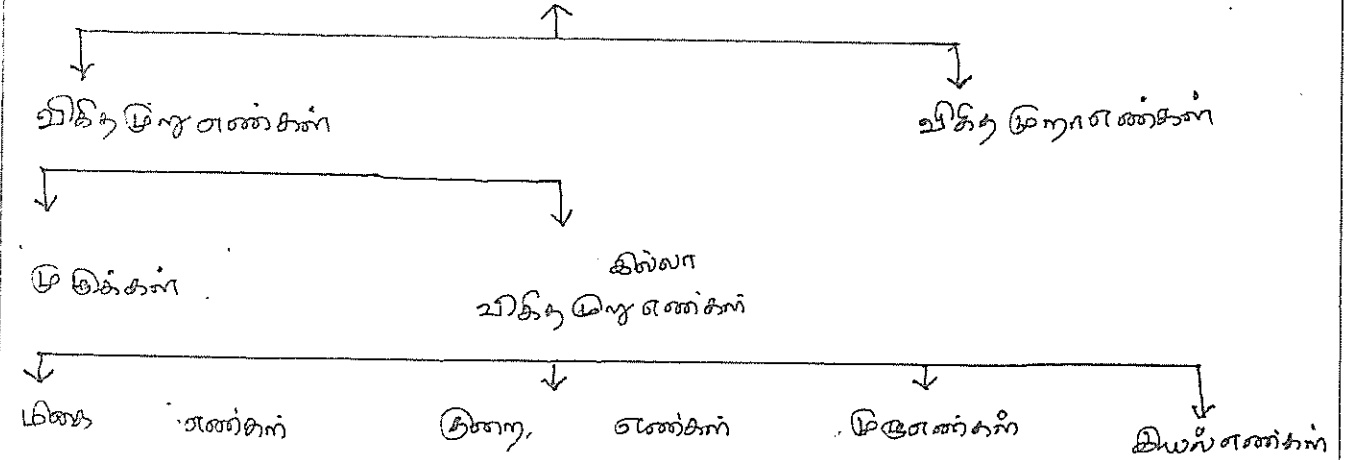


அடிப்படை இயற்கணிதம் - சித்தியாயம் - ௨. XI std

2018-2019.

மெய்யெண்களின் அமைப்பு -



1) N : இயல் எண்கள் : 1 லிருந்து தொடங்கும் மிகக் குறைந்த எண்கள். இவை
பெரிய எண் எண்ணுள்ளவை.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

2) W : முழு எண்கள்

இயல் எண்களுடன் 0 வை சேர்த்துக் கொடுக்க
என்கிறோம்.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

3) Z : முழு எண்கள்

முழு எண்களுடன் $-ve$ எண்களும் சேர்த்தால் முழு எண்.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

4) Q : நிழல் எண்

$Q = \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0$ என்ற அமைப்பின்
எண்கள்

$$Q = \{-5, -\frac{7}{3}, 0, \frac{22}{7}, 7, 12\}$$

5) R : நிழல் எண்

மேலும் மிகக் குறைந்த எண்கள் (அ) மிகப் பெரிய
எண்களும் சேர்த்தால் நிழல் எண் என்கிறோம்.
என்கிறோம். நிழல் எண் எண்கள் சேர்த்தால் மேலும்
எண்கள் சேர்த்தால் மிகப் பெரிய எண் என்கிறோம்.
 $R = \{ \pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{p} \}$ என்பது (பெரிய எண் எண்)
ஒரு நிழல் எண் எண்.

6) I : இயல் எண் : மேலே கூறப்பட்ட எண்களின் கணம்.

அடுத்துக் கொடுக்க a, b என்பன இரண்டு முழு எண்கள் $b \neq 0$. a வை b ல் வகுக்க
பொது பின் q மீதி r எனில் $a = bq + r$ என எழுதலாம்.

வகுபு எண் = வகுக்கும் எண் $\times$ பின் $+ மீதி$. இது பின் q ஆகும்.

கொண்டிருக்கும் எண் q ஆகும்.

மேல்க்குறிப்பிட்டவற்றைத் தீர்மானிப்பதற்கு - இவ்விதமாக.

1. $|x| < r$ எனில் $-r < x < r$ (அ) $x \in (-r, r)$.

$|x| \geq 0$ என்பதால் $r > 0$

2) $x \geq 0$ எனில் $|x| = x$ எனவே $|x| < r \Rightarrow x < r$.

$x < 0$ எனில் $|x| = -x$ எனவே $|x| < r \Rightarrow -x < r$. (அ) $x > -r$

3) $|x| > r$ என்பதற்கு தேவையானது வேறுபாட்டையுடைய நிபந்தனை
 $x < -r$ (அ) $x > r$.

4. $x \geq 0$ எனில் $|x| = x > r$

5) $x < 0$ எனில் $|x| = -x > -r$ (அ) $x < -r$

6) $|x| > r$ க்கு தேவையானது வேறுபாட்டையுடைய நிபந்தனை
 $x < -r$ (அ) $x > r$ (அ) $x \in (-\infty, -r) \cup (r, \infty)$.

6) $a \in \mathbb{R}$ மற்றும் $|x-a| < r$ இல் $-r \leq (x-a) \leq r$ (அ)
 $x \in [a-r, a+r]$

7) $a \in \mathbb{R}$ மற்றும் $|x-a| \geq r$ இல் $-r \leq (x-a) > r$
 $x \in (-\infty, a-r] \cup [a+r, \infty)$.

8) If $|x| > r$ and if $r < 0$ Then every $x \in \mathbb{R}$ என்பது தவறானது.
பொய்யானது.

கிடைப்பதற்கு: பொதுவாக $ax^2 + bx + c = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, தனிமைப்படுத்தி $\Delta: b^2 - 4ac$.

1. $\Delta > 0$ எனில் மையவர்க்கம் இரண்டு வேர்வை.

2. $\Delta = 0$ எனில் மையவர்க்கம் ஒரே வேர்வை.

3. $\Delta < 0$ எனில் கற்பனை வேர்வை.

தீர்வுகள் இரண்டு எனில் (மையவர்க்கம்) x அச்சம் கிடைக்கவில்லை.

தீர்வுகள் ஒரே வேர்வை எனில் உண்மையான x அச்சம் கிடைக்கவில்லை.

தீர்வுகள் கற்பனை எனில் உண்மையான x அச்சம் கிடைக்காது.

4) α, β என்பன கிடைத்தீர்வுகள் எனில்

சமன்பாடு (SR) $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

சமன்பாடு (PR) $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$.

- പ്രധാന സമവാക്യം: $y = a^x \Rightarrow \log_a y = x$

$$a^0 = 1 \Rightarrow \log_a 1 = 0$$

$$4) \log_a x^n = n \log_a x.$$

5) $\log_a b \cdot \log_b x =$

$$b) \frac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b x \quad 7) \log_a x = \frac{1}{n} \log \frac{x}{a}$$

$$8) \log_a x^m = \frac{m}{n} \log_a x.$$

9) $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$

பாடுகிடு குறிசுமண் பாட்டின் மெய்ச்சுண்

$a, b > 0$ വേണ്ട $a \neq 1, b \neq 1$

$$1. a^{x+y} = a^x \cdot a^y \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$2) \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$3) (a^x)^y = a^{xy}$$

4) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$

5) $a^2 = 1$ $\psi_0 \neq 0$.

BBP₁) $\sqrt{2}$ ແມ່ນ ຂັດຈະການ ສອດ ຂໍ້ສອດ ສອດ ນິຍາມ.

9. $\sqrt{2}$ ແມ່ນ ຂໍ້ ມຸມ ຫຼັກ ຫຼື ບໍ່ ຫຼັກ.

T.BP

8.9. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 84

4) இது உத்தியோக சமஸ்தானம் கூடுதல் உத்தியோக சமஸ்தான அமைப்பு
— உத்தியோக சமஸ்தானம் கீழ்க்க, இது உத்தியோக சமஸ்தானம்
உத்தியோக உத்தியோக சமஸ்தானம் உத்தியோக உத்தியோக சமஸ்தானம்
கீழ்க்க.

Sol: $5+\sqrt{7}$, $5-\sqrt{7}$ என்பன கீழ்க்கண்டவற்றின் மூலம்.

கூடுதல் $5+\sqrt{7} + 5-\sqrt{7} = 10$ ஆக வந்திருக்கிறது.

மற்றும் $5+\sqrt{7}$, $5-\sqrt{7}$ க்கு வந்திருக்கிறது.

$$\text{மற்றும் } (5+\sqrt{7})(5-\sqrt{7}) = 25-7 = 18 \text{ ஆக வந்திருக்கிறது.}$$

5) $\frac{1}{2^{1000}}$ ஐ 2-ல் பெருக்கி மீண்டும் எண் காண்க.

Sol: தொடக்கத்தில் $\frac{1}{2^{1000}}$

$$1000 < 1001 \quad \frac{1}{2^{1001}} < \frac{1}{2^{1000}}$$

$$\text{மேலும் } \frac{1}{2^{1001}} < \frac{1}{2^{1000}}$$

தகவல்: 2.19 (2500000000)

TNPSC அறிவுக்காக கருத்துக்களை வந்திருக்கிறது பயன்படுத்தி

$$1+2+3+\dots+(n-1)+n, n \in \mathbb{N} \text{ ன் கூடுதல் காண்க.}$$

Sol: $S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$

$$S_{n+1} = (n+1) + n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$$

$$S_{n+1} - S_n = n+1 \quad \text{--- ①}$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + n - (n-1)$$

$$= n \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \dots + n-1 \right]$$

$$= n \left[1 + 1 + 1 + \dots + n-1 \right] \quad \because 1 - \frac{1}{n} < 1, 1 - \frac{2}{n} < 1$$

$$\leq n \cdot n$$

$$\leq n^2$$

∴ $S_n = an^2 + bn + c$ என எடுத்துக்கொள்வோம்

$$S_{n+1} = a(n+1)^2 + b(n+1) + c$$

$$S_{n+1} - S_n = (a(n+1)^2 + b(n+1) + c) - (an^2 + bn + c)$$

$$= a(n^2 + 2n + 1) + bn + b + c - an^2 - bn - c$$

$$= 2an + a + b \quad \text{--- ②}$$

From ① and ② $2an + a + b = n+1$

$$\Rightarrow 2a = 1 \quad a + b = 1$$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_1 = a + b + c = 1$$

$$a = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$= \frac{n}{2}(n+1)$$

1. சீர்தரம் $|2x-17|=3$ for x .

TBP $|2x-17|=3$ then $2x-17=\pm 3$. (or) $2x-14=0$
 $2x-20=0$ $2x=14$
 $x=\frac{20}{2}=10$ $x=7$.

$\therefore x=10$ (or) $x=7$.

2) சீர்தரம் : $3|x-2|+7=19$ for x .

TBP $3|x-2|+7=19$
 $3|x-2|=19-7$
 $=12$
 $|x-2|=\frac{12}{3}=4$

$\therefore |x-2|=4 \Rightarrow x-2=\pm 4$
 $x=6$ or $x=-2$

3) சீர்தரம் $|2x-3|=|x-5|$

$|u|=|v| \Leftrightarrow u=v$ or $u=-v$

TBP (or) $|2x-3|=|x-5|$
 $2x-3=x-5$ (or) $2x-3=5-x$
 $3x=8$
 $x=-2$ $x=\frac{8}{3}$.

4) சீர்தரம் $|x-9|<2$ for x

TBP Sol: $|x-9|<2$
 $\Rightarrow -2<(x-9)<2$
 $-2+9<x<2+9$
 $7<x<11 \Rightarrow 7 \leq x < 11$

5) சீர்தரம் $|\frac{2}{x-4}|>1$ $x \neq 4$.

Sol: $|\frac{2}{x-4}|>1 \Rightarrow |2|>|x-4|$
 $\Rightarrow -2<x-4<2$ $x \neq 4$

TBP $-2+4<x<2+4$
 $2<x<6$. But $x \neq 4$
 $\therefore x \in (2, 4) \cup (4, 6)$

6) சீர்தரம்: $|3-x|<7$.

TBP $\Rightarrow 7<3-x<7 \Rightarrow$
 $+7>x-3>-7 \Rightarrow$ $\Rightarrow 10>x>-4 \Rightarrow -4<x<10$

$$7) |4x-5| \geq -2.$$

$$\text{Sol: } |4x-5| \geq -2$$

TBP $|x| > r$ க்கான $r < 0$ எனில்

$\forall x \in \mathbb{R}$ சமன்பாட்டைக் குறையுள்ளது

$\therefore$ தீர்வு $\mathbb{R}$.

$$8) |3 - \frac{3}{4}x| \leq \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol: } |3 - \frac{3}{4}x| \leq \frac{1}{4}$$

$$\text{TBP } -\frac{1}{4} \leq (3 - \frac{3}{4}x) \leq \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{4} - 3 \leq -\frac{3}{4}x \leq \frac{1}{4} - 3$$

$$-\frac{13}{4} \leq -\frac{3}{4}x \leq -\frac{11}{4}$$

$$\frac{13}{4} \geq \frac{3}{4}x \geq \frac{11}{4}$$

$$\div \frac{3}{4} \quad \frac{13}{3} \geq x \geq \frac{11}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{3} \leq x \leq \frac{13}{3}$$

$$\frac{11}{3} \leq x \leq \frac{13}{3}$$

$$9) \frac{1}{|2x-1|} < 6 \text{ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை இடைவெளிக் குறியீட்டில் எழுதுக.}$$

$$\text{Sol: } \frac{1}{|2x-1|} < 6 \Rightarrow |2x-1| > \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{6} > (2x-1) > \frac{1}{6}$$

TBP

$$\Rightarrow -\frac{1}{6} + 1 > 2x > \frac{1}{6} + 1$$

$$\frac{5}{6} > 2x > \frac{7}{6}$$

$$\frac{5}{12} > x > \frac{7}{12}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, \frac{5}{12}) \cup (\frac{7}{12}, \infty)$$

10) $-3|x| + 5 \leq -2$ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண்கோட்டில் குறிக்க.

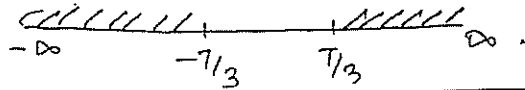
Sol: $-3|x| + 5 \leq -2$

TBP $-3|x| \leq -7$

$$|x| \leq 7/3$$

$$\Rightarrow -7/3 \leq x \leq 7/3 \quad \therefore$$

$$\text{தீர்வு} = (-\infty, -7/3] \cup [7/3, \infty)$$



11) $2|x+1| - 6 \leq 7$ -க்குத் தீர்வு கண்டு, தீர்வை எண்கோட்டில் குறிக்க.

Sol: $2|x+1| - 6 \leq 7$

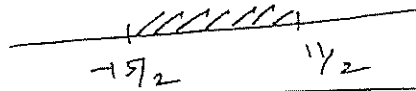
TBP $2|x+1| \leq 13$

$$|x+1| \leq \frac{13}{2}$$

$$-\frac{13}{2} \leq (x+1) \leq \frac{13}{2}$$

$$-\frac{13}{2} - 1 \leq x \leq \frac{13}{2} - 1$$

$$-\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{11}{2} \quad \therefore x \in \left[-\frac{15}{2}, \frac{11}{2}\right]$$



12) தீர்க்க: $\frac{1}{5}|10x-2| < 1$.

Sol: $\frac{1}{5}|10x-2| < 1$

TBP $\Rightarrow |10x-2| < 5$

$$\Rightarrow -5 < (10x-2) < 5$$

$$-5+2 < 10x < 5+2$$

$$-3 < 10x < 7$$

$$-\frac{3}{10} < x < \frac{7}{10}$$

13) .. தீர்க்க: $|5x-12| < -2$.

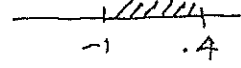
Sol: $|5x-12| < -2$ சமன்பாடு திருப்தியடையாது.

TBP: எவ்வளவு தீர்வு கிடைக்காது.

14) 1. கீழ்க்கண்ட அசமன்பாடுகளை இடைவெளி அமைப்பில் எழுதுக.

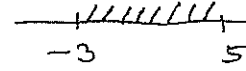
TBP (i) $x \geq -1$ மற்றும் $x < 4$

$$x \in [-1, 4)$$



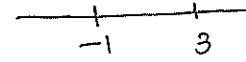
2. (ii) $x \leq 5$ மற்றும் $x \geq -3$

$$x \in [-3, 5]$$



3. (iii) $x < -1$ அல்லது $x < 3$

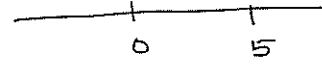
$$x \in (-\infty, 3)$$



4) (iv) $-2x > 0$ அல்லது $3x - 4 < 11$

$$x < 0 \quad 3x < 15$$

$$x < 5$$



$$\therefore x \in (-\infty, 5)$$

15) $23x < 100$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{N}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ -க்கு காண்க.

TBP $x \in \mathbb{N}$ எனில் $x = 1, 2, 3, 4$

$x \in \mathbb{Z}$ எனில் $x = \dots -3, -2, -1, 0, 2, 3, 4 \dots$

16) $-2x \geq 9$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{R}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ (iii) $x \in \mathbb{N}$ -க்கு காண்க.

TBP

$$-2x \geq 9$$

$$x \leq -\frac{9}{2} \quad 1. x \in (-\infty, -\frac{9}{2}]$$

$$2) \dots -7, -6, -5$$

தீர்வு இல்லை.

3.

17) தீர்வு காண்க (i) $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$ (ii) $\frac{5-x}{3} < \frac{x}{2} - 4$.

