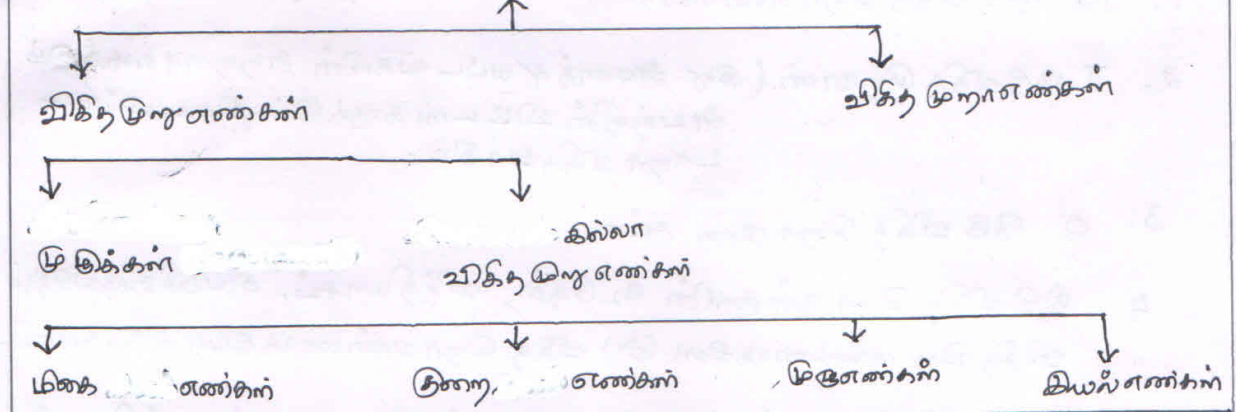


அடிப்படை கியற்கணிதம் - அத்தியாயம்-௨. XI std

2018-2019.

மெய்யெண்களின் அமைப்பு -



1) N: இயல் எண்கள் : 1 லிருந்து தொடங்கும் பின்ன பின்ன எண்கள். கிடை
எண்ணின் கணம் எண்ணு 2-தாம்

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

2) W: இயல் எண்கள்

இயல் எண்களில் 0 வை சேர்த்துக் கொடுக்க
என்கிறோம்.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

3) Z: முழு எண்கள்

முழு எண்களில் -ve எண்களும் சேர்த்தால் முழு எண்கள்.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

4) Q: அதிநேர்ம இயல் எண்கள்

$Q = \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0$ என்ற அமைப்பின்
எண்கள்

$$Q = \{-5, -\frac{7}{5}, 0, \frac{22}{7}, 7, 12\}$$

5) அதிநேர்ம இயல் எண்கள்

பேரெண் மெய்யெண்களில் சேர்த்தால்
சீர்தொகுப்பு எண்கள்
என்கிறோம். அதாவது அதிநேர்ம இயல் எண்களில் இயல் எண்களையும்
அதிநேர்ம இயல் எண்களையும் சேர்த்தால்
சீர்தொகுப்பு எண்கள்.

$$R = \{\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{p}\}$$

6) இயல் எண்கள்: மேலே கூறப்பட்ட எண்களின் கணம்.

அதிநேர்ம இயல் எண்கள் a, b என்பன இரு முழுக்கள் $b \neq 0$. a வை b ல் வகுக்க
போது ந.அ. ரு மீதி r எனில் $a = bq + r$ என எழுதலாம்.

வகுபு எண் = வகுக்கும் எண் $\times$ ந.அ. + மீதி. இது பல்படிபடி

கோவை கருத்து மெய்யெண்கள்

- LOG LOGU (Absolute value)

$$|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

1) $x \in \mathbb{R} \text{ a' } \textcircled{a} \quad |x| = |-x|$

$|x| = |y|$ അതിനാൽ $x = y$ (or) $x = -y$

Exemplo $x=y$ (a) $x=-y$ portanto $|x|=|y|$

2) $|x-a| = r$ என்ற தொலைவு மையம் மற்றும் வரம்புடைய தொலைவு
 $r \geq 0$ என்றால் $(x-a) = r$ (அ) $x-a = -r$.

$$|xy| = |x| |y|$$

$$|x/y| = \frac{|x|}{|y|}$$

Exergis $|x+y| \leq |x| + |y|$

10^{ம்} படிப்புத்தகத்தையுடைய சிபிஎம்எம்-இன் படிப்புகள்.

1. $|x| < r$ எனில் $-r < x < r$ (அ) $x \in (-r, r)$.

$|x| \geq 0$ எனில் $r > 0$

2) $x \geq 0$ எனில் $|x| = x$ எனவே $|x| < r \Rightarrow x < r$.

$x < 0$ எனில் $|x| = -x$ எனவே $|x| < r \Rightarrow -x < r$. (அ) $x > -r$

3) $|x| > r$ என்பதற்கு தேவையானது வேறுமற்றொரு நிபந்தனை $x < -r$ (அ) $x > r$.

4. $x \geq 0$ எனில் $|x| = x > r$

5) $x < 0$ எனில் $|x| = -x > -r$ (அ) $x < -r$

6% $|x| > r$ க்கு தேவையானது வேறுமற்றொரு நிபந்தனை $x < -r$ (அ) $x > r$ (அ) $x \in (-\infty, -r) \cup (r, \infty)$.

6) $a \in \mathbb{R}$ மற்றும் $|x-a| < r$ இல் $-r \leq (x-a) \leq r$ (அ) $x \in [a-r, a+r]$

7) $a \in \mathbb{R}$ மற்றும் $|x-a| \geq r$ இல் $-r \leq (x-a) < r$

$x \in (-\infty, a-r] \cup [a+r, \infty)$.

8) If $|x| > r$ and if $r < 0$ Then every $x \in \mathbb{R}$ என்பது சமஸ்தவம் அல்ல.

கிடுபடிச் சமன்பாடு: $ax^2 + bx + c = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, தனிமைக்காட்டி $\Delta: b^2 - 4ac$.

1. $\Delta > 0$ எனில் அமையுமாக்கள் இரண்டு உருவாகின்றன.

2. $\Delta = 0$ எனில் அமையுமாக்கள் ஒன்று உருவாகின்றன.

3. $\Delta < 0$ எனில் அமையுமாக்கள் இரண்டு உருவாகின்றன.

தீர்வுகள் இரண்டு எனில் (அ) x அச்சை கிடுபுன்களில் அமையும் தீர்வுகள் இரண்டு எனில் (அ) x அச்சை கிடுபுன்களில் அமையும் தீர்வுகள் ஒன்று உருவாகின்றன (அ) x அச்சை கிடுபுன்களில் அமையும் தீர்வுகள் இரண்டு உருவாகின்றன (அ) x அச்சை கிடுபுன்களில் அமையும் தீர்வுகள் இரண்டு உருவாகின்றன.

4) α, β என்பன கிடு தீர்வுகள் எனில்

கூ.ப. (S.R) = $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

கூ.ப. (P.R) = $\alpha\beta = \frac{c}{a}$.

- 5) $f(a) = 0, f(b) = 0$ எனில் a, b என்பன $f(x)$ க்கு காரணியின் பூஜ்ஜியங்கள் எனில் $(x-a), (x-b)$ காரணியின் காரணிகள்.
- 6) $1 + \sqrt{p}$ என்பதில் $f(x)$ க்கு பூஜ்ஜியம் எனில் $1 - \sqrt{p}$ யும் $f(x)$ க்கு பூஜ்ஜியமாகும் கிடைக்கக்கூடிய p மதிப்பைக் காண்க.
- $\therefore (x - (1 + \sqrt{p})), (x - (1 - \sqrt{p}))$ என்பன $f(x)$ க்கு காரணிகள் ஆகும்.
7. $f(x)$ னு $(x-a)^k g(x)$ $g(x) \neq 0$ எனில் a க்கு பெருக்கெழுத்து k ஆகும்.
- 8) $a + b\sqrt{p}$ க்கு conjugate $a - b\sqrt{p}$.

லாக்ஸ்: $y = a^x \Rightarrow \log_a y = x$.

$\log_a()$ எனில் a க்கு x க்கு y க்கு $a^x = y$ எனில் $\log_a y = x$ எனும் வரையறை.

$$a^0 = 1 \Rightarrow \log_a 1 = 0$$

$$1) \log_a a^x = x. \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \log_a a^y = y \log_a a = y.$$

$$2) \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad 3) \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$4) \log_a x^n = n \log_a x.$$

$$5) \log_a b \cdot \log_b x = \log_a x.$$

$$6) \frac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b x \quad 7) \log_a x = \frac{1}{n} \log_a x^n$$

$$8) \log_a x^n = n \log_a x.$$

$$9) \log_a x = \frac{1}{\log_x a}.$$

அதிக இயல்புகள்:

$a, b > 0$ எனில் $a \neq 1, b \neq 1$

$$1. a^{x+y} = a^x \cdot a^y \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$2) \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$3) (a^x)^y = a^{xy}$$

$$4) (ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$5) a^x = 1 \quad \text{if } x = 0.$$

அடிப்படை கியற்கணிதம் - கணதீதிகள்.

TBP₁) $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல என நிரூபிப்பது.

Proof: $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறு எண் என்க.

$\therefore \sqrt{2} = \frac{m}{n}$ m, n ஆகியவை 1ஐ விட வேறு பெரிய எவ்வாறு கற்பனை
கொள்ளலாம் என எடுத்த கியூம்

$$\Rightarrow 2n^2 = m^2 \text{ கிங்கு } m^2 \text{ ஒரு கிரட்டை எண்}$$

$$\therefore m^2 = 2k \text{ என்க.}$$

$$\therefore 2n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2 \text{ மேலும் } n \text{ ஒரு கிரட்டை எண்}$$

எனவே m, n கிடைக்கின்றன m மற்றும் n 2ஐ விட வேறு பெரிய எவ்வாறு கற்பனை
கொள்ளலாம் என எடுத்த கியூம்.

$\therefore \sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல.

2) $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல என நிரூபிப்பது.

T.BP

Proof: $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறு எண் என்க.

$\sqrt{3} = \frac{m}{n}$ கிங்கு m, n எண்கள் 1ஐ விட வேறு பெரிய எவ்வாறு கற்பனை
கொள்ளலாம் என எடுத்த கியூம்

$$m^2 = 3n^2$$

$$2m^2 = 3(2n^2) \therefore m^2 \text{ ஒரு கிரட்டை எண் எனில் } 2n^2, 2m^2$$

$$\therefore m = 2k$$

$$\therefore 3n^2 = 4k^2 \therefore n^2 \text{ மீதும் கிரட்டை எண் அல்ல}$$

$\therefore m, n$ கிடைக்கின்றன m மற்றும் n 2ஐ விட வேறு பெரிய எவ்வாறு கற்பனை
கொள்ளலாம் என எடுத்த கியூம்.

$\therefore \sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல.

3) தனித்த (அ) நன்கு அறியப்படாத கிரட்டை விகிதமுறு எண்ணை
TBP எனில் அவற்றின் விகிதமாகும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்க
முடியுமா. நியாயப்படுத்து.

Sol: இரு வேறு விகிதமுறு எண்கள் $3+\sqrt{5}$, $6+\sqrt{5}$ என்க.

$$\text{அவற்றின் விகிதமாகும் } (3+\sqrt{5}) - (6+\sqrt{5}) = -3 \text{ கிங்கு ஒரு விகிதமுறு}$$

எண் அல்ல.

4) இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் விகிதமுறு எண்ணாக அல்ல
— என்று விகிதமுறு எண் கணம் காண்க. இரு விகிதமுறு எண்களின்
பெருக்கல் விகிதமுறு எண்ணாக அல்ல என்று இரு விகிதமுறு எண்களின்
காண்க.

Sol: $5+\sqrt{7}$, $5-\sqrt{7}$ என்பன கீழ் விகிதமுற எண்கள் என்க.

கூடுதல் $5+\sqrt{7} + 5-\sqrt{7} = 10$ ஒரு விகிதமுற எண்.

எனவே $5+\sqrt{7}$, $5-\sqrt{7}$ கீழ் விகிதமுற எண்கள்

$$\text{எனவே } (5+\sqrt{7})(5-\sqrt{7}) = 25-7 \\ = 18 \text{ ஒரு விகிதமுற எண்.}$$

5) $\frac{1}{2^{1000}}$ ஐ 2-ல் பெரிய மிகை எண் காண்க.

Sol: கொடுக்கப்பட்ட எண் $\frac{1}{2^{1000}}$

$$1000 < 1001 \\ \text{எனவே } \frac{1}{2^{1001}} < \frac{1}{2^{1000}}$$

$$\text{எனவே } \frac{1}{2^{1001}} < \frac{1}{2^{1000}}$$

த.கா: 2.19 (2500000000)

TBP அந்தியில்லாத் தொகைகளின் விகிதமுற எண் பயன்படுத்தி

$1+2+3+\dots+(n-1)+n$, $n \in \mathbb{N}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டது.

Sol: $S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$

$$S_{n+1} = (n+1) + n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$$

$$S_{n+1} - S_n = n+1 \quad \text{--- ①}$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + n - (n-1)$$

$$= n \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \dots + n \text{ மூலக்கள்} \right]$$

$$= n \left[1 + 1 + 1 + \dots + n \text{ மூலக்கள்} \right] \because 1 - \frac{1}{n} < 1, 1 - \frac{2}{n} < 1$$

$$\leq n \cdot n$$

$$\leq n^2$$

∴ $S_n = an^2 + bn + c$ என எடுத்துலாம்

$$S_{n+1} = a(n+1)^2 + b(n+1) + c$$

$$S_{n+1} - S_n = (a(n+1)^2 + b(n+1) + c) - (an^2 + bn + c)$$

$$= a(n^2 + 2n + 1) + bn + b + c - an^2 - bn - c$$

$$= 2an + a + b \quad \text{--- ②}$$

From ① and ② $2an + a + b = n+1$

$$\Rightarrow 2a = 1 \quad a + b = 1$$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_1 = a + b + c = 1$$

$$a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$= \frac{n}{2}(n+1)$$

1. சீர்தகவல் $|2x - 17| = 3$ for x .

