,(5 + \omega + \omega^2)$$

$$= (-\omega^2 + 5\omega^2)\,(-\omega + 5\omega)\,(5 - 1)$$

$$= (4\omega^2)\,(4\omega)\,(4) = 64\,\omega^3 = 64\,(1) = 64 [\because \omega^3 = 1]$$

$= \text{RHS}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. $\left(\dfrac{i+\sqrt{3}}{-i+\sqrt{3}}\right)^{2\omega} + \left(\dfrac{i-\sqrt{3}}{i+\sqrt{3}}\right)^{2\omega} = -1$ **எனக்காட்டுக.**

தீர்வு : $\text{LHS} = \left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^{2\omega} + \left(\dfrac{i-\sqrt{3}}{i+\sqrt{3}}\right)^{2\omega}$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} \times \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{2\omega} + \left(\frac{-\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}\right)^{2\omega}$$

$$= \left(\frac{3-1+2\sqrt{3}i}{3+1}\right)^{2\omega} + \left(\frac{-3+1+2\sqrt{3}i}{3+1}\right)^{2\omega}$$

$$= \left(\frac{2+2\sqrt{3}i}{4}\right)^{2\omega} + \left(\frac{-2+2\sqrt{3}i}{4}\right)^{2\omega}$$

$$= \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^{2\omega} + \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^{2\omega}$$

$$= \left[-\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)\right]^{2\omega} + \left[\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right]^{2\omega}$$

$$= (-\omega^2)^{2\omega} + (\omega)^{2\omega}$$

$$\left[\because \omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2},\ \omega^2 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$= \omega^{4\omega} + \omega^{2\omega}$$

$$= (\omega^3)^{133}\,.\,\omega^1 + (\omega^3)^{66}\,.\,\omega^2$$

$= 1.\omega + 1.\omega^2 \quad [\because 1 + \omega + \omega^2 = 0$ மற்றும் $\omega^3 = 1]$

$= \omega + \omega^2 = -1 = \text{RHS}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. சரிபார்க்க

(i) $2\arg(-1) \neq \arg(-1)^2$

(ii) $\arg(1 + i) + \arg(1 - i) = \arg[(1 + i)(1 - i)]$

தீர்வு : (i) $2\arg(-1) \neq \arg(-1)^2$

$$\text{LHS} = 2\arg(-1)$$

$$= 2\arg(\cos\pi + i\sin\pi) = 2\pi$$

$$\text{RHS} = \arg(-1)^2 = \arg(1)$$

$$= \arg(\cos\theta + i\sin\theta) = 0$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS.}$$

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 3

சமன்பாட்டியல்

முக்கிய வரையறைகள்

- $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு,
  (i) $D = b^2 - 4ac > 0$ என இருந்தால் மட்டுமே மூலங்கள் மெய்யாகவும் மற்றும் வெவ்வேறாகவும், இருக்கும்.
  (ii) $D = b^2 - 4ac < 0$ என இருந்தால் மட்டுமே இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய் தீர்வுகள் இருக்காது.

அடிப்படை இயற்கணிதத் தேற்றம் :

- படி $n \geq 1$ என உள்ள ஒவ்வொரு பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கும் குறைந்தபட்சம் ஒரு மூலமாவது C-ல் இருக்கும்.

இணைக் கலப்பெண் மூலத் தேற்றம் :

- மெய்யெண் கெழுக்களுடைய ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கு z_0 ஒரு கலப்பெண் மூலம் எனில், அதன் இணைக் கலப்பெண் அதாவது, $\overline{z_0}$ - ம் மூலமாக இருக்கும்.
- p மற்றும் q என்பவை விகிதமுறு எண்களாகவும் $\sqrt{q}$ என்பது விகிதமுறா எண் எனவும் கொள்க. ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $p + \sqrt{q}$ எனில் $p - \sqrt{q}$ என்பதும் அதே இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலமாக அமையும்.
- $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ என்பது பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டின் மூலம் எனில் $\sqrt{p} - \sqrt{q}$,$-\sqrt{p} + \sqrt{q}$, மற்றும் $-\sqrt{p} \; - \sqrt{q}$ ஆகியவையும் அதே பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டின் மூலங்களாகஅமையும்.
- கெழுக்களின் கூடுதல் $p(x) = 0$ எனில் $p(1)$. $p(x)$ -ன் ஒரு மூலம்1 ஆகும்.
- ஒற்றைப்படியுள்ள உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதலும் இரட்டைப் படியுள்ள உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதலும் சமமாக இருக்குமெனில் -1 , $p(x)$-ன் மூலமாகும்.

விகிதமுறு மூலத்தேற்றம் :

- முழு எண்களைக் கெழுக்களாகக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடு $a_n x^n + ...+ a_1x^n + a_0$ என்க. (இங்கு $a_n \neq 0$ மற்றும் $a_0 \neq 0$, பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $\frac{p}{q}$ (இங்கு $(p, q) = 1$) எனில், a_0- காரணி p ஆகவும் a_n-ன் காரணி q ஆகவும் இருக்கும்.

தலைகீழி பல்லுறுப்புக் கோவை :

- n-ம் படி உள்ள $p(x)$ எனும் ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை தலைகீழி பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் ஒன்று மெய்யாகும்.
  (i) $p(x) = x^n \; p\left(\frac{1}{x}\right)$ (ii) $p(x) = -x^n. \; p\left(\frac{1}{x}\right)$
- x^{j+1} -ன் கெழுவும் x^j-ன் கெழுவும் அல்லது x^{j-1}-ன் கெழுவும் x^j-ன் கெழுவும் வெவ்வேறு குறிகளோடு இருந்தால், $p(x)$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையில் x -ன், j -வது அடுக்கில் கெழுக்களின் குறிகளில் ஒரு மாற்றம் நிகழும் எனப்படும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

✦ இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கான வியட்டாவின் சூத்திரங்கள்

$ax^2 + bx + c = 0$ எனும் இருபடி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

மேலும், $x^2 - x$ (மூலங்களின் கூடுதல்) + மூலங்களின் பெருக்கற் பலன் = 0

✦ முப்படி பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டிற்கான வியட்டாவின் சூத்திரம்.

x^2 - ன் கெழு $= -(\alpha + \beta + \gamma)$ இங்கு α , β, γ மூலங்கள்

x - ன் கெழு $= \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ மற்றும் மாறிலி உறுப்பு $= -\alpha\beta\gamma$

✦ படி $n > 3$ உடைய பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கான வியட்டாவின் சூத்திரம்

x^{n-1} -ன் கெழு $= \Sigma_1 = -\Sigma\alpha_1$; x^{n-2} -ன் கெழு $= \Sigma_2 = \Sigma\, \alpha_1 \alpha_2$

x^{n-3} -ன் கெழு $= \Sigma_3 = \Sigma\, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$; x -ன் கெழு $= \Sigma_{n-1} = (-1)^{n-1}\, \Sigma\, \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_{n-1}$

x^0 -ன் கெழு = மாறிலி $= \Sigma_n = (-1)_n\, \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n$.

பின்வரும் கூற்றுகளில் ஒன்று மெய் எனில் $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$ (இங்கு $a_n \neq 0$) என்ற பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு தலைகீழி பல்லுறுப்புக்கோப்பைச் சமன்பாடு எனப்படும்.

(i) $a_n = a_0, a_{n-1} = a_1, a_{n-2} = a_2, \ldots$ (ii) $a_n = -a_0, a_{n-1} = -a_1, a_{n-2} = -a_2, \ldots$

டெஸ்கார்ட்டே விதி :

✦ $p(x)$ எனும் மெய்யெண்களை கெழுக்களாகக் கொண்ட $p(x)$ எனும் ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை p மற்றும் $p(x)$ -ன் கெழுக்களின் குறி மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை s எனில், $s - p$ என்பது ஒரு குறையற்ற இரட்டைப்படை முழு எண்ணாகும்.

பயிற்சி 3.1

1. ஒரு கனச் சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால் கனச்சதுரப் பெட்டியின் கொள்ளளவைவிட 52 கன அலகுகள் அதிகமுள்ள கனச் செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு : கனச் செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் $x + 1, x + 2$, மற்றும் $x + 3$

[∵ 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால்]

மேலும் கொள்ளளவு = V + 52

[V என்பது அதிகரிப்பதால் 52]

$\therefore\ V + 52 = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$ ----(1)

$\Rightarrow V = (x + 1)(x + 2)(x + 3) - 52$

இங்கு $\alpha = -1, \beta = -2, \gamma = -3$

$\Rightarrow V = x^3 - x^2(\alpha + \beta + \gamma) + x(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma - 52$

$\Rightarrow V = x^3 - x^2(-1 - 2 - 3) + x(2 + 6 + 3) - (-1)(-2)(-3) - 52$

$\Rightarrow V = x^3 - x^2(-6) + x(11) + 6 - 52.$

$\Rightarrow x^3 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6 - 52$

$\Rightarrow 0\ 6x^2 + 11x - 46 = 0$

$\Rightarrow (6x + 23)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow (6x + 23)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow x = 2$

−276	
11	
23	−12
$\frac{23}{6}$	$\frac{-12}{6}$
$\frac{23}{6}$	−2

∴ கனச்சதுரத்தின் கொள்ளளவு $= x^3 = 2^3 = 8$ கன அலகுகள்

[∵ $x = \frac{-23}{6}$ என்பது சாத்தியமில்லை x ஆனது கனத்தின் பக்கத்தை குறிக்கிறது]

2. கொடுக்கப்பட்ட மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக.

(i) 1,2, மற்றும் 3 (ii) 1,1, மற்றும் −2

(iii) 2, $\frac{1}{2}$ மற்றும் 1

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் 1,2 மற்றும் 3

இங்கு $\alpha = 1, \beta = 2$ மற்றும் $\gamma = 3$

α, β, γ என்பது மூலங்களாக உடைய ஒரு முப்படி சமன்பாடு

$x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

1	1	3	0	–3	1	
	↓	1	4	4	1	
–1	1	4	4	1	0	
	↓	–1	–3	-1		
	1	3	1	0		

[தொகுமுறை வகுத்தலை பயன்படுத்தி]

$\therefore x = 1, -1$ மூலங்கள் மற்றும் மீதியுள்ள காரணி $x^2 + 3x + 1$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4(1)(1)}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$\therefore$ மூலங்கள் $1, -1, \dfrac{-3+\sqrt{15}}{2}, \dfrac{-3-\sqrt{15}}{2}$.

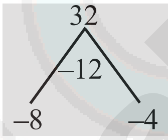
6. $4^x - 3(2^{x+2}) + 25 = 0$ **எனும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.** [அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு :

$$4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$$
$$\Rightarrow (2^2)^x - 3(2^x)(2^2) + 2^5 = 0$$
$$(2^x)^2 - 12(2^x) + 32 = 0$$

பிரதியிடு $2^x = y$

$$y^2 - 12y + 32 = 0$$
$$(y-8)(y-4) = 0$$
$$y = 8, 4$$



நிலை (i)

$y = 8$ எனில், $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$

நிலை (ii)

$y = 4$எனில், $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = \pm 2$.

$\therefore$ மூலங்கள் 2, 3, –2.

7. $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ **எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு** $\frac{1}{3}$ **எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.** [பிடிஏ - 6]

தீர்வு : இது இரட்டைப்படை இரண்டாம் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0 \qquad ...(1)$$

பிரதியிடு $x + \frac{1}{x} = y \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$

$$\Rightarrow \quad x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x} = y^2 - 2$$

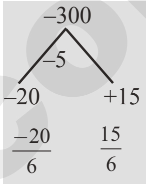
$\therefore$ (1) லிருந்து,

$$6(y^2 - 2) - 5y - 38 = 0$$
$$\Rightarrow 6y^2 - 12 - 5y - 38 = 0$$
$$\Rightarrow 6y^2 - 5y - 50 = 0$$
$$\Rightarrow (3y - 10)(2y + 5) = 0$$
$$\Rightarrow y = \frac{10}{3}, \frac{-5}{2}$$

நிலை (i)

$y = \frac{+10}{3}$ எனில்,

$$x + \frac{1}{x} = \frac{+10}{3}$$
$$\frac{x^2+1}{x} = \frac{+10}{3}$$



$$\Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x$$
$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$
$$(x-3)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow x = 3, \frac{1}{3}$$

நிலை (ii)

$y = -\frac{5}{2}$ எனில்,

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{-5}{2}$$
$$\Rightarrow 2x^2 + 2 + 5x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$$
$$\Rightarrow (x+2)(2x+1) = 0 \Rightarrow x = -2, \frac{-1}{2}$$

$\therefore$ மூலங்கள் $3, \frac{1}{3}, -2, \frac{-1}{2}$.

பயிற்சி 3.6

1. $9x^9 - 4x^8 + 4x^7 - 3x^6 + 2x^5 + x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ **எனும் பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் அதிகபட்ச சாத்தியமான மிகை எண் மற்றும் குறையெண் மூலங்களின் எண்ணிக்கையை ஆராய்க.**

தீர்வு : $p(x) = 9x^9 - 4x^8 + 4x^7 - 3x^6 + 2x^5 + x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ என்க.

$p(x)$ ன் குறிகளை பின்வருமாறு எழுதலாம்:

1 2 3 4
+, –, +, –, +, +, +, +, +

$p(x)$ க்கு 4 முறை குறி மாற்றம் நிகழ்ந்துள்ளது மற்றும் $p(x)$–ன் மிகை பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை 4 –க்கு மிகாது.