TBP

$$9(x-2) \leq 25(2-x)$$

$$9x - 18 \leq 50 - 25x$$

$$34x \leq 68$$

$$x \leq 2. \quad \therefore x \in (-\infty, 2].$$

$$18) \frac{5-x}{3} < \frac{x}{2} - 4$$

$$TBP \quad \frac{5-x}{3} < \frac{x-8}{2}$$

$$10-2x < 3x-24$$

$$34 < 5x$$

$$5x > 34$$

$$x > \frac{34}{5}$$

$$\therefore x \in \left(\frac{34}{5}, \infty\right)$$

19) ஒவ்வொன்றும் 100 மதிப்பெண்கள் கொண்ட 5 பாடங்களில் மதிப்பெண்களின் சராசரி 90 அல்லது அதற்கும் மேல் இருந்தால் தரம் A ஆகும். ஒரு நபர் முதல் 4 பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 84, 87, 95, 91 எனில், ஐந்தாம் பாடத்தில் குறைந்தபட்சம் என்ன மதிப்பெண் பெற்றால் தரம் A கிடைக்கும்?

TBP

Sol:

$$\frac{84+87+95+91+x}{5} \geq 90$$

$$\frac{357+x}{5} \geq 90$$

$$357+x \geq 450$$

$$x \geq 450-357$$

$$x \geq 93$$

உதா: ஒரு உற்பத்தியாளர் 12 விழுக்காடு அமிலம் கொண்ட 600 லிட்டர் கரைசல் வைத்திருக்கிறார். இதனுடன் எத்தனை லிட்டர்கள் 30 விழுக்காடு அமிலத்தைக் கலந்தால் 15 விழுக்காட்டிற்கும்

TBP

18 விழுக்காட்டிற்கும் இடைப்பட்ட அடர்த்தி கொண்ட அமிலம் கிடைக்கும்?

Sol

$$30\% \text{ அமிலம் கலந்த கரைசல் } x \text{ லிட்டர் எனில்}$$

$$30\% \text{ of } x + 12\% \text{ of } 600 > 15\% (600+x)$$

$$\frac{30x}{100} + \frac{12 \times 600}{100} > \frac{15}{100} (600+x)$$

$$30x + 7200 > 9000 + 15x$$

$$15x > 1800$$

$$x > 120$$

$$2) 30\%x + 12\% \cdot 600 < 18\% (600 + x)$$

$$\frac{30x}{100} + \frac{12 \times 600}{100} < \frac{18}{100} (600 + x)$$

$$30x + 7200 < 10800 + 18x$$

$$12x < 3600$$

$$x < 300$$

21) 10ஐ விடப் பெரிய அடுத்தடுத்த இரண்டு ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் கூடுதல் 40ஐ TBP. விடக் குறைவாக இருக்க வேண்டுமெனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.

Sol:

x என்பது மிகச்சிறு ஒற்றை எண்ணாக மேலும் அடுத்த ஒற்றை எண் $x > 10$ and $x+2 > 10$.

$$\Rightarrow x > 10$$

$$\text{But } x + (x+2) < 40$$

$$2x < 38$$

$$x < 19$$

x என்பது ஒற்றை எண்.

$$\Rightarrow 10 < x < 19 \quad 11, 13, 15, 17, 19$$

$$(11, 13) (13, 15) (15, 17) (17, 19)$$

22) ஒரு ஏவுகணை ஏவப்படுகிறது. t வினாடிகளுக்குப் பிறகு தரையில் இருந்து அதன் உயரம் h ஆனது $h(t) = -5t^2 + 100t$, $0 \leq t \leq 20$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஏவுகணை எந்நேரங்களில் 495 அடி உயரத்தை அடையும்.

$$h(t) = -5t^2 + 100t$$

$$\text{Given } 0 < h(t) < 495$$

$$0 < -5t^2 + 100t < 495$$

$$0 < -5t^2 + 100t - 495 < 0$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 100t + 495 = 0$$

$$t^2 - 20t + 99 = 0$$

$$(t - 11)(t - 9) = 0$$

$$t = 9, \text{ or } 11$$

$$t = 9 \text{ sec or } 11 \text{ sec.}$$

2. தண்ணீர் குழாய் சரி செய்பவருக்குப் பின்வரும் முறைகளில் கூலி கொடுக்கப்படுகிறது. முதல் முறையில் ₹500-ம், ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் ₹70 கணக்கிடப்பட்டுக் கொடுக்கப்படுகிறது. இரண்டாம் முறையில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு ₹120 எனக் கொடுக்கப்படுகிறது. ஒருவர் x மணி நேரம் வேலை செய்கிறார் எனில், x -ன் எம்மதிப்பிற்கு முதல் முறையில் அவருக்கு சிறந்த கூலி கிடைக்கும்?

TBP Sol: : முதல் முறையின் கூலி = $500 + 70x$.
இரண்டாம் முறையின் கூலி = $120x$.

$$500 + 70x > 120x$$

$$500 > 50x$$

$$50x < 500$$

$$x < 10$$

$x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ஆக முதல் முறையின் கூலி சிறந்தது.

24. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரே மாதிரியான வேலை செய்தாலும், அவர்களது மாத ஊதியம் ₹6000-க்கு மேல் வேறுபாடாக இருக்கிறது. B-ன் மாத ஊதியம் ₹27,000 எனில், A-ன் மாத ஊதியத்திற்கான சாத்தியக் கூறுகளைக் காண்க.

TBP

A-ன் ஊதியம் x என்க.
B-ன் ஊதியம் $6000 + x$ க்குக் குறைவாக இருக்கிறது.

$$\text{But } B\text{-ன் ஊதியம்} = 27,000$$

$$\therefore 6000 + x < 27,000$$

$$x < 21,000$$

$$(or) x - 6000 > 21,000$$

$$x > 27,000$$

எடுத்துக்காட்டு 2.9 A என்ற பெண் 446 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு புத்தகத்தில் 271 பக்கங்களைப் படித்து முடித்துவிட்டாள். அவள் அப்புத்தகத்தை ஒரு வாரத்தில் படித்து முடிக்க வேண்டுமெனில், ஒரு நாளைக்குக் குறைந்தபட்சம் எத்தனை பக்கங்களை படிக்க வேண்டும்?

தீர்வு:

தினமும் படிக்கவேண்டிய பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை x என்க. x நிறைவு செய்யும் அசமன்பாடு $7x + 271 \geq 446$. அதிலிருந்து, $x \geq 25$ எனக் கிடைக்கிறது. எனவே அப்புத்தகத்தை ஒரு வாரத்தில் படித்து முடிக்கத் தினமும் குறைந்தது 25 பக்கங்கள் படிக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10 $x^2 - px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் a மற்றும் b எனில் $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

Sol: $x^2 - px + q = 0$

S.R.: $a + b = -\frac{p}{1} = \frac{p}{-1}$

P.R. $ab = \frac{q}{1} = q$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{p}{q}$$

26) எடுத்துக்காட்டு 2.11 இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - ax + a + 2 = 0$ -ன் மூலங்கள் சமம் எனில் a -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.

Sol: $x^2 - ax + (a+2) = 0$ $a = 1$
 $a = 1$ மான தீர்வுகளுக்கு $b = -a$
 $c = a + 2$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$a^2 - 4(a+2) = 0$$

$$a^2 - 4a - 8 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = -8$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

27) எடுத்துக்காட்டு 2.12 $x^2 + |x-1| = 1$ -ன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

TBP Case i: For $x \geq 1$ $|x-1| = (x-1)$

$$x^2 + x - 1 = 1$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2, 1$$

$$\therefore x \geq 1 \quad x = 1 \text{ only}$$

For $x < 1$ $|x-1| = -(x-1)$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 1$$

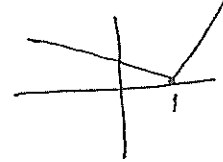
$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1$$

$$\therefore \text{தீர்வுகள்} = \{0, 1\}$$

எனவே சமன் பாட்டுக்கு இரு தீர்வுகள் உள்ளன.



28) 7 மற்றும் -3 ஆகிய மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

TBP Sol: $SR = 7 - 3 = 4$

$PR = 7(-3) = -21$

$x^2 - (SR)x + PR = 0$

$x^2 - 4x - 21 = 0$

29) ஒரு இருபடிக்கோவையின் ஒரு பூஜ்ஜியம் $1 + \sqrt{5}$. மேலும், $p(1) = 2$ எனில், அந்த இருபடிக்கோவையைக் காண்க.

Sol:

$1 + \sqrt{5}$

ஒரு தீர்வு எனில் $1 - \sqrt{5}$ ஆகியும் தீர்வு

$P(x) = a(x - (1 + \sqrt{5}))(x - (1 - \sqrt{5}))$

$= a(x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5})$

$= a(x - 1)^2 - 5$

$= a(x^2 - 2x + 1 - 5)$

$= a(x^2 - 2x - 4)$

$\therefore P(1) = 2 \quad P(1) = a(1 - 2 - 4) = 2$

$-5a = 2$

$\therefore P(x) = -\frac{2}{5}(x^2 - 2x - 4) \quad a = \frac{2}{-5}$

29) (i) $-x^2 + 3x + 1 = 0$ (ii) $4x^2 - x - 2 = 0$ (iii) $9x^2 + 5x = 0$ ஆகியவற்றின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

1) $-x^2 + 3x + 1 = 0 \quad a = -1$

$b = 3$

$c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 9 + 4 > 0$ தீர்வுகள் இரண்டும், சமமற்றவை

3) $9x^2 + 5x = 0 \quad a = 9$

$b = 5$

$c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 25 - 0 > 0$

2) $4x^2 - x - 2 = 0 \quad a = 4$

$b = -1$

$c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1 + 32 > 0$ தீர்வுகள், இரண்டும், சமமற்றவை

தீர்வுகள் : இரண்டும், சமமற்றவை

30) $x^2 + \sqrt{2}x + 3 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{1}{\beta}$ உடைய இருபடிக் கோவையைக் காண்க.

3=6

Sol: $x^2 + \sqrt{2}x + 3 = 0$ $a = 1$
 $b = \sqrt{2}$
 $c = 3$

$$SR = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\sqrt{2}$$

$$PR = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 3$$

வேரின்
 $= \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

$$SR: \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\sqrt{2}}{3}$$

$$P.R. \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}$$

தேவையானகோவை
 $P(x) = x^2 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)x + \frac{1}{3}$

$$P(x) = 3x^2 + \sqrt{2}x + 1$$

31) $k(x-1)^2 = 5x-7$ என்பதன் ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு எனில், $k = 2$ அல்லது -25 எனக் காண்க.

or

TBP.

Sol: $k(x-1)^2 = 5x-7$

$$k(x^2 + 1 - 2x) = 5x - 7$$

$$kx^2 + k - 2kx - 5x + 7 = 0$$

$$kx^2 - 2kx - 5x + k + 7 = 0$$

$$kx^2 - x(2k+5) + (k+7) = 0$$

$$a = k$$

$$b = -(2k+5)$$

$$c = k+7$$

ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு

$$\alpha \text{ and } 2\alpha$$

$$\alpha + 2\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$3\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$\alpha = \frac{2k+5}{3k}$$

$$2\alpha^2 = \frac{k+7}{k}$$

$$\alpha^2 = \frac{k+7}{2k}$$

$$\therefore \frac{k+7}{2k} = \frac{(2k+5)^2}{9k^2}$$

$$\frac{k+7}{2} = \frac{4k^2 + 20k + 25}{9k} \Rightarrow 9k^2 + 63k = 8k^2 + 40k + 50$$

$$k^2 + 23k - 50 = 0$$

$$(k+25)(k-2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 2, -25$$

32) $2x^2 - (a+1)x + a - 1 = 0$ -ன் மூலங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடும், அவைகளின் TBP. பெருக்கற்பலனும் சமம் எனில், $a = 2$ என நிறுவுக.

Sol: $2x^2 - (a+1)x + (a-1) = 0$
 α, β தீர்வுகள் எனில் -

$$a = 2$$

$$b = -(a+1)$$

$$c = a-1.$$

$$\alpha + \beta = \frac{a+1}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{a-1}{2}$$

Given: $\alpha - \beta = \alpha\beta \Rightarrow$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2\beta^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = (\alpha\beta)^2$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (\alpha\beta)^2$$

$$\left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{a-1}{2}\right) = \left(\frac{a-1}{2}\right)^2$$

$$\frac{a^2 + 1 + 2a}{4} - (2a - 2) = \frac{a^2 - 2a + 1}{4}$$

$$\frac{a}{2} + \frac{a}{2} - 2a + 2 = 0$$

$$-a = -2$$

$$a = 2$$

33) $ax^2 + bx + c = 0$ -ன் ஒரு மூலம்

TBP (i) மற்றொரு மூலத்தின் மாற்று குறியீடு

(ii) மற்றொரு மூலத்தைப் போல் மூன்று மடங்கு

(iii) மற்றொரு மூலத்தின் தலைகீழி ஆக இருக்கக் கட்டுப்பாடுகளைக் காண்க.

1)

தீர்வுகள் $\alpha, -\alpha$ எனில் $\alpha - \alpha = -\frac{b}{a}$
 $0 = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = 0$

தீர்வுகள்

2) $\alpha = 3\alpha$ எனில் $\alpha + 3\alpha = -\frac{b}{a}$
 $4\alpha = -\frac{b}{a}$
 $\alpha = -\frac{b}{4a}$

தீர்வுகளின் மூன்று

$$\alpha \cdot 3\alpha = \frac{c}{a}$$

$$3\alpha^2 = \frac{c}{a}$$

$$\alpha^2 = \frac{c}{3a}$$

But $\alpha = -\frac{b}{4a}$

$$\alpha^2 = \frac{b^2}{16a^2}$$

$$\therefore \frac{b^2}{16a^2} = \frac{c}{3a}$$

$$3b^2 = 16c$$

3) $\alpha, \frac{1}{\alpha}$

$$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a}$$

$$1 = \frac{c}{a}$$

34) $x^2 - ax + b = 0$ மற்றும் $x^2 - ex + f = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொதுவான மூலம் உள்ளது. மேலும், இரண்டாம் சமன்பாட்டிற்குச் சமமான மூலங்கள் உண்டு எனில், TBP $ae = 2(b+f)$ என நிறுவுக.

Let α, β be the roots of the eqn $x^2 - ax + b = 0$ and α be the common root

$$\therefore \alpha + \beta = a \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha\beta = b \quad \text{--- (2)}$$

Let α, γ be the roots of the second eqn: $x^2 - ex + f = 0$

$$\alpha + \gamma = e \quad \therefore \text{sub in (1)}$$

$$\alpha = \frac{e}{2} \quad \text{--- (3)}$$

$$\alpha^2 = f$$

$$\frac{e^2}{4} = f$$

$$\Rightarrow e^2 = 4f$$

$$\frac{e}{2}\beta = b$$

$$\beta = \frac{2b}{e}$$

$$\text{Now } \alpha + \beta = a$$

$$\frac{e}{2} + \frac{2b}{e} = a$$

$$\frac{e^2 + 4b}{2e} = a$$

$$e^2 + 4b = 2ae$$

$$4f + 4b = 2ae$$

$$2(f+b) = ae$$

$$ae = 2(f+b)$$

35) வரைபடம் வரையாமல் (i) $y = x^2 + x + 2$, (ii) $y = x^2 - 3x - 7$, (iii) $y = x^2 + 6x + 9$ ஆகியவை x -அச்சை வெட்டுமா எனச் சோதித்தறியவும். மேலும் வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்க.

1) $y = x^2 + x + 2$
 $x^2 + x + 2 = 0$ $a=1$
 $b=1$
 $c=2$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $= 1 - 8 < 0$

$\therefore$ The curve does not even touch the curve

2) $y = x^2 - 3x - 7$ $a=1$
 $x^2 - 3x - 7 = 0$ $b=-3$
 $c=-7$
 $\Delta = 9 + 28 > 0$

$\therefore$ The curve intersects the x axis at two points.

3) $y = x^2 + 6x + 9$ $a=1$
 $b=6$
 $c=9$
 $\Delta = 36 - 36 = 0$
 $\therefore$ The curve touches the x axis at one point

3b) write $f(x) = x^2 + 5x + 4$ in completed square form
 $x^2 + 5x + 4 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 4 - \frac{25}{4}$
 $= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

Quadratic inequalities

36) $3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

Sol: $3x^2 + 5x - 2 = 0$

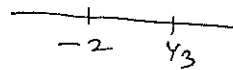
TBP $3x^2 + 6x - x - 2 = 0$

$3x(x+2) - 1(x+2) = 0$

$(x+2)(3x-1) = 0$

$x = -2, \frac{1}{3}$

$(x+2)(3x-1) \leq 0$



$x+2$	$3x-1$	$3x^2+5x-2$
-------	--------	-------------

$(-\infty, -2)$	-	-	+
-----------------	---	---	---

$[-2, \frac{1}{3}]$	+	-	-
---------------------	---	---	---

$(\frac{1}{3}, \infty)$	+	+	+
-------------------------	---	---	---

$\therefore$ The solution set is $[-2, \frac{1}{3}]$

37) $\sqrt{x+14} < x+2$

Sol: $\sqrt{x+14}$

TBP

$x+14 \geq 0$ or $x \geq -14$

$\therefore x \geq -14$

and $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

But $(x+14) < (x+2)^2$

$(x+14) < x^2 + 4x + 4$

$0 < x^2 + 3x - 10$

(or) $x^2 + 3x - 10 > 0$

$(x+5)(x-2) > 0$

$(-5, 2)$

when $x \in (-5, 2)$

$(+)(-) < 0$

when $x \in (-\infty, -5)$

$(-)(-) > 0$

$x \in (2, \infty)$

$(+)(+) > 0$

$\therefore x > -2$ the solution to be $x > -2$.