TBP $|2x - 17| = 3$ then $2x - 17 = \pm 3$. (or) $2x - 14 = 0$
 $2x - 20 = 0$ $2x = 14$
 $x = \frac{20}{2} = 10$ $x = 7$.

$\therefore x = 10$ (or) $x = 7$.

2) சீர்தகவல் $3|x - 2| + 7 = 19$ for x .

TBP $3|x - 2| + 7 = 19$
 $3|x - 2| = 19 - 7$
 $= 12$
 $|x - 2| = \frac{12}{3} = 4$

$\therefore |x - 2| = 4 \Rightarrow x - 2 = \pm 4$
 $x = 6$ or $x = -2$

3) சீர்தகவல் $|2x - 3| = |x - 5|$

$|u| = |v|$ iff $u = v$ or $u = -v$

TBP (or) $|2x - 3| = |x - 5|$
 $2x - 3 = x - 5$ (or) $2x + 3 = 5 - x$
 $3x = 8$
 $x = -2$ $x = \frac{8}{3}$.

4) சீர்தகவல் $|x - 9| < 2$ for x

TBP Sol: $|x - 9| < 2$
 $\Rightarrow -2 < (x - 9) < 2$
 $-2 + 9 < x < 2 + 9$
 $7 < x < 11 \Rightarrow 7 < x < 11$

5) சீர்தகவல் $\left| \frac{2}{x-4} \right| > 1$ $x \neq 4$.

Sol: $\left| \frac{2}{x-4} \right| > 1 \Rightarrow |2| > |x-4|$
 $\Rightarrow -2 < x-4 < 2$ $x \neq 4$

TBP $-2 + 4 < x < 2 + 4$
 $2 < x < 6$. But $x \neq 4$
 $\therefore x \in (2, 4) \cup (4, 6)$

6) சீர்தகவல்: $|3 - x| < 7$.

TBP $\Rightarrow 7 < 3 - x < 7 \Rightarrow$
 $+7 > x - 3 > -7 \Rightarrow 10 > x > -4 \Rightarrow -4 < x < 10$

7) $|4x-5| \geq -2$.

Sol: $|4x-5| \geq -2$

TBP $|x| > r$ ஆனால் $r < 0$ எனில்

$\forall x \in R$ சமனின்மைக்கு எதிராக

$\therefore$ தீர்வு R .

8) $|3 - \frac{3}{4}x| \leq \frac{1}{4}$

Sol: $|3 - \frac{3}{4}x| \leq \frac{1}{4}$

TBP $-\frac{1}{4} \leq (3 - \frac{3}{4}x) \leq \frac{1}{4}$

$-\frac{1}{4} - 3 \leq -\frac{3}{4}x \leq \frac{1}{4} - 3$

$-\frac{13}{4} \leq -\frac{3}{4}x \leq -\frac{11}{4}$

$\frac{13}{4} \geq \frac{3}{4}x \geq \frac{11}{4}$

$\div \frac{3}{4} \quad \frac{13}{3} \geq x \geq \frac{11}{3}$

$\Rightarrow \frac{11}{3} \leq x \leq \frac{13}{3}$

$\frac{11}{3} \leq x \leq \frac{13}{3}$

9) $\frac{1}{|2x-1|} < 6$ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை இடைவெளிக் குறியீட்டில் எழுதுக.

Sol: $\frac{1}{|2x-1|} < 6 \Rightarrow |2x-1| > \frac{1}{6}$

$\Rightarrow -\frac{1}{6} > (2x-1) > \frac{1}{6}$

TBP

$\Rightarrow -\frac{1}{6} + 1 > 2x > \frac{1}{6} + 1$

$\frac{5}{6} > 2x > \frac{7}{6}$

$\frac{5}{12} > x > \frac{7}{12}$

$\Rightarrow x \in (-\infty, \frac{5}{12}) \cup (\frac{7}{12}, \infty)$

10) $-3|x| + 5 \leq -2$ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண்கோட்டில் குறிக்க.

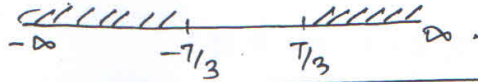
Sol: $-3|x| + 5 \leq -2$

TBP $-3|x| \leq -7$

$|x| \leq 7/3$

$\Rightarrow -7/3 \leq x \leq 7/3$

தீர்வு = $(-\infty, -7/3] \cup [7/3, \infty)$



11) $2|x+1| - 6 \leq 7$ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண்கோட்டில் குறிக்க.

Sol: $2|x+1| - 6 \leq 7$

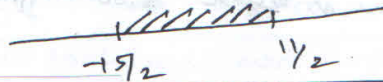
TBP $2|x+1| \leq 13$

$|x+1| \leq 13/2$

$-\frac{13}{2} \leq (x+1) \leq \frac{13}{2}$

$-\frac{13}{2} - 1 \leq x \leq \frac{13}{2} - 1$

$-\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{11}{2}$ $\therefore x \in [-15/2, 11/2]$



12) தீர்க்க: $\frac{1}{5}|10x-2| < 1$.

Sol: $\frac{1}{5}|10x-2| < 1$

TBP $\Rightarrow |10x-2| < 5$

$\Rightarrow -5 < (10x-2) < 5$

$-5+2 < 10x < 5+2$

$-3 < 10x < 7$

$-\frac{3}{10} < x < \frac{7}{10}$

13) தீர்க்க: $|5x-12| < -2$.

Sol: $|5x-12| < -2$ என்பது தவறானது.

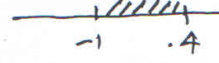
TBP எனவே தீர்வு கிடைக்காது.

14) 1. கீழ்க்கண்ட அசமன்பாடுகளை இடைவெளி அமைப்பில் எழுதுக.

(i) $x \geq -1$ மற்றும் $x < 4$

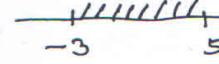
TB?

$$x \in [-1, 4)$$



2. (ii) $x \leq 5$ மற்றும் $x \geq -3$

$$x \in [-3, 5]$$



3. (iii) $x < -1$ அல்லது $x < 3$

$$x \in (-\infty, 3)$$



4)

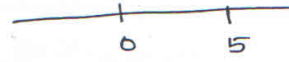
(iv) $-2x > 0$ அல்லது $3x - 4 < 11$

$$x < 0$$

$$3x < 15$$

$$x < 5$$

$$\therefore x \in (-\infty, 5)$$



15) $23x < 100$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{N}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ -க்கு காண்க.

TB?

$$x \in \mathbb{N} \text{ எனில் } x = 1, 2, 3, 4$$

$$x \in \mathbb{Z} \text{ எனில் } x = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \}$$

16)

TB?

$-2x \geq 9$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{R}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ (iii) $x \in \mathbb{N}$ -க்கு காண்க.

$$-2x \geq 9$$

$$x \leq -\frac{9}{2} \quad 1. x \in (-\infty, -\frac{9}{2}]$$

$$2) \dots -7, -6, -5$$

3. தீர்வு இல்லை.

17)

தீர்வு காண்க (i) $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$ (ii) $\frac{5-x}{3} < \frac{x}{2} - 4$.

TB?

$$9(x-2) \leq 25(2-x)$$

$$9x - 18 \leq 50 - 25x$$

$$34x \leq 68$$

$$x \leq 2$$

$$\therefore x \in (-\infty, 2]$$

$$18) \frac{5-x}{3} < \frac{x}{2} - 4$$

$$\text{TBP: } \frac{5-x}{3} < \frac{x-8}{2}$$

$$10-2x < 3x-24$$

$$34 < 5x$$

$$5x > 34$$

$$x > \frac{34}{5}$$

$$\therefore x \in \left(\frac{34}{5}, \infty\right)$$

19) ஒவ்வொன்றும் 100 மதிப்பெண்கள் கொண்ட 5 பாடங்களில் மதிப்பெண்களின் சராசரி 90 அல்லது அதற்கும் மேல் இருந்தால் தரம் A ஆகும். ஒரு நபர் முதல் 4 பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 84, 87, 95, 91 எனில், ஐந்தாம் பாடத்தில் குறைந்தபட்சம் என்ன மதிப்பெண் பெற்றால் தரம் A கிடைக்கும்?

TBP

Sol:

$$\frac{84+87+95+91+x}{5} \geq 90$$

$$\frac{357+x}{5} \geq 90$$

$$357+x \geq 450$$

$$x \geq 450-357$$

$$x \geq 93$$

உதா: ஒரு உற்பத்தியாளர் 12 விழுக்காடு அமிலம் கொண்ட 600 லிட்டர் கரைசல் வைத்திருக்கிறார். இதனுடன் எத்தனை லிட்டர்கள் 30 விழுக்காடு அமிலத்தைக் கலந்தால் 15 விழுக்காட்டிற்கும் 18 விழுக்காட்டிற்கும் இடைப்பட்ட அடர்த்தி கொண்ட அமிலம் கிடைக்கும்?

TBP

Sol

$$30\% \text{ அமிலம் கலந்த கரைசல் } x \text{ லிட்டர் எனில்}$$

$$30\% \text{ of } x + 12\% \text{ of } 600 > 15\% (600+x)$$

$$\frac{30x}{100} + \frac{12 \times 600}{100} > \frac{15}{100} (600+x)$$

$$30x + 7200 > 9000 + 15x$$

$$15x > 1800$$

$$x > 120$$

$$2) 30\%x + 12\% \cdot 600 < 18\% (600 + x)$$

$$\frac{30x}{100} + \frac{12 \times 600}{100} < \frac{18}{100} (600 + x)$$

$$30x + 7200 < 10800 + 18x$$

$$12x < 3600$$

$$x < 300$$

21) 10ஐ விடப் பெரிய அடுத்தடுத்த இரண்டு ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் கூடுதல் 40ஐ TBP. விடக் குறைவாக இருக்க வேண்டுமெனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.

Sol:

x எல்லா மிகச்சிறு ஒற்றை எண்களைக் கொண்டும் அடுத்த ஒற்றை எண் $x > 10$ and $x+2 > 10$.

$$\Rightarrow x > 10$$

$$\text{Hence } x + (x+2) < 40$$

$$2x < 38$$

$$x < 19$$

x எல்லா ஒற்றை எண்களும்

$$\Rightarrow 10 < x < 19 \quad 11, 13, 15, 17, 19$$

$$(11, 13) (13, 15) (15, 17) (17, 19)$$

22) ஒரு ஏவுகணை ஏவப்படுகிறது. t வினாடிகளுக்குப் பிறகு தரையில் இருந்து அதன் உயரம் h ஆனது $h(t) = -5t^2 + 100t$, $0 \leq t \leq 20$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஏவுகணை எந்நேரங்களில் 495 அடி உயரத்தை அடையும்.

$$h(t) = -5t^2 + 100t$$

$$\text{Given } 0 < h(t) < 495$$

$$0 < -5t^2 + 100t < 495$$

$$0 < -5t^2 + 100t - 495 < 0$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 100t + 495 = 0$$

$$t^2 - 20t + 99 = 0$$

$$(t-11)(t-9) = 0$$

$$t = 9, \text{ or } 11$$

$$t = 9 \text{ sec or } 11 \text{ sec.}$$

2 தண்ணீர் குழாய் சரி செய்பவருக்குப் பின்வரும் முறைகளில் கூலி கொடுக்கப்படுகிறது. முதல் முறையில் ₹500-ம், ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் ₹70 கணக்கிடப்பட்டுக் கொடுக்கப்படுகிறது. இரண்டாம் முறையில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு ₹120 எனக் கொடுக்கப்படுகிறது. ஒருவர் x மணி நேரம் வேலை செய்கிறார் எனில், x -ன் எம்மதிப்பிற்கு முதல் முறையில் அவருக்கு சிறந்த கூலி கிடைக்கும்?

TBP Sol:

$$\begin{aligned} \text{முதல் முறையில் கூலி} &= 500 + 70x \\ \text{இரண்டாம் முறையில் கூலி} &= 120x \end{aligned}$$

$$500 + 70x > 120x$$

$$500 > 50x$$

$$50x < 500$$

$$x < 10 \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \text{ ஆக முதல் முறையில் கூலி சிறந்தது.}$$

24, A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரே மாதிரியான வேலை செய்தாலும், அவர்களது மாத ஊதியம் ₹6000-க்கு மேல் வேறுபாடாக இருக்கிறது. B-ன் மாத ஊதியம் ₹27,000 எனில், A-ன் மாத ஊதியத்திற்கான சாத்தியக் கூறுகளைக் காண்க.

TBP

$$\begin{aligned} \text{A-ன் ஊதியம் } & x \text{ என்க.} \\ \text{B-ன் ஊதியம் } & 6000 + x \text{ க்கு மேல்.} \end{aligned}$$

$$\text{But B-ன் ஊதியம்} = 27,000$$

$$\therefore 6000 + x < 27,000$$

$$x < 21,000$$

$$x - 6000 > 27,000$$

(or)

$$x > 33,000$$

எடுத்துக்காட்டு 2.9 A என்ற பெண் 446 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு புத்தகத்தில் 271 பக்கங்களைப் படித்து முடித்துவிட்டாள். அவள் அப்புத்தகத்தை ஒரு வாரத்தில் படித்து முடிக்க வேண்டுமெனில், ஒரு நாளைக்குக் குறைந்தபட்சம் எத்தனை பக்கங்களை படிக்க வேண்டும்?

தீர்வு:

தினமும் படிக்கவேண்டிய பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை x என்க. x நிறைவு செய்யும் அசமன்பாடு $7x + 271 \geq 446$. அதிலிருந்து, $x \geq 25$ எனக் கிடைக்கிறது. எனவே அப்புத்தகத்தை ஒரு வாரத்தில் படித்து முடிக்கத் தினமும் குறைந்தது 25 பக்கங்கள் படிக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10 $x^2 - px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் a மற்றும் b எனில் $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

Sol: $x^2 - px + q = 0$
 S.R.: $a + b = -\frac{b}{a} = \frac{p}{a}$
 P.R. $ab = \frac{c}{a} = q$
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{p}{q}$

26) எடுத்துக்காட்டு 2.11 இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - ax + a + 2 = 0$ -ன் மூலங்கள் சமம் எனில் a -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.