மேலும் $p(-x) = 9(-x)^9 - 4(-x)^8 + 4(-x)^7 - 3(-x)^6 + 2(-x)^5 + (-x)^3 + 7(-x)^2 + 7(-x) + 2$

$$p(-x) = -9x^9 - 4x^8 - 4x^7 - 3x^6 - 2x^5 - x^3 + 7x^2 - 7x + 2$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
4

நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு மெய்மதிப்புடையச் சார்பு f – ன் சார்பகத்தில் உள்ள அனைத்து x–க்கும், ஒரு மிகை எண் p –ஐ, $x+p$ ஆனது f –ன் சார்பகத்தில் இருக்குமாறும் $f(x+p)=f(x)$ எனவும் காண இயலுமாமனால், f ஐ திரும்ப சார்பு அல்லது காலவட்டச் சார்பு என்போம்.
- அவ்வாறான எண்களில் மிகச்சிறிய எண், f என்ற **சார்பின் காலம்** (period) எனப்படும்.
- எடுத்துக்காட்டாக, $\sin x, \cos x$, $\operatorname{cosec} x$, $\sec x$ மற்றும் e^{ix} ஆகியவை காலம் 2π ஆரையன்கள் கொண்ட கால வட்டச் சார்புகளாகும். மாறாக $\tan x, \cot x$ ஆகியவை π ஆரையன்கள் கொண்ட கால வட்டச் சார்புகளாகும்.
- ஒரு மெய்மதிப்புடையச் சார்பு f – ன் சார்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு x–க்கும், $-x$ என்பதும் f –ன் சார்பகத்தில் இருந்து $f(-x) = f(x)$ என்றவாறு இருந்தால், f ஐ ஓர் ஒற்றைச் சார்பு **(even function)** என்போம்.
- ஒரு மெய்மதிப்புடைய f –ன் சார்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு x-க்கும், $-x$ என்பதும் f –ன் சார்பகத்தில் இருந்து $f(-x) = -f(x)$ என்றவாறு இருந்தால், f ஐ ஓர் ஒற்றைச் சார்பு **(odd function)** என்போம்.
- எடுத்துக்காட்டாக, x^3, $\sin x, \operatorname{cosec} x$, $\tan x$, மற்றும் $\cot x$ ஆகியவை ஒற்றைச்சார்புகளாகும். ஆனால், x^2, $\cos x$ மற்றும் $\sec x$ ஆகியவை இரட்டைச் சார்புகளாகும்.
- ஒரு சார்பின் வீச்சு ஆனது x–அச்சிலிருந்து அதன் மீப்பெரு அல்லது மீச்சிறு மதிப்பிற்கு உள்ள உயரம் ஆகும்.
- ஒரு முழுச்சுற்றினை பூர்த்தி செய்ய சார்புக்கு தேவைப்படும் தூரம்.
  அச்சார்பின் காலம் **(period)** ஆகும்.
- $\sin^{-1}: [-1, 1] \to \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ எனும் நேர்மாறு சைன் சார்பை, $\sin^{-1}(x) = y$ என வரையறுக்கத் தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $\sin y = x$ மற்றும் $y \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ஆகும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$\therefore \sin^{-1}(-1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \cot^{-1}(2)$

$= \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \cot^{-1}(2)$

$= \cot^{-1}(2) + \frac{-3\pi + 2\pi}{6} = \cot^{-1}(2) - \frac{\pi}{6}$

(iii) $\cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2})$

$\cot^{-1}(1) = x$ என்க

$\Rightarrow \cot x = 1 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow \tan x = \tan\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ $\quad [\because \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]]$

$\sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = y \Rightarrow \sin y = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sin\frac{\pi}{3}$ என்க

$\Rightarrow \sin y = \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ $\quad [\because \sin(-\theta) = -\sin\theta]$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-\pi}{3}$

$\sec^{-1}(-\sqrt{2}) = z$ என்க.

$\Rightarrow \sec z = -\sqrt{2} \Rightarrow \cos z = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos z = -\cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos z = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \cos z = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow z = \frac{3\pi}{4}$

$\therefore \cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2})$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4}$

$= \frac{3\pi - 4\pi - 9\pi}{12} = \frac{-10^{5}\pi}{12_{6}} = \frac{-5\pi}{6}$

$\therefore \cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2}) = \frac{-5\pi}{6}$

பயிற்சி 4.5

1. மதிப்பு உள்ளது எனில் பின்வருவனவற்றிக்கு மதிப்பு காண்க. மதிப்பு இல்லையெனில் அதற்கான காரணம் தருக.

(i) $\sin^{-1}(\cos\pi)$

(ii) $\tan^{-1}\left(\sin\left(\frac{-5\pi}{2}\right)\right)$

(iii) $\sin^{-1}(\sin 5)$

தீர்வு :(i) $\sin^{-1}(\cos\pi)$

$\sin^{-1}(\cos\pi) = x$ என்க

$\Rightarrow \sin^{-1}(-1) = x$ $\quad [\because \cos\pi = -1]$

$\Rightarrow -1 = \sin x \quad \Rightarrow \sin x = -\sin\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ $\quad [\because \frac{-\pi}{2} \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]]$

$\Rightarrow x = \frac{-\pi}{2}$ $\quad \therefore \sin^{-1}(\cos\pi) = \frac{-\pi}{2}$

(ii) $\tan^{-1}\left(\sin\left(\frac{-5\pi}{2}\right)\right)$

$\tan^{-1}\left(\sin\left(\frac{-5\pi}{2}\right)\right) = x$ என்க

$\because \sin\left(\frac{-5\pi}{2}\right) = -\sin\frac{5\pi}{2}$
$= -\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right)$
$= -\sin\frac{\pi}{2} = -1$

$\Rightarrow \tan^{-1}(-1) = x$

$\Rightarrow -1 = \tan x$

$\Rightarrow \tan x = -1 = -\tan\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \tan x = \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{-\pi}{4}$ $\quad [\because \frac{-\pi}{4} \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]]$

$\therefore \tan\left(\sin\left(\frac{-5\pi}{2}\right)\right) = \frac{-\pi}{4}$

(iii) $\sin^{-1}(\sin 5)$

$\sin^{-1}(\sin 5) = \theta, \theta \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ என அறிவோம்

தோராயமாக கருதுக $\frac{\pi}{2} = \frac{11}{7}$

$5 = 5\times\frac{11}{7}\times\frac{7}{11} = 5\times\frac{\pi}{2}\times\frac{7}{11} = \frac{35\pi}{22} \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

ஆனால் $5 - 2\pi = 5 - 2\times\frac{22}{7} = 5 - \frac{44}{7} = \frac{35-44}{7}$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$a + b(\cos\theta + \cos\phi) + i(\sin\theta + \sin\phi) = 0$

Since $a + b = 0$ then $(a+b)^2 = 0$

$a^2 + b^2 + 2ab = 0$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2(-1)ab$

$\therefore (\cos\theta + i\sin\theta)^2 + (\cos\phi + \sin\phi)^2 = 2$

$(\cos\pi + i\sin\pi)(\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\phi + \sin\phi)$
$(\cos 2\theta + \cos 2\phi) + i(\sin 2\theta + \sin 2\phi) = 2$

$(\cos(\pi + i\sin\pi)(\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\phi + i\sin\phi)$
$(\cos 2\theta + \cos 2\phi) + i(\sin 2\theta + \sin 2\phi) = 2$

$[\cos(\pi + \theta + \phi) + i\sin(\pi + \theta + \phi)]$

மெய் மற்றும கற்பனை பகுதிகளை சமப்படுத்த

$\cos 2\theta + \cos 2\phi = 2\cos(\pi + \theta + \phi)$

$\sin 2\theta + \sin 2\phi = 2\sin(\pi + \theta + \phi)$

கூடுதல் வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

I. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

1. $\tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}\right\} = \alpha$, **எனில்** $x^2 =$

(1) $\sin 2\alpha$ (2) $\sin\alpha$
(3) $\cos 2\alpha$ (4) $\cos\alpha$

[விடை : (1) $\sin 2\alpha$]

2. $\sin^{-1}x - \cos^{-1}x = \frac{\pi}{6}$ **எனில்,**

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{-1}{2}$

(4) இவற்றுள் ஏதுமில்லை **[விடை :**(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$]

குறிப்பு : $\sin^{-1}x - \cos^{-1}x = \frac{\pi}{6}$

$\sin^{-1}x = \theta \Rightarrow \sin\theta = x$

$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \theta$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = x$

இங்கு மேல் உள்ளவற்றை கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$\theta - \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\pi}{6}$

$2\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}$

$2\theta = \frac{4\pi}{6}$

$\theta = \frac{\pi}{3}$

$x = \sin\frac{\pi}{3} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$ **என்ற சமன்பாட்டிற்கான தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை**

(1) 2 (2) 3 (3) 1

(4) இவற்றுள் ஏதுமில்லை **[விடை :**(1) 2]

குறிப்பு : $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$ என அறிவோம்.

x -ஐ $2x$ மற்றும் y -ஐ $3x$ என மாற்ற கிடைப்பது

$\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \tan^{-1}\left(\frac{2x+3x}{1-2x\times 3x}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{5x}{1-6x^2}\right)$

இங்கு, கொடுக்கப்பட்டது

$\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$

$\tan^{-1}\left(\frac{5x}{1-6x^2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\frac{5x}{1-6x^2} = \tan\frac{\pi}{4}$

$\frac{5x}{1-6x^2} = 1$

$5x = 1 \times (1-6x^2)$

$5x = 1 - 6x^2$

$6x^2 + 5x - 1 = 0$

$6x^2 + 6x - x - 1 = 0$

$6x(x+1) - 1(x+1) = 0$

$(x+1)(6x-1) = 0$

$\therefore 6x - 1 = 0$ (அ) $x + 1 = 0$

$x = \frac{1}{6}$ (அ) $x = -1$

4. $\alpha = \tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right)$ **மற்றும்** $\beta = \tan^{-1}\left(-\tan\frac{2\pi}{3}\right)$ **எனில்,**

(1) $4\alpha = 3\beta$ (2) $3\alpha = 4\beta$

(3) $\alpha - \beta = \frac{7\pi}{12}$

(4) இவற்றுள் ஏதுமில்லை **[விடை :** (1) $4\alpha = 3\beta$]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

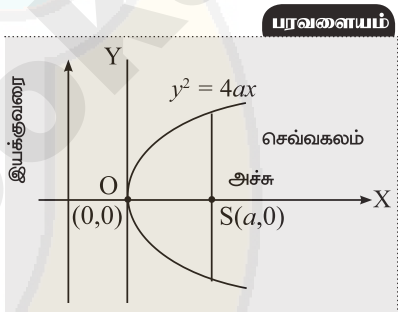
www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம் 5

இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல் - II

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு தளத்தில் உள்ள நிலைப்புள்ளியிலிருந்து மாறாத தூரத்தில் அதே தளத்தில் உள்ள ஒரு நகரும் புள்ளியின் நியமப் பாதை வட்டம் ஆகும். அந்த நிலைப்புள்ளி வட்டத்தின் மையம் என்றும் மாறாத தூரம் அந்த வட்டத்தின் ஆரம் என்றும் அழைக்கப்படும்.
- வட்டத்தின் மீதமைந்த P என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகள்.
- ஒரு நேர்கோடு வட்டத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டுச்சென்றால் அது தொடுகோடாகும். மேலும் அந்த தொடுகோட்டுக்குச் செங்குத்தாகவும் தொடுபுள்ளி வழியாகவும் செல்லும் கோடு செங்கோடாகும்.
- வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து இரு தொடுகோடுகள் வரையலாம்.

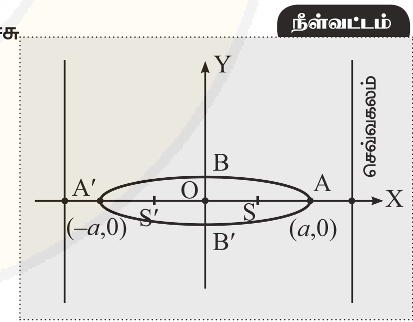


- **பரவளையம்**

  $y^2 = 4ax$

  S$(a, 0)$ $\rightarrow$ குவியம்   O$(0, 0)$ $\rightarrow$ முனை $Y = 0 \rightarrow$ அச்சு

  செவ்வகலத்தின் நீளம் $= 4a$



- **நீள்வட்டம்**

  $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

  $S(ae, 0),\ S'(-ae, 0) \rightarrow$ குவியங்கள்

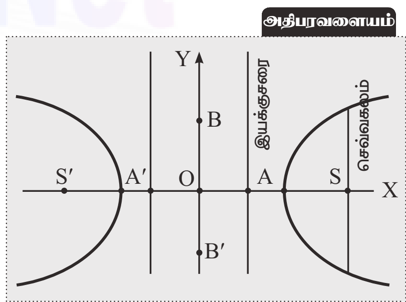
  $A(a, 0),\ A'(-a, 0) \rightarrow$ முனைகள்

  $O(0, 0)$ மையம்

  $AA' \rightarrow$ நெட்டச்சு $\rightarrow 2a$; $BB' \rightarrow$ குற்றச்சு $\rightarrow 2b$; $b^2 = a^2(1 - e^2)$

  இயக்குவரைகள் $x = \frac{a}{e},\ x = \frac{-a}{e}$

- நீள்வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் குவித்தொலைவுகளின் கூடுதல் அதன் நெட்டச்சின் நீளத்திற்குச் சமம்.



- **அதிபரவளையம்**

  $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

  $AA' = 2a \rightarrow$ துணையச்சு; $BB' = 2b \rightarrow$ குறுக்கச்சு

  $O(0, 0) \rightarrow$ மையம்

  $A(a, 0), A'(-a, 0) \rightarrow$ முனைகள்; $S(ae, 0), S'(-ae, 0) \rightarrow$ குவியம்

  இயக்குவரைகள் $x = \pm\frac{a}{e}$;செவ்வகலம் $= \frac{2b^2}{a}$; $b^2 = a^2(e^2 - 1)$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

5. $\mathbf{11x^2 - 25y^2 - 44x + 50y - 256 = 0}$

A = 11, C = –25, D = –44, E = 50, மற்றும் F = –256

இங்கு A ≠ C மற்றும் A மற்றும் C ஒன்றுக் கொன்று எதிரான குறிகளை கொண்டுள்ளன. ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு அதிபர வளையத்தை குறிக்கிறது.

6. $\mathbf{y^2 + 4x + 3y + 4 = 0}$

இங்கு A = 0, C = 1, D = 4, E = 3, F = 4

B = 0 மற்றும் A அல்லது C ஆனது 0 ஆகும்.

ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு பரவளையத்தை குறிக்கிறது.