38) தீர்ச்சி

$$\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$$

TBP

$$x+4 \geq 0 \text{ and } 6-4x-x^2 = (x+4)^2$$

$$6-4x-x^2 = x^2+8x+16$$

$$\Rightarrow x \geq -4$$

$$2x^2+12x+10=0$$

$$x^2+6x+5=0$$

$$(x+5)(x+1)=0$$

$$\text{But } x \geq -4 \quad x = -1, -5 \text{ ஏதாவது தீர்ச்சி}$$

$$\text{Hence } x = -1$$

39) தீர்ச்சி

$$2x^2+x-15 \leq 0$$

Soli.

$$2x^2+x-15=0$$

$$\frac{-30}{\wedge}$$

TBP

$$2x^2+bx+5x-15=0$$

$$2x(x+3)-5(x+3)=0$$

$$(2x-5)(x+3) \leq 0$$

$$[-3, 5/2]$$

$$x \in (-\infty, -3) \text{ எனில் } (-)(-1) = +$$

$$x \in [-3, 5/2] \text{ எனில் } (-1)(+) = -$$

$$x \in (5/2, \infty) \text{ எனில் } (+)(+) = +$$

$$\therefore x \in [-3, 5/2] \text{ தீர்ச்சி}$$

40) தீர்ச்சி

$$-x^2+3x-2 \geq 0$$

TBP

$$\text{Sol: } -x^2+3x-2 \geq 0$$

$$x^2-3x+2 \leq 0$$

$$\text{let } x^2-3x+2=0$$

$$(x-2)(x-1) \leq 0$$

$$[1, 2]$$

$$x \in (-\infty, 1) \text{ எனில் } (-)(-) = +$$

$$x \in [1, 2] \text{ எனில் } (-)(+) \leq 0 = -$$

$$x \in (2, \infty) \text{ எனில் } (+)(+) > 0 = +$$

$$\therefore x \in [1, 2] \text{ தீர்ச்சி}$$

மீதித் தேற்றம் (Remainder Theorem)

பல்லுறுப்புக் கோவை $f(x)$ ஐ $x - a$ ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி $f(a)$ ஆகும்.

மீதி $c = f(a) = 0$ என அமையத் தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $f(x)$ -ன் காரணி $x - a$ ஆகும்.

ஒரு மெய்யெண் a என்பது $f(x)$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூஜ்ஜியமாக (zero of the polynomial) இருக்க வேண்டுமாயின் $f(a) = 0$ என இருத்தல் வேண்டும். $x - a$ என்பது $f(x)$ -ன் பூஜ்ஜியம் எனில், $x - a$ என்பது $f(x)$ -ன் ஒரு காரணியாகும்.

41) $f(x) = 4x^2 - 25$ என்ற பல்லுறுப்புச் சார்பின் பூஜ்ஜியங்களைக் காண்க.

TBP $f(x) = 4x^2 - 25$
 $= (2x+5)(2x-5)$ ∴ கோவையின் பூஜ்ஜியங்கள்
 $x = -5/2, x = 5/2$

42) $x^3 - x^2 - 17x = 22$ -ன் ஒரு மூலம் $x = -2$ எனில், பிற மூலங்களைக் காண்க.

TBP $x^3 - x^2 - 17x - 22 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -1 & -17 & -22 \\ & & -2 & 6 & +22 \\ \hline & 1 & -3 & -11 & 0 \end{array}$$

 $\therefore x^3 - x^2 - 17x - 22 = (x+2)(x^2 - 3x - 11) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 11 = 0, a = 1, b = -3, c = -11$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 44}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{53}}{2}$$

43) $x^4 = 16$ -ன் மெய் மூலங்களைக் காண்க. $-16 = 0$

TBP $x^4 - 16 = 0$
 $(x^2)^2 - 4^2 = 0$
 $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$
 $x^2 = -4, x^2 = 4$
 $x = \pm 2$
 when $x^2 = -4$ ∴ x கற்பனை.

44) தீர்வு காண்க: $(2x+1)^2 - (3x+2)^2 = 0$

TBP $(2x+1)^2 - (3x+2)^2 = 0$
 $(4x^2 + 4x + 1) - (9x^2 + 12x + 4) = 0$
 $-5x^2 - 8x - 3 = 0$

$5x^2 + 8x + 3 = 0$
 $5x^2 + 5x + 3x + 3 = 0$
 $5x(x+1) + 3(x+1) = 0$
 $(x+1)(5x+3) = 0 \Rightarrow x = -1, -3/5$

45 எடுத்துக்காட்டு 2.16 $f(0) = 1$, $f(-2) = 0$ மேலும், $f(1) = 0$ ஆக அமையும். இருபடி பல்லுறுப்பு கோவை $f(x)$ -ஐக் காண்க.

Sol:

TBP

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + 0 + c = 1$$

$$c = 1$$

$$f(1) = a + b + c = 0$$

$$f(-2) = 4a - 2b + c = 0$$

$$\because c = 1$$

$$a + b = -1$$

$$4a - 2b = -1$$

$$2a + 2b = -2$$

$$4a + 2b = -1$$

$$a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{b} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} + b = -1$$

$$b = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$(or) \text{ Since } f(-2) = 0$$

$$f(1) = 0$$

$x+2, x-1$ are the factors.

$$\therefore f(x) = a(x+2)(x-1)$$

$$\text{and } f(0) = a(2)(-1) = 1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-1)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + x - 2)$$

46) எடுத்துக்காட்டு 2.17 $x = \frac{2}{5}, 1 + \sqrt{3}$ ஆகிய மூலங்களையும் $f(0) = -8$ என்ற நிபந்தனையை நிறைவு செய்யும் முப்படி பல்லுறுப்பு கோவையைக் காண்க.

TBP

$$\therefore 1 + \sqrt{3} \text{ and } 1 - \sqrt{3} \text{ are roots}$$

$$x = \frac{2}{5}, 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}.$$

கொடுக்கப்பட்ட திங்கள்

$$P(x) = a(x - \frac{2}{5})(x - (1 + \sqrt{3}))(x - (1 - \sqrt{3}))$$

$$= a(x - \frac{2}{5})(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$$

$$= a(x - \frac{2}{5})[(x - 1)^2 - 3]$$

$$\because P(0) = -8 \quad a(-\frac{2}{5})(-2) = -8$$

$$a = -\frac{-8 \times 5}{2} = -10$$

$$\therefore P(x) = -10(x - \frac{2}{5})[(x - 1)^2 - 3]$$

$$= -10(x - \frac{2}{5})(x^2 - 2x + 1 - 3)$$

$$= -10(x^3 - 2x^2 - 2x - \frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{4}{5})$$

$$= -10x^3 + 24x^2 + 12x - 8$$

47)

47) எடுத்துக்காட்டு 2.18 $f(x) = x^3 - 3px + 2q$ ஆனது, $g(x) = x^2 + 2ax + a^2$ ஆல் வகுபடும் எனில், $ap + q = 0$ என நிறுவுக.

TBP

Sol: $f(x)$ ன் படி, முதன்மை கொடு!

$f(x)$ ன் $g(x)$ னால் $f(x) = g(x)(x+b)$ கிங் b மாறும்.

$$\therefore x^3 - 3px + 2q = (x^2 + 2ax + a^2)(x+b)$$

Co. eff. x^2 $2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a$

Co. eff. x $2ab + a^2 = -3p \Rightarrow -4a^2 + a^2 = -3p$
 $a^2 b = 2q$ $-3a^2 = -3p$
 $a^2 = p$

$$\sqrt{2}a^3 = \sqrt{2}q \Rightarrow a^3 = q$$

$$\therefore ap + q = a^3 - a^3 = 0$$

48) எடுத்துக்காட்டு 2.20 $(x-1)^3(x+1)^2(x+5) = 0$ என்ற பல்லுறுப்புச் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. மேலும், அதன் பெருக்கல் படித் தன்மைகளை எழுதுக.

TBP

Sol: $f(x) = (x-1)^3(x+1)^2(x+5)$

$$x = 1, -1, -5$$

+1 ன் பெருக்கல் படி 3
 -1 ன் பெருக்கல் படி 2
 -5 ன் பெருக்கல் படி 1

49)

தீர்க்க

$$x = \sqrt{x+20} \quad x \in \mathbb{R}.$$

TBP

Sol: $\sqrt{x+20}$

$x+20 \geq 0$ (positive) மிகை.

$$\therefore x = \sqrt{x+20}$$

$$x^2 = x+20 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$(x-5)(x+4) = 0$$

$\therefore x$ மிகை எண்மாதிரி $x = -4, 5$
 $x = 5$

50

எடுத்துக்காட்டு 2.22 $x^2 - 6x + a = 0$ மற்றும் $x^2 - bx + 6 = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொது மூலம் உள்ளது. மேலும் முதல் மற்றும் இரண்டாம் சமன்பாடுகளின் அடுத்த மூலங்கள் முழுக்களாகவும் 4:3 என்ற விகிதத்திலும் இருக்கும் எனில், பொது மூலத்தைக் காண்க.

Sol:

 α சமன்பாடுகளின் மூலம்

$$\alpha, 4\beta \quad \text{சமன்பாடு} \quad x^2 - bx + a = 0 \quad \text{இருக்கின்றன} \quad a=1$$

$$\alpha + 4\beta = b \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha \cdot 4\beta = a \quad \text{--- (2)}$$

$$b = -b \\ c = a.$$

$$\text{Let } \alpha, 3\beta \quad \text{சமன்பாடு} \quad x^2 - bx + b = 0 \quad \text{இருக்கின்றன} \quad a=1$$

$$\alpha + 3\beta = b \quad \text{--- (3)}$$

$$\alpha \cdot 3\beta = b \quad \text{--- (4)}$$

$$b = -b \\ c = b.$$

$$\frac{(2)}{(4)} \quad \frac{4\beta}{3\beta} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow a = 8$$

$$-4, -2$$

$$\therefore x^2 - bx + 8 = 0$$

$$(x-4)(x-2) = 0$$

$$x = 2, 4.$$

$$\text{If } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha = 4, \beta = \frac{1}{2}$$

இருக்கின்றன இவற்றின் மூலம்

2. சமன்பாடுகளின் மூலம்

51)

$x^2 + px + 8 = 0$ சமன்பாட்டின் மூலம் இருக்கின்றன
இருக்கின்றன α எனில் p கிடைக்கிறது.

$$\text{Sol: } x^2 + px + 8 = 0 \quad a=1$$

$$b=p$$

$$c=8$$

α, β சமன்பாட்டின் மூலம் இருக்கின்றன.

$$\alpha + \beta = -p, \quad \alpha\beta = 8$$

$$\text{But } \alpha - \beta = 2$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = p^2 - 32$$

$$p^2 = 36 \quad p = \pm 6.$$

52.

$$x^4 + 1$$

பாடுகளின் மூலம்

$$x^4 + 1 = 0$$

$$(x^2)^2 + 2x^2 + 1 - 2x^2 = 0$$

$$(x^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}x)^2 = 0$$

$$(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1) = 0.$$

53) If $3x^3 + 8x^2 + 8x + a$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒரு காரணி $x^2 + x + 1$ எனில், TBP a -ன் மதிப்பைக் காண்க.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x + 1 \overline{) 3x^3 + 8x^2 + 8x + a} \\
 \underline{3x^3 + 3x^2 + 3x} \\
 5x^2 + 5x + a \\
 \underline{5x^2 + 5x + 5} \\
 0
 \end{array}
 \Rightarrow a - 5 = 0$$

$\therefore a = 5$.

Rational inequalities.

54) solve: $\frac{x+1}{x+3} < 3$

TBP

Sol: $\frac{x+1}{x+3} < 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x+3} - 3 < 0$

$$\frac{x+1-3x-9}{x+3} < 0$$

$$\frac{-2x-8}{x+3} < 0$$

$$\frac{x+4}{x+3} > 0$$

$\therefore x+4, x+3$ both are Positive (or) both are negative.

When $x \in (-\infty, -4)$

$x+3$	$x+4$	$\frac{x+4}{x+3}$	
-	-	+	$\frac{x+4}{x+3} > 0$

$x \in (-4, -3)$

$x+3$	$x+4$	$\frac{x+4}{x+3}$	
-	+	-	$\frac{x+4}{x+3} < 0$

$x \in (-3, \infty)$

$x+3$	$x+4$	$\frac{x+4}{x+3}$	
+	+	+	$\frac{x+4}{x+3} > 0$

தீர்வு: $(-\infty, -4) \cup (-3, \infty)$

55)

x ன் சமீப மதிப்புகளும் காண்க $\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0$

$$\frac{x^3(x-1)}{x-2} > 0 \Rightarrow x^3(x-1) \geq 0 \text{ when } x \neq 2$$

$$= x = 0, x = 1$$

$x \neq 2$.

	x^3	$x-1$	$x^3(x-1)$	$\frac{x^3(x-1)}{x-2}$
$x \in (-\infty, 0)$	-	-	+	-
$x \in (0, 1)$	+	-	-	+
$x \in (1, 2)$	+	+	+	-
$x \in (2, \infty)$	+	+	+	+

00

 $(0,1) \cup (2,\infty)$ தீர்மானம்

56)

TBP $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ x ன் சமன்பாட்டிற்குரிய கருணைகளைக் காண்க.

Sol: $\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ $2x-3=0$ $x \neq 2, x \neq 4$
 $2x=3$
 $x = 3/2$

x	$2x-3$	$x-2$	$x-4$	$\frac{2x-3}{(x-2)(x-4)}$	
When $x \in (-\infty, 3/2)$	-	-	-	-	
$x \in (3/2, 2)$	+	-	-	+	
$x \in (2, 4)$	+	+	-	-	
$x \in (4, \infty)$	+	+	+	+	

$\therefore \frac{2x-3}{(x-2)(x-4)} < 0$ $x \in (-\infty, 3/2) \cup (2, 4)$

57) $\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} \leq 0$
 சமன்பாடு: $x^2-2x-15$

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x-15} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0$$

$$(x+2)(x-2) = 0 \quad x = -2 \text{ or } 2$$

$$x \neq -3, x \neq 5$$

x	$x+2$	$x-2$	$x-5$	$x+3$	$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)}$	
$(-\infty, -3)$	-	-	-	-	+	
$(-3, -2]$	-	-	-	+	-	
$[-2, 2)$	+	-	-	+	+	
$(2, 5)$	+	+	-	+	-	
$(5, \infty)$	+	+	+	+	+	

$$\therefore x \in \frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)(x+3)} \leq 0 \in (-3, -2] \cup [2, 5]$$

Partial Fraction.

58)

$$\frac{x}{(x+3)(x-4)} \text{ டி பகுதி பின்னமாக மாற்றித் தருக.}$$

let $\frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-4}$

TBP

$$x = A(x-4) + B(x+3)$$

Put $x=4$ $4 = 7B \Rightarrow B = 4/7$

$x = -3$ $-3 = -7A$ $A = 3/7$

$$\therefore \frac{x}{(x+3)(x-4)} = \frac{3/7}{x+3} + \frac{4/7}{x-4}$$

$$= \frac{3}{7(x+3)} + \frac{4}{7(x-4)}$$

59) $\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{(x+a)(x-a)}$

TBP

$$\frac{1}{x^2-a^2} = \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a}$$

$$1 = A(x-a) + B(x+a) \quad \therefore \frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a(x+a)} + \frac{1}{2a(x-a)}$$

Put $x=a$ $1 = 2aB \Rightarrow B = 1/2a$

$x = -a$ $1 = -2aA \Rightarrow A = -1/2a$

60) $\frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$

TBP

$$3x+1 = A(x+1) + B(x-2)$$

Put $x=2$ $7 = 3A \Rightarrow A = 7/3$

$x = -1$ $-2 = -3B$ $B = 2/3$

$$\therefore \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} = \frac{7}{3(x-2)} + \frac{2}{3(x+1)}$$

61) $\frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

Co-eff x^2 $0 = A+B$

$0 = 1+B$

$\Rightarrow B = -1$

$$2x = A(x+1) + (Bx+C)(x-1)$$

Put $x=1$ $2 = A \cdot 2 \Rightarrow A = 1$

Const: $0 = A-C$

$0 = 1-C \Rightarrow C = 1$

$$\therefore \frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1-x}{x^2+1}$$

62)

$$\text{TBP } \frac{x+1}{x^2(x-1)}$$

$$\text{Sol: Let } \frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$$

$$x+1 = Ax(x-1) + B(x-1) + C \cdot x^2$$

Put $x=0$

$$1 = -B \Rightarrow B = -1$$

$$\text{Put } x=1 \quad 2 = C \Rightarrow C = 2$$

$$\text{Co-eff. } x^2: \quad 0 = A + C$$

$$0 = A + 2 \Rightarrow A = -2$$

$$\therefore \frac{x+1}{x^2(x-1)} = \frac{-2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x-1}$$

63)

$$\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)}$$

$$\text{Let } \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$$

$$x = A(x-2)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x-2)$$

$$\text{Put } x=1 \quad 1 = A(-1)(2) = -2A \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Put } x=2 \quad 2 = B(1)(5) \Rightarrow B = \frac{2}{5}$$

$$\text{Const:} \quad 0 = -2A - B + 2D$$

$$= -2\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{5} + 2D$$

$$1 + \frac{2}{5} = 2D \Rightarrow 2D = \frac{7}{5}$$

$$D = \frac{7}{10}$$

Co-eff x^3

$$0 = A + B + C$$

$$0 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{13}{10}$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x-2)} = \frac{-\frac{1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{2}{5}}{x-2} + \frac{\frac{13}{10}x + \frac{7}{10}}{x^2+1}$$

64) $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)}$
TBP

Let $\frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

$$x = A(x+2)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)(x+2)$$

Put $x=1$ $1 = A(3)(2) \Rightarrow A = 1/6 \checkmark$

$x=-2$ $-2 = B(-3)(5)$

$$B = 2/15$$

Const:

$$0 = 2A - B - 2D$$

$$2D = 2 \cdot \frac{1}{6} - \frac{2}{15}$$

$$= \frac{5-2}{15} = \frac{3}{15}$$

$$D = \frac{3}{30} = 1/10$$

Coeff. x^3

$$0 = A + B + C$$

$$0 = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} + C$$

$$C = -\frac{5+4}{30} = -\frac{9}{30} = -3/10$$

$$\therefore \frac{x}{(x^2+1)(x-1)(x+2)} = \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)} + \frac{-\frac{3}{10}x + \frac{1}{10}}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{6(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)} + \frac{-3x+1}{10(x^2+1)}$$

65) $\frac{x}{(x-1)^3}$
TBP

Sol: Let $\frac{x}{(x-1)^3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3}$

$$x = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$$

Put $x=1$ $1 = C$

$$\therefore \frac{x}{(x-1)^3} = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$$