Sol: $x^2 - ax + (a+2) = 0$ $a = 1$
 சமமான தீர்வுகளுக்கு $b = -a$
 $c = a + 2$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$a^2 - 4(a+2) = 0$$

$$a^2 - 4a - 8 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = -8$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

27) எடுத்துக்காட்டு 2.12 $x^2 + |x-1| = 1$ -ன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

TBP Case i: For $x \geq 1$ $|x-1| = (x-1)$

$$x^2 + x - 1 = 1$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2, 1$$

$$\therefore x \geq 1 \quad x = 1 \text{ only.}$$

For $x < 1$ $|x-1| = -(x-1)$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 1$$

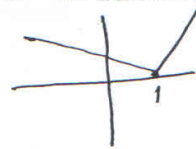
$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1$$

$$\therefore \text{தீர்வு: } = \{0, 1\}$$

எனவே சமம் மட்டும் 6 இருதீர்வுகள் உள்ளன.



28) 7 மற்றும் -3 ஆகிய மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

TBP Sol: $SR = 7 - 3 = 4$

$$PR = 7(-3) = -21$$

$$x^2 - (SR)x + PR = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

29) ஒரு இருபடிக்கோவையின் ஒரு பூச்சியம் $1 + \sqrt{5}$. மேலும், $p(1) = 2$ எனில், அந்த இருபடிக்கோவையைக் காண்க.

Sol:

$$1 + \sqrt{5}$$

ஒரு பூச்சியம் $1 - \sqrt{5}$ ஆகும்

$$p(x) = a(x - (1 + \sqrt{5}))(x - (1 - \sqrt{5}))$$

$$= a((x - 1) - \sqrt{5})((x - 1) + \sqrt{5})$$

$$= a((x - 1)^2 - 5)$$

$$= a(x^2 - 2x + 1 - 5)$$

$$= a(x^2 - 2x - 4)$$

$$p(1) = 2 \quad p(1) = a(1 - 2 - 4) = 2$$

$$-5a = 2$$

$$\therefore p(x) = -\frac{2}{5}(x^2 - 2x - 4) = \frac{2}{-5}$$

29) (i) $-x^2 + 3x + 1 = 0$ (ii) $4x^2 - x - 2 = 0$ (iii) $9x^2 + 5x = 0$ ஆகியவற்றின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

$$1) -x^2 + 3x + 1 = 0 \quad a = -1$$

$$b = 3$$

$$c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 9 + 4 > 0 \quad \text{தீர்மானம் எடல், சமமற்றவை}$$

$$3) 9x^2 + 5x = 0 \quad a = 9$$

$$b = 5$$

$$c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 25 - 0 > 0$$

தீர்மானம் எடல், சமமற்றவை

$$2) 4x^2 - x - 2 = 0 \quad a = 4$$

$$b = -1$$

$$c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 1 + 32 > 0 \quad \text{தீர்மானம், எடல், சமமற்றவை}$$

30) $x^2 + \sqrt{2}x + 3 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $3=6$
 TBP பூஜ்ஜியங்கள் $\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{1}{\beta}$ உடைய இருபடிக் கோவையைக் காண்க.

Sol: $x^2 + \sqrt{2}x + 3 = 0$ $a = 1$
 $b = \sqrt{2}$
 $c = 3$

SR = $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\sqrt{2}$

PR = $\alpha\beta = \frac{c}{a} = 3$

வேர்கள்
 $= \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

SR: $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\sqrt{2}}{3}$

P.R. $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}$

கோவையானகோவை
 $\therefore P(x) = x^2 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)x + \frac{1}{3}$

$P(x) = 3x^2 + \sqrt{2}x + 1$

31) $k(x-1)^2 = 5x-7$ என்பதன் ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு எனில், $k=2$
 அல்லது -25 எனக் காண்க.

TBP Sol: $k(x-1)^2 = 5x-7$

$k(x^2 + 1 - 2x) = 5x - 7$

$kx^2 + k - 2kx - 5x + 7 = 0$

$kx^2 - 2kx - 5x + k + 7 = 0$

$kx^2 - x(2k+5) + (k+7) = 0$

$a = k$

$b = -(2k+5)$

$c = k+7$

ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு

$\alpha, 2\alpha$
 $\alpha + 2\alpha = \frac{2k+5}{k}$
 $3\alpha = \frac{2k+5}{k}$
 $\alpha = \frac{2k+5}{3k}$

$2\alpha^2 = \frac{k+7}{k}$
 $\alpha^2 = \frac{k+7}{2k}$

$\therefore \frac{k+7}{2k} = \frac{(2k+5)^2}{9k^2}$

$\frac{k+7}{2} = \frac{4k^2 + 20k + 25}{9k}$

$\Rightarrow k = 2, -25$

$9k^2 + 63k = 8k^2 + 40k + 50$
 $k^2 + 23k - 50 = 0$
 $(k+25)(k-2) = 0$

32) $2x^2 - (a+1)x + a-1 = 0$ -ன் மூலங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடும், அவைகளின் பெருக்கற்பலனும் சமம் எனில், $a = 2$ என நிறுவுக.

Sol: $2x^2 - (a+1)x + (a-1) = 0$ $a = 2$
 α, β தீர்வுகள் எனில் $b = -(a+1)$
 $c = a-1$.

$$\alpha + \beta = \frac{a+1}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{a-1}{2}$$

Given: $\alpha - \beta = \alpha\beta \Rightarrow$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2\beta^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = (\alpha\beta)^2$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (\alpha\beta)^2$$

$$\left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{a-1}{2}\right) = \frac{(a-1)^2}{4}$$

$$\frac{a^2 + 1 + 2a}{4} - (2a - 2) = \frac{a^2 - 2a + 1}{4}$$

$$\frac{a}{2} + \frac{a}{2} - 2a + 2 = 0$$

$$-a = -2$$

$$a = 2$$

33) $ax^2 + bx + c = 0$ -ன் ஒரு மூலம்

TBP (i) மற்றொரு மூலத்தின் மாற்று குறியீடு

(ii) மற்றொரு மூலத்தைப் போல் மூன்று மடங்கு

(iii) மற்றொரு மூலத்தின் தலைகீழி ஆக இருக்கக் கட்டுப்பாடுகளைக் காண்க.

1)

தீர்வுகள் $\alpha, -\alpha$ எனில் $\alpha - \alpha = -\frac{b}{a}$
 $0 = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = 0$

தீர்வுகள்

2) $\alpha = 3\alpha$ எனில் $\alpha + 3\alpha = -\frac{b}{a}$
 $4\alpha = -\frac{b}{a}$
 $\alpha = -\frac{b}{4a}$

தீர்வுகளின் வர்க்க

$$\alpha \cdot 3\alpha = \frac{c}{a}$$

$$3\alpha^2 = \frac{c}{a}$$

$$\alpha^2 = \frac{c}{3a}$$

But $\alpha = -\frac{b}{4a}$

$$\alpha^2 = \frac{b^2}{16a^2}$$

$$\frac{b^2}{16a^2} = \frac{c}{3a}$$

$$3b^2 = 16c^2$$

3) $\alpha, \frac{1}{\alpha}$

$$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a}$$

$$a = c$$

34) $x^2 - ax + b = 0$ மற்றும் $x^2 - ex + f = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொதுவான மூலம் உள்ளது. மேலும், இரண்டாம் சமன்பாட்டிற்குச் சமமான மூலங்கள் உண்டு எனில், $ae = 2(b+f)$ என நிறுவுக.

Let α, β be the roots of the eqn $x^2 - ax + b = 0$ and α be the common root.

$$\therefore \alpha + \beta = a \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha\beta = b \quad \text{--- (2)}$$

Let α, γ be the roots of the second eqn: $x^2 - ex + f = 0$

$$\alpha + \gamma = e \quad \therefore \text{sub in (2)}$$

$$\alpha = \frac{e}{2} \quad \text{--- (3)}$$

$$\alpha^2 = f$$

$$\frac{e^2}{4} = f$$

$$\Rightarrow e^2 = 4f$$

$$\frac{e}{2}\beta = b$$

$$\beta = \frac{2b}{e}$$

$$\text{Now } \alpha + \beta = a$$

$$\frac{e}{2} + \frac{2b}{e} = a$$

$$\frac{e^2 + 4b}{2e} = a$$

$$e^2 + 4b = 2ae$$

$$4f + 4b = 2ae$$

$$2(f+b) = ae$$

$$ae = 2(f+b)$$

35) வரைபடம் வரையாமல் (i) $y = x^2 + x + 2$, (ii) $y = x^2 - 3x - 7$, (iii) $y = x^2 + 6x + 9$ ஆகியவை x -அச்சை வெட்டுமா எனச் சோதித்தறியவும். மேலும் வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்க.

1) $y = x^2 + x + 2$
 $x^2 + x + 2 = 0$ $a=1$
 $b=1$
 $c=2$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $= 1 - 8 < 0$
 $\therefore$ The curve does not even touch the curve

2) $y = x^2 - 3x - 7$ $a=1$
 $x^2 - 3x - 7 = 0$ $b=-3$
 $c=-7$
 $\Delta = 9 + 28 > 0$
 $\therefore$ The curve intersects the x axis at two points.

3) $y = x^2 + 6x + 9$ $a=1$
 $b=6$
 $c=9$
 $\Delta = 36 - 36 = 0$
 $\therefore$ The curve touches the x axis at one point.
 3b) write $f(x) = x^2 + 5x + 4$ in completed square form
 $x^2 + 5x + 4 = (x + \frac{5}{2})^2 + 4 - \frac{25}{4}$
 $= (x + \frac{5}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2$

Quadratic inequalities

36) $3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

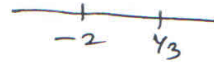
Sol: $3x^2 + 5x - 2 = 0$

TBP $3x^2 + 6x - x - 2 = 0$
 $3x(x+2) - 1(x+2) = 0$

$(x+2)(3x-1) = 0$

$x = -2, \frac{1}{3}$

$(x+2)(3x-1) \leq 0$



	$x+2$	$3x-1$	$3x^2+5x-2$
$(-\infty, -2)$	-	-	+
$[-2, \frac{1}{3}]$	+	-	-
$(\frac{1}{3}, \infty)$	+	+	+

 $\therefore$ The solution set is $[-2, \frac{1}{3}]$

37) $\sqrt{x+14} < x+2$

Sol: $\sqrt{x+14}$

TBP

$x+14 \geq 0$ or $x \geq -14$

$\therefore x \geq -14$

and $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

But $(x+14) < (x+2)^2$

$(x+14) < x^2 + 4x + 4$

$0 < x^2 + 3x - 10$

(or) $x^2 + 3x - 10 > 0$

$(x+5)(x-2) > 0$

$(-5, 2)$

when $x \in (-5, 2)$

$(+)(-) < 0$

when $x \in (-\infty, -5)$

$(-)(-) > 0$

$x \in (2, \infty)$

$(+)(+) > 0$

 $\therefore x > -2$ the solution to be $x > -2$.

38) தீர்வு

$$\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$$

TBP

$$x+4 \geq 0 \text{ and } 6-4x-x^2 = (x+4)^2$$

$$6-4x-x^2 = x^2+8x+16$$

$$\Rightarrow x \geq -4$$

$$2x^2+12x+10=0$$

$$x^2+6x+5=0$$

$$(x+5)(x+1)=0$$

$$x = -1, -5 \text{ ஏதாவது தீர்வுகளை}$$

$$\text{But } x \geq -4 \text{ Hence } x = -1 \text{ is}$$

39) தீர்வு

$$2x^2+x-15 \leq 0$$

Soli:

$$2x^2+x-15=0$$

$$\frac{-30}{18}$$

TBP

$$2x^2+bx+5x-15=0$$

$$2x(x+3)-5(x+3)=0$$

$$(2x-5)(x+3) \leq 0$$

$$[-3, 5/2]$$

$$x \in (-\infty, -3) \text{ எனில் } (-)(-) = +$$

$$x \in [-3, 5/2] \text{ எனில் } (-)(+) = -$$

$$x \in (5/2, \infty) \text{ எனில் } (+)(+) = +$$

$$\therefore x \in [-3, 5/2] \text{ தீர்வுகளை}$$

40) தீர்வு

$$-x^2+3x-2 \geq 0$$

TBP

$$\text{Sol: } -x^2+3x-2 \geq 0$$

$$x^2-3x+2 \leq 0$$

$$\text{let } x^2-3x+2=0$$

$$(x-2)(x-1) \leq 0$$

$$[1, 2]$$

$$x \in (-\infty, 1) \text{ எனில் } (-)(-) = +$$

$$x \in [1, 2] \text{ எனில் } (-)(+) \leq 0 = -$$

$$x \in (2, \infty) \text{ எனில் } (+)(+) > 0 = +$$

$$\therefore x \in [1, 2] \text{ சரியான தீர்வு}$$

மீதித் தேற்றம் (Remainder Theorem)

பல்லுறுப்புக் கோவை $f(x)$ ஐ $x - a$ ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி $f(a)$ ஆகும்.

மீதி $c = f(a) = 0$ என அமையத் தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $f(x)$ -ன் காரணி $x - a$ ஆகும்.

ஒரு மெய்யெண் a என்பது $f(x)$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூஜ்ஜியமாக (zero of the polynomial) இருக்க வேண்டுமாயின் $f(a) = 0$ என இருத்தல் வேண்டும். $x - a$ என்பது $f(x)$ -ன் பூஜ்ஜியம் எனில், $x - a$ என்பது $f(x)$ -ன் ஒரு காரணியாகும்.

41) $f(x) = 4x^2 - 25$ என்ற பல்லுறுப்புச் சார்பின் பூஜ்ஜியங்களைக் காண்க.

TBP $f(x) = 4x^2 - 25$
 $= (2x+5)(2x-5)$ $\therefore$ கோவையின் பூஜ்ஜியங்கள்
 $x = -5/2, x = 5/2$

42) $x^3 - x^2 - 17x = 22$ -ன் ஒரு மூலம் $x = -2$ எனில், பிற மூலங்களைக் காண்க.