பயிற்சி 5.4

1. (5,2) என்ற புள்ளியிலிருந்து $2x^2 + 7y^2 = 14$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடு கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு : நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு $2x^2 + 7y^2 = 14$

÷ 14 நமக்கு கிடைப்பது $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2} = 1$

$$\therefore a^2 = 7, b^2 = 2$$

$y = mx + c$ என்ற நேர்க்கோடு நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடாக இருக்க கட்டுப்பாடு

$$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2} \quad ...(1)$$

(5, 2), (1) ன் மீதுள்ளது மற்றும் $a^2 = 7, b^2 = 2$

$$\therefore 2 = m(5) \pm \sqrt{7m^2 + 2}$$

$$2 - 5m = \pm\sqrt{7m^2 + 2}$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது

$$(2, - 5m)^2 = 7m^2 + 2$$

$$4 + 25m^2 - 20m = 7m^2 + 2$$

$$18m^2 - 2m + 2 = 0$$

$$9m^2 - 10m + 1 = 0 \ (\div 2)$$

9
–10
–9 –1
$\frac{-9}{9}$ $\frac{-1}{9}$
–1 $\frac{-1}{9}$
$(m + 1)$ $(9m - 1)$

காரணிபடுத்த கிடைப்பது

$$(m - 1)(9m - 1) = 0$$

$$\therefore m - 1 = 0 \text{ (அ)}$$

$$9m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m = 1 \text{ (அ) } \frac{1}{9}$$

$m = 1$ எனில், (1) லிருந்து

$$y = 1(x) \pm \sqrt{7m^2 + 2}$$

$$\Rightarrow y = x \pm \sqrt{7 + 2} \Rightarrow y = x \pm 3.$$

$$y = x + 3 \Rightarrow x - y + 3 = 0$$

$m = \frac{1}{9}$ எனில் (1)லிருந்து

$$y = \frac{1}{9}(x) \pm \sqrt{7\left(\frac{1}{81}\right) + 2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{9} + \sqrt{\frac{7 + 162}{81}}$$

$$y = \frac{x}{9} + \frac{13}{9}$$

$$\Rightarrow 9y = x + 13 \Rightarrow x - 9y + 13 = 0$$

ஆகையால் தொடுகோட்டின் சமன்பாடுகள் $x - y + 3 = 0$ மற்றும் $x - 9y + 13 = 0$.

2. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு, $10x - 3y + 9 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான தொடுகோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$$

$y = mx + c$ என்பது தேவையான தொடுகோடு என்க.

$\Rightarrow a^2 = 16$ மற்றும் $b^2 = 64$

தொடுகோடுகள் $10x - 3y + 9 = 0$ க்கு இணையானது.

$\therefore$ தொடுகோட்டின் சாய்வு (m)

$= 10x - 3y + 9 = 0$ கோட்டின் சாய்வு.

$$\therefore m = \frac{x \text{ -ன் கெழு}}{y \text{ -ன் கெழு}} = \frac{-10}{-3} = \frac{10}{3}$$

$y = mx + c$ என்பது தேவையான தொடுகோடு என்க $c^2 = a^2m^2 - b^2$

$$\Rightarrow c^2 = 16\left(\frac{100}{9}\right) - 64 = \frac{1600 - 64 \times 9}{9}$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{1024}{9} \Rightarrow c = \pm\frac{32}{3}$$

$\therefore$ தேவையான தொடுகோடுகள்

$y = \frac{10}{3}x + \frac{32}{3}$ அல்லது $y = \frac{10x}{3} - \frac{32}{3}$

$\Rightarrow 3y = 10x + 32$ அல்லது $3y = 10x - 32$

$$\Rightarrow 10x - 3y + 32 = 0 \text{ அல்லது}$$

$$10x - 3y - 32 = 0$$

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\frac{(x-1)^2}{\frac{25}{4}} - \frac{(y-4)^2}{\frac{75}{4}} = 1$$

மையம் $(1,4)$, $a^2 = \frac{25}{4}, b^2 = \frac{75}{4}$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$= \frac{25}{4} + \frac{75}{4} = 25$$
$$c = \pm 5$$

ஆகையால் மற்றும் $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 2$

மற்றும் குவியங்களின் ஆயத்தொலைவுகள் $(h+c, kc)$ மற்றும் $(h-c, k) = (1+5, 4), (1-5, 4) = (6,4), (-4, 4)$

5 மதிப்பெண்கள்

1. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடுகோடானது ஆய அச்சுக்களுடன் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத் துண்டுகள் முறையே h, k எனில் $\frac{a^2}{h^2}+\frac{b^2}{k^2}=1$ என நிறுவுக. **[Qy - 2019]**

தீர்வு : (x_1, y_1)ல் தொடுகோடு $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$

$$\Rightarrow \frac{x}{\left(\frac{a^2}{x_1}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{b^2}{y_1}\right)} = 1$$

$$\therefore h = \frac{a^2}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{a^2}{h} \text{ மற்றும்}$$

$$k = \frac{b^2}{y_1} \Rightarrow y_1 = \frac{b^2}{k}$$

$(x_1, y_1)\left(\frac{a^2}{k}, \frac{b^2}{k}\right)$ = நீள்வட்டத்தின் ஒரு புள்ளி

$$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{(a^2)^2}{h^2(a^2)}+\frac{(b^2)^2}{k^2(b^2)} = 1$$

$$\therefore \frac{a^2}{h^2}+\frac{b^2}{k^2} = 1$$

கூடுதல் வினா - விடை

1 மதிப்பெண்

I. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

1. (0, 4) மற்றும் (0, 2) என்பது பரவளையத்தின் முனை மற்றும் குவியம் எனில் அதனுடைய சமன்பாடு

(1) $x^2 + 8y = 32$ (3) $y^2 + 8x = 32$

(3) $x^2 - 8y = 32$ (4) $y^2 - 8x = 32$

[விடை : (1) $x^2 + 8y = 32$**]**

குறிப்பு : கொடுக்கப்பட்ட பரவளையத்தின் முனை A (0,4) மற்றும் அதனுடைய குவியம் S (0,2) எனவே பரவளையத்தின் இயக்குவரை என்பது $y = 6$ இங்கு பரவளையத்தின் எந்தவொரு புள்ளி P (x, y) க்கும்

$$SP = PM$$
$$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2+(y-2)^2} = \left|\frac{0+y-6}{\sqrt{0+1}}\right|$$
$$\Rightarrow x^2+y^2-4y+4 = y^2-12y+36$$
$$x^2+8y = 32$$

2. பரவளையம் $y^2 + 4y + 4x + 2 = 0$ -ன் செவ்வகலத்தின் சமன்பாடு

(1) $x = -1$ (2) $x = 1$

(3) $x = \frac{-3}{2}$ (4) $x = \frac{3}{2}$

[விடை : (4) $x = \frac{3}{2}$**]**

குறிப்பு : கொடுக்கப்பட்ட பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$y^2+4y+4x+2 = 0$$
(அ) $(y+2)^2+4x+2 = 0$
(அ) $(y+2)^2 = -4\left(x-\frac{1}{2}\right)$

அதனுடைய இயக்குவரை $x-\frac{1}{2}=1$ அல்லது $x=\frac{3}{2}$

3. (–4, –4) ல் $x^2 = -4y$ ன் தொடுகோட்டு சமன்பாடு

(1) $2x - y + 4 = 0$ (2) $2x + y - 4 = 0$

(3) $2x - y - 12 = 0$ (3) $2x + y + 4 = 0$

[விடை : (1) $2x - y + 4 = 0$**]**

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்

6

வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ எனில் $\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ – (ஒரு திசையிலி)

  மற்றும் $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$ (ஒரு வெக்டர்)
- $\vec{a} \perp \vec{b}$ எனில் மட்டுமே $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$
- $\vec{a} \parallel \vec{b}$ எனில் மட்டுமே $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{0}$
- ஏதேனும் 3 வெக்டர்கள் $\vec{a}$, $\vec{b}$ மற்றும் $\vec{c} \Rightarrow (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$
- $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரே தளத்தில் அமையும் எனில் $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = 0$
- பூச்சியமற்ற மூன்று வெக்டர்களின் திசையிலி முப்பெருக்கல் பூச்சியம் என இருந்தால், மட்டுமே அம்மூன்று வெக்டர்களும் ஒரு தள வெக்டர்களாகும்.
- வெக்டர் முப்பெருக்கல் சேர்ப்பு பண்பு அற்றது.
- இரு நேர்க்கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைந்தால், அவை ஒரு தளம் அமையும் கோடுகள் எனப்படும்.
- புறவெளியில் இணையாக இல்லாமலும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளாமலும் உள்ள இரு கோடுகளை ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகள் என அழைக்கிறோம்.
- ஒரு தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள நேர்க்கோட்டை அத்தளத்தின் செங்குத்து அல்லது செங்கோடு என்கிறோம்.
- $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ க்கு $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}\right)$
- $\theta = 0$ அல்லது π எனில் $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ அல்லது $\dfrac{3\pi}{2}$ எனில் $\vec{a} \perp \vec{b}$
- $w = \vec{F}\cdot\vec{d}$ இங்கு $\hat{d}$ – இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 6.2

1. $\vec{a} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, **எனில்** $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$ **காண்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $\vec{a} = \hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$

$$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$= 1\,(1 + 4) + 2\,(2 + 6) + 3\,(4 - 3)$

$= 1(5) + 2(8) + 3(1) = 5 + 16 + 3 = 24$

$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = 24$

2. $-6\hat{i}+14\hat{j}+10\hat{k}$, $14\hat{i}-10\hat{j}-6\hat{k}$ **மற்றும்** $2\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}$ **என்ற வெக்டர்களால் குறிப்பிடப்படும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளைக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கனஅளவைக் காண்க.**

தீர்வு : $\vec{a} = -6\hat{i}+14\hat{j}+10\hat{k}$, $\vec{b} = 14\hat{i}-10\hat{j}-6\hat{k}$ மற்றும் $\vec{c} = 2\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}$.

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளை கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$

$$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \begin{vmatrix} -6 & 14 & 10 \\ 14 & -10 & -6 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -6\begin{vmatrix} -10 & -6 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 14\begin{vmatrix} 14 & -6 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + 10\begin{vmatrix} 14 & -10 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$= -6(20 + 24) - 14(-28 + 12) + 10(56 + 20)$

$= -6(44) - 14(-16) + 10(76)$

$= -264 + 224 + 760 = 720.$

$\therefore$ தேவையான இணைகரத்திண்மத்தின் கன அளவு = 720 கன அலகுகள்.

3. $7\hat{i}+\lambda\hat{j}-3\hat{k}$, $\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ $-3\hat{i}+7\hat{j}+5\hat{k}$ **என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 90 கன அலகுகள் எனில், λ-ன் மதிப்பைக் காண்க.**

தீர்வு : $\vec{a} = 7\hat{i}+\lambda\hat{j}-3\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ மற்றும் $\vec{c}=-3\hat{i}+7\hat{j}-5\hat{k}$

$\therefore$ இணைகரத்தின்மத்தின் கன அளவு $= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$

கொடுக்கப்பட்ட $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = 90$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 7 & \lambda & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & 7 & 5 \end{vmatrix} = 90$$

$$\Rightarrow 7\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} - \lambda\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = 90$$

$\Rightarrow 7(10 + 7) - \lambda(5 - 3) - 3(7 + 6) = 90$

$\Rightarrow 7(17) - \lambda(2) - 3(13) = 90$

$\Rightarrow 119 - 2\lambda - 39 = 90$

$\Rightarrow 119 - 39 - 90 = 2\lambda$

$\Rightarrow -10 = 2\lambda$

$\Rightarrow \lambda = -5$

4. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ **என்ற ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்களை ளை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 4 கன அலகுகள் எனில்** $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+(\vec{b}+\vec{c})\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+(\vec{c}+\vec{a})\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$ **- ன் மதிப்பைக் காண்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட இணைகரத்தின் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் வெக்டர்கள் $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ மற்றும் அதனுடைய கொள்ளளவு 4 கன அலகுகள்

$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \pm 4$ கன அலகுகள் ...(1)

கருதுக

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+(\vec{b}+\vec{c})\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+(\vec{c}+\vec{a})\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$

$= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{c}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) + \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$

$= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+0+\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+0+\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+0$ $[\because \vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0]$

$= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$ $[\because [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]=[\vec{b}\ \vec{c}\ \vec{a}]=[\vec{c}\ \vec{a}\ \vec{b}]]$

$= 3\,[\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})] = 3(\pm 4)$ (1) ஐ பயன்படுத்தி $= \pm 12$

5. $\vec{b}$, $\vec{c}$ **என்ற வெக்டர்களால் உருவாக்கப்படும் இணைகரத்தை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொண்டு** $\vec{a} = -2\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$ **மற்றும்** $\vec{c} = -3\hat{i}+\hat{j}+4\hat{k}$ **என்ற வெக்டர்களால் உருவாக்கப்படும் இணைகரத் திண்மத்தின் உயரத்தைக் காண்க.** [பிடிஎ - 2]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$\Rightarrow (x-1)(-1-8)-(y+1)(2-4)+(z-3)(4+1)=0$

$\Rightarrow (x-1)(-9)-(y+1)(-2)+(z-3)5=0$

$\Rightarrow -9x+9+2y+2+5z-15=0$

$\Rightarrow -9x+2y+5z-4=0$

$\Rightarrow 9x-2y-5z+4=0$

6. (3, 6, −2), (−1,−2, 6), மற்றும்(6,− 4, − 2) ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாத வடிவ வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு : $\vec{a} = 3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}$,

$\vec{b} = -\hat{i}-2\hat{j}+6\hat{k}$ மற்றும்

$\vec{c} = 6\hat{i}-4\hat{j}-2\hat{k}$

என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழி தளம் செல்கிறது.