Coeff. $x^2 = 0 = A$

Const: $0 = A - B + C$
 $= 0 - B + 1 \Rightarrow B = 1$

66)

TBP

புது பதவியை பதவியை

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6}$$

$$\text{Sol: } \frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1 + \frac{6x-5}{x^2-5x+6}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2-5x+6 \overline{) x^2+x+1} \\ \underline{x^2-5x+6} \\ 6x-5 \end{array}$$

$$\frac{6x-5}{x^2-5x+6} = \frac{6x-5}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$$

$$x^2-5x+6 = (x-3)(x+2)$$

$$6x-5 = A(x+2) + B(x-3)$$

$$\text{Put } x=3 \quad 13 = A \Rightarrow A=13$$

$$\text{Put } x=-2 \quad -7 = -B \Rightarrow B=7$$

$$\therefore \frac{6x-5}{(x-3)(x+2)} = \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x+2}$$

$$\therefore \frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1 + \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x+2}$$

$$67) \frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6}$$

$$\begin{array}{r} x-5 \\ x^2+5x+6 \overline{) x^3+0x^2+2x+1} \\ \underline{x^3+5x^2+6x} \\ -5x^2-4x+1 \\ \underline{-5x^2-25x-30} \\ 21x+31 \end{array}$$

$$\frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = (x-5) + \frac{21x+31}{(x+2)(x+3)}$$

$$\frac{21x+31}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$$

$$21x+31 = A(x+3) + B(x+2)$$

$$\text{Put } x=-2 \quad -42+31 = -A$$

$$A = -11$$

$$x=-3 \quad -63+31 = -B$$

$$-32 = -B \Rightarrow B=32$$

$$\therefore \frac{21x+31}{(x+2)(x+3)} = \frac{-11}{x+2} + \frac{32}{x+3}$$

$$\therefore \frac{x^3+2x+1}{x^2+5x+6} = (x-5) - \frac{11}{x+2} + \frac{32}{x+3}$$

68) $\frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)}$
TBP

$$\frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-2}$$

$$x+12 = A(x+1)(x-2) + B(x-2) + C(x+1)^2$$

Put $x=2$ $14 = 9C \Rightarrow C = \frac{14}{9}$

$x=-1$ $11 = -3B \Rightarrow B = -\frac{11}{3}$

Const: $12 = -2A - 2B + C$
 $= -2A + \frac{22}{3} + \frac{14}{9}$

$$2A = \frac{22}{3} + \frac{14}{9} - 12$$

$$A = \frac{33+7-54}{9} = -\frac{14}{9}$$

$$\therefore \frac{x+12}{(x+1)^2(x-2)} = -\frac{14}{9(x+1)} - \frac{11}{3(x+1)^2} + \frac{14}{9(x-2)}$$

69) $\frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1}$
TBP

$$x^3+x^2+x+1$$

$$= x^2(x+1) + 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2+1)$$

Sol:

$$\frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$$

$$6x^2-x+1 = (Ax+B)(x+1) + C(x^2+1)$$

$x=-1$ $6+1+1 = 2C \Rightarrow C = 4$

Const: $1 = B+C \Rightarrow B = 1-C$
 $= 1-4 = -3$

68 2

$$6 = A+C$$

$$= A+4 \Rightarrow A = 2$$

$$\therefore \frac{6x^2-x+1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{2x-3}{x^2+1} + \frac{4}{x+1}$$

70) $\frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3}$
TBP

$$\frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2 + \frac{x-5}{x^2+2x-3}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2x^2+5x-11 \\ 2x^2+4x-6 \\ \hline x-5 \end{array}$$

$$= 2 + \frac{x-5}{(x+3)(x-1)}$$

$$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$$

$$\frac{x-5}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$$

$$x-5 = A(x-1) + B(x+3)$$

Put $x=1$

$$-4 = 4B \Rightarrow B = -1$$

$$x=-3 \quad 8 = 4A \quad A = 2$$

$$\therefore \frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3} = 2 + \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-1}$$

71) $\frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)}$
TBP

Sol: $\frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$

$$7+x = (Ax+B)(x+1) + C(x^2+1)$$

Put $x=-1$ $7-1 = 2C$

$$2C = 6$$

$$C = 3$$

Const: $7 = B+C$

$$B = 7-3 = 7-3 = 4$$

Co-eff. x^2

$$0 = A+C$$

$$A = -C = -3$$

$$\therefore \frac{7+x}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{-3x+4}{x^2+1} + \frac{3}{x+1}$$

72) $\frac{(x-1)^2}{x^3+x}$
TBP

$$\frac{(x-1)^2}{x^3+x} = \frac{x^2-2x+1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$x^2-2x+1 = A(x+1) + Bx$$

Put $x = -1$ $1+2+1 = -B$

$$B = -4.$$

Contr: $1 = A$

$$\therefore \frac{x^2-2x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{4}{x+1}.$$

73) $\frac{1}{x^4-1}$
TBP

$$\frac{1}{x^4-1} = \frac{1}{(x^2)^2-1^2} = \frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{1}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{x-1}$$

$$1 = (Ax+B)(x^2-1) + C(x^2+1)(x-1) + D(x^2+1)(x+1)$$

Put $x=1$

$$1 = 4D \Rightarrow D = \frac{1}{4}.$$

Coef. x^3 $0 = A+C+D \Rightarrow A+C = -\frac{1}{4}$ — (1)

Coef. x^2 $0 = B-C+D$ $B-C = -\frac{1}{4}$ — (2)

Coef. x $0 = -A+C+D$ $-A+C = -\frac{1}{4}$ — (3)

(1)+(3) $2C = -\frac{2}{4} \Rightarrow C = -\frac{1}{4}$

$$A = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0.$$

$$\therefore \frac{1}{x^4-1} = \frac{-1}{(x^2+1)} - \frac{1}{4(x+1)} + \frac{1}{4(x-1)} \quad B = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Logarithm:74) Find the logarithm of 1728 to the base $2\sqrt{3}$.

TBP

Sol: Let $\log_{2\sqrt{3}} 1728 = x$
 $1728 = (2\sqrt{3})^x$
 But $1728 = 2^6 \cdot 3^3$
 $= 2^6 \cdot 3^6$
 $(2\sqrt{3})^x = (2\sqrt{3})^6$
 $\Rightarrow x = 6$

$\therefore \log_{2\sqrt{3}} 1728 = 6$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1728} \\ \underline{2864} \\ 2432 \\ \underline{2432} \\ 216 \\ \underline{216} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 54 \\ \underline{54} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

75) If the logarithm of 324 to the base a is 4 Find a .

TBP

Sol: $\log_a 324 = 4 \Rightarrow 324 = a^4$
 $= 2^4 \cdot 3^4$
 $= (2 \cdot 3)^4$
 $= (6)^4$
 $\Rightarrow a = 6$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 324} \\ \underline{216} \\ 98 \\ \underline{98} \\ 0 \end{array}$$

www.Padasalai.Net

76) P.T $\log \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243} = \log 2$.

TBP

Sol: LHS: $\log \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243}$
 $= \log \frac{75}{16} - \log \frac{25}{81} + \log \frac{32}{243}$
 $= \log \left[\frac{75}{16} \times \frac{81^2}{25} \times \frac{81}{243} \right]$
 $= \log 2$

77) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{7}{2}$

TBP

x ஸ் லாஜிதம்
கொடுக்க.

LHS $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \log_2 x + \log_{2^2} x + \log_{2^4} x$
 $\therefore \log_a x = \frac{1}{n} \log_a x$
 $\Rightarrow x = \left(\frac{2}{2}\right)^1$
 $= 4$

$= \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{1}{4} \log_2 x$
 $= \log_2 x \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right]$
 $= \log_2 x \left[\frac{4+2+1}{4} \right]$
 $= \frac{7}{4} \log_2 x = \frac{7}{2}$
 $\log_2 x = 1$

78) $\log_3 x = 9$.

TBP

Sol: Let $\log_3 x = y \Rightarrow x = 3^y$

$$\therefore \log_3 x = 3^y \cdot y = 3^{y^2} = 9$$

$$= 3^{y^2} = 3^2$$

$$9 = 3^2$$

$$\Rightarrow y^2 = 2 \therefore y = \pm\sqrt{2}$$

Hence $x = 3^{\sqrt{2}}, 3^{-\sqrt{2}}$

79) Compute $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27$

TBP

Sol: $\log_3 5 \log_{25} 27 = \log_3 5 \cdot \log_5 27$

$$= \log_3 5 \cdot \frac{1}{2} \log_5 27$$

$$= \frac{1}{2} \log_3 27 = \frac{1}{2} \log_3 3^3 = \frac{3}{2} \log_3 3$$

$$= \frac{3}{2}$$

80)

TBP

$$\log_{10} 2 = 0.30103 \quad \log_{10} 3 = 0.47712$$

$2 \cdot 3$ ന്റെ ലോഗിതത്തിന്റെ സംയുക്തമെങ്കിലും.

Sol: Let

$$N = 2^8 \cdot 3^{12}$$

$$\log N = \log(2^8 \cdot 3^{12}) = \log 2^8 + \log 3^{12}$$

$$= 8 \log 2 + 12 \log 3$$

$$= 8 \times 0.30103 + 12 \times 0.47712$$

$$\log N = 8.13368 \text{ on seeing Anti log}$$

$$\therefore N = 9$$

കുറച്ചുകൂടി കണക്കാക്കി
സംയുക്തമെങ്കിലും.

82) let $b > 0$ and $b \neq 1$ Express $y = b^x$ in logarithmic form Also state the domain and range the logarithmic fn.

TBP

Sol: $y = b^x$

$$\log_b y = x$$

Domain $(0, \infty)$ range $(-\infty, \infty)$

83) Compute $\log_9 27 - \log_{27} 9$

TBP

$$\log_9 27 = \log_3 \frac{3^3}{3^2}$$

$$= \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}$$

But $\log_{27} 9 = \log_3 \frac{3^2}{3^3}$

$$= \frac{1}{3} \log_3 3 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \log_9 27 - \log_{27} 9 = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6}$$

84) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

TBP

Sol: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

$$\log_2 x + \log_2 \frac{x}{2} + \log_2 \frac{x}{4} = 11$$

$$\log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x = 11$$

$$\log_2 x \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] = 11$$

$$\log_2 x \left[\frac{6+3+2}{6} \right] = 11$$

$$\log_2 x = \frac{11 \times 6}{6}$$

$$x = 2^6 = 64.$$

85

TBP

$\log_4 2^{8x} = \log_2 8$

$a^{\log_a x} = x.$

Sol: $\log_4 2^{8x} = 8$

$$\log_2 2^{\frac{8x}{2}} = 8$$

$$\frac{1}{2} \log_2 2^{8x} = 8 \Rightarrow \log_2 2^{8x} = 16$$

$$8x \log_2 2 = 16 \Rightarrow 8x = 16$$

$$x = 2$$

(or)

$$\log_4 2^{8x} = 8$$

$$\frac{8x}{2} = 4^8 = 2^{16}$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

86)

$a^2 + b^2 = 7ab$ $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

TBP

Sol: $a^2 + b^2 = 7ab$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 7ab + 2ab$$

$$(a+b)^2 = 9ab$$

$$\log (a+b)^2 = \log (9ab)$$

$$2 \log (a+b) = \log 9 + \log a + \log b.$$

$$\log (a+b) = \frac{1}{2} \log 9 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$= \log 3 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$= \log 3 + \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$\log (a+b) - \log 3 = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$\log \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

87) $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab} = 0$
 TBP: $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab} = 0$

LHS $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} + \log \frac{c^2}{ab}$
 $= \log \left(\frac{a^2}{bc} \times \frac{b^2}{ca} \times \frac{c^2}{ab} \right)$
 $= \log 1 = 0.$

88) $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80} = 1$
 TBP: $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80} = 1$

LHS: $\log 2 + 16 \log \frac{16}{15} + 12 \log \frac{25}{24} + 7 \log \frac{81}{80}$
 $= \log 2 + \log \left(\frac{16}{15} \right)^{16} + \log \left(\frac{25}{24} \right)^{12} + \log \left(\frac{81}{80} \right)^7$
 $= \log \left[2 \times \frac{16^{16}}{15^{16}} \times \frac{(25)^{12}}{24^{12}} \times \frac{81^7}{80^7} \right]$
 $= \log \left[2 \times \frac{4^{32}}{5^{16} 3^{16}} \times \frac{5^{24}}{4^{12} 3^{12} 2^{12}} \times \frac{3^{28}}{4^7 \times 5^7 \times 2^7} \right]$
 $= \log \left[2 \times \frac{4^{32} \times 5^{24} \times 3^{28}}{5^{23} \times 4^{26} \times 3^{28} \times 2^{12}} \right]$
 $= \log 10 = 1$

89) $\log_a a \cdot \log_b b \cdot \log_c c = \frac{1}{8}$
 TBP: $\log_a a \cdot \log_b b \cdot \log_c c = \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{2} \log_a a \cdot \frac{1}{2} \log_b b \cdot \frac{1}{2} \log_c c$
 $= \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{8}$

90) $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n = \frac{n(n+1)}{2} \log a$
 TBP: $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n = \frac{n(n+1)}{2} \log a$

Sol: LHS: $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n$
 $= \log a + 2 \log a + 3 \log a + \dots + n \log a$
 $= \log a [1 + 2 + 3 + \dots + n]$
 $= \frac{n(n+1)}{2} \log a$

91) $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x = 6$
 TBP: $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x = 6$

Sol: LHS: $\log_2 x - 3 \log_{\frac{1}{2}} x$
 $= \frac{1}{\log_2 2} - 3 \cdot \frac{1}{\log_2 \frac{1}{2}} = 6$
 $= \frac{1}{\log_2 2} - 3 \cdot \frac{1}{-\log_2 2} = 6$

$\frac{1}{\log_2 2} + \frac{3}{\log_2 2} = 6$
 $\frac{4}{\log_2 2} = 6$
 $4 \log_2 2 = 6 \cdot 2$
 $4 \cdot 1 = 12$
 $4 = 12$

92) தரக்க. $\log_{5-x}(x^2 - 6x + 65) = 2$
 TBP $x^2 - 6x + 65 = (5-x)^2$
 $= x^2 + 25 - 10x$
 $4x = -40$
 $x = -10$

Exponents and Radicals:

பகுதையை அதிகம் கற்று எண்ணுங்கள் அதற்கு உதவுக.

$$\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}}$$

93)

TBP

Sol: $\frac{7+\sqrt{6}}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$
 $= \frac{21 + 7\sqrt{2} + 3\sqrt{6} + \sqrt{12}}{9-2}$
 $= \frac{21 + 7\sqrt{2} + 3\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{7}$
 $=$

94) $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ எனில் $\frac{x^2+1}{x^2-2}$ ல் மதிப்பு காண்க.
 TBP Sol: $\frac{x^2+1}{x^2-2} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-2} = \frac{2+3+2\sqrt{6}+1}{2+3+2\sqrt{6}-2}$

$$= \frac{6+2\sqrt{6}}{3+2\sqrt{6}} \times \frac{3-2\sqrt{6}}{3-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{18-12\sqrt{6}+6\sqrt{6}-24}{9-24}$$

$$= \frac{-6-6\sqrt{6}}{-15} = \frac{2+2\sqrt{6}}{5}$$

95

TBP

பகுதையை அதிகம் கற்று எண்ணுங்கள் அதற்கு உதவுக. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

Sol: $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
 $= \frac{5-\sqrt{10}}{5-2} = \frac{5-\sqrt{10}}{3}$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{30}-\sqrt{10}}{4}$$

96)

வந்தக வேம்பு மரம்: $7-4\sqrt{3}$.

TBP

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = a+b\sqrt{3}$$

இதையே மீட்டி வந்தகப்படுத்தி.

$$7-4\sqrt{3} = (a+b\sqrt{3})^2$$

$$7-4\sqrt{3} = a^2 + 3b^2 + 2ab\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + 3b^2 = 7 \quad | \quad 2ab\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$2ab = 4$$

$$a = \frac{4}{2b} = \frac{2}{b}$$

$$\therefore \frac{4}{b^2} + 3b^2 = 7$$

$$4 + 3b^4 = 7b^2$$

$$\Rightarrow 3b^4 - 7b^2 + 4 = 0$$

b ன் ஒடுகிறதென்பது உண்மையாக

$$b = t \text{ எனில் } 3t^2 - 7t + 4 = 0 \quad a = 1$$

$$3t^2 - 3t - 4t + 4 = 0$$

$$3t(t-1) - 4(t-1) = 0$$

$$(3t-4)(t-1) = 0$$

$$t = 1, \frac{4}{3}$$

$$\begin{array}{l|l} a = 1 & b = \frac{4}{3} \\ b = \pm 1 & b = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \end{array}$$

$$\therefore b \text{ ஒடுகிறதென்பதால் } b = \pm 1 \text{ க்கு } a = \pm 2 \text{ and } b = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ } a = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sqrt{7-4\sqrt{3}} > 0 \quad \text{எனவே } a+b\sqrt{3} \text{ வந்தகவேம்பு}$$

$$= 2 - \sqrt{3} \text{ வந்தக வேம்பு}$$

97)

TBP கீழ்க்கண்ட: $\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$

Consider $\frac{1}{3-\sqrt{8}} \times \frac{3+\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{8}}{9-8} = 3+\sqrt{8}$

$$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{8-7} = \sqrt{8}+\sqrt{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{6-5} = \sqrt{6}+\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

$$\therefore \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

$$= (3+\sqrt{8}) - (\sqrt{8}+\sqrt{7}) + (\sqrt{7}+\sqrt{6}) - (\sqrt{6}+\sqrt{5}) + (\sqrt{5}+2)$$

$$= 3+2 = 5$$

98)

TBP

கோளவடிவத்தின் மூலம் கண்டறிய
 $\frac{32\pi}{3}$ லைன் ஸ்டீர்ஜன் கனம் காண்க.