TBP $x^3 - x^2 - 17x - 22 = 0$
 $-2 \mid \begin{array}{cccc} 1 & -1 & -17 & -22 \\ & -2 & 6 & +22 \\ \hline & 1 & -3 & -11 \end{array}$
 $\therefore x^3 - x^2 - 17x - 22 = (x+2)(x^2 - 3x - 11) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 11 = 0$ $a=1, b=-3, c=-11$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 44}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{53}}{2}$

43) $x^4 = 16$ -ன் மெய் மூலங்களைக் காண்க. $-16 = 0$

TBP $x^4 - 16 = 0$
 $(x^2)^2 - 4^2 = 0$
 $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$
 $x^2 = -4, x^2 = 4$
 $x = \pm 2$
 When $x^2 = -4$ $\therefore x$ கற்பனை.

44) தீர்வு காண்க: $(2x+1)^2 - (3x+2)^2 = 0$

TBP $(2x+1)^2 - (3x+2)^2 = 0$
 $(4x^2 + 4x + 1) - (9x^2 + 12x + 4) = 0$
 $-5x^2 - 8x - 3 = 0$

$5x^2 + 8x + 3 = 0$
 $5x^2 + 5x + 3x + 3 = 0$
 $5x(x+1) + 3(x+1) = 0$
 $(x+1)(5x+3) = 0 \Rightarrow x = -1, -3/5$

45 எடுத்துக்காட்டு 2.16 $f(0) = 1$, $f(-2) = 0$ மேலும், $f(1) = 0$ ஆக அமையும், இருபடி பல்லுறுப்பு, d கோவை $f(x)$ -ஐக் காண்க.

Sol:

TBP

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + 0 + c = 1$$

$$c = 1$$

$$f(1) = a + b + c = 0$$

$$f(-2) = 4a - 2b + c = 0$$

$$\because c = 1$$

$$a + b = -1$$

$$4a - 2b = -1$$

$$2a + 2b = -2$$

$$4a + 2b = -1$$

$$a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} + b = -1$$

$$b = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$(or) \text{ Since } f(-2) = 0$$

$$f(1) = 0$$

$x+2, x-1$ are the factors.

$$\therefore f(x) = a(x+2)(x-1)$$

$$\text{and } f(0) = a(2)(-1) = 1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-1)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + x - 2)$$

✓

4b) எடுத்துக்காட்டு 2.17 $x = \frac{2}{5}, 1 + \sqrt{3}$ ஆகிய மூலங்களையும் $f(0) = -8$ என்ற

பெருக்கெய்வை நிறைவு செய்யும் முப்படி பல்லுறுப்புக் கோவையைக் காண்க.

TBP

$$\therefore 1 + \sqrt{3}$$

என்பது ஒரு மூலம் $1 - \sqrt{3}$ இது ஒரு மூலம்.

$$x = \frac{2}{5}, 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}.$$

கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள்

$$P(x) = a(x - \frac{2}{5})(x - (1 + \sqrt{3}))(x - (1 - \sqrt{3}))$$

$$= a(x - \frac{2}{5})(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$$

$$= a(x - \frac{2}{5})[(x - 1)^2 - 3]$$

$$\because P(0) = -8 \quad a(-\frac{2}{5})(-2) = -8$$

$$a = -\frac{-8 \times 5}{4} = -10$$

$$\therefore P(x) = -10(x - \frac{2}{5})(x - 1)^2 - 3$$

$$= -10(x - \frac{2}{5})(x^2 - 2x + 1 - 3)$$

$$= -10(x^3 - 2x^2 - 2x - \frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{4}{5})$$

$$= -10x^3 + 24x^2 + 12x - 8$$

47)

47)

எடுத்துக்காட்டு 2.18 $f(x) = x^3 - 3px + 2q$ ஆனது, $g(x) = x^2 + 2ax + a^2$ ஆல் வகுபடும் எனில், $ap + q = 0$ என நிறுவுக.

TBP

Sol: $f(x)$ ன் படி, முதன்மை கெட்டு $f(x)$ ன் $g(x)$ ன் படிபடாது

$$f(x) = g(x)(x+b)$$

இங்கு b மாறாது.

$$\therefore x^3 - 3px + 2q = (x^2 + 2ax + a^2)(x+b)$$

Co-eff. x^2

$$2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a$$

Co-eff. x

$$2ab + a^2 = -3p \Rightarrow -4a^2 + a^2 = -3p$$

$$\Rightarrow -3a^2 = -3p$$

$$a^2 = p$$

$$a^2 b = 2q$$

$$\Rightarrow -2a^3 = 2q \Rightarrow a^3 = -q$$

$$\therefore ap + q = a^3 - a^3 = 0$$

48)

TBP

எடுத்துக்காட்டு 2.20 $(x-1)^3(x+1)^2(x+5) = 0$ என்ற பல்லுறுப்புச் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. மேலும், அதன் பெருக்கல் படித் தன்மைகளை எழுதுக.

Sol:

$$f(x) = (x-1)^3(x+1)^2(x+5)$$

$$x = 1, -1, -5$$

+1 ன் பெருக்கல் படி 3
-1 ன் பெருக்கல் படி 2
-5 ன் பெருக்கல் படி 1

49)

தீர்க்க

$$x = \sqrt{x+20} \quad x \in \mathbb{R}$$

TBP

Sol: $\sqrt{x+20}$

 $x+20 \geq 0$ (Positive) மிகை.

$$x = \sqrt{x+20}$$

$$x^2 = x+20 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$(x-5)(x+4) = 0$$

 $\therefore x$ மிகை எண்மிகை

$$x = -4, 5$$

$$x = 5$$

50

எடுத்துக்காட்டு 2.22 $x^2 - 6x + a = 0$ மற்றும் $x^2 - bx + 6 = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொது மூலம் உள்ளது. மேலும் முதல் மற்றும் இரண்டாம் சமன்பாடுகளின் அடுத்த மூலங்கள் முழுக்களாகவும் 4:3 என்ற விகிதத்திலும் இருக்கும் எனில், பொது மூலத்தைக் காண்க.

Sol:

 α என்பதற்கு வரக்கூடிய சமன்பாடு

$$\alpha, 4\beta \quad \text{என்பவை} \quad x^2 - bx + a = 0 \quad \text{என்பதற்கான} \quad a=1$$

$$\alpha + 4\beta = b \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha \cdot 4\beta = a \quad \text{--- (2)}$$

$$b = -b$$

$$c = a$$

$$\text{let } \alpha, 3\beta \quad \text{என்பவை} \quad x^2 - bx + b = 0 \quad \text{என்பதற்கான} \quad a=1$$

$$\alpha + 3\beta = b \quad \text{--- (3)}$$

$$\alpha \cdot 3\beta = b \quad \text{--- (4)}$$

$$b = -b$$

$$c = b$$

$$\frac{(2)}{(4)} \quad \frac{4\alpha\beta}{3\alpha\beta} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow a = 8$$

$$\therefore x^2 - bx + 8 = 0$$

$$(x-4)(x-2) = 0$$

$$x = 2, 4$$

$$\text{If } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha = 4, \beta = \frac{1}{2}$$

இந்தவகையில் கிடைக்கின்ற சமன்பாடு

2. எண்பது வரக்கூடிய சமன்பாடு

51)

 $x^2 + px + 8 = 0$ என்பதற்கு $a=1$ எனில் p இன் மதிப்பை காண்க.

$$\text{Sol: } x^2 + px + 8 = 0 \quad a=1$$

$$b=p$$

$$c=8$$

 α, β என்பவை $x^2 + px + 8 = 0$ என்பதற்கான

$$\alpha + \beta = -p, \alpha\beta = 8$$

$$\text{But } \alpha - \beta = 2$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = p^2 - 32$$

$$p^2 = 36 \quad p = \pm 6$$

52.

$$x^4 + 1$$

$$\text{காரணத்தினால் } x^4 + 1 = 0$$

$$(x^2)^2 + 2x^2 + 1 - 2x^2 = 0$$

$$(x^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}x)^2 = 0$$

$$(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1) = 0$$

53) \$ 3x^3 + 8x^2 + 8x + a \$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒரு காரணி \$ x^2 + x + 1 \$ எனில், \$ a \$-ன் மதிப்பைக் காண்க.

$$\begin{array}{r}
 3x+5 \\
 x^2+x+1 \overline{) 3x^3+8x^2+8x+a} \\
 \underline{3x^3+3x^2+3x} \\
 5x^2+5x+a \\
 \underline{5x^2+5x+5} \\
 0
 \end{array}
 \Rightarrow a-5=0$$

\$ \therefore a=5 \$

Rational inequalities

54) solve: $\frac{x+1}{x+3} < 3$

TBP

$$\text{sol: } \frac{x+1}{x+3} < 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x+3} - 3 < 0$$

$$\frac{x+1-3x-9}{x+3} < 0$$

$$\frac{-2x-8}{x+3} < 0$$

$$\frac{x+4}{x+3} > 0$$

\$ \therefore x+4, x+3 \$ both are Positive (or) both are negative.

	$x+3$	$x+4$	$\frac{x+4}{x+3}$	
when $x \in (-\infty, -4)$	-	-	+	$\frac{x+4}{x+3} > 0$
$x \in (-4, -3)$	-	+	-	$\frac{x+4}{x+3} < 0$
$x \in (-3, \infty)$	+	+	+	$\frac{x+4}{x+3} > 0$

தீர்வு: $(-\infty, -4) \cup (-3, \infty)$

55) \$ x \$ ன் மூன்றாம் மதிப்புகளும் காண்க $\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0$

$$\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0 \Rightarrow x^3(x-1) > 0 \text{ when } x \neq 2$$

$$= x < 0, x > 1$$

	x^3	$x-1$	$x^3(x-1)$	$\frac{x^3(x-1)}{x-2}$
$x \in (-\infty, 0)$	-	-	+	-
$x \in (0, 1)$	+	-	-	+
$x \in (1, 2)$	+	+	+	-
$x \in (2, \infty)$	+	+	+	+

o/o

(0,1) ∪ (2,∞) தீர்மானம்

56)

TBP $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ x இன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க.

Sol: $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ $2x-3=0$ $x \neq 2, x \neq 4$
 $2x=3$
 $x = \frac{3}{2}$

x	$2x-3$	$x-2$	$x-4$	$\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)}$	
When $x \in (-\infty, \frac{3}{2})$	-	-	-	-	$\frac{3}{2}$ 2 4
$x \in (\frac{3}{2}, 2)$	+	-	-	+	
$x \in (2, 4)$	+	+	-	-	
$x \in (4, \infty)$	+	+	+	+	

o/o $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ $x \in (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (2, 4)$

57) $\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} \leq 0$.
 சிபிஎஸ் - $x^2-2x-15$

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0$$

$$(x+2)(x-2) = 0 \quad x = -2 \text{ or } 2$$

$$x \neq -3, x \neq 5$$

x	$x+2$	$x-2$	$x-5$	$x+3$	$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)}$	
$(-\infty, -3)$	-	-	-	-	+	-3 -2 2 5
$(-3, -2]$	+	-	-	+	-	
$[-2, 2)$	+	-	-	+	+	
$(2, 5)$	+	+	-	+	-	
$(5, \infty)$	+	+	+	+	+	

$\therefore x \in \frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0 \in (-3, -2] \cup [2, 5)$

Partial Fraction.

58)

 $\frac{x}{(x+3)(x-4)}$ டி பகுதி பகுதிகளாக பிரிக்க.

let $\frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-4}$

TBP

$$x = A(x-4) + B(x+3)$$

Put $x=4$ $4 = 7B \Rightarrow B = 4/7$

$x=-3$ $-3 = -7A$ $A = 3/7$

$$\therefore \frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{3/7}{x+3} + \frac{4/7}{x-4}$$

$$= \frac{3}{7(x+3)} + \frac{4}{7(x-4)}$$

59) $\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{(x+a)(x-a)}$

TBP

$$\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a}$$

$$1 = A(x-a) + B(x+a) \quad \therefore \frac{1}{x^2-a^2} = -\frac{1}{2a(x+a)} + \frac{1}{2a(x-a)}$$

Put $x=a$ $1 = 2aB \Rightarrow B = 1/2a$

$x=-a$ $1 = -2aA \Rightarrow A = -1/2a$

60) $\frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$

TBP $3x+1 = A(x+1) + B(x-2)$

Put $x=2$ $7 = 3A \Rightarrow A = 7/3$

$x=-1$ $-2 = -3B$ $B = 2/3$

$$\therefore \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{7}{3(x-2)} + \frac{2}{3(x+1)}$$

61) $\frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

Co-eff x^2 $0 = A+B$
 $0 = 1+B$
 $\Rightarrow B = -1$

Const: $0 = A-C$
 $0 = 1-C \Rightarrow C = 1$

$$2x = A(x+1) + (Bx+C)(x-1)$$

Put $x=1$ $2 = A \cdot 2 \Rightarrow A = 1$

$$\therefore \frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1-x}{x^2+1}$$

62) i) TBP $\frac{x+1}{x^2(x-1)}$

Sol: Let $\frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$

$$x+1 = Ax(x-1) + B(x-1) + C \cdot x^2$$

Put $x=0$

$$1 = -B \Rightarrow B = -1$$

Put $x=1$ $2 = C \Rightarrow C = 2$

Co-eff x^2 : $0 = A + C$

$$0 = A + 2 \Rightarrow A = -2$$

$$\therefore \frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{-2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$$

63) $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)}$

Let $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

$$x = A(x-2)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x-2)$$

Put $x=1$ $1 = A(-1)(2)$
 $1 = -2A \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$

Put $x=2$ $2 = B(1)(5) \Rightarrow B = \frac{2}{5}$

Const: $0 = -2A - B + 2D$
 $0 = -2(-\frac{1}{2}) - \frac{2}{5} + 2D$

$$1 + \frac{2}{5} = 2D \Rightarrow 2D = \frac{7}{5}$$

$$D = \frac{7}{10}$$

Co-eff x^3

$$0 = A + B + C$$

$$0 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{-\frac{1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{2}{5}}{x-2} + \frac{\frac{1}{10}x + \frac{7}{10}}{x^2+1}$$

Partial Fraction.