இங்கு $\vec{b}-\vec{a} = (-1-3)\hat{i}+(-2-6)\hat{j}+(6+2)\hat{k}$

$= -4\hat{i}-8\hat{j}+8\hat{k}$

$\vec{c}-\vec{a} = (6-3)\hat{i}+(-4-6)\hat{j}+(-2+2)\hat{k}$

$= 3\hat{i}-10\hat{j}$

மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு வடிவம்

$\vec{r} = \vec{a}+s(\vec{b}-\vec{a})+t(\vec{c}-\vec{a}),\ s,t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow \vec{r} = (3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k})+s(-4\hat{i}-8\hat{j}+8\hat{k}) + t(3\hat{i}-10\hat{j}),\ s,t\in\mathbb{R}$

3 புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு இல்லாத வடிவம் $[\vec{r}-\vec{a},\vec{b}-\vec{a},\vec{c}-\vec{a}]=0$

$\Rightarrow \vec{r}-(3i+6j-2k)\cdot\left[(-4\hat{i}-8\hat{j}+8\hat{k})\times(3\hat{i}-10\hat{j})\right]=0$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-3 & y-6 & z+2 \\ -4 & -8 & 8 \\ 3 & -10 & 0 \end{vmatrix}=0$$

$\Rightarrow (x-3)(0+80)-(y-6)(0-24)+(z+2)(40+24)=0$

$\Rightarrow 80x-240+24y-144++64z+128=0$

$\Rightarrow 80x+24y+64z-256=0 \div 8$ கிடைப்பது

$10x+3y+8z-32=0$

7. $\vec{r} = (6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})+s(-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+t(-5\hat{i}-4\hat{j}-5\hat{k})$ என்ற தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. [பிடிஏ - 1]

தீர்வு : தளத்தின் சமன்பாடு

$\vec{r} = (6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})+s(-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+t(-5\hat{i}-4\hat{j}-5\hat{k})$

$\vec{a} = 6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் $\vec{b} = -\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ மற்றும் $\vec{c} = -5\hat{i}-4\hat{j}-5\hat{k}$ இணையானது.

∴ தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு இல்லாத வடிவம் $(\vec{r}-\vec{a})\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=0$

$$\vec{b}\times\vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(-10+4)-\hat{j}(5+5)+\hat{k}(4+10)$

$= \hat{i}(-6)-\hat{j}(10)+\hat{k}(14)$

$\therefore [\vec{r}-(6i-j+k)]\cdot[-6\hat{i}-10\hat{j}+14\hat{k}]=0$

$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-6\hat{i}-10\hat{j}+14\hat{k})-(6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})\cdot(-6\hat{i}-10\hat{j}+14\hat{k})=0$

$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-6\hat{i}-10\hat{j}+14\hat{k})-[-36+10+14]=0$

$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-6\hat{i}-10\hat{j}+14\hat{k})+12=0$

$\div -2,\ \vec{r}\cdot(3\hat{i}+5\hat{j}-7\hat{k})-6=0$

$\vec{r} = x\hat{i}+y\hat{j}+2\hat{k}$ என்க.

$\Rightarrow (x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k})\cdot(3\hat{i}+5\hat{j}-7\hat{k})-6=0$

$\Rightarrow 3x+5y-7z-6=0$ என்பது தேவையான கார்டீசியன் சமன்பாடு

பயிற்சி 6.8

1. $\vec{r}=(5\hat{i}+7\hat{j}-3\hat{k})+s(4\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r}=(8\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k})+t(7\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k})$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் எனக் காண்பிக்க. மேலும், இக்கோடுகள் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாட்டைக் காண்க. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட கோடுகள்

$\vec{r}=(5\hat{i}+7\hat{j}-3\hat{k})+s(4\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})$

மற்றும் $\vec{r}=(8\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k})+t(7\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k})$

$\vec{a}=5\hat{i}+7\hat{j}-3\hat{k},\ \vec{b}=4\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ என்க

$\vec{c}=8\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் $\vec{d}=7\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

தொகுதி - II

கணிதவியல்

www.surabooks.com
Padasalai.Net

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
7

வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ✦ ஒரு தளத்தில் உள்ள வளைவரைக்கு கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் தொடுகோடு என்பது வளைவரையில் அப்புள்ளியை தொட்டுக் கொண்டு செல்லும் ஒரு நேர்க்கோடு ஆகும்.
- ✦ வளைவரை மீதுள்ள புள்ளியில் வளைவரைக்கு செங்கோடு என்பது அப்புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டிற்கு அப்புள்ளியில் செங்குத்தாக உள்ள நேர்க்கோடு ஆகும்.

இடைநிலை மதிப்புத் தேற்றம் :

- ✦ $f(x)$ என்ற சார்பு மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ -ல் தொடர்ச்சியாக உள்ளது எனவும் $f(a)$ மற்றும் $f(b)$-க்கு இடையில் ($f(a)$ மற்றும் $f(b)$ உள்ளடங்கியது) c என்ற ஏதேனும் ஒரு எண் உள்ளது எனில், $[a, b]$ என்ற மூடிய இடைவெளியில் குறைந்தபட்சம் x என்ற ஒரு எண்ணையாவது $f(x) = c$ என்று காணலாம்.

ரோலின் தேற்றம் :

- ✦ $f(x)$ என்ற சார்பு மூடிய இடைவெளி $[a,b]$ -ல் தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் இருக்கிறது. மேலும் $f(a) = f(b)$ எனில், குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளி $c \in (a, b)$ ஆனது $f'(c) = 0$ என்றவாறு இருக்கும்.

லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்புத் தேற்றம் :

- ✦ $f(x)$ ஆனது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் ($f(a), f(b)$ ஆகியவை சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை). உள்ளது என்க. அப்போது குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளி $c \in (a, b)$ -யினை $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ எனுமாறு காணலாம்.
- ✦ $f(x)$ என்ற சார்பானது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ -ல் தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் $f'(x) > 0\ \forall x \in (a, b)$ ஆகவும் இருந்தால், $x_1, x_2 \in [a, b]$ -க்கு $x_1 < x_2$ எனில் $f(x_1) < f(x_2)$ ஆகும்.
- ✦ $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x)$ காணத்தக்கது மற்றும் இதன் மதிப்பு L என்க. மேலும் $f(x)$ ஆனது $x = \text{L}$-ல் தொடர்ச்சியானது என்க. ஆகவே $\lim\limits_{x \to \alpha} f(g(x)) = f\left(\lim\limits_{x \to \alpha} g(x)\right)$
- ✦ $f(x)$ என்ற வகையிடத்தக்க சார்பிற்கு $(x_0, f(x_0))$ ஒரு தேக்கநிலைப்புள்ளி எனில் $f'(x_0) = 0$ ஆகும்.
- ✦ $f(x)$ என்ற வகையிடத்தக்க சார்பிற்கு $(x_0, f(x_0))$ ஒரு நிலைப்புள்ளி எனில் $f'(x_0) = 0$ அல்லது $f'(x_0)$ காணத்தக்கது அல்ல.
- ✦ $f(x)$ என்ற சார்பானது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$-ல் தொடர்ச்சியாக இருந்தால், f ஆனது $[a, b]$-ல் ஒரு மீப்பெரு பெரும மதிப்பையும் மற்றும் ஒரு மீச்சிறு சிறும மதிப்பையும் பெறும்.

ஃபெர்மாட் :

- ✦ $f(x)$-க்கு $x = c$-ல் இடம் சார்ந்த அறுதி உள்ளது எனில் c ஒரு நிலை எண் ஆகும். இந்த நிலை எண்ணினை $f(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டை த் தீர்ப்பதன் மூலமாகவும், $f(x)$ காணத்தக்கதாக உள்ள x-ன் மதிப்புகளை காண்பதன் மூலமாகவும் பெறலாம்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

மடக்கை எடுக்க கிடைப்பது

$$\log(g(x)) = \log\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$= \frac{\log\left(1+\frac{r}{n}\right)}{\frac{1}{nt}}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} \log(g(x)) = \lim_{n\to\infty} \frac{\log\left(1+\frac{r}{n}\right)}{\frac{1}{nt}} \quad \left(\frac{0}{0} \text{ வடிவம்}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{1+\frac{r}{n}}\left(\frac{-r}{n^2}\right)}{-\frac{1}{n^2 t}}$$

[லோபிதாலின் விதிப்படி]

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{r}{n}}\left(\frac{-r}{n^2}\right)\left(-\frac{n^2 t}{1}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{r}{n}}(rt)$$

$$= \left(\frac{1}{1+0}\right)(rt) = A_0\, rt$$

ஆனால் $\lim_{n\to\infty} \log(g(x)) = \log\left(\lim_{n\to\infty} g(x)\right)$

$$\therefore \log\left(\lim_{n\to\infty} g(x)\right) = rt$$

$$\Rightarrow e^{\log\left(\lim_{n\to\infty} g(x)\right)} = e^{rt}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} g(x) = e^{rt}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} A_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} = A_0 . e^{rt}$$

$$\Rightarrow A = A_0 . (e^{rt})$$

பயிற்சி 7.6

1. கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளிகளில் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு அறுதி மதிப்புகளை காண்க.

(i) $f(x) = x^2 - 12x + 10$; $[1, 2]$

(ii) $f(x) = 3x^4 - 4x^3$; $[-1, 2]$ [பிடிஏ - 3]

(iii) $f(x) = 6x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}}$; $[-1, 1]$

(iv) $f(x) = 2\cos x + \sin 2x$; $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

தீர்வு : (i) $f(x) = x^2 - 12x + 10$; $[1, 2]$

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட } f(x) = x^2 - 12x + 10 ; [1,2]$$
$$f'(x) = 2x - 12$$
$$f'(x) = 0$$
$$\Rightarrow 2x - 12 = 0$$
$$\Rightarrow 2x = 12$$
$$\Rightarrow x = 6$$

∴ நிலைப்புள்ளி எண் 6.

முனைப்புள்ளிகள் $x = 1, x = 2$ மற்றும் $x = 6$ நிலை எண் $f(x)$ ஐ மதிப்பிடும் பொழுது கிடைப்பது

$$f(1) = 1^2 - 12(1) + 10 = -1$$
$$f(2) = 2^2 - 12(2) + 10 = -10$$
$$\Rightarrow f(6) = 6^2 - 12(6) + 10$$
$$= 36 - 72 + 10 = -26$$

இம்மதிப்புகளில் மீப்பெரு அறுதி மதிப்பு -1 அது $x = 1$ -ல் கிடைக்கிறது மற்றும் $x = 6$ மீச்சிறு அறுதி மதிப்பு -26 அது -1ல் கிடைக்கிறது.

(ii) $f(x) = 3x^4 - 4x^3$; $[-1, 2]$

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட } f(x) = 3x^4 - 4x^3 ; [-1, 2]$$
$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2$$
$$f'(x) = 0$$
$$\Rightarrow 12x^3 - 12x^2 = 0$$
$$\Rightarrow 12x^2(x-1) = 0$$
$$\Rightarrow x = 0 \text{ அல்லது } x = 1$$

$f(x)$ முனைப்புள்ளிகள் $x = -1, x = 2$ மற்றும் நிலை எண் ஆகியவற்றில் $x = 0, x = 1$ மதிப்பில் கிடைப்பது,

$$f(-1) = 3(-1)^4 - 4(-1)^3$$
$$= 3 + 4 = 7$$
$$f(2) = 3(2)^4 - 4(2^3)$$
$$= 48 - 32 = 16$$
$$f(0) = 0$$
$$f(1) = 3(1)^4 - 4(1)^3$$
$$= 3 - 4 = -1$$

இம் மதிப்புகளில் மீப்பெரு அறுதி மதிப்பு 16 ஆனது $x = 2$-ல் கிடைக்கிறது மற்றும் $x = 1$ மீச்சிறு அறுதி மதிப்பு அது -1ல் கிடைக்கிறது.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 7.9

1. கீழ்க்காணும் வளைவரைகளுக்கு தொலைத் தொடுகோடுகளைக் காண்க :

(i) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

(ii) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$

(iii) $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{x^2+2}}$

(iv) $f(x) = \dfrac{x^2-6x-1}{x+3}$

(v) $f(x) = \dfrac{x^2+6x-4}{3x-6}$

தீர்வு : (i) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{x^2}{x^2-1} = \lim_{x\to1^+}\frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \lim_{h\to0^+}\frac{(1+h)^2}{(1+h+1)(1+h-1)}$$

$$= \lim_{h\to0^+}\frac{(1+h)^2}{(2+h)(h)} = \infty$$

மேலும் $\displaystyle\lim_{x\to1^-}\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} = \lim_{h\to0^+}\frac{(1-h)^2}{(1-h+1)(1-h-1)}$

$$= \lim_{h\to0^+}\frac{(1-h)^2}{(2-h)(-h)} = -\infty$$

$\therefore$ $x = -1$ மற்றும் $x = 1$ நிலைகுத்து தொலைத் தொடுகோடுகள்.

மேலும் $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-1} = \lim_{\frac{1}{x}\to0}\frac{1}{1-\frac{1}{x^2}} = 1$

[தொகுதி மற்றும் பகுதியை x^2 ல் வகுக்க]

$\therefore$ $y = 1$ என்பது கிடைமட்டத் தொலைத் தொடுகோடு

(ii) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{x^2}{x+1} = \lim_{h\to0^+}\frac{(-1-h)^2}{-1-h+1}$$

$$= \lim_{h\to0^+}\frac{(1+h)^2}{-h} = -\infty$$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x^2}{x+1} = \lim_{h\to0^+}\frac{(-1+h)^2}{-1+h+1}$$

$$= \lim_{h\to0^+}\frac{(h-1)^2}{h} = \infty$$

$\therefore$ $x = -1$ என்பது நிலைகுத்து தொலைத் தொடுகோடு ஆகும்.

நிலைகுத்து தொலைத் தொடுகோடு தொகுதியின் படி பகுதியின் படியைவிட அதிகமாதலால் $x + 1$ ஆல் x^2 வகுக்க

```
          x − 1
      ┌────────
x + 1 ) x²
        −    −
        x² + x
        ──────
        − x
        (+)    (+)
        − x² + −1
        ─────────
           +1
        ─────────
```

$\therefore$ $y = x - 1$ என்பது சாய்ந்த தொலைத் தொடுகோடு ஆகும்.

(iii) $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{x^2+2}}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2+2}} = \lim_{\frac{1}{x}\to0}\frac{3}{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{1+0}} = 3$$

$\therefore$ $y = 3$ என்பது கிடைமட்டத் தொலை தொடுகோடு

மேலும் $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2+2}} = \lim_{\frac{1}{x}\to0^-}\frac{3}{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}} = -3.$

$\therefore$ $y = -3$ என்பது கிடைமட்டத் தொலை தொடுகோடு ஆகும்.