கோளத்தின் கனம் கண்டறிய

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32\pi}{3}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

99)

TBP

கூடுதல் மதிப்புகள் காண்க. $3^{\frac{2n^2-n}{3}} / 3^n = 27$

Sol: $\frac{2n^2-n}{3} - \frac{n}{3} = 27$

$$\frac{2n^2-4n}{3} = 27$$

$$2n^2-4n-81 = 0$$

$$2n^2+4n-3n-81 = 0$$

$$2n^2+4n-3n-81 = 0$$

$$4-2n = 3 \Rightarrow 4-2n=3$$

$$-2n = -1$$

$$n = 1/2$$

100

TBP

$\left(x^{1/2} + \frac{1}{x^{1/2}}\right)^2 = 9/2$ ஸ்டீர்ஜன் மதிப்புகள் காண்க. $\left(x^{1/2} - \frac{1}{x^{1/2}}\right)^2$ for $x > 1$.

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 - 4$$

$$= \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

101)

மதிப்புகள் $\left(\left((256)^{-1/2}\right)^{-1/4}\right)^3 = (256)^{1/8 \cdot 3} = (256)^{3/8}$

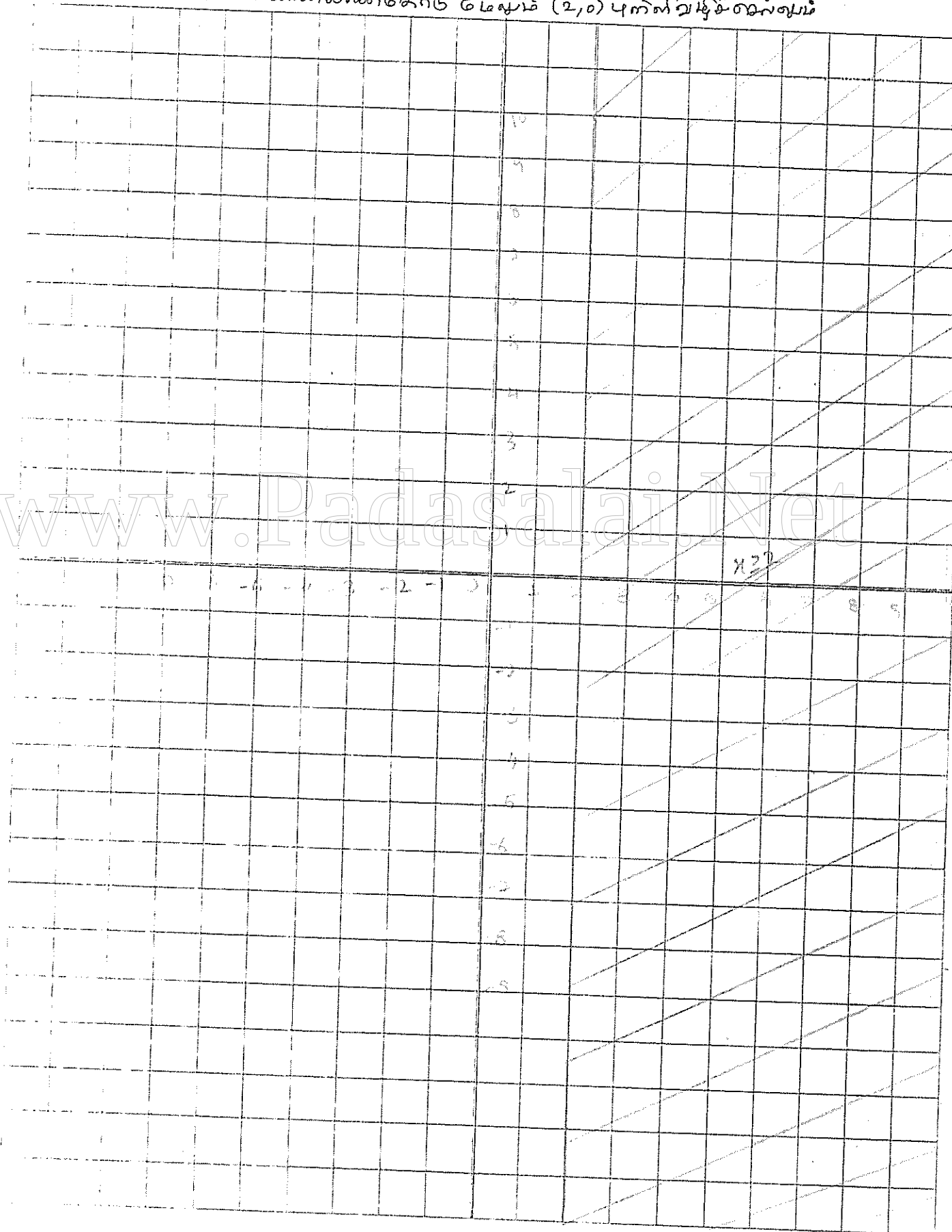
$$= (2^8)^{3/8} = 2^3 = 8$$

$$x \geq 2$$

Let $x = 2$

It is a line $\parallel$ to y axis passing through $(2, 0)$

இது y அச்சத்திற்கு இணையானதாகவும் (2,0) புள்ளியிலிருந்தும் செல்லும்



3-ம்

$$x + 2y > 3$$

y வலது $x = 0$ என்க

$$x + 2y = 3 \text{ என்க}$$

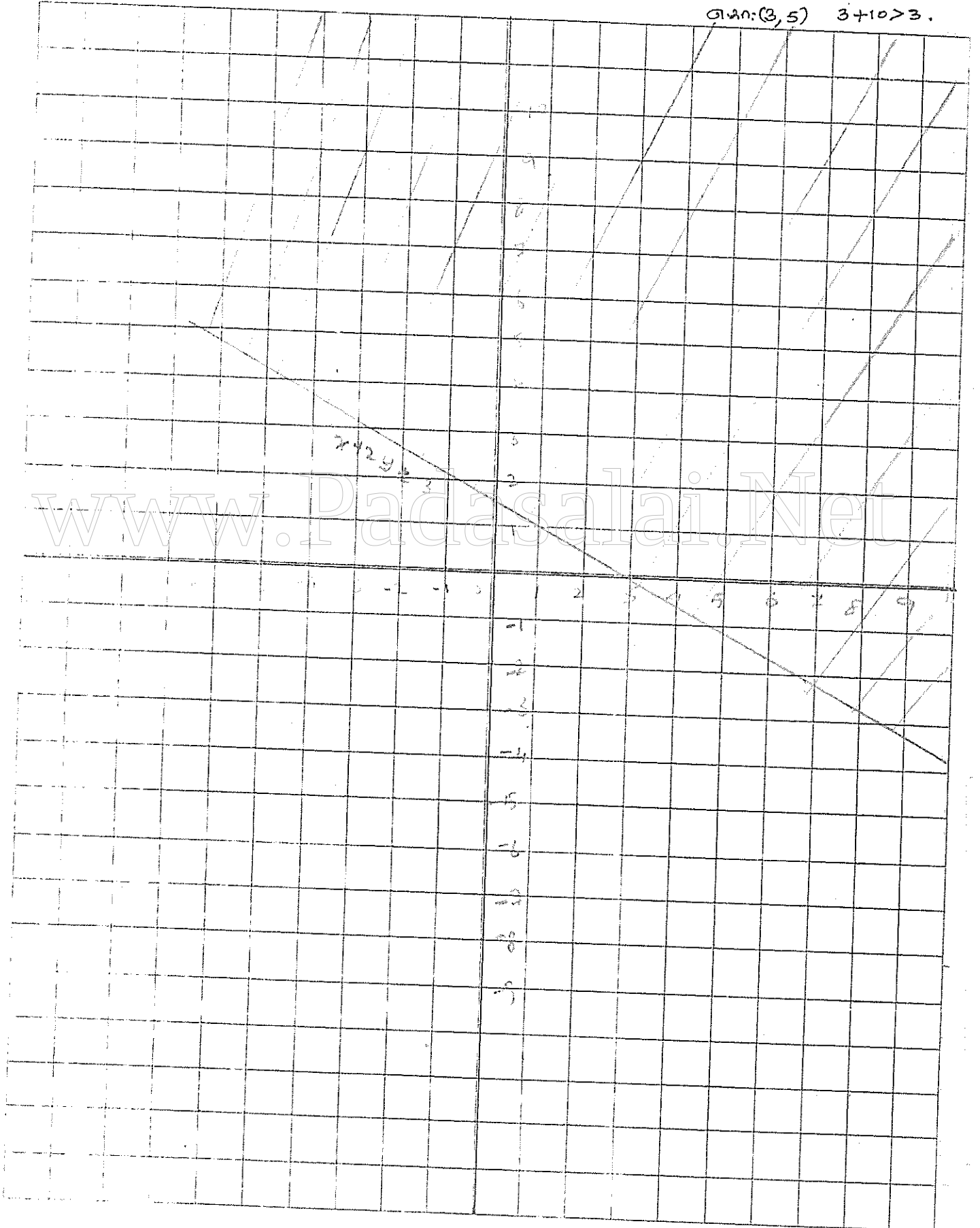
$$y = \frac{3}{2} = 1.5$$

x வலது $y = 0$ என்க

$$\therefore x = 3$$

சரிபார்த்தல்: கோடிட்ட பகுதியில்
வெள்ளை நிறத்தில்
சரிபார்க்கவும்

$$\text{உதா: } (3, 5) \quad 3 + 10 > 3.$$



(7) 2

$$x + y \geq 3$$

$$x \text{ அல்லது } x = 3$$

$$y \text{ அல்லது } y = 3$$

$$2x - y \leq 5$$

$$x \text{ அல்லது } x = \frac{5}{2} \text{ அல்லது } 2.5$$

$$y \text{ அல்லது } y = 5$$

$$-x + 2y \leq 3$$

$$x \text{ அல்லது } x = -3$$

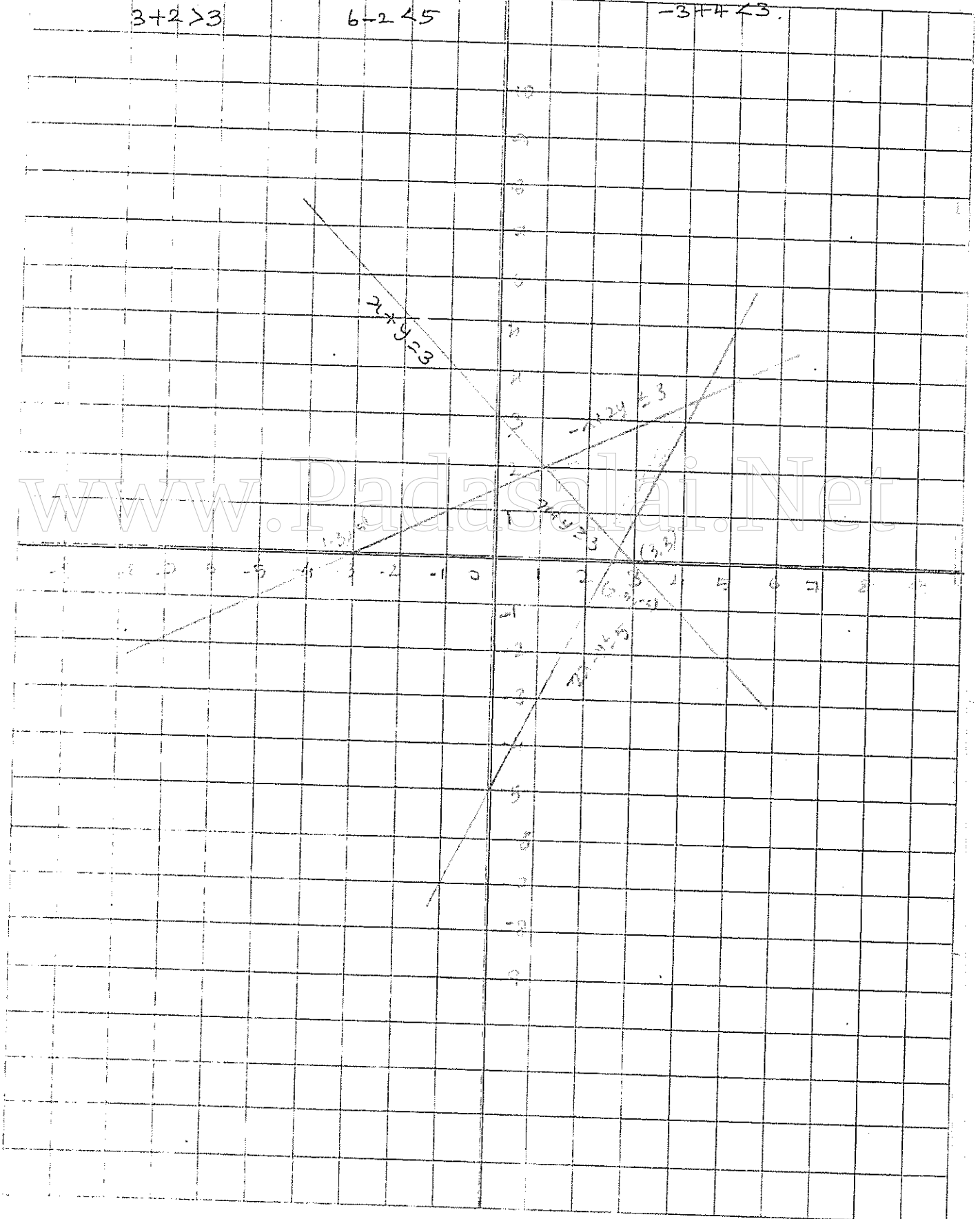
$$y \text{ அல்லது } y = \frac{3}{2}$$

மீட்டிவந்தது (3, 2) கொடுக்க.

$$3 + 2 > 3$$

$$6 - 2 < 5$$

$$-3 + 4 < 3$$



$$3x + 5y \geq 45$$

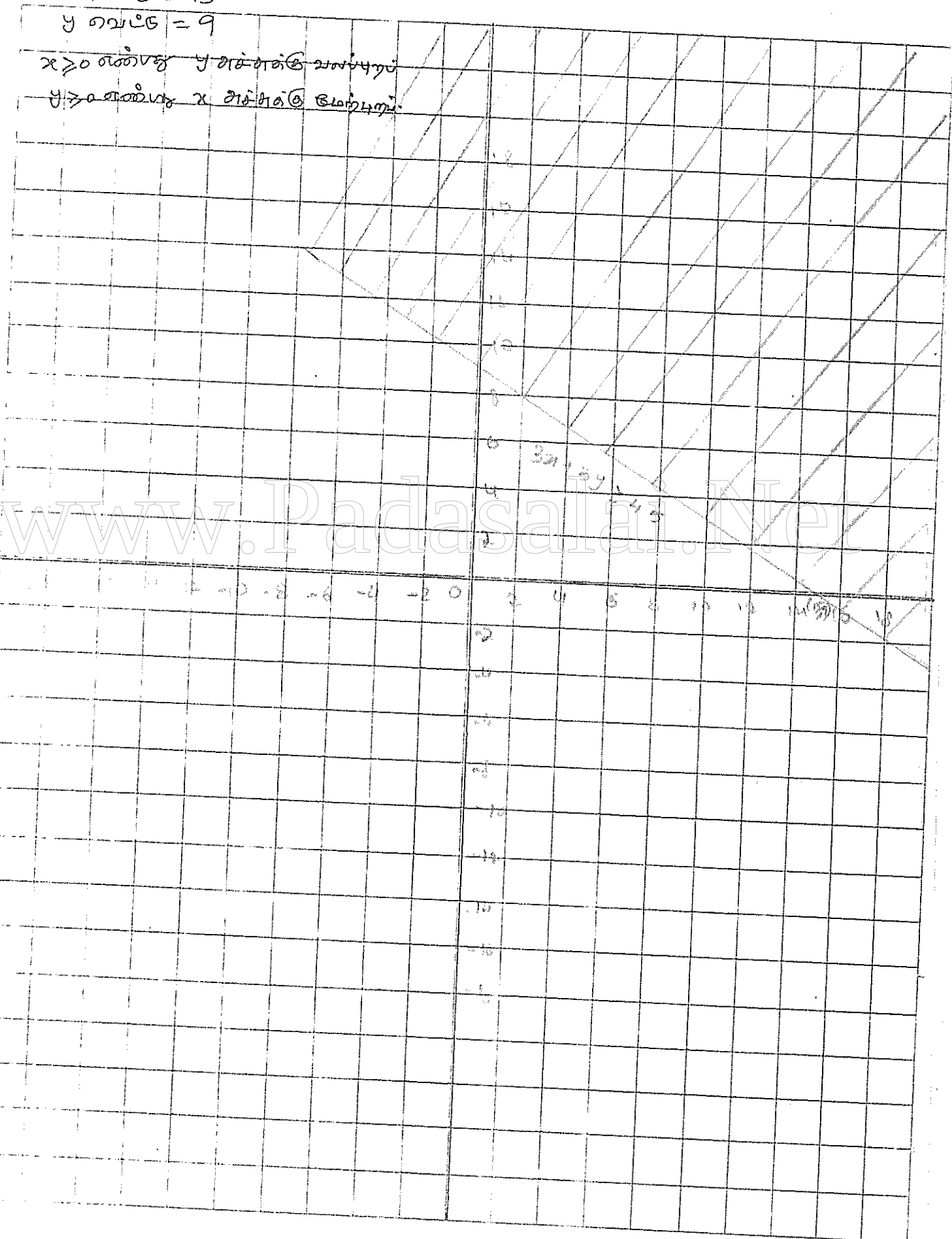
$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