58)

$$\frac{x}{(x+3)(x-4)} \text{ ஸ்ரீ பின்னமாக பிரிக்க.}$$

let $\frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-4}$

TBP

$$x = A(x-4) + B(x+3)$$

Put $x=4$ $4 = 7B \Rightarrow B = 4/7$

$x=-3$ $-3 = -7A$ $A = 3/7$

$$\therefore \frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{3/7}{x+3} + \frac{4/7}{x-4}$$

$$= \frac{3}{7(x+3)} + \frac{4}{7(x-4)}$$

59) $\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{(x+a)(x-a)}$

TBP

$$\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a}$$

$$1 = A(x-a) + B(x+a) \quad \therefore \frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a(x+a)} + \frac{1}{2a(x-a)}$$

Put $x=a$ $1 = 2aB \Rightarrow B = 1/2a$

$x=-a$ $1 = -2aA \Rightarrow A = -1/2a$

60) $\frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$

TBP

$$3x+1 = A(x+1) + B(x-2)$$

Put $x=2$ $7 = 3A \Rightarrow A = 7/3$

$x=-1$ $-2 = -3B$ $B = 2/3$

$$\therefore \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{7}{3(x-2)} + \frac{2}{3(x+1)}$$

61) $\frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

Co-eff x^2 $0 = A+B$

$0 = 1+B$

$\Rightarrow B = -1$

Const: $0 = A-C$

$0 = 1-C \Rightarrow C = 1$

$$2x = A(x+1) + (Bx+C)(x-1)$$

Put $x=1$ $2 = A \cdot 2 \Rightarrow A = 1$

$$\therefore \frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1-x}{x^2+1}$$

62) i) $\frac{x+1}{x^2(x-1)}$
TBP

Sol: Let $\frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$

$$x+1 = Ax(x-1) + B(x-1) + C \cdot x^2$$

Put $x=0$

$$1 = -B \Rightarrow B = -1$$

Put $x=1$ $2 = C = C = 2$

Co-eff. x^2 : $0 = A + C$

$$0 = A + 2 \Rightarrow A = -2$$

$$\therefore \frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{-2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$$

63) $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)}$

Let $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

$$x = A(x-2)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x-2)$$

Put $x=1$ $1 = A(-1)(2)$
 $= -2A \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$

Put $x=2$ $2 = B(1)(5) \Rightarrow B = \frac{2}{5}$

Const: $0 = -2A - B + 2D$
 $= -2(-\frac{1}{2}) - \frac{2}{5} + 2D$

$$1 + \frac{2}{5} = 2D \Rightarrow 2D = \frac{7}{5}$$

$$D = \frac{7}{10}$$

Co-eff x^3

$$0 = A + B + C$$

$$0 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{13}{10}$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{-\frac{1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{2}{5}}{x-2} + \frac{\frac{13}{10}x + \frac{7}{10}}{x^2+1}$$

64) $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)}$
TBP

Let $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

$$x = A(x+2)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x+2)$$

Put $x=1$ $1 = A(3)(2) \Rightarrow A = 1/6$ ✓

$x=-2$ $-2 = B(-3)(5)$

$$B = 2/15$$

Const:

$$0 = 2A - B - 2D$$

$$2D = 2 \cdot \frac{1}{6} - \frac{2}{15}$$

$$= \frac{5-2}{15} = \frac{3}{15}$$

$$D = \frac{3}{30} = 1/10$$

Co-eff. x^3

$$0 = A + B + C$$

$$0 = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} + C$$

$$C = -\frac{5+4}{30} = -\frac{9}{30} = -3/10$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)} + \frac{-\frac{3}{10}x + \frac{1}{10}}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)} + \frac{-3x+1}{10(x^2+1)}$$

65) $\frac{x}{(x-1)^3}$
TBP

Sol: Let $\frac{x}{(x-1)^3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3}$

$$x = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$$

Put $x=1$ $1 = C$ $\therefore \frac{x}{(x-1)^3} = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$

Co-eff. $x^2 = 0 = A$

Const: $0 = A - B + C$
 $= 0 - B + 1 \Rightarrow B = 1$

66*

TBP

பொது பகுதி மீட்டிட்டு பகுதி மீட்டிட்டு.

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6}$$

$$\text{Sol: } \frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1 + \frac{6x-5}{x^2-5x+6}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2-5x+6 \overline{) x^2+x+1} \\ \underline{x^2-5x+6} \\ 6x-5 \end{array}$$

$$\frac{6x-5}{x^2-5x+6} = \frac{6x-5}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$$

$$x^2-5x+6 = (x-3)(x+2)$$

$$6x-5 = A(x+2) + B(x-3)$$

$$\text{Put } x=3 \quad 13 = A \Rightarrow A=13$$

$$\text{Put } x=-2 \quad 7 = -B \Rightarrow B=-7$$

$$\therefore \frac{6x-5}{(x-3)(x+2)} = \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x+2}$$

$$\therefore \frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1 + \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x+2}$$

67)

TBP

$$\frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6}$$

$$\begin{array}{r} x-5 \\ x^2+5x+6 \overline{) x^3+0+2x+1} \\ \underline{x^3+5x^2+6x} \\ -5x^2-4x+1 \\ \underline{-5x^2-25x-30} \\ 21x+31 \end{array}$$

$$\frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = (x-5) + \frac{21x+31}{(x+2)(x+3)}$$

$$\frac{21x+31}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$$

$$21x+31 = A(x+3) + B(x+2)$$

$$\text{Put } x=-2 \quad -42+31 = +A$$

$$A = -11$$

$$x=-3 \quad -63+31 = -B$$

$$-32 = -B \Rightarrow B=32$$

$$\therefore \frac{21x+31}{(x+2)(x+3)} = \frac{-11}{x+2} + \frac{32}{x+3}$$

$$\therefore \frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = (x-5) - \frac{11}{x+2} + \frac{32}{x+3}$$

68) $\frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)}$
TBP

$$\frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-2}$$

$$x+12 = A(x+1)(x-2) + B(x-2) + C(x+1)^2$$

Put $x=2$ $14 = 9C \Rightarrow C = \frac{14}{9}$

$x=-1$ $11 = -3B \Rightarrow B = -\frac{11}{3}$

Comp: $12 = -2A - 2B + C$
 $= -2A + \frac{22}{3} + \frac{14}{9}$

$$2A = \frac{22}{3} + \frac{14}{9} - 12$$

$$A = \frac{33+7-54}{9} = -\frac{14}{9}$$

$$\therefore \frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = -\frac{14}{9(x+1)} - \frac{11}{3(x+1)^2} + \frac{14}{9(x-2)}$$

69) $\frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1}$
TBP

$$\begin{aligned} x^3+x^2+x+1 &= x^2(x+1)+1(x+1) \\ &= (x+1)(x^2+1) \end{aligned}$$

Sol:

$$\frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$$

$$6x^2-x+1 = (Ax+B)(x+1) + C(x^2+1)$$

$x=-1$ $6+1+1 = 2C \Rightarrow C = 4$

Const. $1 = B+C \Rightarrow B = 1-C$
 $= 1-4 = -3$

Eq 2

$$\begin{aligned} 6 &= A+B \\ &= A-3 \Rightarrow A = 9 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{9x-3}{x^2+1} + \frac{4}{x+1}$$

70) $\frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3}$

$$\frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2 + \frac{x-5}{x^2+2x-3}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2+5x-11 \\ 2x^2+4x-6 \\ \hline x-5 \end{array}$$

$$= 2 + \frac{x-5}{(x+3)(x-1)}$$

$$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$$

$$\frac{x-5}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$$

$$x-5 = A(x-1) + B(x+3)$$

Put $x=1$

$$-4 = 4B \Rightarrow B = -1$$

$$x=-3 \Rightarrow 8 = -4A \Rightarrow A = -2$$

$$\therefore \frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2 + \frac{-2}{x+3} - \frac{1}{x-1}$$

71) $\frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)}$

Sol: $\frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$

$$7+x = (Ax+B)(x+1) + C(x^2+1)$$

Put $x=-1$ $7-1 = 2C$

$$2C = 6$$

$$C = 3$$

Const: $7 = B+C$

$$B = 7-3 = 4$$

Co-eff. x^2

$$0 = A+C$$

$$A = -C = -3$$

$$\therefore \frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{-3x+4}{x^2+1} + \frac{3}{x+1}$$

72) $\frac{(x-1)^2}{x^3+x}$
TBP

$$\frac{(x-1)^2}{x^3+x} = \frac{x^2-2x+1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$x^2-2x+1 = A(x+1) + Bx$$

Put $x = -1$ $1+2+1 = -B$

$$B = -4.$$

Cont: $1 = A$

$$\therefore \frac{x^2-2x+1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{4}{x+1}.$$

73) $\frac{1}{x^4-1}$
TBP

$$\frac{1}{x^4-1} = \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{1}{(x^2+1)(x-1)(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{x-1}$$

$$1 = (Ax+B)(x^2-1) + C(x^2+1)(x-1) + D(x^2+1)(x+1)$$

Put $x=1$

$$1 = 4D \Rightarrow D = \frac{1}{4}.$$

Coef. x^3 $0 = A+C+D \Rightarrow A+C = -\frac{1}{4}$ — (1)

Coef. x^2 $0 = B-C+D$ $B-C = -\frac{1}{4}$ — (3)

Coef. x $0 = -A+C+D$ $-A+C = -\frac{1}{4}$ — (2)

(1)+(2) $2C = -\frac{2}{4} \Rightarrow C = -\frac{1}{4}$

$$A = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0.$$

$$\therefore \frac{1}{x^4-1} = \frac{-1}{(x^2+1)} - \frac{1}{4(x+1)} + \frac{1}{4(x-1)}, \quad B = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Logarithm:74) Find the logarithm of 1728 to the base $2\sqrt{3}$.

TBP

Sol: Let $\log_{2\sqrt{3}} 1728 = x$

$$1728 = (2\sqrt{3})^x$$

$$\text{But } 1728 = 2^6 \cdot 3^3$$

$$= 2^6 \cdot 3^6$$

$$(2\sqrt{3})^x = (2\sqrt{3})^6$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$\therefore \log_{2\sqrt{3}} 1728 = 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1728} \\ \underline{2} 864 \\ 2 \overline{) 864} \\ \underline{2} 432 \\ 2 \overline{) 432} \\ \underline{2} 216 \\ 2 \overline{) 216} \\ \underline{2} 108 \\ 2 \overline{) 108} \\ \underline{2} 54 \\ 2 \overline{) 54} \\ \underline{2} 27 \\ 27 \end{array}$$

75) If the logarithm of 324 to the base a is 4 find a .

TBP

$$\text{Sol: } \log_a 324 = 4 \Rightarrow 324 = a^4$$

$$= 2^4 \cdot 3^4$$

$$= (2 \cdot 3)^4$$

$$= (6)^4$$

$$\Rightarrow a = 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 324} \\ \underline{2} 62 \\ 2 \overline{) 62} \\ \underline{2} 81 \\ 2 \overline{) 81} \\ \underline{2} 9 \\ 9 \end{array}$$

76) P.T $\log_{16} \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243} = \log 2$.

TBP

$$\text{Sol: LHS: } \log_{16} \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243}$$

$$= \log_{16} \frac{75}{16} - \log \frac{25}{81} + \log \frac{32}{243}$$

$$= \log \left[\frac{75}{16} \times \frac{81}{25} \times \frac{32}{243} \right]$$

$$= \log 2$$

77) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{7}{2}$

TBP

x or log 4
known.

$$\text{LHS } \log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \log_2 x + \log_{2^2} x + \log_{2^4} x$$

$$\therefore \log_a x = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$= \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{1}{4} \log_2 x$$

$$= \log_2 x \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right]$$

$$= \log_2 x \left[\frac{4+2+1}{4} \right]$$

$$= \frac{7}{4} \log_2 x = \frac{7}{2}$$

$$\log_2 x = 1$$

$$\Rightarrow x = (2^1)^1$$

$$= 2$$

TBP

Sol: Let $\log_3 x = y \Rightarrow x = 3^y$

$$\therefore \log_3^x = 3^{y \cdot y} = 3^{y^2} = 9 \quad 9 = 3^2$$

$$\Rightarrow y^2 = 2 \quad \therefore y = \pm\sqrt{2}$$

Hence $\lambda = 3^{\frac{\sqrt{2}}{2}}, 3^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

79) Compute $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27$

TBP

Sol: $\log_3 5 \log_{25} 27 = \log_3 5 \cdot \log_5 27$

$$= \log_3 5 \cdot \frac{1}{2} \log \frac{27}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \log_3 27 = \frac{1}{2} \log_3 3^3 = \frac{3}{2} \log_3 3$$

80) TBP $\log_{10} 2 = 0.30103$ $\log_{10} 3 = 0.47712$ $\log_{10} 2.3$ ஐ கீழ்க்கண்டதிலிருந்து மதிப்பிடுக.

TBP

Sol: Let $N = 2^8 3^{12}$

$$\begin{aligned} N &= 2^8 3^{12} \\ \log N &= \log(2^8 \cdot 3^{12}) = \log 2^8 + \log 3^{12} \\ &= 8 \log 2 + 12 \log 3 \end{aligned}$$

$$= 8 \log 2 + 12 \log 3$$

$$= 8 \times 0.30103 + 12 \times 0.47712$$

$\log N = 8.13368$ on seeing Anti log

∴ N = 9. இவத்கிவகிள ரகணா
ரணணாகுமீ -

82) let $b > 0$ and $b \neq 1$ Express $y = b^x$ in logarithmic form Also state the domain and range the logarithmic fn.

TBP.