(iv) $f(x) = \dfrac{x^2-6x-1}{x+3}$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \dfrac{x^2-6x-1}{x+3}$

$$\lim_{x\to-3^+}\frac{x^2-6x-1}{x+3} = \lim_{h\to0^+}\frac{(-3+h)^2-6(-3+h)-1}{-3+h+3}$$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

3. [–2, 2] இல் வளைவரை $y = x^2$ க்கு X-அச்சுக்கு இணையாக தொடுகோடுடைய புள்ளியை காண்க.

தீர்வு : $y = x^2$ இல் [–2, 2] தொடர்ச்சியானது மற்றும் [–2, 2] வகையிடத்தக்கது.

$$f(a) = f(-2) = (-2)^2 = 4$$
$$f(b) = f(2) = 2^2 = 4$$
$$\therefore f(a) = f(b)$$

தொடுகோடு X - அச்சுக்கு இணையானது ஆதலால் $f'(c) = 0$

$$\Rightarrow 2c = 0$$
$$\Rightarrow c = 0$$
$$\therefore c = 0 \text{ எனில் } y = 0$$

$\therefore$ AE (0,0) இல் தொடுகோடு X - அச்சுக்கு இணையானது..

3 மதிப்பெண்கள்

1. நிரூபிக்க $\dfrac{x}{1+x} < \log(1+x), x > 0.$

தீர்வு : $f(x) = \log(1+x) - \dfrac{x}{1+x}$ என்க.

$$f'(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{(1+x)-x}{(1+x)^2}$$
$$= \frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+x)^2}$$
$$= \frac{x}{(1+x)^2} > 0 \text{ இங்கு } x > 0$$

$\therefore f(x)$ இல் $(0, \infty)$ ஆனது திட்டமாக ஏறும்.

$$\therefore x > 0 \Rightarrow f(x) > f(0)$$
$$\Rightarrow \log(1+x) - \frac{x}{1+x} > 0$$
$$\Rightarrow \log(1+x) > \frac{x}{1+x}$$
$$\Rightarrow \frac{x}{1+x} < \log(1+x)$$

2. வளைவரைக்கு $y = \sin^2 x$ க்கு $\left(\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{3}{4}\right)$ இல் செங்குத்து கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு : $y = \sin^2 x$

$$\frac{dy}{dx} = 2\sin x \cos x = \sin 2x$$

$$\therefore m = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{4}\right)} = \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ செங்குத்தின் சாய்வு $= -\dfrac{1}{m} = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ செங்குத்து கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = -\dfrac{1}{m}(x - x_1)$

$$\Rightarrow y - \frac{3}{4} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$
$$\Rightarrow 12\sqrt{3}y - 9\sqrt{3} = -24x + 8\pi$$

[$12\sqrt{3}$ ஆல் பெருக்க]

$$\therefore 24x + 12\sqrt{3}y = 8\pi + 9\sqrt{3}.$$

3. [0,1] ல் $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$ க்கு லெக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்பு தேற்றத்தை சரிபாக்க.

தீர்வு :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$$
$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$$
$$f'(c) = 3c^2 - 4c - 1$$
$$f(a) = f(0) = 3$$
$$f(b) = f(1) = 1^3 - 2 - 1 + 3 = 1$$

குறைந்தபட்சம் ஒரு $C \in (0, 1)$,

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a} \text{ இருக்கிறது.}$$

$$\Rightarrow 3c^2 - 4c - 1 = \frac{1-3}{1-0} = -2$$
$$\Rightarrow 3c^2 - 4c + 1 = 0$$
$$\Rightarrow c = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(3)}}{2(3)}$$
$$\Rightarrow c = \frac{4 \pm 2}{6} = \frac{6}{6} \text{ அல்லது } \frac{2}{6}$$
$$\Rightarrow c = 1 \text{ அல்லது } \frac{1}{3}$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. [1, 3] இல் $f(x) = x^3 + bx^2 + ax + 5$ ஆனது ரோலின் தேற்றத்தை $c = \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ எனுமாறு நிறைவு செய்தால், a மற்றும் bஇன் மதிப்புகளை காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = x^3 + bx^2 + ax + b$

$c = 2 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ எனுமாறு ரோலின் தேற்றம் நிறைவுறும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
8

வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்

முக்கிய வரையறைகள்

- **நேரியல் தோராய மதிப்பு :**
$f:(a,b)\to\mathbb{R}$ என்பதை வகையிடத்தக்கச் சார்பாகவும் $x_0\in(a,b)$ எனவும் கொள்க. x_0 என்ற புள்ளியில் f-ன் தோராய மதிப்பு L-ன் வரையறை
$$L(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)\ \forall\, x\in(a,b) \text{ ஆகும்.}$$
- $$\frac{df}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}$$
- $df=f'(x)\,\Delta x$
- **தொடர்ச்சி தன்மை :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset\mathbb{R}^2$, $F:A\to\mathbb{R}$ என்ற சார்பு $F(u,v)$ இல் தொடர்ச்சியானது எனில் பின்வருவனவற்றை நிறைவு செய்ய வேண்டும்.
(1) (u,v) இல் F வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
(2) $\lim\limits_{(x,y)\to(u,v)} F(x,y)=L$ இருக்கிறது.
(3) $L=F(u,v)$
- **கிளெய்ராட்டின் தேற்றம் :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset R^2$, $F:A\to\mathbb{R}^2$ என்ற சார்பு A இல் f_{xy} மற்றும் f_{yx} காணப்பெற்று அவை தொடர்ச்சியானதாகவும் இருக்குமானால் A இல் $f_{xy}=f_{yx}$ என்பதாக இருக்கும்.
- **இலாபிலாஸின் சமன்பாடு :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset\mathbb{R}^2$ என்க. $u:A\to\mathbb{R}^2$ என்பது $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial y^2}=0\ \forall\,(x,y)\in A$ எனுமாறு இருக்குமானால் u ஆனது A-ல் சீரானது எனலாம். இது இலாபிலாஸின் சமன்பாடு எனப்படும்.
- பொருத்தமாக வரையறுக்கப்பட்ட λ, x, y- க்கு $(\lambda x,\lambda y)\in A$ எனில் $F(\lambda x,\lambda y)=\lambda^p F(x,y)$ $\lambda\in\mathbb{R}$ எனுமாறு p என்ற மாறிலி இருக்குமானால் சார்பு F என்பது A-ன் மீதான சமபடித்தான சார்பாக இருக்கும். இந்த மாறிலி p, சார்பு F -ன் படி எனப்படும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 8.5

1. $w(x,y) = x^3 - 3xy + 2y^2, x, y \in \mathbb{R}$ எனில் $(1,-1)$ இல் w -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $w(x,y) = x^3 - 3xy + 2y^2, x, y \in \mathbb{R}$

$$w_x = \frac{\partial w}{\partial x} = 3x^2 - 3y + 0 = 3x^2 - 3y$$

$$w_x = (1,-1) \text{ இல்} = 3(1)^2 - 3 - (-1) = 3 + 3 = 6$$

$$w_y = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 - 3x + 4y = -3x + 4y$$

$$w_y(1,-1) = -3(1) + 4(-1) = -3 - 4 = -7.$$

$$w(x_0, y_0) = w(1,-1) = 1^3 - 3(1)(-1) + 2(-1)^2 = 1 + 3 + 2 = 6$$

நேரியல் தோராய மதிப்பு காண

$$L(x,y) = w(x_0,y_0) + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{(x_0,y_0)}(x - x_0) + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{(x_0,y_0)}(y - y_0)$$

$$= 6 + 6(x-1) + -7(y+1)$$

$$= 6 + 6x - 6 - 7y - 7$$

$$= 6x - 7y - 7$$

2. $z(x,y) = x^2y + 3xy^4, x, y \in \mathbb{R}$ எனில் $(2,-1)$இல் z -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $z(x,y) = x^2y + 3xy^4, x, y \in \mathbb{R}$

$$z(x_0,y_0) = z(2,-1) = 2^2(-1) + 3(2)(-1)^4 = -4 + 6 = 2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3y^4$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{(2,-1)} = 2(2)(-1) + 3(-1)^4 = -4 + 3 = -1$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + 3x(4y^3) = x^2 + 12xy^3$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{(2,-1)} = 2^2 + 12(2)(-1)^3 = 4 - 24 = -20$$

நேரியல் தோராய மதிப்பு காண

$$L(x,y) = z(x_0,y_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{(x_0,y_0)}(x - x_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{(x_0,y_0)}(y - y_0)$$

$$\therefore L(x,y) = 2 - 1(x-2) - 20(y+1)$$

$$= 2 - x + 2 - 20y - 20$$

$$= -x - 20y - 16$$

$$= -(x + 20y + 16)$$

3. $v(x,y) = x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 + 7, x, y \in \mathbb{R}$ எனில் வகையீடு dv- ஐக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $v(x,y) = x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 + 7, x, y \in \mathbb{R}$

$$dv = 2x\,dx - (x\,dy + y\,dx) + \frac{1}{4}(2y)\,dy + 0$$

$$dv = (2x - y)dx + \left(-x + \frac{1}{2}y\right)dy$$

4. $V(x,y,z) = xy + yz + zx, x, y, z \in \mathbb{R}$ எனில் dV-ஐக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட

$$V(x,y,z) = xy + yz + zx, x, y, z \in \mathbb{R}$$

$$dV = x.dx + y.dx + y.dz + z.dy + z.dx + x.dz$$

$$dV = (y+z)dx + (x+z)dy + (y+x)dz$$

பயிற்சி 8.6

1. சார்பு $u(x,y) = x^2y + 3xy^4, x = e^t$ மற்றும் $y = \sin t$, எனில் $\frac{du}{dt}$ -ஐக் காண்க. மேலும் $t = 0$-ல் அதன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $u(x,y) = x^2y + 3xy^4$,

$$x = e^t, y = \sin t$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}.\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}.\frac{dy}{dt} \quad \text{... (1)}$$

$$x = e^t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = e^t$$

$$y = \sin t$$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

2. $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$. **இல்** $f(3.02)$ **இன் தோராய மதிப்பை கணக்கிடுக.**

தீர்வு : $x_0 = 3$ மற்றும் $dx = 0.02$ என்க

$$f(x_0) = f(3) = 3(3^2) + 5(3) + 3 = 27 + 15 + 3 = 45$$
$$f'(x) = 6x + 5$$
$$f'(x) = f'(3) = 6(3) + 5 = 23$$
$$\therefore f(3.02) = f(x_0) + f'(x_0)\,dx = 45 + 23(.02) = 45 + 0.46 = 45.46$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$ **எனில்** $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ **sin 2u என நிரூபிக்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$

$$\Rightarrow \tan u = \frac{x^3+y^3}{x-y}$$ மற்றும்

$f = \tan u$ என்க

$$\therefore f(x,y) = \frac{x^3+y^3}{x-y}$$
$$f(tx, ty) = \frac{t^3x^3+t^3y^3}{tx-ty} = \frac{t^3(x^3+y^3)}{t(x-y)} = t^2 f(x,y)$$

$\therefore f(x,y)$ ஆனது படி 2 உடைய சமபடித்தான சார்பு.

$\therefore$ ஆய்லரின் தேற்றப்படி,

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = 2f$$
$$\Rightarrow x.\frac{\partial}{\partial x}(\tan u) + y.\frac{\partial}{\partial y}(\tan u) = 2\tan u \quad [\because f = \tan u]$$
$$\Rightarrow x.\sec^2 u\frac{\partial u}{\partial x} + y\sec^2 u\frac{\partial u}{\partial y} = 2\tan u$$

$\sec^2 u$ ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பது

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2\sin u}{\sec^2 u} = \frac{2\sin u}{\frac{1}{\cos^2 u}} = 2\sin u\cos u = \sin 2u$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. $V = \log r$ **மற்றும்** $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ **, எனில்** $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{1}{r^2}$ **என நிரூபிக்க.**

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$\log r^2 = \log(x^2+y^2+z^2)$$
$$\Rightarrow 2\log r = \log(x^2+y^2+z^2)$$
$$\therefore 2V = \log(x^2+y^2+z^2) [\because V = \log r]$$
$$\Rightarrow V = \frac{1}{2}\log(x^2+y^2+z^2)$$
$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{2x}{x^2+y^2+z^2} = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{(x^2+y^2+z^2)(1) - x(2x)}{(x^2+y^2+z^2)^2} = \frac{y^2+z^2-x^2}{(x^2+y^2+z^2)^2}$$

||| ly
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{z^2+x^2-y^2}{(x^2+y^2+z^2)^2}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{x^2+y^2-z^2}{(x^2+y^2+z^2)^2}$$
$$\therefore \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{y^2+z^2-x^2+z^2+x^2-y^2+x^2+y^2-z^2}{(x^2+y^2+z^2)^2}$$
$$= \frac{x^2+y^2+z^2}{(x^2+y^2+z^2)^2} = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} = \frac{1}{r^2}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

❁❁❁❁❁

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
9

தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- முதல் தொகை நுண்கணித அடிப்படைத் தேற்றம் $F(x) = \int_a^x f(u)du$, $a < x < b$ எனில் $\frac{d}{dx}(F(x)) = f(x)$
- இரண்டாம் தொகை நுண்கணித அடிப்படைத் தேற்றம் $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- $\int_0^\infty e^{-x}x^{n-1}dx$ என்பது காமா தொகையிடல் $\Gamma(n)$

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான வலது - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty \max(x_i - x_{i-1})\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$$

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான இடது - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty \max(x_i - x_{i-1})\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$$

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான நடு - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty \max(x_i - x_{i-1})\to 0} \sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 9.6

1. பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக :

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x\, dx$ [பிடிஏ - 3] (ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x\, dx$

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 2x\, dx$ (iv) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^5 3x\, dx$

(v) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x\, dx$ (vi) $\int_0^{2\pi} \sin^7 \frac{x}{4} dx$

(vii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta \cos^5 \theta\, d\theta$ (viii) $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 dx$