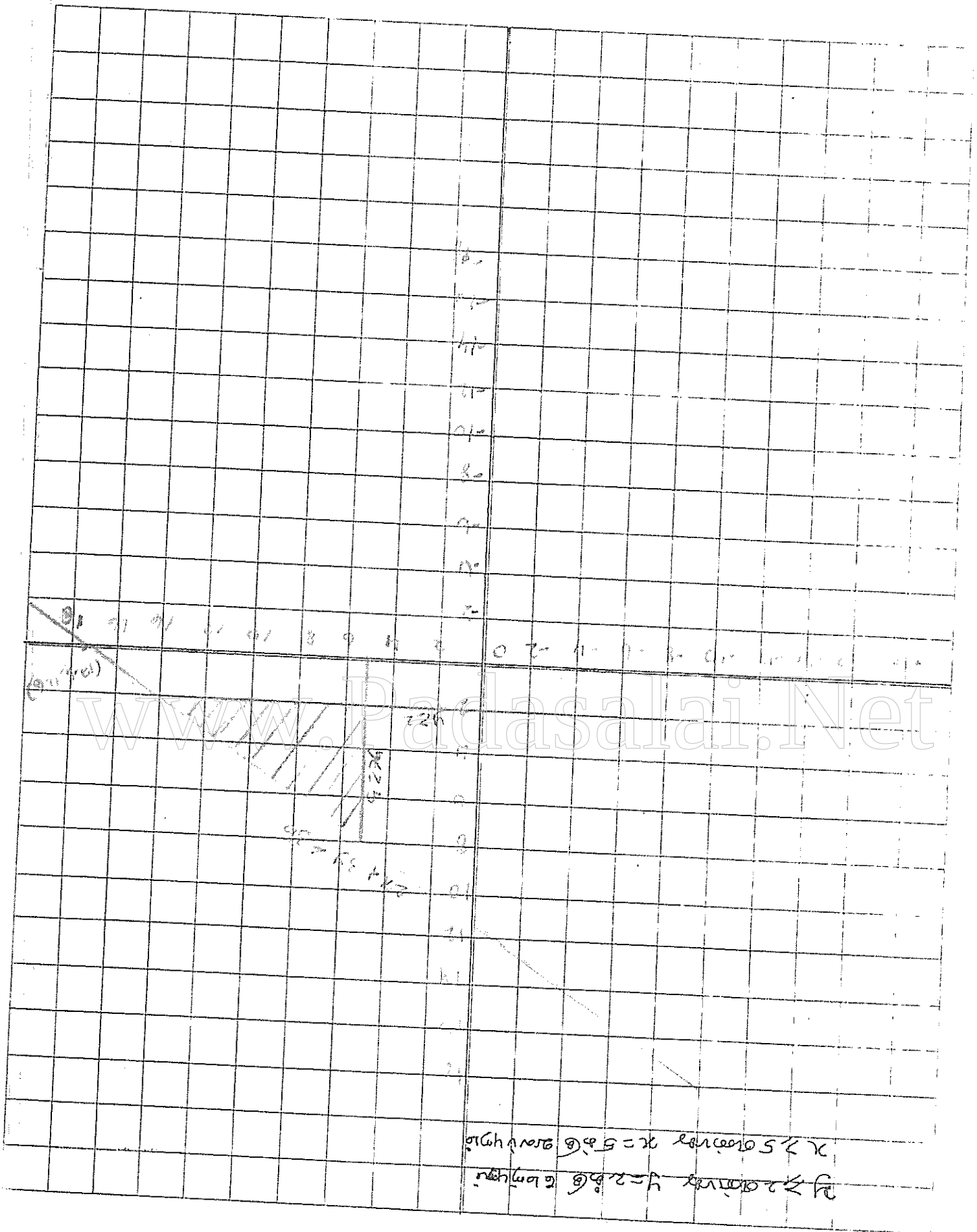
$$x \text{ அகலம்} = 15$$

$$y \text{ அகலம்} = 9$$

$x \geq 0$ என்பதன் y அச்சத்தில் பக்கங்கள்

$y \geq 0$ என்பதன் x அச்சத்தில் பக்கங்கள்.





$$\frac{y}{5} = x \text{ டாஸு } R$$

$$\frac{x}{5} = x \text{ டாஸு } R$$

$$58 > R + x$$



$$2x + 3y \leq 6$$

$$x \text{ ന്റെ மீது } x = 3$$

$$y \text{ ന്റെ மீது } y = 2$$

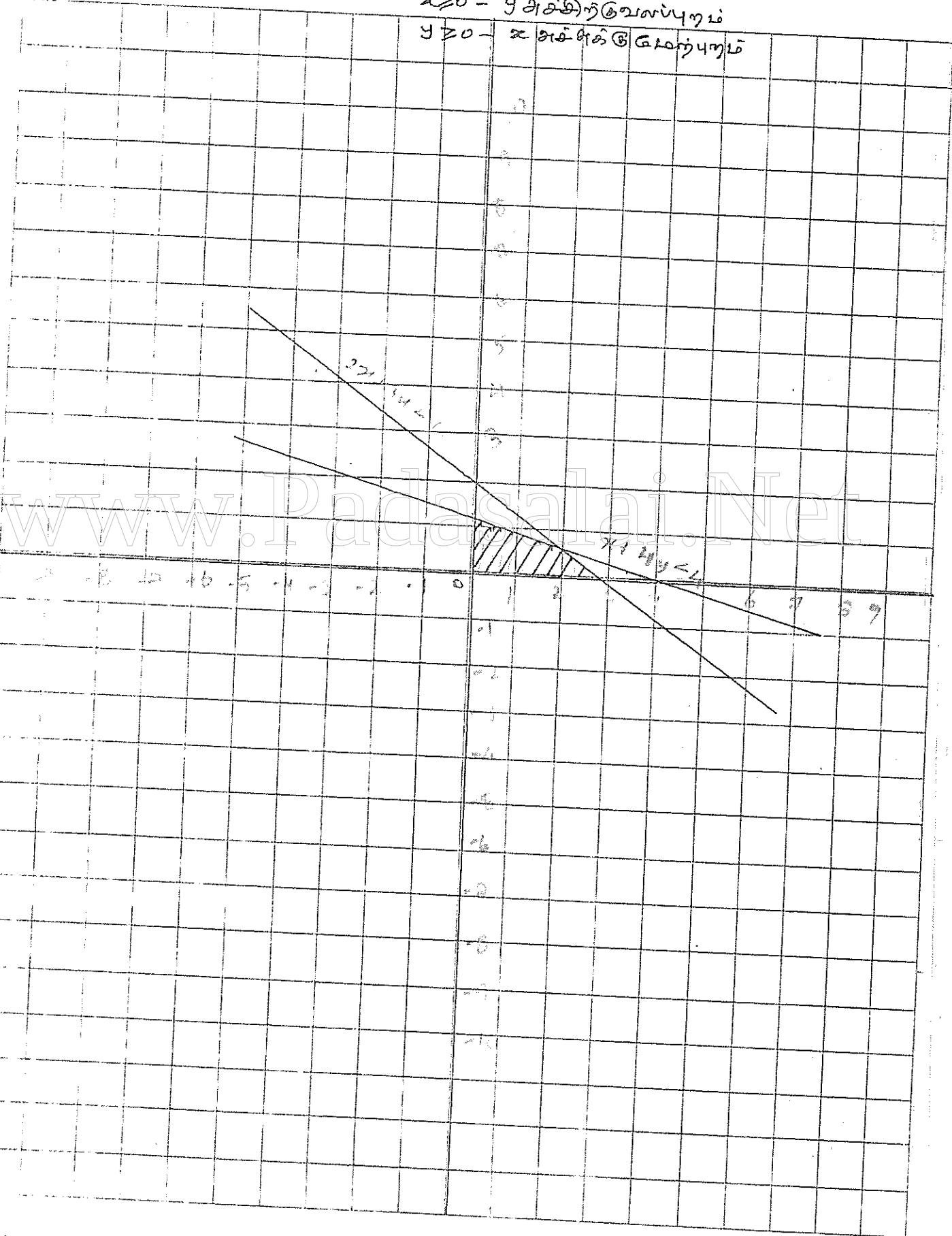
$$x + 4y \leq 4$$

$$x \text{ ന്റെ மீது } x = 4$$

$$y \text{ ന്റെ மீது } y = 1$$

$$x \geq 0 - y \text{ മിമിതിറുവൻപുനും}$$

$$y \geq 0 - x \text{ മിമിതിറുവൻപുനും}$$



~~Leads to a new level of understanding~~

$x = y$	(2)	$x = -y$	or	$x = 12$
---------	-----	----------	----	----------

$f = x$ (for) $f = x$ $\forall x \in \mathbb{R}$ $|f| = |x|$

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

2690000000

பெரியகோட்டை கல்வாய் பகுதி

x	x	x
x	x	x

$\frac{d}{dx} x^2 = 2x$

Let's look at (Absolute Value)

16-11-2020

ପ୍ରାୟ ୫୫୦ ଟି ଟଙ୍କା ଲାଭ ହେବ ।

[illegible][illegible]

$\therefore \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \right) = -\frac{2}{r^3} \frac{dr}{dt}$

[illegible]

1. $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$
 $\frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

பாடகரின் பரவி சுவை யுடைய பருகு சூடு (16) பாடி சுவை யுடைய பருகு சூடு

[illegible]

ଅନୁଷ୍ଠାନର ନାମ

2019/07/07

၇။ အထူးသတိပြုရန်အတွက်

[illegible]

സംഗ്രഹം - സാമൂഹിക -

20-A 4500000 1000000

(H. 72) of Gold Leaf Gold

(24) (0'0) (7-1) 4-1-2

১০

9:22	-4	-2	0	-2	4
------	----	----	---	----	---

[illegible]
$$x^2 = 6$$
$$\tau = A$$
$$y = 2x$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2)$$
$$-x + 3y \leq 6$$

அடிப்படை இயற்கணிதம் 1-மதிப்பெண் (3B).

1. $|x+2| \leq 9$ எனில் x அமைப்புக் கிடைவரை

1. $(-\infty, -7)$ 2) $[-11, 7]$ 3) $(-\infty, -7) \cup [11, \infty)$ 4) $(-11, 7)$

Hint $-9 \leq (x+2) \leq 9$
 $-11 \leq x \leq 7 \Rightarrow x \in [-11, 7]$

2. x, y மற்றும் b எத்தியாவை மையவெண்கள் மற்றும் $x < y$, $b > 0$ எனில்

- 1) $x^b \leq y^b$ 2) $x^b \geq y^b$ 3) $x^b < y^b$ 4) $\frac{x}{a} \geq \frac{y}{b}$

Hint $x < y$, $b > 0$ எனும்போது $x^b < y^b$ என்பது தெளிவு.

3) $\frac{|x-2|}{x-2} \geq 0$ எனில் x ன் கிடைவரை

- 1) $[2, \infty)$ 2) $(2, \infty)$ 3) $(-\infty, 2)$ 4) $(-2, \infty)$

Hint $\frac{|x-2|}{x-2} \geq 0$ எனில் $x \neq 2$ எனில் $x-2 \geq 0$
 $x \geq 2 \therefore x \in (2, \infty)$

4) $5x-1 < 24$ மற்றும் $5x+1 > -24$ எனும் அமைப்புகளின் கிடைவரை.

- 1) $(4, 5)$ 2) $(-5, -4)$ 3) $(-5, 5)$ 4) $(-5, 4)$

Hint. $5x-1 < 24$ $5x+1 > -24$
 $5x < 25$ $5x > -25$ $x \in (-5, 5)$
 $x < 5$ $x > -5$

5) $|x-1| \geq |x-3|$ எனும் அமைப்புகளின் கிடைவரை

- 1) $[0, 2]$ 2) $[2, \infty)$ 3) $(0, 2)$ 4) $(-\infty, 2)$

Hint $x=0$ எனில் $|-1| \geq |-3| \Rightarrow 1 \geq 3$ இது மெய்யாக
 $\therefore$ 1), 3), 4) கிடைவரை இல்லை. சரியானது 2

6) $\log_{\sqrt{2}} 512$ ன் மதிப்பு

- 1) 16 2) 18 3) 9 4) 12

Hint $\log_{\sqrt{2}} 512 = x \Rightarrow 512 = (\sqrt{2})^x = 2^{x/2}$
 $2^9 = 2^{x/2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 9$
 $x = 18$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 512} \\ 2 \overline{) 256} \\ 2 \overline{) 128} \\ 2 \overline{) 64} \\ 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \end{array}$$

7) $\log_{381} \frac{1}{81}$ ன் மதிப்பு

- 1) -2 2) -8 3) -4 4) -9

Hint $\log_{381} \frac{1}{81} = x \Rightarrow \frac{1}{81} = 3^x$
 $\Rightarrow \frac{1}{3^4} = 3^x \Rightarrow 3^{-4} = 3^x \Rightarrow x = -4$

8) $\log_{\sqrt{2}} 0.25 = 4$ எனில் x ன் மதிப்பு 1) 0.5 2) 2.5 3) 1.5 4) 1.25

$0.25 = (\sqrt{2})^4$
 $0.25 = x^2 \Rightarrow x = 0.5$

9) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a$ ன் மதிப்பு. 1) 2) 1 3) 3 4) 4.

Hint. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = \log_a a = 1$

10) 343 ன் லக்ஷை 3 எண்ணில் சிதன் சிடிமணம்

1) 5 2) 7 3) 6 4) 9.

$$\log_x 343 = 3 \Rightarrow 343 = x^3$$

Hint சிடுக்கு 3 வருவதென்பதில் எண்ணில் ஒவ்வொரு எண்ணையும் 3 இறை பெருக்கவும்

$$5 \times 5 \times 5 = \text{கிடைக்காது 5 வரும்}$$

$$7 \times 7 \times 7 = \text{கிடைக்காது 7 வரும்}$$

கூடுதலாகப் மற்ற எவ்வளவு ஒரே கிடைக்காது 3 வருகிறது.

11) $2x^2 + (a-3)x + 3a-5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் Δ மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும்
பெருக்கல் மலன் சமம் என்ன a ன் மதிப்பு

1) 1 2) 2 3) 0 4) 4.

Hint

$$\begin{aligned} \text{மீ.கூ.ப} &= \frac{-(a-3)}{2} \quad \therefore \frac{-(a-3)}{2} = \frac{3a-5}{2} \\ \text{பெ.ம.ப.} &= \frac{3a-5}{2} \quad 3+5 = 4a \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

12) $x^2 - kx + 16 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் Δ மூலங்கள் a மற்றும் b . அகதியை
 $a^2 + b^2 = 32$ என நிறுத்து k ன் மதிப்பு.

1) 10 2) -8 3) -8, 8 4) 6

Hint $a+b = k$ $ab = 16$

$$a^2 + b^2 = 32$$

$$(a+b)^2 - 2ab = 32$$

$$k^2 - 32 = 32 \Rightarrow k^2 = 64$$

$$\therefore k = \pm 8$$

13) $x^2 + 12x - 1 = 1$ ன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை

1) 1 2) 0 3) 2 4) 3

Hint

$$\begin{aligned} |x-1| &= 1-x^2 \\ 1-x^2 &= x-1 \Rightarrow x^2+x-2=0 \\ (x+2)(x-1) &= 0 \quad x = -2, 1 \\ \text{அல்லது} \quad 1-x^2 &= -(x-1) \Rightarrow x^2-x=0 \\ x(x-1) &= 0, \quad x = 0, 1. \end{aligned}$$

-2 சமன்பாட்டில் வருவதற்கு எவ்வளவு தீர்வுகள்

14) $3x^2 - 5x - 7 = 0$ ன் Δ மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் Δ பெருக்கல் மலன் சமம் என்ன

1) $3x^2 - 5x - 7 = 0$ 2) $3x^2 + 5x - 7 = 0$ 3) $3x^2 - 5x + 7 = 0$ 4) $3x^2 + x - 7 = 0$

Hint

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{5}{3} \quad \alpha\beta = -\frac{7}{3} \quad \text{சமன்பாடு} \quad x^2 - (S.R)x + P.R = 0 \\ \text{தொடர்வாக} \quad -(\alpha + \beta) &= -\frac{5}{3} \quad x^2 - (-\frac{5}{3})x - \frac{7}{3} = 0 \\ (-\alpha)(-\beta) &= \alpha\beta = -\frac{7}{3} \quad 3x^2 + 5x - 7 = 0 \end{aligned}$$

15) $x^2 + ax + c = 0$ ன் வேரുകள் 5, 2 எனில் $x^2 + dx + b = 0$ ன் வேரുകள் 3, 3 எனில் $x^2 + ax + b = 0$ ன் வேர்கள்
1) 1, 2 2) -1, 1 3) 9, 1 4) -1, 2

Hint ① ன் S.R $10 = -a \Rightarrow a = -10$

② ன் P.R $9 = b$: $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x-1)(x-9) = 0$ $x = 1, 9$

16) $x^2 - kx + c = 0$ ன் வேர்கள் a, b எனில் $(a, 0)$ $(b, 0)$ க்கு கிடைக்கக்கூடியது
1) $\sqrt{k^2 - 4c}$ 2) $\sqrt{4k^2 - c}$ 3) $\sqrt{4c - k^2}$ 4) $\sqrt{k - 8c}$.

$$a+b=k, ab=c$$

Hint $d = \sqrt{(a-b)^2 - (0-0)^2} =$
 $= \sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab}$
 $= \sqrt{k^2 - 4c}$
 $= \sqrt{k^2 - 4c}$

17) $\frac{kx}{(x+2)(x-1)} = \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-1}$ எனில் k க்கு மதிப்பு
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Hint $kx = 2(x-1) + 1(x+2)$

சரிசெய்தல் $k = 2 + 1 = 3$

18) $\frac{1-2x}{3+2x-x^2} = \frac{A}{3-x} + \frac{B}{x+1}$ எனில் $A+B$ க்கு மதிப்பு
1) $-\frac{1}{2}$ 2) $-\frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3}$

$$1-2x = A(x+1) + B(3-x)$$

சரிசெய்தல் $-2 = A + B$

$$-2 = A - \frac{3}{4}$$

ஒப்பிட்டு $1 = A + 3B$

$$\frac{3}{4} - 2 = A$$

Hint $(-3 = -4B) \Rightarrow B = \frac{3}{4}$

$$A = -\frac{5}{4}$$

$$A+B = -\frac{5}{4} + \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

19) $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16$ ன் வேர்களின் எண்ணிக்கை
1) 4 2) 2 3) 3 4) 0

Hint இது 4 வது அளவிலுள்ள சமன்பாடு எனவே வேர்களின் எண்ணிக்கை 4

20) $\log_3 11 \cdot \log_{11} 13 \cdot \log_{13} 15 \cdot \log_{15} 27 \cdot \log_{27} 81$ க்கு மதிப்பு
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

$$\log_3 11 \cdot \log_{11} 13 \cdot \log_{13} 15 \cdot \log_{15} 27 \cdot \log_{27} 81 = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4$$

குறிப்பு: இத்தகைய கேள்விகள் அனைத்துத் தரவார்த்தகர்களிடமிருந்தும் (மற்ற 455 க்குத் தனிமனையில்) தேவைப்படும் தகவல்கள் தருகின்றது. தே.கோ. இலக்களே உண்மை.