Sol: $y = b^x$

$$\log_b y = x.$$

Domain $(0, \infty)$ range $(-\infty, \infty)$

83) compute $\log_9 27 - \log_{27} 9$

TRBP

$$\log_9 27 =$$

$$= \frac{1}{2} \log_3^3 = \frac{3}{2} \log_3 = 3/2$$

Baut $\log_{27} 9 = \log_9 27$

$$= \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$0: \log_{27} 27 - \log_{27} 9 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9-4}{6} = 5/6$$

84) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

TBP

Sol: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

$$\log_2 x + \log_2 \sqrt{x} + \log_2 \sqrt[3]{x} = 11$$

$$\log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x = 11$$

$$\log_2 x \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] = 11$$

$$\log_2 x \left[\frac{6+3+2}{6} \right] = 11$$

$$\log_2 x = 11 \times \frac{6}{11}$$

$$x = 2^6 = 64.$$

85

TBP

$\log_4 2^{8x} = \log_2 2^8$ $a^{\log_a x} = x$

Sol: $\log_4 2^{8x} = 8$

$$\log_2 2^{4x} = 8$$

$$\frac{1}{2} \log_2 2^{8x} = 8 \Rightarrow \log_2 2^{8x} = 16$$

$$\log_2 2^{8x} = 16$$

$$8x \log_2 2 = 16 \Rightarrow 8x = 16$$

$$x = 2$$

(or)

$$\log_4 2^{8x} = 8$$

$$2^{8x} = 4^8 = 2^{16}$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

86)

TBP

$a^2 + b^2 = 7ab$ $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

Sol: $a^2 + b^2 = 7ab$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 7ab + 2ab$$

$$(a+b)^2 = 9ab$$

$$\log (a+b)^2 = \log (9ab)$$

$$2 \log (a+b) = \log 9 + \log a + \log b$$

$$2 \log (a+b) = \log 9 + \log a + \log b$$

$$\log (a+b) = \frac{1}{2} \log 9 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$= \log 3 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$= \log 3 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$\log (a+b) - \log 3 = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$\log \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

87) $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab} = 0$
 TBP: $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab} = 0$

LHS: $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab}$
 $= \log \left(\frac{a^2}{bc} \times \frac{b^2}{ca} \times \frac{c^2}{ab} \right)$
 $= \log 1 = 0.$

88) $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80} = 1$
 TBP: $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80} = 1$

LHS: $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$
 $= \log 2 + \log \left(\frac{16}{15} \right)^{16} + \log \left(\frac{25}{24} \right)^{12} + \log \left(\frac{81}{80} \right)^7$
 $= \log \left[2 \times \frac{16^{16}}{15^{16}} \times \frac{25^{12}}{24^{12}} \times \frac{81^7}{80^7} \right]$
 $= \log \left[2 \times \frac{4^{32}}{5^{16} 3^{16}} \times \frac{5^{24}}{4^{12} 3^{12} 2^{12}} \times \frac{3^{28}}{4^7 \times 5^7 \times 2^7} \right]$
 $= \log \left[2 \times \frac{4^{32} \times 5^{24} \times 3^{28}}{5^{16} 3^{16} \times 4^{12} 3^{12} 2^{12} \times 4^7 5^7 2^7} \right]$
 $= \log 10 = 1$

89) $\log_a a, \log_b b, \log_c c = \frac{1}{8}$
 TBP: $\log_a a, \log_b b, \log_c c = \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{2} \log_a a, \frac{1}{2} \log_b b, \frac{1}{2} \log_c c$
 $= \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{8}$

90) $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n = \frac{n(n+1)}{2} \log a$
 TBP: $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n = \frac{n(n+1)}{2} \log a$

Sol: LHS: $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n$
 $= \log a + 2 \log a + 3 \log a + \dots + n \log a$
 $= \log a [1 + 2 + 3 + \dots + n]$
 $= \frac{n(n+1)}{2} \log a$

91) $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x = 6$
 TBP: $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x = 6$

Sol: LHS: $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x$

$= \frac{1}{\log_2 2} - 3 \cdot \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} 2} = 6$

$= \frac{1}{\log_2 2} - 3 \cdot \frac{1}{-\log_2 2} = 6$

$\frac{1}{\log_2 2} + \frac{3}{\log_2 2} = 6 \therefore x = \sqrt{8}$

$\frac{4}{\log_2 2} = 6$

$4 \log_2 2 = 6 \cdot 3$
 $x = \frac{312}{2}$

92) தரிகை. $\log_{5-x}(x^2 - bx + 65) = 2$
 TBP $x^2 - bx + 65 = (5-x)^2$
 $= x^2 + 25 - 10x$
 $4x = -40$
 $x = -10$

Exponents and Radicals:

பகுதியை விடிக் கொள்ளுங்கள் அடுக்கிடுக.

$$\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}}$$

93)

TBP

Sol: $\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$
 $= \frac{21+7\sqrt{2}+3\sqrt{6}+\sqrt{12}}{9-2}$
 $= \frac{21+7\sqrt{2}+3\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{7}$
 $=$

94) $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ எனில் $\frac{x^2+1}{x^2-2}$ ஐத் தீர்மானிப்பீர்.
 TBP Sol: $\frac{x^2+1}{x^2-2} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-2} = \frac{2+3+2\sqrt{6}+1}{2+3+2\sqrt{6}-2}$

$$= \frac{6+2\sqrt{6}}{3+2\sqrt{6}} \times \frac{3-2\sqrt{6}}{3-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{18-12\sqrt{6}+6\sqrt{6}-24}{9-24}$$

$$= \frac{-6-6\sqrt{6}}{-15} = \frac{2(1+\sqrt{6})}{5}$$

95) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$
 TBP பகுதியை விடிக் கொள்ளுங்கள் அடுக்கிடுக.

Sol: $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
 $= \frac{5-\sqrt{10}}{5-2} = \frac{5-\sqrt{10}}{3}$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{30}-\sqrt{10}}{4}$$

96) வர்க்க வேர்க்கோணம் $7-4\sqrt{3}$.
TBP

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = a+b\sqrt{3}$$

கூடியும் வர்க்கப்படும்.

$$7-4\sqrt{3} = (a+b\sqrt{3})^2$$

$$7-4\sqrt{3} = a^2 + 3b^2 + 2ab\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + 3b^2 = 7 \quad \left| \quad 2ab\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \right.$$

$$\therefore \frac{4}{b^2} + 3b^2 = 7 \quad \left| \quad 2ab = 4 \right.$$

$$a = \frac{4}{2b} = \frac{2}{b}$$

$$4 + 3b^4 = 7b^2$$

$$\Rightarrow 3b^4 - 7b^2 + 4 = 0$$

b^2 ஓடுகிறதால் t வைப்போம்

$$b^2 = t \text{ எனில் } 3t^2 - 7t + 4 = 0 \quad a=1 \quad b=-7$$

$$3t^2 - 3t - 4t + 4 = 0$$

$$3t(t-1) - 4(t-1) = 0$$

$$(3t-4)(t-1) = 0$$

$$t = 1, 4/3$$

$$\begin{array}{l|l} t=1 & b = \frac{4}{3} \\ b = \pm 1 & b = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \end{array}$$

$\therefore b$ ஓடுகிறதால் $b = \pm 1$ க்கு $a = \pm 2$ and $b = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ $a = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \sqrt{7-4\sqrt{3}} > 0 \quad \text{எனவே } a+b\sqrt{3} \text{ வர்க்கவேர்க்கோணம்}$$

$$= 2 - \sqrt{3} \text{ வர்க்க வேர்க்கோணம்}$$

97) $\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$
TBP

Consider $\frac{1}{3-\sqrt{8}} \times \frac{3+\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{3+\sqrt{8}}{9-8} = 3+\sqrt{8}$

$$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{8-7} = \sqrt{8}+\sqrt{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{6-5} = \sqrt{6}+\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

$$\therefore \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

$$= (3+\sqrt{8}) - (\sqrt{8}+\sqrt{7}) + (\sqrt{7}+\sqrt{6}) - (\sqrt{6}+\sqrt{5}) + (\sqrt{5}+2)$$

$$= 3+2 = 5$$

98)

TBP

கோணவடிவத் தொழில்நுட்பத்தின் கணக்கீடு
 $\frac{32\pi}{3}$ mm³ லை உள்ள கந்தகம் காண்க.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32\pi}{3}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

99)

TBP

கந்தகம் எவ்வளவு உள்ளது? $3^{\frac{2n-1}{3}} / 3^n = 27$

$$\text{Sol: } \frac{3^{2n-1}}{3^n} = 27$$

$$\frac{3^{2n-1}}{3^n} = 27$$

$$\frac{3^{2n-1}}{3^n} = 27$$

$$\frac{4-2n}{3} = 3 \Rightarrow 4-2n=9$$

$$-2n=5$$

$$n = -5/2$$

100

TBP

$(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}})^2 = 9/2$ லை உள்ள கந்தகம் காண்க. $(x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}})^2$ for $x > 1$.

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 - 4$$

$$= \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

101)

$$((256)^{-1/2})^{-1/4})^3 = (256)^{1/8 \cdot 3} = (256)^{3/8}$$

$$= (2^8)^{3/8} = 2^3 = 8$$

அடிப்படை இயற்கணிதம் 1-மதிப்பெண் (30).

1. $|x+2| \leq 9$ எனில் x அமைப்புக் கிடைவரை

- 1) $(-\infty, -7)$ 2) $[-11, 7]$ 3) $(-\infty, -7) \cup [11, \infty)$ 4) $(-11, 7)$

Hint $-9 \leq (x+2) \leq 9$
 $-11 \leq x \leq 7 \Rightarrow x \in [-11, 7]$

2. x, y மற்றும் b எல்லாவும் மெய்யெண்கள் மற்றும் $x < y$, $b > 0$ எனில்

- 1) $x \leq yb$ 2) $x \geq yb$ 3) $x < yb$ 4) $\frac{x}{a} \geq \frac{y}{b}$

Hint $x < y$, $b > 0$ எனும்போது $x < yb$ என்பது தவறு.

3) $\frac{|x-2|}{x-2} \geq 0$ எனில் x ன் கிடைவரை

- 1) $[2, \infty)$ 2) $(2, \infty)$ 3) $(-\infty, 2)$ 4) $(-2, \infty)$

Hint $\frac{|x-2|}{x-2} \geq 0$ எனில் $x \neq 2$ எனில் $x-2 > 0$
 $x > 2 \therefore x \in (2, \infty)$

4) $5x-1 < 24$ மற்றும் $5x+1 > -24$ எனும் அமைப்புகளின் கிடைவரை

- 1) $(4, 5)$ 2) $(-5, -4)$ 3) $(-5, 5)$ 4) $(-5, 4)$

Hint. $5x-1 < 24$ $5x+1 > -24$
 $5x < 25$ $5x > -25$ $x \in (-5, 5)$
 $x < 5$ $x > -5$

5) $|x-1| \geq |x-3|$ எனும் அமைப்புகளின் கிடைவரை

- 1) $[0, 2]$ 2) $[2, \infty)$ 3) $(0, 2)$ 4) $(-\infty, 2)$

Hint $x=0$ எனில் $|-1| \geq |-3| \Rightarrow 1 \geq 3$ கிடைவரை
 $\therefore$ 1), 3), 4) கிடைவரை கிடைவரை. சரியான கிடைவரை 2

6) $\log_{\sqrt{2}} 512$ மதிப்பு

- 1) 16 2) 18 3) 9 4) 12

Hint $\log_{\sqrt{2}} 512 = x \Rightarrow 512 = (\sqrt{2})^x = 2^{\frac{x}{2}}$
 $2^9 = 2^{\frac{x}{2}} \Rightarrow \frac{x}{2} = 9$
 $x = 18$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 512} \\ 2 \overline{) 256} \\ 2 \overline{) 128} \\ 2 \overline{) 64} \\ 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \end{array}$$

7) $\log_{381} \frac{1}{81}$ மதிப்பு

- 1) -2 2) -8 3) -4 4) -9

Hint $\log_{381} \frac{1}{81} = x \Rightarrow \frac{1}{81} = 3^x$
 $\Rightarrow \frac{1}{3^4} = 3^x \Rightarrow 3^{-4} = 3^x \Rightarrow x = -4$

8) $\log_{\sqrt{2}} 0.25 = 4$ எனில் x மதிப்பு 1) 0.5 2) 2.5 3) 1.5 4) 1.25

$0.25 = (\sqrt{2})^4$
 $0.25 = 2^2 \Rightarrow x = 0.5$

<http://www.trbtpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html>

1) 1, 2 2) -1, 1 3) 9, 1 4) -1, 2

② $\because PR \perp Q = b \therefore x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x-1)(x-9) = 0 \quad x = 1, 9$

$$a+b=k, \quad ab=c$$
$$17) \frac{x^2}{(x+2)(x-1)} = \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-1} \quad \text{மீதம் கண்காணிப்பு}$$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

2018/11/11/ $k = 2 + 1 = 3$

$$1 - 2x = A(x+1) + B(3-x)$$
$$-2 = A - \frac{3}{4}$$
$$\frac{3}{4} - 2 = A$$
$$\Rightarrow -3 = -4B \Rightarrow B = 3/4$$
$$A+B = -\frac{5}{4} + \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

1) 4 2) 2 3) 3 4) 0

20) $\log_3 11 \cdot \log_{11} 13 \cdot \log_{13} 15 \cdot \log_{15} 27 \cdot \log_{27} 81$ անգնիւ

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

$$\log_3^{11} \cdot \log_{11}^{13} \cdot \log_{13}^{15} \cdot \log_{15}^{27} \cdot \log_{27}^{81} = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4 \log_3^3 = 4$$