தீர்வு : (i) $\int_0^{\pi/2} \sin^{10} x\, dx$

$$I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x = \frac{n-1}{n} I_{n-2},\ n \geq 2$$

$$I_{10} = \int_0^{\pi/2} \sin^{10} x\, dx = \frac{9}{10} I_8 \text{ என்க}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{7}{8} \times I_6 = \frac{9}{10} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times I_4$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} I_2$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{315}{1280} \times \frac{\pi}{2} = \frac{63\pi}{256(2)} = \frac{63\pi}{512}$$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x\, dx$

$$I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^7 x\, dx = \frac{n-1}{n} I_{n-2},\ n \geq 2$$

$$\therefore I_7 = \int_0^{\pi/2} \cos^7 x\, dx = \frac{6}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times 1 = \frac{16}{35}$$

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 2x\, dx$

$t = 2x$ என்க $\Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx$

x	0	$\frac{\pi}{4}$
t	0	$\frac{\pi}{2}$

$$\therefore I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 t\, dt = \frac{1}{2} I_6$$

$$\left[\int_0^{\pi/2} \sin^n x\, dx = \frac{n-1}{n} I_{n-2},\ n \geq 2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{64}$$

(iv) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^5 3x\, dx$

$t = 3x$ என்க $\Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{dt}{3} = dx$

x	0	$\frac{\pi}{6}$
t	0	$\frac{\pi}{2}$

$$\therefore I = \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 t\, dt = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times 1$$

$$= \frac{8}{45}$$

(v) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x\, dx$

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^4 x\, dx \text{ என்க}$$

$$I_{m,n} = \int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x\, dx = \frac{n-1}{m+n} I_{m,n-2} \quad n \geq 2$$

$$= \left(\frac{m-1}{n+m}\right)\left(\frac{m-3}{n+m-2}\right)\left(\frac{m-5}{n+m-4}\right) \cdots \frac{2}{n+3} \cdot \frac{1}{n+1}$$

இங்கு $m = 2,\ n = 4$

$$\therefore I = \frac{3}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{32}$$

(vi) $\int_0^{2\pi} \sin^7 \frac{x}{4} dx$

$t = \frac{x}{4}$ என்க $\Rightarrow dt = \frac{dx}{4} \Rightarrow dx = 4dt$

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

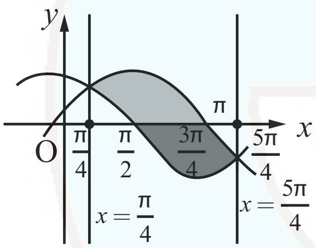
5 மதிப்பெண்கள்

3. $y = \cos x$ மற்றும் $y = \sin x$ என்ற வளைவரைகள் $x = \frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x = \frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க. [Hy - 2019]

தீர்வு : தேவையான அரங்கத்தின் பரப்பு நிழலிடப் பட்டுள்ளது. அரங்கத்தின் மேல் எல்லை $y = \sin x$, $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{5\pi}{4}$ மற்றும் அரங்கத்தின் கீழ் எல்லை $y = \cos x$, $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{5\pi}{4}$. தேவையான பரப்பு

$$A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5}{4}} (y_U - y_L)dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5}{4}} (\sin x - \cos x)dx = [-\cos x - \sin x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}$$



$$= \left(-\sin\frac{5\pi}{4} - \cos\frac{5\pi}{4}\right) - \left(-\sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \left(-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) - \left(-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

கூடுதல் வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

I. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\tan x}$ -இன் மதிப்பு

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) 0

[விடை : (3) $\frac{\pi}{4}$]

2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2x}}dx$ -இன் மதிப்பு

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 2 (3) 0 (4) 1

[விடை : (2) 2]

3. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$

(1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{6}$ (3) $\frac{\pi}{12}$ (4) $-\frac{\pi}{6}$

[விடை : (3) $\frac{\pi}{12}$]

குறிப்பு : $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = [\tan^{-1} x]_1^{\sqrt{3}}$
$= \tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1} 1$
$= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi - 3\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$

4. $\int_0^{2a} f(x)dx = 2\int_0^{a} f(x)$ எனில்

(1) $f(2a-x) = -f(x)$
(2) $f(2a-x) = f(x)$
(3) $f(x)$ என்பது ஒற்றை
(4) $f(x)$என்பது இரட்டை

[விடை : (2) $f(2a-x) = f(x)$]

5. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^3 x \cos^3 x\, dx$ -இன் மதிப்பு

(1) 0 (2) π (3) 2π (4) 4π

[விடை : (1) 0]

குறிப்பு : $f(x) = \sin^3 x \cos^3 x$
$f(-x) = \sin^3(-x)\cos^3(-x)$
$= -\sin^3 x \cos^3 x = -f(x)$
$\therefore f(x)$ ஒரு ஒற்றைச் சார்பு

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக :

1. $\int_{-1}^{1} x\,dx =$ ....

(1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) 2

[விடை : (3) 0]

2. $\int_0^{2a} f(x)\,dx = 2\int_0^{a} f(x)dx$ எனில்

(1) $f(2a-x) = f(x)$ (2) $f(a-x) = f(x)$
(3) $f(x) = -f(-x)$ (4) $f(-x) = f(x)$

[விடை : (1) $f(2a-x) = f(x)$]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
10

சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட் டில் காணப்படும் மிக உயர்ந்த வகைக்கெழுவின் வரிசையே அச்சமன்பாட்டின் **வரிசை** (order) ஆகும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை பல்லுறுப்புக் கோவை வடிவில் எழுத இயலுமெனில், அச்சமன்பாட்டில் தோன்றும் மிக உயர்ந்த வரிசையுடைய வகைக்கெழுவின் முழு எண் படியே அச்சமன்பாட்டின் **படி** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஒரேயொரு சாரா மாறியைப் பொறுத்து ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்புகளின் சாதாரண வகைக்கெழுக்களைக் கொண்டுள்ளது எனில், அச்சமன்பாடு சாதாரண **வகைக்கெழுச் சமன்பாடு** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்புகளின் பகுதி வகைக்கெழுக்களை மட்டும் கொண்டிருக்கும் எனில், அச்சமன்பாடு **பகுதி வகைக்கெழுச் சமன்பாடு** எனப்படும்.
- $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)\, y^{n-1} + \ldots + a_1(x)y + a_0y = g(x)$ என்ற சமன்பாட்டில் $g(x) = 0$ எனில் அச்சமன்பாடு **சமபடித்தான சமன்பாடு** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் (ஏதேச்சை மாறிலிகளின்) எண்ணிக்கையானது, அவ்வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசைக்குச் சமமாக இருப்பின், அத்தீர்வினை அச்சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு என்கிறோம்.
- தொகையீட்டுக் காரணி I.F $= e^{\int pdx}\ \frac{dy}{dx} + Py = Q.$
- $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ இன் தீர்வு $ye^{\int pdx} = \int Qe^{\int pdx} dx + C$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

✦ முதல் வரிசை நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வடிவம் $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ ஆகும். இங்கு P மற்றும் Q என்பன x-இல் மட்டுமே உள்ள சார்புகளாகும். இச்சமன்பாட்டில் y மற்றும் அதன் வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ இவ்விரண்டின் பெருக்கல் பலன் இருக்காது. மேலும் சார்ந்த மாறி y மற்றும் சாராமாறி x-ஐப் பொருத்த அதனுடைய வகைக்கெழு ஆகியவை முதலாம் படியாக மட்டுமே காணப்படும். கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $ye^{\int Pdx} = \int Qe^{\int Pdx}dx + C$ எனக் கிடைக்கிறது. இங்கு $e^{\int Pdx}$ என்பது சமன்பாடு (1)-ன் தொகையீட்டுக் காரணி (தொ.கா) எனப்படும்.

✦ $\frac{dx}{dy} + Px = Q$ என்ற முதல் வரிசை நேரியல் சமன்பாட்டில் P மற்றும் Q என்பன y-ல் மட்டுமே உள்ள சார்புகளாகும். இச்சமன்பாட்டில் x மற்றும் $\frac{dy}{dx}$ இவ்விரண்டும் பெருக்கலாக இருக்காது.

✦ மேலும் சார்ந்த மாறி x மற்றும் சாராமாறி y-ஐப் பொருத்த அதன் வகைக்கெழு ஆகியவற்றின் படி 1 ஆக மட்டுமே காணப்படும். இவ்வகையில், வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $xe^{\int Pdy} = \int Qe^{\int Pdy}dy + C$ ஆகும்.

✦ t நேரத்தில் ஒரு பொருளின் இருப்பு x எனில், t நேரத்தில் அப்பொருளின் இருப்பின் கணநேர மாறுவீதம் $\frac{dx}{dt}$ ஆகும்.

பயிற்சி 10.1

1. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள் ஒவ்வொன்றின் வரிசை மற்றும் படி (இருக்குமானால்) ஆகியவற்றைத் தீர்மானிக்க.

(i) $\frac{dy}{dx} + xy = \cot x$

(ii) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 4 = 0$

(iii) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x\sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ [பிடிஏ - 1]

(iv) $\sqrt{\frac{dy}{dx}} - 4\frac{dy}{dx} - 7x = 0$

(v) $y\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{x}{\left(\frac{dy}{dx}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3}$ [பிடிஏ - 4]

(vi) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 0$

(vii) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)}$

(viii) $\frac{d^2y}{dx^2} = xy + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right)$

(ix) $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + \int ydx = x^3$

(x) $x = e^{xy\left(\frac{dy}{dx}\right)}$

தீர்வு : (i) $\frac{dy}{dx} + xy = \cot x$

கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு

$$\frac{dy}{dx} + xy = \cot x.$$

மிக உயர்ந்த வகைக்கெழு 1 மற்றும் அதனுடைய அடுக்கு 1

வரிசை 1, படி 1.

(ii) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 4 = 0$

கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + 5\frac{dy}{dx} + 4 = 0$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 10.7

பின்வரும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க.

1. $\cos x \dfrac{dy}{dx} + y \sin x = 1$

தீர்வு : $\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} + y\dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{1}{\cos x}$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} + y\tan x = \sec x$

இது ஒரு நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாடாகும்.

$\therefore$ P = tan x; Q = sec x

$$\int p\,dx = \int \tan x\,dx = \log \sec x$$

$$\therefore \text{I.F.} = e^{\int p\,dx} = e^{\log \sec x} = \sec x$$

$$ye^{\int p\,dx} = \int Qe^{\int p\,dx}dx + c \text{ தீர்வாகும்.}$$

$$\Rightarrow y\sec x = \int \sec x \cdot \sec x\,dx + c$$

$$\Rightarrow y\sec x = \int \sec^2 x\,dx + c$$

$$\Rightarrow y\sec x = \tan x + c$$

$$\Rightarrow \frac{y}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} + c$$

$$\Rightarrow y = \sin x + c(\cos x)$$

2. $(1-x^2)\dfrac{dy}{dx} - xy = 1$

தீர்வு : $\dfrac{dy}{dx} + \left(\dfrac{-x}{1-x^2}\right)y = \dfrac{1}{1-x^2}$

இது ஒரு நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாடாகும்.

$$\therefore \text{P} = \frac{-x}{1-x^2}; \text{Q} = \frac{1}{1-x^2}$$

$$\int p\,dx = \int \frac{-x}{1-x^2}dx = \frac{1}{2}\int\frac{-2x}{1-x^2}dx$$

$$= \frac{1}{2}\log(1-x^2) = \log\sqrt{1-x^2}$$

$$\therefore \text{I.F.} = e^{\int p\,dx} = e^{\log\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{1-x^2}$$

$$\therefore ye^{\int p\,dx} = \int Q\,e^{\int p\,dx}dx + c \text{ தீர்வாகும்.}$$

$$\Rightarrow y\sqrt{1-x^2} = \int\frac{1}{1-x^2}\sqrt{1-x^2} + c$$

$$= \int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + c$$

$$\Rightarrow y\sqrt{1-x^2} = \sin^{-1}(x) + c$$

$$y = \frac{\sin^{-1}(x)}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sin^{-1}(x)}{\sqrt{1-x^2}} + c(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$$

3. $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = \sin x$

தீர்வு : இது ஒரு நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாடாகும்.

$$\therefore \text{P} = \frac{1}{x}; \text{Q} = \sin x$$

$$\int p\,dx = \int\frac{1}{x}dx = \log x$$

$$\text{I.F.} = e^{\int p\,dx} = e^{\log x} = x$$

$$\therefore ye^{\int p\,dx} = \int Qe^{\int p\,dx}dx + c \text{ தீர்வாகும்.}$$

$$u = x;\ dv = \sin x$$

$$du = dx;\ v = -\cos x$$

$$\because \int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$\Rightarrow yx = \int x\sin x \cdot dx + c$$

$$\Rightarrow xy = -x\cos x + \int \cos x\,dx$$

$$\Rightarrow xy = -x\cos x + \sin x + c$$

$$\Rightarrow xy + x\cos x = \sin x + c$$

$$\Rightarrow x(y + \cos x) = \sin x + c$$

4. $(x^2+1)\dfrac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2+4}$

தீர்வு : $\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} + \left(\dfrac{2x}{x^2+1}\right)y = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+1}$

இது ஒரு நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாடாகும்.

$$\therefore \text{P} = \frac{2x}{x^2+1}; \text{Q} = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+1}$$

$$\therefore \int p\,dx = \int\frac{2x}{x^2+1}dx = \log(x^2+1)$$

$$\therefore \text{I.F.} = e^{\int p\,dx} = e^{\log(x^2+1)} = x^2+1$$

$$\therefore ye^{\int p\,dx} = \int Qe^{\int p\,dx}dx + c \text{ தீர்வாகும்.}$$

$$y(x^2+1) = \int\frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+1}\cdot(x^2+1)dx + c$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

24. $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமானால், a-ன் மதிப்பு [பிடிஏ - 2]

(1) 2 (2) −2 (3) 1 (4) −1

[விடை : (2) −2]

குறிப்பு :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$$

$$\Rightarrow (2y+f)dy = (ax+3)dx$$

$$\Rightarrow \frac{2y^2}{2} + fy = \frac{ax^2}{2} + 3x$$

$$\Rightarrow \frac{ax^2}{2} - y^2 + 3x - fy = 0$$

இது வட்டத்தை குறிப்பதால் x^2 இன் கெழு $= y^2$ இன் கெழு

$$\frac{a}{2} = -1 \quad \Rightarrow a = -2$$

25. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது (−1, 1) புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு

(1) $y = x^3 + 2$ (2) $y = 3x^2 + 4$

(3) $y = 3x^3 + 4$ (4) $y = x^3 + 5$

[விடை : (1) $y = x^3 + 2$]