(Not creative but collections from other books)

9444 209677.
தேவன்மாதன் லாபவல்லு.

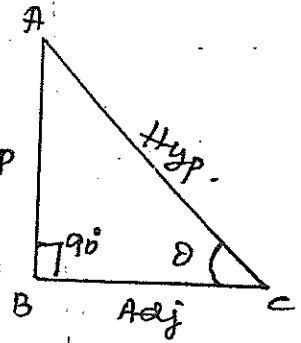
$$1^\circ = 50'17''15'' \quad (\otimes)$$

சென்டிமீட்டர் Radian	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
பாகை Degree	30	45	60	180	270	360

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மூலம் செங்கோணத்தின் மூலம் உருவாகும்
Basic Trigonometric ratios using right angle

$$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{Hyp}}, \quad \cos \theta = \frac{\text{Adj}}{\text{Hyp}}, \quad \tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{Adj}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \quad \csc \theta \sin \theta = 1, \quad \frac{1}{\csc \theta} = \sin \theta$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \sec \theta \cos \theta = 1, \quad \cos \theta \sec \theta = 1$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}, \quad \cot \theta \tan \theta = 1, \quad \tan \theta \cot \theta = 1$$

θ	0	30	45	60	90	180	270	360
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	$-\infty$	0

$0^\circ = 180^\circ$
 $90^\circ = 270^\circ$
 $0^\circ = 360^\circ$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}, \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta, \quad \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1, \quad 1 - \sec^2 \theta = -\tan^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta, \quad \csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1, \quad 1 - \csc^2 \theta = -\cot^2 \theta$$

Note: The Trigonometric identity is an equation that is true for all values of its domain values.

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \text{ and } -1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ Always.}$$

II quadrant Silver $90+\theta$ $180-\theta$ Tea $108+\theta$ $270-\theta$ III quadrant 90 $\pm$ θ 270 $\pm$ θ } <u>Contratio</u> $\sin \leftrightarrow \cos$ $\sec \leftrightarrow \csc$ $\tan \leftrightarrow \cot$	I quadrant. 90 $-\theta$ All 360 $+\theta$ 270 $+\theta$ 360 $-\theta$ or $(-\theta)$ IV quadrant. cups 180 $\pm$ θ 360 $\pm$ θ } <u>Same ratio</u> $\sin \theta \rightarrow -\sin \theta$ $\cos \theta \rightarrow \cos \theta$
---	--

	I	II	III	IV	
	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$
	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$
	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$
$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\cos \theta$	$\sin \theta$	$-\sin \theta$	$-\cos \theta$
$\cos \theta$	$\sin \theta$	$-\sin \theta$	$-\cos \theta$	$-\sin \theta$	$\cos \theta$
$\tan \theta$	$\cot \theta$	$-\cot \theta$	$-\tan \theta$	$\tan \theta$	$-\cot \theta$
$\csc \theta$	$\sec \theta$	$\sec \theta$	$\csc \theta$	$-\csc \theta$	$-\sec \theta$
$\sec \theta$	$\csc \theta$	$-\csc \theta$	$-\sec \theta$	$-\csc \theta$	$\sec \theta$
$\cot \theta$	$\tan \theta$	$-\tan \theta$	$-\cot \theta$	$\cot \theta$	$-\tan \theta$

A function $y = f(x)$ is said to be periodic if

There exists a real number $(T > 0)$ s.t. $f(x+T) = f(x) \forall x$.

$$\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta \quad \csc(2\pi + \theta) = \csc \theta$$

$$\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta \quad \sec(2\pi + \theta) = \sec \theta$$

$$\text{But } \tan(\pi + \theta) = \tan \theta \quad \cot(\pi + \theta) = \cot \theta$$

$\sin \theta, \cos \theta, \csc \theta, \sec \theta$: 2π (Period)
 $\tan \theta$ and $\cot \theta$: π (Period)

$$1) \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \begin{cases} \cos^2 A - \sin^2 A \\ 1 - 2 \sin^2 A \\ 2 \cos^2 A - 1 \end{cases}$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$$

$$\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$$

$$\cos A = \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2}$$

$$2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1$$

$$\tan A = \frac{2 \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan^2 \frac{A}{2}}$$

கூட்டல் அல்லது கழித்தல் மந்திரமொன்றைக் கொள்.

$$1) \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

$$2) \sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$3) \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$4) \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B.$$

$$5) \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$6) \tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}.$$

$$7) \cot(A+B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$$

$$8) \cot(A-B) = \frac{\cot A \cot B + 1}{\cot B - \cot A}.$$

$$9) \tan(45+A) = \frac{1 + \tan A}{1 - \tan A}$$

$$10) \tan(45-A) = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}.$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\begin{aligned} \cos 2A &= 2 \cos^2 A - \sin^2 A \\ &= 1 - 2 \sin^2 A \\ &= 2 \cos^2 A - 1 \end{aligned}$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}.$$

Put $2A=A$ and $A=A/2$
we get 1/2 angle formula.

$$\cos^2 A = \frac{1 + \cos 2A}{2}$$

$$\sin^2 A = \frac{1 - \cos 2A}{2}$$

$$\cos^2 A/2 = \frac{1 + \cos A}{2}$$

$$\sin^2 A/2 = \frac{1 - \cos A}{2}$$

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}.$$

$$1) \sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{or} \cos^2 B - \cos^2 A \end{array} \right\}$$

$$2) \cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{or} \cos^2 B - \sin^2 A \end{array} \right\}.$$

மூலக்கூறுகளின் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் மந்திரம் கொண்டு மூலக்கூறுகளின் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் மந்திரமொன்றைக் கொள்.

$$1) \sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cos B.$$

$$2) \sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \cos A \sin B.$$

$$3) \cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cos B$$

$$4) \cos(A+B) - \cos(A-B) = -2 \sin A \sin B$$

$$\text{or } \cos(A-B) - \cos(A+B) = 2 \sin A \sin B.$$

$$1) \sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$2) \sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$3) \cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$4) \cos C - \cos D = -2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2} \quad \text{or } \cos D - \cos C = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

நிபந்தனைக்குட்பட்ட $\sin$ மற்றும் $\cos$ மடங்குகேளை, 2 ப மடங்கு
கேளை மெற்றொடுமைகள் கொடுத்துள்ள கணக்கு தீர்க்கும் முறை.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஏதேனும் இடு உறுப்பு கணம் கொண்டு அடர்ந்து
 $\sin$, $\cos$ சக்திவாய்ந்த பயன்படுத்தி மெடுக்கலாக மாற்றி.
2. இதில் உள்ள கூடுதல் கோணத்தை கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனைக்
-கூட்டி மெற்றொடு கோணத்தின் வாயிலாக எழுது.
3. $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ எவ் தேவையான சைதிராண்டு வரியு படுத்துகின்றன
4. பெரியவாறு காரணியை வாயிலில் எடுத்து வுடுகோணமொன்று
E-அகிதத்தை மீண்டும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனைக்குட்பட்ட
கோணங்களைக் கூடுதலாக எழுது
5. E, D சக்திவாய்ந்த பயன்படுத்தி E-அகிதங்களை மெடுக்கலாக மாற்றி

நிபந்தனைக்குட்பட்ட $\sin$ மற்றும் $\cos$ மடங்குகேளை, 2 ப மடங்கு
(அ) 2 ப மடங்கு கோணமெற்றொடுமைகள் கொடுத்துள்ள கணக்கு தீர்க்கும்

முறை $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$, $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$

$\sin^2 \theta/2 = \frac{1 - \cos \theta}{2}$ $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos \theta}{2}$

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கு உறுப்பு கணம் $\sin^2 \theta - \sin^2 \phi$ (அ) $\cos^2 \theta - \sin^2 \phi$
அடிக்கல் மாற்றி. இதற்காக $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ என பயன்படுத்தலாம்.
2. $\sin^2 \theta - \sin^2 \phi = \sin(\theta + \phi) \sin(\theta - \phi)$
 $\cos^2 \theta - \sin^2 \phi = \cos(\theta + \phi) \cos(\theta - \phi)$ பயன்படுத்தி
- 3) பெரிய காரணியை வாயிலில் எடுத்து வுடுகோணம் உள்ள E-அகிதத்தை
நிபந்தனையை கொண்டு அடுகோணங்களைக் கூடுதலாக எழுது.
- 4) E, D சக்திவாய்ந்த பயன்படுத்தி E-அகிதத்தின் கூடுதல் கோணங்களைப் பயன்படுத்தி
மெடுக்கலாக மாற்றி.

tangent, co-tangent மடங்குகேளை, 2 ப மடங்குகேளை மெற்றொடுமைகள்

கொடுக்கப்பட்டால் தீர்க்கும் முறை.

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனையில் இடதுபக்கத்தில் அடுகோணங்களின்
கூடுதல் (2 ப கோணங்களின் கூடுதல்) மெற்றொடுமைகள் கொண்டு மெற்றொடுமை
பக்கத்திற்கு அகலி

2) tangents (அ) co tangents இடதுபக்கம் எழுதி.

3) கூட்டல் சக்திவாய்ந்த பயன்படுத்தி இடதுபக்கம் மெடுக்கல் மெடுக்கல்

4) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டைக் கோடுப அமைத்தல் கொண்டு.

தீர்மானம் மீது அடிப்படையிலான சமன்பாடு தீர்வு.

1. $\sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$
- 3) $\tan \theta = 0 \Rightarrow \theta = n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$.

1. $\sin \theta = \sin \alpha, \theta = n\pi + (-1)^n \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\cos \theta = \cos \alpha, \theta = \theta = 2n\pi \pm \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$
3. $\tan \theta = \tan \alpha, \theta = n\pi + \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$

$a \cos \theta + b \sin \theta = 0$ சமன்பாட்டின் மூலம் அடிப்படையிலான தீர்வுகளை வரத் தருக.

1) $|c| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ சமன்பாட்டிற்கு $|c| > \sqrt{a^2 + b^2}$ சமன்பாடு தீர்வு இல்லை.

2) $a = r \cos \alpha, b = r \sin \alpha, r > 0 \quad r(\cos(\theta - \alpha)) = c$.

(ஈ) $\cos(\theta - \alpha) = \frac{c}{r}$ α மூலம் $\cos \alpha = a/r, \sin \alpha = b/r$ சமன்பாடுகளைக் கண்டித்து. இங்கு $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

3). $\cos(\theta - \alpha) = \frac{c}{r}, \sin(\theta + \alpha) = \frac{c}{r}$ மூலம் α மூலம் வரவுகளைக் கண்டித்துப் பார்த்து.

சின்னம்

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

சின்னம்

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$(or) 2bc \cos A = b^2 + c^2 - a^2$$

$$2ca \cos B = c^2 + a^2 - b^2$$

$$2ab \cos C = a^2 + b^2 - c^2$$

$$(or) \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

சின்னம்

$$\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$$

$$\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}$$

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

$$\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$$

$$\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$$

$$\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$$

$$\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

$$\cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

$$\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

தெரிவிக்கப்படுகிறது: $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (தெரிவிக்கப்படுகிறது)

$$\Delta = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ca \sin B$$

$$\Delta = \frac{a^2 \sin B \sin C}{\sin A}$$

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C$$

$$\sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$1. \sin(60-A) \sin A \cdot \sin(60+A) = \frac{1}{4} \sin 3A$$

$$2. \cos(60-A) \cos A \cdot \cos(60+A) = \frac{1}{4} \cos 3A$$

$$3. \cos A \tan(60+A) \tan A \tan(60+A) = \tan 3A$$

$$4. \cos A \cdot \cos 2A \cos 2A \cos 2A \dots \cos 2A = \frac{\sin 2A}{2^n \sin A}$$

செவ்வியமதிப்புகள்.

$$\sin 18^\circ = \cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\sin 54^\circ = \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\cos 18^\circ = \sin 72^\circ = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

$$\cos 54^\circ = \sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 22\frac{1}{2}^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} = \cos 67\frac{1}{2}^\circ$$

$$\tan 82\frac{1}{2}^\circ = \cot 7\frac{1}{2}^\circ$$

$$\cos 22\frac{1}{2}^\circ = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 7\frac{1}{2}^\circ = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{6}}{(3+2)(3+1)}$$

$$A+B+C=0 \text{ அல்லது } \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$$

$$\tan(x-y) + \tan(y-z) + \tan(z-x) = \tan(x-y) \tan(y-z) \tan(z-x)$$

உதாரணம்:

3.2) 11. 8 செ.மீ. ஆரம் மற்றும் 6 மி.மீ. தடிமன் கொண்ட ஒரு வட்ட வடிவ உலோகத் தட்டினை உருக்கி, 16 செ.மீ. ஆரம் மற்றும் 4 மி.மீ. தடிமன் உடைய ஒரு வட்டக் கோணப்பகுதியை உருவாக்கினால் அவ்வட்டக் கோணப் பகுதியின் கோண அளவை காண்க.

வட்ட வடிவ உலோகத் தட்டின் ஆரம் $r_1 = 8$ செ.மீ.

தடிமன் $h_1 = 6$ மி.மீ.

$$\text{கோணம்} = \pi r_1^2 h_1 = \pi \times 8 \times 8 \times 6$$

வட்ட கோணப்பகுதியின் $r_2 = 16$ மி.மீ.

$h_2 = 4$ மி.மீ.

$$\text{கோணம்} = \frac{1}{2} r_2^2 \theta \cdot h_2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \theta \times 4$$

$$\text{கோணத்தினைப்} \pi \times 8 \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \theta \times 4$$

$$\frac{2\pi \times 8 \times 8 \times 6^3}{16 \times 16 \times 4} = \theta$$

$$\theta = \frac{3\pi}{4} = \frac{3 \times 180}{4} = 135^\circ$$

2/3/5 Marks Problems: (New)

3/1/8) $\tan^2 x = 1 - a^2$ $\sec x + \tan^3 x \operatorname{cosec} x = (2 - a^2)^{3/2}$
 TBP $\sec x + \tan^3 x \operatorname{cosec} x = (2 - a^2)^{3/2}$
 $\sec x + \tan^3 x \operatorname{cosec} x = (2 - a^2)^{3/2}$

Sol: $\sec x + \tan^3 x \operatorname{cosec} x = \sec x \left(1 + \tan^3 x \cdot \frac{\operatorname{cosec} x}{\sec x} \right)$

Procedure:

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\sec x = \sqrt{1 + \tan^2 x}$

$2 - a^2 \geq 0$ $\Rightarrow a^2 \leq 2$

$= \sqrt{1 + \tan^2 x} \left(1 + \tan^3 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

$= \sqrt{1 + \tan^2 x} (1 + \tan^3 x \cot x)$

$= \sqrt{1 + \tan^2 x} (1 + \tan^2 x)$

$= (1 + \tan^2 x)^{3/2}$

$= (1 + 1 - a^2)^{3/2} = (2 - a^2)^{3/2}$

$\tan^2 x \geq 0 \Rightarrow 1 - a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq a \leq 1$

$\therefore \sec x + \tan^3 x \operatorname{cosec} x = (2 - a^2)^{3/2}$

$\Rightarrow 2 - a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2}$

3/1/8) $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$
 TBP $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$
 $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$

Sol: $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$

$\cos^4 \alpha \sin^2 \beta + \sin^4 \alpha \cos^2 \beta = \cos^2 \beta \sin^2 \beta$

அதற்கு பதில்
 $\cos^4 \alpha \sin^2 \beta + \sin^4 \alpha \cos^2 \beta = \cos^2 \beta \sin^2 \beta$

$(1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta + \sin^4 \alpha (1 - \sin^2 \beta) = (1 - \sin^2 \beta) \sin^2 \beta$

$(\sin^4 \alpha + 1 - 2 \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta + \sin^4 \alpha (1 - \sin^2 \beta) = (1 - \sin^2 \beta) \sin^2 \beta$

$\sin^4 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^4 \alpha - \sin^4 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \beta - \sin^4 \beta$

1) $\sin^4 \alpha + \sin^4 \beta - 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = 0 \Rightarrow \sin^4 \alpha + \sin^4 \beta = 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$

$(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta)^2 = 0 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta$

2) $\frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} = 1$
 $\frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} = 1$
 $\frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} = 1$

Procedure: Just add by algebraic method and change all the terms in terms of $\sin$. Simplify - we get $\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta$. By using this result

3.1) b) $a = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x + \sin x}$ தரப்படுகிறது

$\frac{1 - \cos x + \sin x}{1 + \sin x} = a$ தரப்படுகிறது

Sol: $a = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x + \sin x} = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x + \sin x} \times \frac{(1 - \cos x + \sin x)}{(1 - \cos x + \sin x)}$

Procedure: ஏதாவது, முதலாவது

$1 - \cos 0 + \sin 0$ புள்ளி

$= \frac{2 \sin x (1 - \cos x + \sin x)}{[(1 + \sin x) + \cos x][(1 + \sin x) - \cos x]}$

$= \frac{2 \sin x (1 - \cos x + \sin x)}{(1 + \sin x)^2 - \cos^2 x}$

$= \frac{2 \sin x (1 - \cos x + \sin x)}{x + 2 \sin x + \sin^2 x - (x - \sin^2 x)}$

$= \frac{2 \sin x (1 - \cos x + \sin x)}{2 \sin x + 2 \sin^2 x}$

$a = \frac{2 \sin x (1 - \cos x + \sin x)}{2 \sin x (1 + \sin x)}$

$a = \frac{1 - \cos x + \sin x}{1 + \sin x}$

3.1) 1) $\cos x - \sin x = a^3$, $\sec x - \cos x = b^3$ தரப்படுகிறது $a^2 b^2 (a^2 + b^2) = 1$ தரப்படுகிறது

TBP

Given $\cos x - \sin x = a^3$

$\frac{1}{\sin x} - \sin x = a^3$

$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} = a^3$

$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = a^3$ — ①

$\sec x - \cos x = b^3$

$\frac{1}{\cos x} - \cos x = b^3$

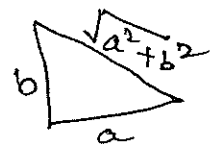
$\frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} = b^3$

$\frac{\sin^2 x}{\cos x} = b^3$ — ②

$\therefore \frac{b^3}{a^3} = \frac{\sin^2 x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \tan x$

$\Rightarrow \tan x = \frac{b}{a}$ $\therefore \sin x = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$\cos x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$



Sub. in ① $\frac{a^2}{(a^2 + b^2)} \times \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b} = a^3 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot b} \Rightarrow ab = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
 $a^2 b^2 (a^2 + b^2) = 1$

3.1) 1) $\cot x (1 + \sin x) = 4m$, $\cot x (1 - \sin x) = 4n$ (m-n)² = mn

TBP

Given $\cot x (1 + \sin x) = 4m$

$$\frac{\cos x}{\sin x} (1 + \sin x) = 4m$$

$$\cot x + \cos x = 4m \quad \text{--- ①}$$

$$\cot x - \cos x = 4n \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①}^2 - \text{②}^2$$

$$(\cot x + \cos x)^2 - (\cot x - \cos x)^2 = 16m^2 - 16n^2$$

$$4 \cot x \cos x = 16(m^2 - n^2)$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = 4(m^2 - n^2) \quad \text{--- ③}$$

$$\text{①} \times \text{②} (\cot x + \cos x)(\cot x - \cos x) = 16mn$$

$$\cot^2 x - \cos^2 x = 16mn$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x = 16mn$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x} = 16mn$$

$$\frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\sin^2 x} = 16mn$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin^2 x} = 16mn \Rightarrow \frac{\cos^2 x}{\sin x} = 4\sqrt{mn} \quad \text{--- ④}$$

From ③ and ④ $4(m^2 - n^2) = 4\sqrt{mn}$
 $(m^2 - n^2)^2 = mn$

3.1) 12)

$$a \sec \theta - c \tan \theta = b$$

TBP

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி $b \sec \theta + d \tan \theta = c$.