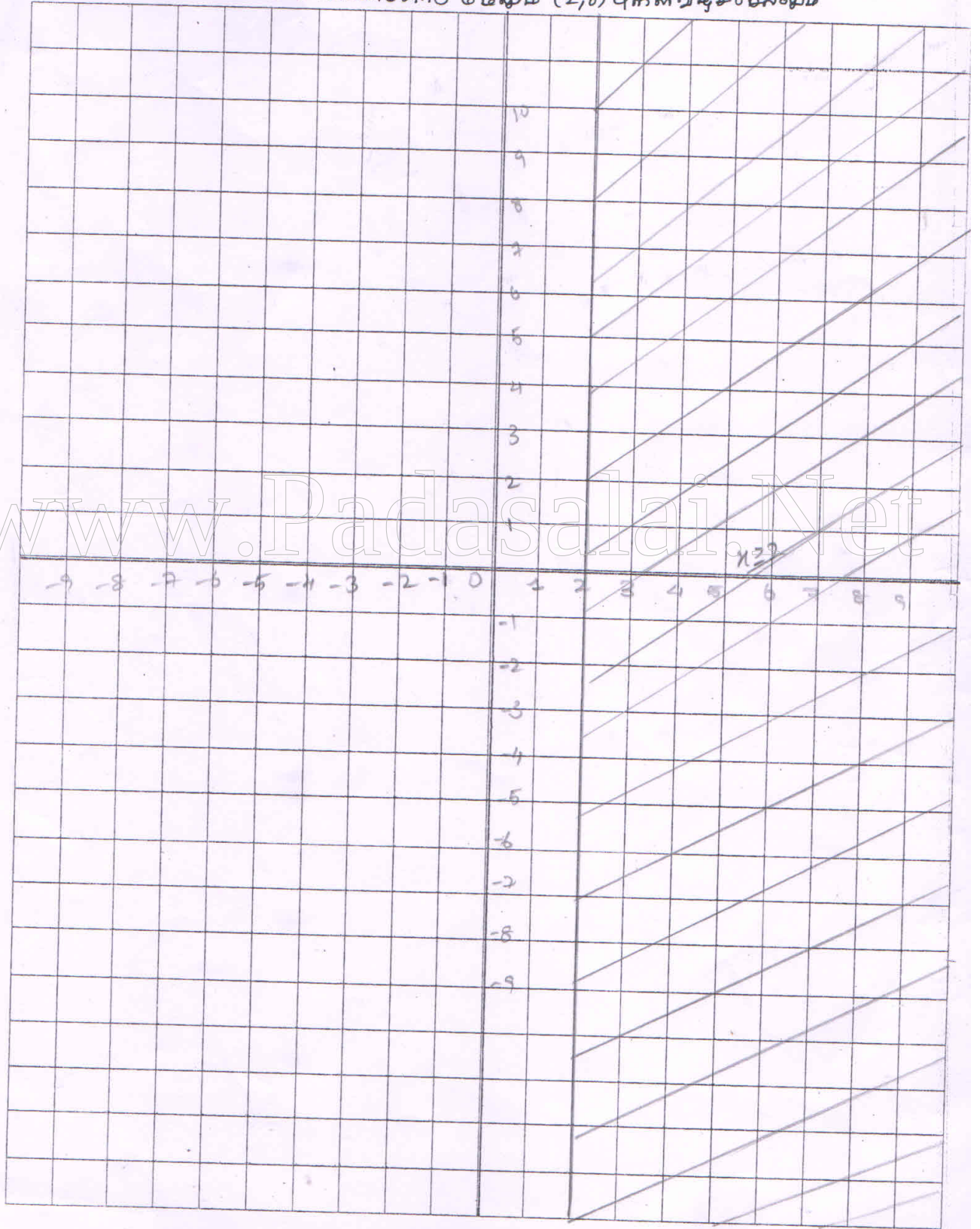
குறிப்பு: இதற்கு மேலும் உரினா தகுபீட தீர்மானங்கள் (மற்ற புத்தகத்தின் உரிமையுடைய) தேவைப்படாது. (Not creative but collections from other books) தே. கோ. இலக்கணம் 9444 209677.

$$x \geq 2$$

Let $x = 2$

It is a line $\parallel$ to y axis passing through $(2, 0)$

இது y அச்சத்துக்கு இணையானதாக ஒரு கோடு $(2, 0)$ புள்ளியிலൂடு செல்லும்



Eg: 2

$$x + 2y > 3$$

y வால்

$$x = 0 \text{ என்க}$$

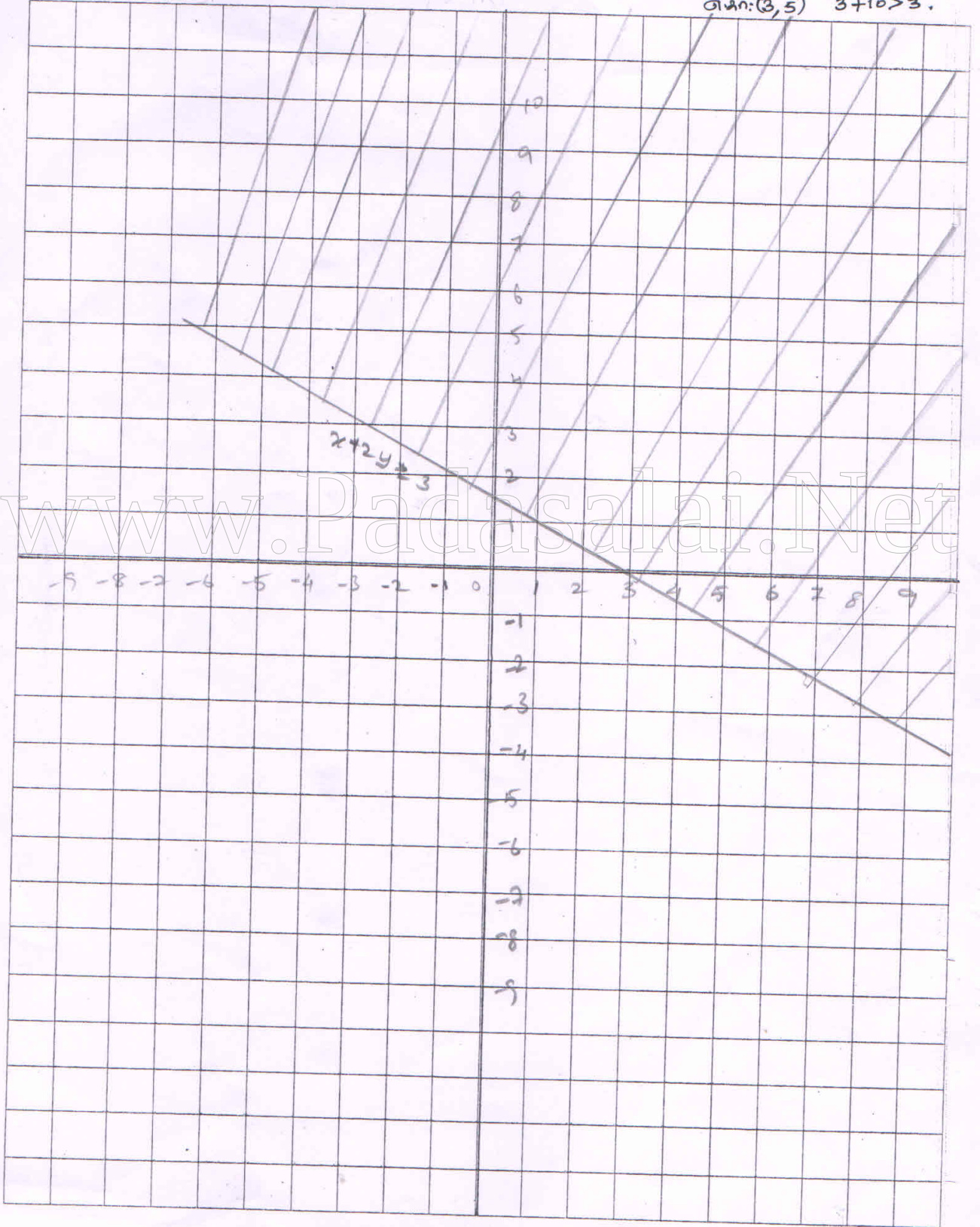
$$y = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$x + 2y = 3 \text{ என்க}$$

x வால் y = 0 என்க

$$\therefore x = 3$$

சரிபார்த்தல்: கோட்டில்
வெள்ளை நிறத்தில்
சரிபார்க்கவும்
புள்ளி: (3, 5) $3 + 10 > 3$.



Eg: 2.30

$$x+y \geq 3$$

x அல்லது y 0
 x அல்லது $x=3$
 y அல்லது $y=3$

$$2x-y \leq 5$$

x அல்லது $x=2.5$
 y அல்லது $y=5$

$$-x+2y \leq 3$$

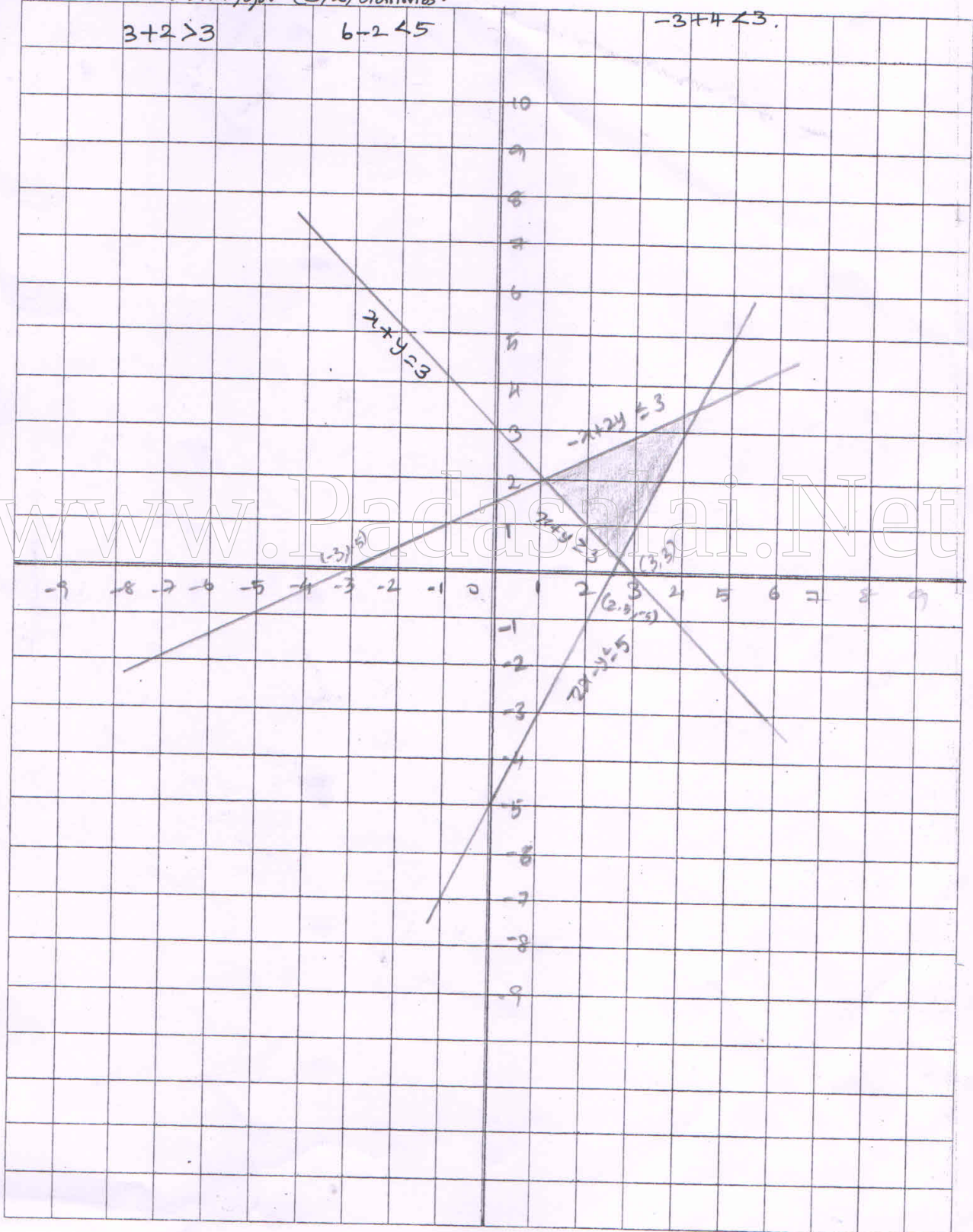
x அல்லது $x=-3$
 y அல்லது $y=1.5$

மேல்க்குறிப்பிட்ட (3,2) கொள்க.

$$3+2 \geq 3$$

$$6-2 \leq 5$$

$$-3+4 \leq 3$$



Ex 2.10

2.

$y = 2x$

$-2x + 3y \leq 6$

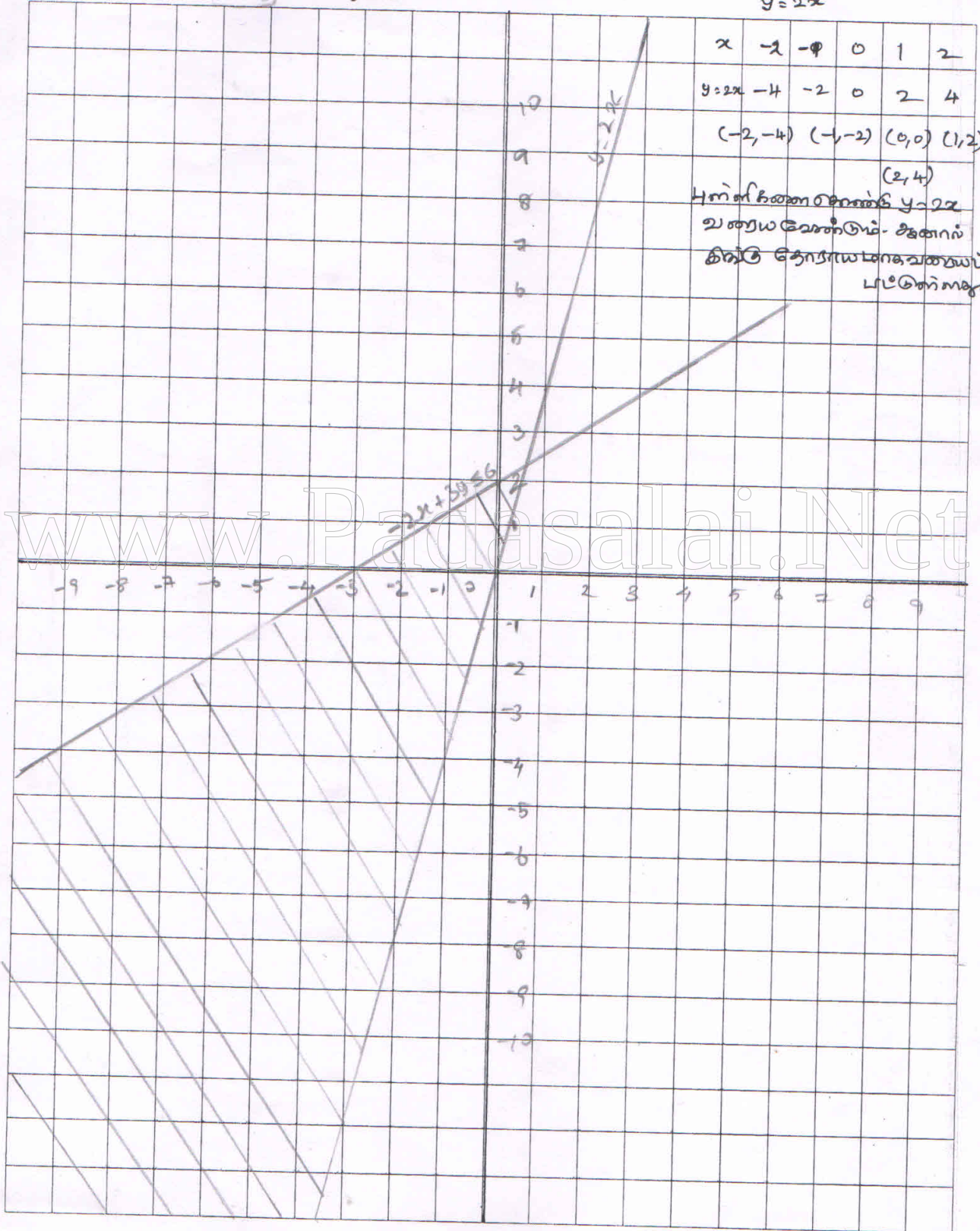
x அச்சம் $x = -3$, y அச்சம் $y = 2$

$y = 2x$

$y = 2x$

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x$	-4	-2	0	2	4
	$(-2, -4)$	$(-1, -2)$	$(0, 0)$	$(1, 2)$	$(2, 4)$

4 மீட்டர்கள் தொலைவில் $y = 2x$
 உயரம் வேண்டும். அதனால்
 திட்ட சேதநாயகமாகவதால்
 டீட்டிங் மார்.