குறிப்பு :

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \Rightarrow dy = 3x^2 dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x^3}{3} + c \Rightarrow y = x^3 + c$$

இது (−1, 1) என்ற புள்ளி வழி செல்வதால்,

$1 = (-1)^3 + c \Rightarrow 1 = -1 + c \Rightarrow c = 2$

∴ வளைவரையின் சமன்பாடு $y = x^3 + 2$

பிடிஏ மாதிரி வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

1. $\frac{dy}{dx} = e^x + 2$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு : [பிடிஏ - 4]

(1) $y = e^x + C$ (2) $y = 2x + e^x + C$

(3) $y = 2xe^x + C$ (4) $y = e^x + 2Cx$

[விடை : (2) $y = 2x + e^x + C$]

குறிப்பு :

$dy = (e^x + 2)dx$ தொகையிட,

$y = e^x + 2x + c$

$y = 2x + e^x + c$

2 மதிப்பெண்கள்

1. $y = e^{-x} + mx + n$ என்பது $e^x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) - 1 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக. இங்கு m மற்றும் n என்பன ஏதேச்சை மாறிலிகள் [பிடிஏ - 3]

தீர்வு :

$$y = e^{-x} + mx + n$$

$$\frac{dy}{dx} = -e^{-x} + m \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = e^{-x}$$

$$e^x\frac{d^2y}{dx^2} = 1$$

2. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ [பிடிஏ - 5]

தீர்வு :

$$\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

இங்கு P = 1, Q $= e^{-x}$

$\int P dx = \int 1 dx = x$

I.F $= e^{\int P dx} = e^x$

எனவே தீர்வு என்பது

$$ye^{\int P dx} = \int Q e^{\int P dx} dx + c$$

$$ye^x = \int e^{-x} e^x dx + c$$

$$ye^x = x + c$$

3. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளையத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு a என்பது ஏதேச்சை மாறிலியாகும். [பிடிஏ - 6]

தீர்வு : பரவளையக் குடும்பத்தின் சமன்பாடு $y^2 = 4ax$, இங்கு a என்பது ஏதேனும் ஒரு மாறிலியாகும். ... (1)

சமன்பாட்டின் இருபக்கமும் xஐப் பொருத்து வகைக்கெழு காண , நாம் பெறுவது

$$2y\frac{dy}{dx} = 4a \Rightarrow a = \frac{y}{2}\frac{dy}{dx}$$

a இன் மதிப்பை சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட நாம் பெறுவது $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$ எனும் தேவையான வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகும்.

3 மதிப்பெண்கள்

1. தீர்க்க : $\cos x \cos y\, dy - \sin x \sin y\, dx = 0$. [பிடிஏ - 1]

தீர்வு : $\cos x \cos y\, dy - \sin x \sin y\, dx = 0$

$$\cos x \cos y\, dy = \sin x \sin y\, dx$$

$$\frac{\cos y}{\sin y} dy = \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$\log \sin y = -\log \cos x + \log c$$

$$\log(\sin y \cos x) = \log c$$

$$\sin y \cos x = c$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
11

நிகழ்தகவு பரவல்கள்

முக்கிய வரையறைகள்

- கூறுவெளி S-லிருந்து மெய்யெண்கள் $\mathbb{R}$ -க்கு வரையறுக்கப்படும் X எனும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி, X-இன் வீச்சு எண்ணிடதக்கதாக இருந்தால் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியாகும். அதாவது, முடிவுறு அல்லது எண்ணிடதக்க முடிவுறா எண் மதிப்புகளை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். இங்கு S கணத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பின் நிகழ்தகவும் மிகையெண் நிகழ்தகவுக் கொண்டதாகவும், நிகழ்தகவுகளின் மொத்த கூடுதல் ஒன்றாகவும் இருக்கும்.
- X என்பது ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறிலி எனில் $f(x_k) = P(x = x_k)$, $k = 1, 2, 3 \ldots n$ என்பது நிகழ்தகவு X நிறைச் சார்பாக வரையறுக்கப்படுகிறது.
- $x_1 < x_2 < x_3 \ldots$ எனும்படி $x_1, x_2, x_3 \ldots$ மதிப்புகளுக்கு $F(x)$-ஐ நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பாகக் கொண்டிருக்கும் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$-இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு $F(x) = P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} f(x_i)$, $x \in \mathbb{R}$ ஆகும்.
- S என்பது ஒரு கூறுவெளி என்க. $X:S \to \mathbb{R}$ எனும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $\mathbb{R}$-ன் ஒரு கணமான I -ல் ஏதேனும் மதிப்பைப் பெறும் என்க. I -இல் உள்ள அனைத்து x -க்கும் $P(X = x) = 0$ என்பது X -இன் ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியாகும்.
- X (வெற்றி) = 1 மற்றும் X (தோல்வி) = 0 என வரையறுக்கப்படும் ஒரு பெர்னோலி சோதனையுடன் இணைந்த சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு ,

$$f(x) = \begin{cases} p & , \quad x = 1 \\ q = 1 - p & , \quad x = 0 \end{cases}$$ இங்கு $0 < p < 1$.

- X என்பது பெர்னோலி சமவாய்ப்பு மாறி எனவும் மற்றும் $f(x)$ என்பது பெர்னோலி பரவல் எனவும் முறையே அழைக்கப்படுகிறது.
- ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X என்பது n-சார்பற்ற முயற்சிகளில் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது என்க . வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு p எனக் கொண்டால், தோல்விக்கான நிகழ்தகவு $q = 1 - p$ ஆகும். ஈருறுப்பு பரவலை $X \sim B(n, p)$ எனக் குறிப்பர் .
- X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பு $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0, 1, 2, \ldots n$ ஆகும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

8. $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$-ன் பரவலின், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க. [பிடிஏ - 5]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $4 \cdot P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$.

$$4 \cdot [6C_4 p^4 (1-p)^2] = 6C_2 p^2 \cdot (1-p)^4$$

$$\Rightarrow \frac{6\times 5}{2\times 1} \times p^4(1-p)^2 = \frac{6\times 5}{2\times 1} p^2 (1-p)^4$$

$$\Rightarrow p^2(1-p)^2 [4 \times p^2] = p^2 (1-p)^4$$

$$\Rightarrow 4p^2 = (1-p)^2 \quad [\because \text{நீக்க } p^2(1-p)^2]$$

$$\Rightarrow 4p^2 = 1 + p^2 - 2p$$

$$\Rightarrow 3p^2 + 2p - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (p+1)(3p-1) = 0$$

$$\Rightarrow p = -1, p = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3} \quad [\because p = -1 \text{க்கு சாத்தியமில்லை}]$$

$\therefore$ ஈருறுப்பு பரவல்

$P(X = x) = nC_x p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \ldots n$

(i) $P(X = x) = 6C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}, x = 0, 1, 2, \ldots n$

(ii) சராசரி $= np = 6 \times \frac{1}{3} = 2$

(iii) திட்ட விலக்கம் $= \sqrt{npq} = \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}}$

$$= \sqrt{\frac{12}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

9. 5 சார்பற்ற சோதனைகளை உடைய ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் 1 மற்றும் 2 வெற்றிக்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.4096 மற்றும் 0.2048 ஆகும். ஈருப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $n = 5$ மற்றும் $P(X = 1) = 0.4096$,

$$P(X = 2) = 0.2048$$

$$\therefore nC_1 p^1 q^4 = 0.4096$$

$$\Rightarrow 5C_1 p^1 q^4 = 0.4096 \quad \ldots(1)$$

$$p(x = 2) = 0.2048$$

$$5C_2 p^2 q^3 = 0.2048$$

$$\Rightarrow p^2 q^3 = 0.2048 \quad \ldots(2)$$

(2) ஐ (1) ஆல் வகுக்க கிடைப்பது

$$\frac{10p^2q^3}{5pq^4} = \frac{0.2048}{0.4096}$$

$$\Rightarrow \frac{2p}{q} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4p = q$$

$$\Rightarrow 4p = 1 - p \Rightarrow 5p = 1$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

$$\therefore q = 1 - p = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{சராசரி} = np = 5 \times \frac{1}{5} = 1$$

$$\text{பரவற்படி} = npq = 5 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

பயிற்சி 11.6

கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x^3} & 0 < x \geq l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$$

எனில், இவற்றில் எந்த கூற்றுச் சரியானது?

(1) சராசரி மற்றும் பரவற்படி உள்ளது.

(2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை.

(3) சராசரி பரவற்படி மற்றும் இரண்டும் இல்லை.

(4) பரவற்படி உள்ளது ஆனால் இல்லை.

[விடை : (2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை.]

குறிப்பு : சராசரி $= \int_1^\infty x \cdot \frac{2}{x^3} dx = \int_1^\infty \frac{2}{x^2} dx = \int_1^\infty 2x^{-2} dx$

$$= 2\left[\frac{-1}{x}\right]_1^\infty = -2\left[\frac{1}{\infty} - 1\right]$$

$$= -2(0 - 1) = 2$$

$$\text{பரவற்படி} = \int_1^\infty x^2 \cdot \frac{2}{x^3} dx = \int_1^\infty \frac{2}{x} dx = [2\log]_1^\infty$$

[log ∞ வரையறுக்கப்படவில்லை]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அரசு தேர்வு வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

1. **சமவாய்ப்பு மாறி X-இன் பரவல் பின்வருமாறு உள்ளதெனில்,**

x	1	2	3	4
P (X = x)	c	$2c$	$3c$	$4c$

c-இன் மதிப்பு [அ.மா.வி -2019]

(1) 0.1 (2) 0.2 (3) 0.3 (4) 0.4

[விடை : (1) 0.1]

குறிப்பு : $c + 2c + 3c + 4c = 1$

$10c = 1$

$c = \frac{1}{10} = 0.1$

2 மதிப்பெண்கள்

1. $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$

எனும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு உள்ள ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X-க்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. [அ.மா.வி -2019]

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட பரவல் தொடர்ச்சியானது என்பதை கவனிக்கவும்.

வரையறைப்படி $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

(பெர்னோலி சூத்திரப்படி அல்லது பகுதி தொகையிடல் முறையினையும் பயன்படுத்தலாம்)

$= \int_{-\infty}^{0} 0(\lambda e^{-\lambda x})dx + \int_{0}^{\infty} x(\lambda e^{-\lambda x})dx = 0 + \lambda \int_{0}^{\infty} x(e^{-\lambda x})dx$

$= 0 + \lambda\left(\frac{\lfloor 1}{\lambda^2}\right)$

மிகை முழு எண் n-க்கு, காமா தொகையிடல் n,

$\int_{0}^{\infty} x^n (e^{-\alpha x})dx = \frac{\lfloor n}{\alpha^{n+1}}\bigg) = \frac{1}{\lambda}$

கூடுதல் வினா- விடை

1 மதிப்பெண்

I. **சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையினை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :**

1. F(x) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு எனில் F(–∞) =

(1) 1 (2) 2 (3) ∞ (4) 0

[விடை : (4) 0]

குறிப்பு : F (∞) = 1 மற்றும் F (–∞) = 0

2. F(x) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு எனில் F(∞) is

(1) 1 (2) 2 (3) ∞ (4) 0

[விடை : (1) 1]

குறிப்பு : F (∞) = 1 மற்றும் F (–∞) = 0

3. **$F(x) = \frac{1}{2}$, $E(x^2) = \frac{1}{4}$ எனில் var(x) =**

(1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1

[விடை : (1) 0]

குறிப்பு : Var (X) $= E(X^2) - (E(X))^2$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

4. **x இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = cx^2$, $0 < x < 2$ எனில் c =**

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{8}{3}$ (4) $\frac{3}{8}$

[விடை : (4) $\frac{3}{8}$]

குறிப்பு : $\int_{0}^{2} cx^2 dx = 1$

$\Rightarrow \left[C\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = 1 \Rightarrow C\frac{8}{3} = 1$

$C = \frac{3}{8}$

5. **ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = \frac{k}{x^2+1}$, $0 < x < \infty$, எனில் k =**

(1) π (2) $\frac{1}{\pi}$ (3) 1 (4) $\frac{2}{\pi}$

[விடை : (4) $\frac{2}{\pi}$]

குறிப்பு : $\int_{0}^{\infty} \frac{k}{x^2+1}dx = 1$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்

12

தனிநிலைக் கணிதம்

முக்கிய வரையறைகள்

- $*$ என்ற ஈருறுப்புச் செயலை S -இன் மீது பின்வருமாறும் வரையறுக்கலாம்: $\forall\ a, b \in S, a * b$, என்பது ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது, மேலும் $a * b \in S.$
- ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ஈருறுப்புச் செயல்களைப் பொருத்து ஏதேனும் ஒரு வெற்றற்ற கணத்தின் மீது வரையறுக்கப்பட்டால் அது இயற்கணித அமைப்பு எனப்படும்.
- $*: S \times S \to S;$ அதாவது $*(a, b) = a * b \in S$ இங்கு $a * b$ என்பது ஓர் உறுப்பாகும். $*$-ன் விளைவு எப்பொழுதும் கண்டிப்பாக S -ஆனது . $*$-ன் கீழ் அடைவு பெற்றுள்ளது எனக் கூறலாம். இப்பண்பை அடைவுப் பண்பு என்று கூறுவர்.
- ஒரு வெற்றற்ற கணம் S -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி $*$ஆனது பரிமாற்றுத் தன்மையுடையதாயின் ஒவ்வொரு $a, b \in S$ -க்கும் $a * b = b * a$ என்பது உண்மையாக வேண்டும்.
- ஒரு வெற்றற்ற கணம் S -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி $*$ஆனது சேர்ப்புப் பண்பு உடையதாயின் $a * (b * c) = (a * b) * c\ \forall\ a, b \in S$ என்பது உண்மையாக வேண்டும்.
- $*$ என்ற ஈருறுப்புச் செயலியின் கீழ் $e \in S$ என்பது S -ன் சமனி உறுப்பு எனில் $\forall\ a \in S,\ a * e, = a$ மற்றும் $e * a = a$ என்பதை நிறைவு செய்யும்.
- S -ல் e எனும் ஒரு சமனி உறுப்பு இருந்தால் $\forall\ a \in S, \in b \in S, b * a = e$ மற்றும் $b * a = e$ எனில், $b \in S$ என்பது a -ன் நேர்மாறு உறுப்பு அல்லது எதிர்மறை உறுப்பு எனப்படும். இதை நாம் $b = a^{-1}$ என எழுதலாம்.
- A மற்றும் B-ன் இணைப்பு $A \vee B = [a_{ij}] \vee [b_{ij}] = [a_{ij} \vee b_{ij}] = [c_{ij}]$ இங்கு $c_{ij} = \begin{cases} 1 & a_{ij} = 1 \text{ அல்லது } b_{ij} = 1 \\ 0 & a_{ij} = 0 \text{ மற்றும் } b_{ij} = 0 \end{cases}$
- A மற்றும் B-ன் சந்திப்பு $A \wedge B = [a_{ij}] \wedge [b_{ij}] = [c_{ij}]$ இங்கு $c_{ij} = \begin{cases} 1 & a_{ij} = 1 \text{ மற்றும் } b_{ij} = 1 \\ 0 & a_{ij} = 1 \text{ அல்லது } b_{ij} = 1 \end{cases}$
- ***n* - ன் மட்டுக்கு கூட்டல்**
  $a, b \in \mathbb{Z}n$ என்க. பிறகு $a + b$ஐ n ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி $a +_n b.$
- ***n* - ன் மட்டுக்கு பெருக்கல்**
  $a, b \in \mathbb{Z}n$ என்க. பிறகு $a \times b$ ஐ n ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி $a \times_n b$
- ஒரு கூற்றை அதன் கூட்டுக் கூற்றுகளின் மெய் மதிப்பை பொருட்படுத்தாமல் "மெய்மம்" எனக் கூறவேண்டுமானால் அதன் மெய்மதிப்பு எல்லா நிலையிலும் T ஆக இருக்க வேண்டும். இதை $\mathbb{T}$ எனக் குறிப்பிடுவர்.
- ஒரு கூற்றை அதன் கூட்டுக் கூற்றுகளின் மெய் மதிப்பைப் பொருட்படுத்தாமல் "முரண்பாடு" எனக் கூற வேண்டுமானால் அதன் மெய்மதிப்பு எப்பொழுதும் F ஆக இருக்கவேண்டும். இதை $\mathbb{F}$ எனக் குறிப்பிடுவர்.
- ஒரு கூற்று வாய்பாட்டினுடைய இருமை ஆனது $\wedge, \vee,$ T ஆகியவைகளுக்கு முறையே $\wedge, \vee,$ F களை பதிலிடுவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது. ஓர் இருமை ஆனது $\mathbb{T}$ (tautology / மெய்மம்) க்கு பதிலாக $\mathbb{F}$ ஐயும், (contradiction / முரண்பாடு)-க்குப் பதிலாக $\mathbb{T}$ ஐயும் பதிலிடுவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

$= \neg p \vee (\neg q \vee r)$ [மீண்டும் (1) ஐ பயன்படுத்தி]

$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$ [சேர்ப்புப்பண்பை பயன்படுத்தி]

$= \neg(p \wedge q) \vee r$ [டிமார்கனின் விதியைப் பயன்படுத்தி]

$= (p \wedge q) \rightarrow$ r [(1) -ஐ பயன்படுத்தி]

= RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

15. $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

தீர்வு:

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

நிரல் (6) மற்றும் நிரல் (8) ஒரே விதமாக உள்ளன.

$\therefore p \rightarrow (\neg q \vee \neg r) = \neg p \vee (\neg q \vee r)$

பயிற்சி 12.3

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது

(1) $S \rightarrow S$ (2) $(S \times S) \rightarrow S$

(3) $S \rightarrow (S \times S)$ (4) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$

[விடை : (2) $(S \times S) \rightarrow S$]

2. கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை . [பிடிஏ - 6]

(1) $\mathbb{R}$ (2) $\mathbb{Z}$ (3) $\mathbb{N}$ (4) $\mathbb{Q}$

[விடை : (3) $\mathbb{N}$]

3. பின்வருபவைகளில் எது $\mathbb{N}$-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(1) கழித்தல் (2) பெருக்கல்

(3) வகுத்தல் (4) அனைத்தும்

[விடை : (2) பெருக்கல்]

4. மெய் எண்களின் கணம் $\mathbb{R}$ - ன் மீது '*' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது $\mathbb{R}$-ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?

(1) $a*b = \min(a.b)$ (2) $a*b = \max(a,b)$

(3) $a*b = a$ (4) $a*b = a^b$

[விடை : (4) $a*b = a^b$]

குறிப்பு : $a = 0, b = 0$ என்க, $\Rightarrow 0^0 \notin$ R. (4) $a * b = a^b$

5. * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a*b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?

(1) $\mathbb{Q}^+$ (2) $\mathbb{Z}$ (3) $\mathbb{R}$ (4) $\mathbb{C}$

[விடை : (3) $\mathbb{Z}$]

குறிப்பு : $a = 3, b = 2$ என்க.

$$\Rightarrow a * b = 3 * 2 = \frac{3(2)}{7} = \frac{6}{7} \notin z.$$

6. $\mathbb{Q}$ என்ற கணத்தில் $a \circ b = a + b + ab$. என வரையறு பின்னர் $3\circ(y\circ5) = 7$?

(1) $y = \frac{2}{3}$ (2) $y = \frac{-2}{3}$

(3) $y = \frac{-3}{2}$ (4) $y = 4$ **[விடை : (2) $y = \frac{-2}{3}$]**

குறிப்பு : $\otimes b = a + b + ab$

$\therefore 3 \otimes (y \otimes 5) = 7 \Rightarrow 3 \otimes (y + 5 + 5y) = 7$

$\Rightarrow 3 + y + 5 + 5y + 3(y + 5 + 5y) = 7$

$\Rightarrow 8 + 6y + 3y + 15 + 15y = 7$

$\Rightarrow 23 + 24y = 7 \Rightarrow 24y = 7 - 23 = -16$

$\Rightarrow y = \frac{-16}{24} = \frac{-2}{3}$

7. $\mathbb{R}$ -ன் மீது $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ எனில், * ஆனது [பிடிஏ - 4]

(1) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் சேர்ப்பு விதியை நிறைவு செய்யாது.

(2) சேர்ப்பு விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது.

(3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.

(4) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யாது.

[விடை : (3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.]

குறிப்பு : $a * b = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{b^2 + a^2} = b * a$

மேலும் $a * (b * c) = a * \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$(a * b) * c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

12 ஆம் வகுப்பு

அரசு மாதிரி வினாத்தாள் - 2019-20
கணிதவியல்

பதிவு எண்

கால அளவு : 15 நிமிடம் + 2.30 மணி | மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

அறிவுரை: (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
(2) நீலம் (அல்லது) கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I
(மதிப்பெண்கள் : 20)

குறிப்பு: (1) இப்பகுதியில் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் பொருத்தமான விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். $(20 \times 1 = 20)$

1. $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\1 & 2\end{bmatrix}$, B = adj A மற்றும் C = 3A எனில், $\frac{|\text{adj } B|}{|C|} =$

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

2. $\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & -5\end{bmatrix}^n$ அணியின் நேர்மறை அணி $\frac{1}{11}\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix}$ எனில் a, b, c, d-இன் ஏறுவரிசை

(a) a, b, c, d (b) d, b, c, a
(c) c, a, b, d (d) b, a, c, d

3. $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right]^n = 1$ என்பதை நிறைவு செய்யும் n-இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு

(a) 30 (b) 24 (c) 12 (d) 18

4. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு.

(a) $\frac{-5\pi}{6}$ (b) $\frac{-2\pi}{3}$ (c) $\frac{-3\pi}{4}$ (d) $\frac{-\pi}{2}$

5. $x^3 + 2x + 3$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு

(a) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(b) ஒரு மிகை மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(c) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(d) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை

6. $f(x) = \sin^{-1}\sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்

(a) [1, 2] (b) [–1, 1]
(c) [0, 1] (d) [–1,0]

7. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$-இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு

(a) 3 (b) –1 (c) 1 (d) 9

8. (1, –2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் (3,0) என்ற புள்ளியில் x-அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

(a) (–5, 2) (b) (2, –5)
(c) (5, –2) (d) (–2, 5)

9. $\hat{i}+\hat{j}, \hat{i}+2\hat{j}, \hat{i}+\hat{j}+\pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) π (d) $\frac{\pi}{4}$

10. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடு $x + 3y - \alpha z + \beta = 0$ என்ற தளத்தின் மீது இருந்தால், பின்னர் (α, β) என்பது

(a) (– 5, 5) (b) (– 6,7)
(c) (5, – 5) (d) (6, –7)

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

12ஆம் வகுப்பு

காலாண்டுப் பொதுத் தேர்வு, செப்டம்பர் - 2019

பதிவு எண்

கணிதம்

கால அளவு : 2.30 மணி அளவு | மொத்த மதிப்பெண்: 90

அறிவுரைகள் :

1. அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
2. **நீலம்** (அல்லது) **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **[20 × 1 = 20]**

ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ **-ன் அணித்தரம்**

(a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) 4

2. **$0 \le \theta \le \pi$ மற்றும் $x + (\sin\theta)y - (\cos\theta)z = 0$, $(\cos\theta)x - y + z = 0$, $(\sin\theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருப்பின் θ -ன் மதிப்பு**

(a) $\frac{5\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

3. **$|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$ மற்றும் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 12$ எனில், $|z_1 + z_2 + z_3|$ -ன் மதிப்பு**

(a) 2 (b) 1 (c) 4 (d) 3

4. **$i, -2+i$, 2 மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் எந்த கலப்பெண் ஆதியிலிருந்து அதிக தொலைவில் உள்ளது?**

(a) 3 (b) $-2+i$
(c) i (d) 2

5. **$x^3 + px^2 + qx + r$ -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு**

(a) $\frac{q}{r}$ (b) $\frac{-p}{r}$ (c) $\frac{-q}{r}$ (d) $\frac{-q}{p}$

6. **$\sec^{-1}x$ -ன் வீச்சகம்**

(a) $[-\pi, \pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $[0, \pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
(c) $(0, \pi)\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (d) $(-\pi, \pi)\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

7. **குவியங்கள் $F_1(3,0)$ மற்றும் $F_2(-3,0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி $P(x, y)$ எனில் $PF_1 + PF_2$-ன் மதிப்பு**

(a) 6 (b) 8 (c) 12 (d) 10

8. **ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில், λ -ன் மதிப்பு**

(a) 0 (b) 1
(c) $2\sqrt{3}$ (c) $3\sqrt{2}$

9. **$x + y + z = 2, 2x + y - z = 3, 3x + 2y + kz = 4$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் எனில்**

(a) $k \ne 0$ (b) $-1 < k < 1$
(c) $-2 < k < 2$ (d) $k = 0$

10. **A என்பது செங்குத்து அணி எனில் $|A|$ =**

(a) 1 (b) -1 (c) ± 1 (d) 0

11. **z என்பது கலப்பெண் மற்றும் $\text{Re}(z) = \text{Im}(z)$எனில்,**

(a) $\text{Re}(z^2) = 0$ (b) $\text{Im}(z^2) = 0$
(c) $\text{Re}(z^2) = \text{Im}(z^2)$ (d) $\text{Re}(z^2) = -\text{Im}(z^2)$

12. **z என்பது கலப்பெண் எனில், $z, iz, -z, -iz$ எனும் புள்ளிகள்**

(a) ஒரு சதுரத்தை அமைக்கும்
(b) ஒரு சரிவகத்தை அமைக்கும்
(c) ஒரு கோடமைவன
(d) மையம் (0,0), ஆரம் $\sqrt{2}$ உடைய $|z| = \sqrt{2}$ என்ற வட்டத்தில் அமையும்

13. **$\sin\alpha$ மற்றும் $\cos\alpha$ என்பன $25x^2 + 5x - 12 = 0$-ன் மூலங்கள் எனில் $\sin 2\alpha$ -ன் மதிப்பு**

(a) $\frac{12}{25}$ (b) $\frac{-12}{25}$ (c) $\frac{-24}{25}$ (d) $\frac{4}{5}$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net This is Only for Sample www.TrbTnpsc.Com
for Full Book order Online and Available at All Leading Bookstores

12 ஆம் வகுப்பு

பொதுத்தேர்வு வினாத்தாள்
மார்ச் - 2020
கணிதவியல் (விடைகளுடன்)

பதிவு எண்

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம் மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

அறிவுரை: (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

(2) நீலம் (அல்லது) கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு: (1) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். **(20 × 1 = 20)**

1. $\int_0^{2/3} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ -இன் மதிப்பு :

(1) π (2) $\frac{\pi}{6}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

2. $x + 2y + 3z + 7 = 0$ மற்றும் $2x + 4y + 6z + 7 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு :

(1) $\frac{7}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

(3) $\frac{7}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

3. t என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம் :

(1) $t = 3$ (2) $t = 0$

(3) $\frac{1}{3}$ (4) $t = 1$

4. $u(x, y) = e^{x^2} + y^2$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு :

(1) y^2u (2) $e^{x^2+y^2}$

(3) $2xu$ (4) x^2u

5. $x^2 = 8y - 1$ என்ற பரவளையத்தின் முனை :

(1) $\left(0, -\frac{1}{8}\right)$ (2) $\left(-\frac{1}{8}, 0\right)$

(3) $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$ (4) $\left(0, \frac{1}{8}\right)$

6. $\rho(A) = \rho([A \mid B])$ எனில், $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது :

(1) ஒருங்கமைவற்றது

(2) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்

(3) ஒருங்கமைவுடையது

(4) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.

7. $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$ மற்றும்

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, எனில் $B^{-1} =$

(1) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

8. $100\ m^2$ பரப்பளவு கொண்ட செவ்வகத்தின் மீச்சிறு சுற்றளவு (மீட்டரில்) :

(1) 50 (2) 10 (3) 20 (4) 40

9. n படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள் :

(1) சரியாக n மூலங்கள்

(2) n வெவ்வேறு மூலங்கள்

(3) n மெய்யெண் மூலங்கள்

(4) n கலப்பெண் மூலங்கள்

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com