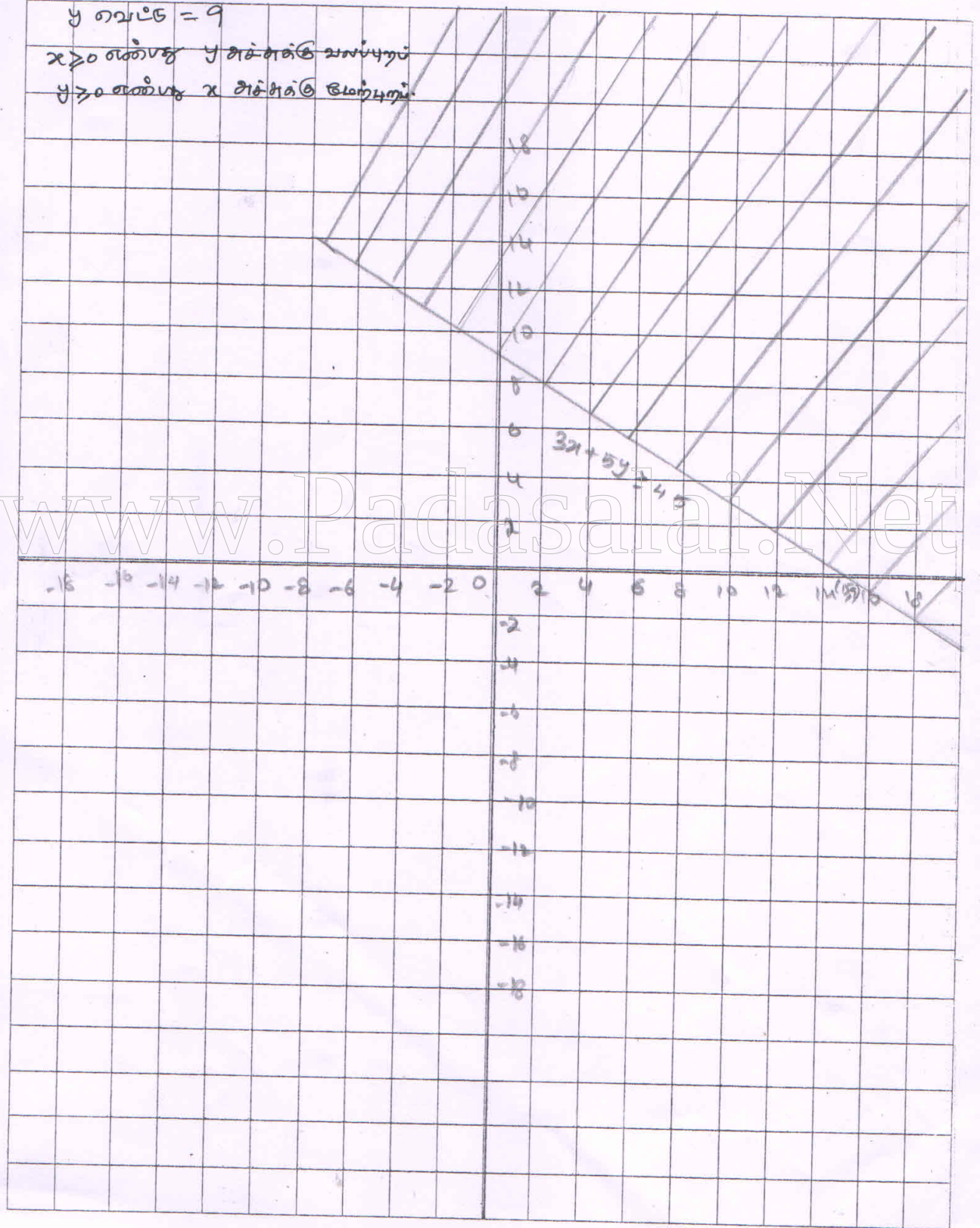
Ex: 2-10

3) $3x + 5y \geq 45$

$x \geq 0 \quad y \geq 0$

$x \text{ அச்சம்} = 15$

$y \text{ அச்சம்} = 9$

 $x \geq 0$ என்பது y அச்சத்தின் வலதுபுறம் $y \geq 0$ என்பது x அச்சத்தின் மேல்புறம்

④

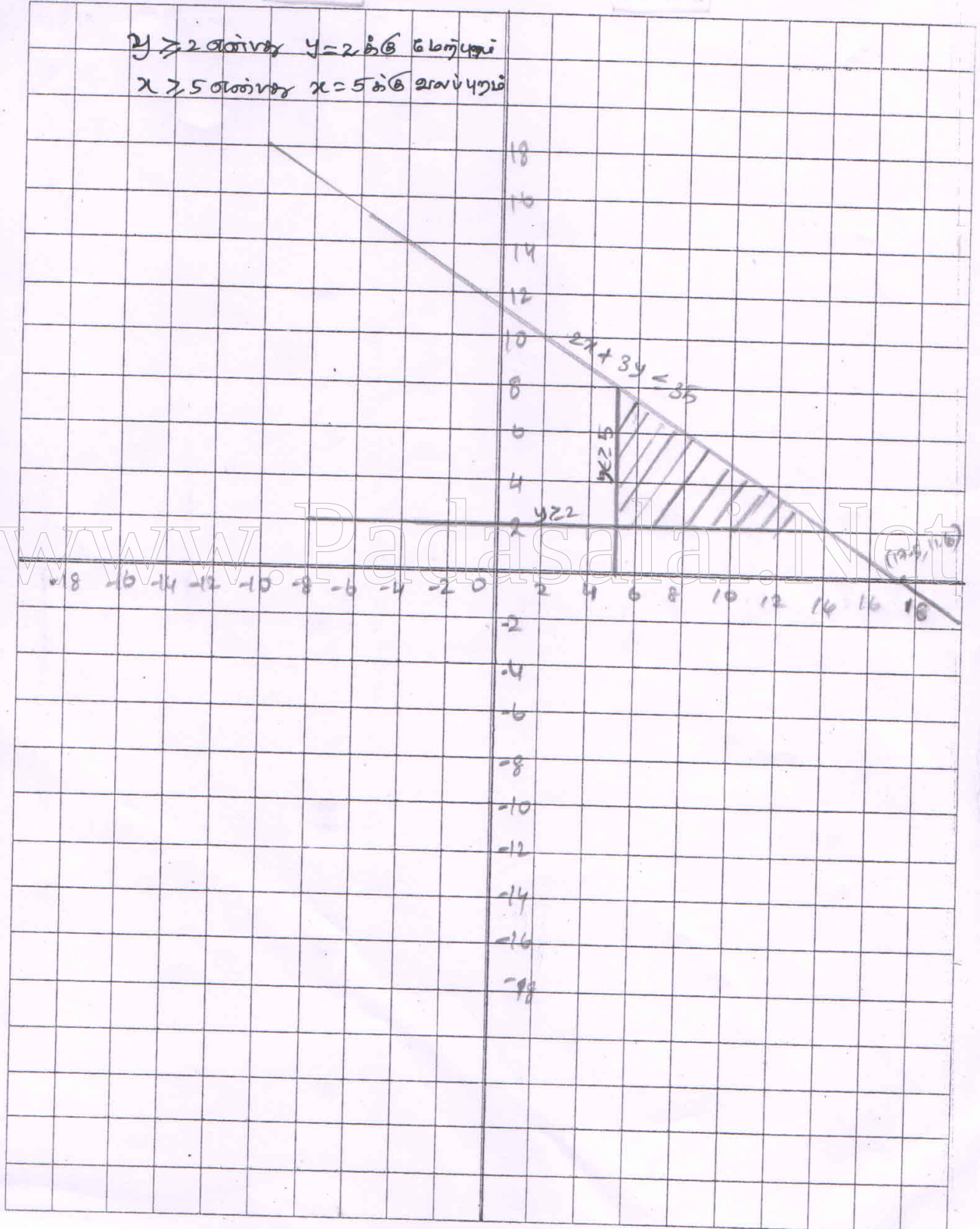
$$2x + 3y \leq 35, \quad y \geq 2, \quad x \geq 5$$

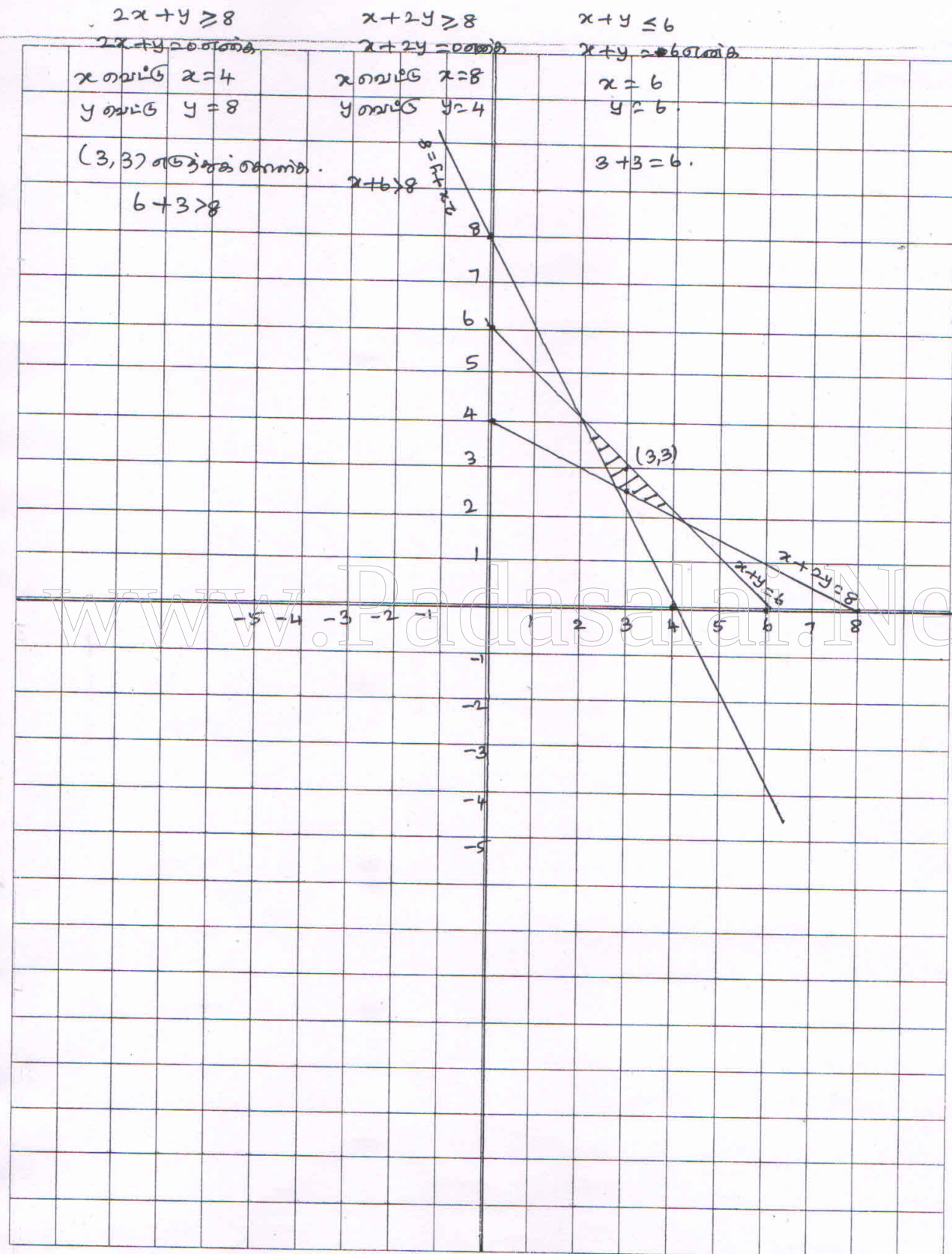
$$x \text{ அல்லது } x = \frac{35}{2}$$

$$y \text{ அல்லது } y = \frac{35}{3}$$

$y \geq 2$ என்றால் $y = 2$ க்கு மேற்புறம்

$x \geq 5$ என்றால் $x = 5$ க்கு வலப்புறம்





5.

$$2x + 3y \leq 6$$

$$x \text{ of } x = 3$$

$$y \text{ of } y = 2$$

$$x + 4y \leq 4$$

$$x \text{ of } x = 4$$

$$y \text{ of } y = 1$$

$$x \geq 0 - y \text{ of } y \text{ of } y \text{ of } y$$

$$y \geq 0 - x \text{ of } x \text{ of } x \text{ of } x$$