Sol: $a \sec \theta - c \tan \theta = b = 0$

$$b \sec \theta + d \tan \theta - c = 0$$

Solving for $\sec \theta$ and $\tan \theta$.

$$\frac{-c}{d} \times \frac{a}{-c} = \frac{a}{b} \times \frac{-c}{d}$$

$$\frac{\sec \theta}{c^2 + bd} = \frac{\tan \theta}{ac - b^2} = \frac{1}{ad + bc}$$

$$\sec \theta = \frac{c^2 + bd}{ad + bc}, \tan \theta = \frac{ac - b^2}{ad + bc}$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\frac{(c^2 + bd)^2}{(ad + bc)^2} = 1 + \frac{(ac - b^2)^2}{(ad + bc)^2}$$

$$(c^2 + bd)^2 = (ad + bc)^2 + (ac - b^2)^2$$

3.1) 1) $x = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n} \theta$, $y = \sum_{n=0}^{\infty} \sin^{2n} \theta$, $z = \sum_{n=0}^{\infty} \cos^{2n} \theta \sin^{2n} \theta$. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ சான்றி

T.B.P

$$xyz = x + y + z \text{ சான்றி}$$

Sol: $\because 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$ $|x| < 1$.

$$x = \frac{1}{1-\cos^2 \theta}, \quad y = \frac{1}{1-\sin^2 \theta}, \quad z = \frac{1}{1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 \theta}, \quad = \frac{1}{\cos^2 \theta}, \quad = \frac{1}{1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$xyz = \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{1}{1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta)} \quad \text{--- ①}$$

$$x+y+z = \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta) + \sin^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta) + \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^4 \theta + \sin^2 \theta - \sin^4 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (1-\sin^2 \theta \cos^2 \theta)} \quad \text{--- ②}$$

From ① and ②

$$xyz = x + y + z$$

T.B.P 3.1) 3) $a \cos x - b \sin x = c$ சான்றி $a \sin x + b \cos x = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ சான்றி

Sol: $(a \cos x - b \sin x)^2 + (a \sin x + b \cos x)^2 = a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x - 2ab \sin x \cos x + a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x + 2ab \sin x \cos x$

$$= a^2 + b^2$$

$$\therefore (a \sin x + b \cos x)^2 = (a^2 + b^2) - (a \cos x - b \sin x)^2$$

$$= a^2 + b^2 - c^2$$

$$\therefore a \sin x + b \cos x = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

9) 3.1) 9) $\sec x + \tan x = P$ சான்றி

T.B.P

$$\sec x, \tan x, \sin x$$

சான்றி

பார்க்க

Sol: we know that $\sec^2 x - \tan^2 x = 1$

$$(\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x) = 1$$

$$p(\sec x - \tan x) = 1$$

$$\sec x - \tan x = \frac{1}{p}$$

$$(\sec x + \tan x) + (\sec x - \tan x) = p + \frac{1}{p}$$

$$(+)\quad 2\sec x = \frac{p^2 + 1}{p} \Rightarrow \sec x = \frac{p^2 + 1}{2p}$$

$$(-)\quad 2\tan x = p - \frac{1}{p} \\ = \frac{p^2 - 1}{p} \Rightarrow \tan x = \frac{p^2 - 1}{2p}$$

$$\sin x = \frac{\tan x}{\sec x} = \frac{p^2 - 1}{2p} \times \frac{2p}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 1}{p^2 + 1}$$

3.1) 4) $m = \sin x + \cos x$, $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{4 - 3(m^2 - 1)^2}{4}$ சாத்தியமா?
T.B.P.

Sol: P.T. LHS = RHS. Procedure
LHS: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ and $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$.

$$\begin{aligned} \text{RHS: } & \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 \\ \text{LHS} &= \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x) [(\sin^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x + (\cos^2 x)^2] \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x \\ &= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS: } & \frac{4 - 3[(\sin x + \cos x)^2 - 1]^2}{4} = \frac{4 - 3(\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x - 1)^2}{4} \\ &= \frac{4 - 3(2\sin^2 x \cos^2 x)}{4} \\ &= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

Q. 3.1: $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ Prove it.

TBP

$$\begin{aligned} \text{Sol: } \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} &= \frac{(\tan \theta + \sec \theta) - (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)}{\tan \theta - \sec \theta + 1} \\ &= \frac{(\tan \theta + \sec \theta) - (\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta)}{\tan \theta - \sec \theta + 1} \\ &= \frac{(\tan \theta + \sec \theta)[1 - \sec \theta + \tan \theta]}{\tan \theta - \sec \theta + 1} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \end{aligned}$$

Q. 3.2: $(\sec A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \cot A) = \tan A \sec A - \cot A \operatorname{cosec} A$ Prove it.

TBP

$$\begin{aligned} \text{Sol: LHS: } (\sec A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \cot A) &= \left(\frac{1}{\cos A} - \frac{1}{\sin A}\right)\left(1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}\right) \\ &= \left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A \cos A}\right)\left(\frac{\sin A \cos A + \sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}\right) \\ &= \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin^2 A \cos^2 A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS: } \tan A \sec A - \cot A \operatorname{cosec} A &= \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \frac{1}{\cos A} - \frac{\cos A}{\sin A} \cdot \frac{1}{\sin A} \\ &= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^2 A \cos^2 A} \end{aligned}$$

∴ LHS = RHS.

Q. 3.4:

18° angle

TBP

Let $A = 18^\circ \Rightarrow 5A = 90^\circ$

$$2A + 3A = 90^\circ$$

$$2A = 90^\circ - 3A$$

$$\begin{aligned} \sin 2A &= \sin(90^\circ - 3A) \\ &= \cos 3A \end{aligned}$$

$$2 \sin A \cos A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$\begin{aligned} 2 \sin A &= 4(1 - \sin^2 A) - 3 \\ &= 4 - 4 \sin^2 A - 3 \\ &= 1 - 4 \sin^2 A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 A + 2 \sin A - 1 &= 0 \quad a=4, b=2, c=-1 \\ \text{Quadratic in } \sin A & \\ \sin A &= \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{8} \\ &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

Q. 3.3: $a \cos \theta = b$, $c \sin \theta = d$ in terms of a, b, c, d find $\tan \theta$.

$$\begin{aligned} a \cos \theta &= b \Rightarrow (a \cos \theta)^2 = b^2 \quad \text{--- (1)} \\ c \sin \theta &= d \Rightarrow (c \sin \theta)^2 = d^2 \quad \text{--- (2)} \end{aligned}$$

$$\frac{a^2}{c^2} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = \frac{b^2}{c^2} + \frac{d^2}{c^2}$$

3.18) கோணங்கள் எந்த திசைப்பகுதியில் அமைக்கப்பட்டுள்ளன?

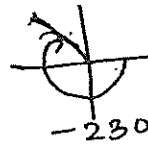
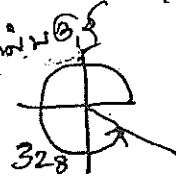
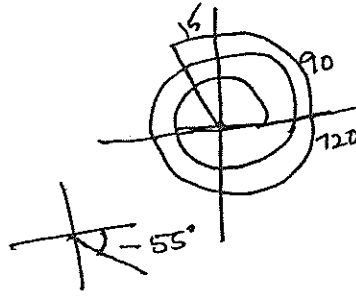
3.18) 1) 25° - I திசைப்பகுதி

2) 822° - II திசைப்பகுதி

3) -55° - IV திசைப்பகுதி

4) 328° - IV திசைப்பகுதி

5) -230° - II திசைப்பகுதி



3.19) 2) $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ல் எகர இக்கம்பமேல் ஒரு வளை கோணத்தினை காண கிணை
முன்னைய கோணத்தினை காண்க.

1) $(395^\circ, 35^\circ)$

$$\therefore 35 - 395 = -360$$

$$= -1(360) \therefore -1 \text{ மடங்கல்}$$

2) $(525^\circ, 885^\circ)$

$$\therefore 885 - 525 = 360$$

$$2230 - 1150$$

3)

$(1150^\circ, 70^\circ)$

$$70 - 1150 = -1080$$

$$= -3(360)$$

4) $(-270^\circ, 90^\circ)$

$$90 + 270 = 360$$

5) $(-450^\circ, 270^\circ)$

$$270 + 450 = 720 = 2(360)$$

த.கா. 3.18 A(9,12) என்ற புள்ளி தளத்தில் O ஐ மையாகக் கொண்டிருக்க 60° கோணத்தில்
அமையும் ஒரு வளை அமைப்பில் 4-வது நிலை B-வைக். B-ன் ஆயத்தொலைவுகளை
காண்க.

தீர்வு: $A(9,12) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$

$$OA = r = \sqrt{81+144} = 15 \therefore A = (15 \cos \theta, 15 \sin \theta)$$

$$= (9, 12)$$

$$\angle AOB = (60 + \theta)$$

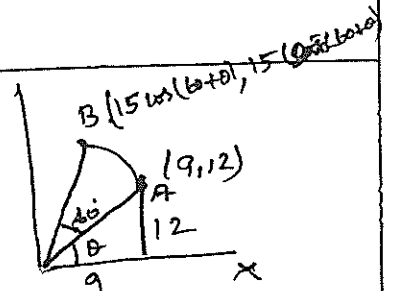
$$\therefore B = [15 (\cos(60 + \theta), 15 (\sin(60 + \theta))]$$

$$15 (\cos(60 + \theta)) = 15 [\cos 60 \cos \theta - \sin 60 \sin \theta]$$

$$= 15 \left[\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right]$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12$$

$$= \frac{3}{2} (3 - 4\sqrt{3})$$



$$15 \cos \theta = 9,$$

$$15 \sin \theta = 12$$

$$\therefore B = \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (3 - 4\sqrt{3}), \frac{\sqrt{3}}{2} (3 + 4\sqrt{3}) \right]$$

பாடக அறிவித்தல் சீராய்வு அறிவித்தல் 2ம் பகுதி
 Relation between degree and Radian measure

ச.கா.3:4 i) 18° ii) -108°

பாடக அறிவித்தல் சீராய்வு அறிவித்தல் 2ம் பகுதி

TBP

Sol: $180^\circ = \pi^c$
 $1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$

1) $18^\circ = \frac{\pi}{180} \times 18 = \frac{\pi}{10} \text{ radian.}$

2) $-108^\circ = \frac{\pi}{180} \times (-108) = -\frac{3\pi}{5}$

1. பின்வரும் கோணங்களை ஆரையன் அளவுகளில் கூறுக:

(i) 30°

(ii) 135°

(iii) -205°

(iv) 150°

(v) 330°

TBP 3:2)

Sol: $180^\circ = \pi^c \Rightarrow 1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$

1) $30^\circ = \frac{\pi}{180} \times 30 = \frac{\pi}{6}$

2) $135^\circ = \frac{\pi}{180} \times 135 = \frac{3\pi}{4}$

3) $-205^\circ = \frac{\pi}{180} \times (-205) = -\frac{5\pi}{4}$

4) $150^\circ = \frac{\pi}{180} \times 150 = \frac{5\pi}{6}$

5) $330^\circ = \frac{\pi}{180} \times 330 = \frac{11\pi}{6}$

28) ச.கா. 3:5

ஆரையன் அளவை பாகை அளவாக மாற்ற

TBP: 1) $\frac{\pi^c}{5}$ 2) 6 radians.

Sol: 1) $\pi^c = 180^\circ$
 $1^c = \frac{180}{\pi}$
 $\frac{\pi}{5} = \frac{180 \times \pi}{\pi \times 5} = 36^\circ$

2) $1^c = \frac{180}{\pi} = \frac{180 \times 7}{22}$
 $6^c = \left(\frac{180 \times 7}{22} \times 6 \right)$
 $= (343 \frac{7}{11})^\circ$

2. பின்வரும் கோணத்தின் ஆரையன் அளவை பாகை அளவுகளில் காண்க.

(i) $\frac{\pi}{3}$

(ii) $\frac{\pi}{9}$

(iii) $\frac{2\pi}{5}$

(iv) $\frac{7\pi}{3}$

(v) $\frac{10\pi}{9}$

TBP

Sol: $1^c = \frac{\pi}{180} \times \frac{180}{\pi}$

1) $\frac{\pi}{3} = \frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{3} = 60^\circ$

2) $\frac{\pi}{9} = \frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{9} = 20^\circ$

3) $\frac{2\pi}{5} = \frac{180}{\pi} \times \frac{2\pi}{5} = 72^\circ$

4) $\frac{10\pi}{9} = \frac{180}{\pi} \times \frac{10\pi}{9} = 200^\circ$

6. 10 அடி ஆரம்கொண்ட ஒரு வட்டத்தில், $q = 41^\circ$ -ஐ மையக் கோணமாகக் கொண்ட வில்லின் நீளம் காண்க.

Sol: $\theta = 41^\circ = \frac{\pi}{180} \times 41^\circ$

$r = 41$

$\therefore l = r\theta = \frac{\pi}{180} \times 41 = \frac{22 \times 41}{7 \times 180} = \frac{902}{1260} \text{ ft.} = \frac{82}{1260}$

7. இரண்டு வட்டங்களில், ஒரே அளவு கொண்ட வில்லின் நீளங்கள் 60° மற்றும் 75° -ஐ மையக் கோணங்களாகத் தாங்கும்போது அவ்விருவட்டங்களுக்கான ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.

Sol: $60^\circ = \frac{\pi}{180} \times 60 = \pi/3$

$75^\circ = \frac{\pi}{180} \times 75 = \frac{5\pi}{12}$

$\theta_1 = \frac{l}{r_1} = \theta_2 = \frac{l}{r_2}$

$\therefore r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\frac{5\pi}{12} \times \frac{12}{\pi}}{\frac{\pi}{3} \times \frac{3}{\pi}} = \frac{5\pi \times 3}{12 \times \pi}$

$r_1 : r_2 = 4 : 5$

- 32) இரண்டு வட்டங்களில் ஒரே அளவு கொண்ட வில்லின் நீளம் 65° மற்றும் 110° மையக் கோணங்களாகத் தாங்கும் போது அவ்விருவட்டங்களுக்கான ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.

8. ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவும் அதே ஆரமுடைய அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளமும் சமம் எனில், அவ்வட்டக் கோணப் பகுதியின் மையக் கோணத்தைப் பாகை, கிரே மற்றும் விகலையில் காண்க.

Sol:

$l = 2r + r\theta$

$l = \pi r$

Given $2r + r\theta = \pi r$

$r(2 + \theta) = \pi r$

$2 + \theta = \pi$

$\theta = \pi - 2 \text{ rad.}$

$= \frac{180}{\pi} \times (\pi - 2)$

$= \frac{180 \times \pi}{\pi} - \frac{180 \times 2}{\pi}$

$\theta = 180 - \frac{360}{\pi} = 180 - 114^\circ 32' 44''$
 $= 65^\circ 27' 16''$

32)
TBP

ஒரு தடகன வீரர் 5 கி.மீ.ஸ்க் கடக்க வட்ட ஒருபாதையை 5 முறை சுற்றி வரவேண்டும் எனில் வட்ட ஒருபாதையின் ஆரம் என்ன.

Sol: For 5 rounds = 5 Km
= 5000 m.

1 round = 1000 m.

$2\pi r = 1000 \text{ m.}$

$r = \frac{1000 \times 7}{2 \times \frac{22}{7}} = \frac{1750}{11} = 158^{\circ} 18'$

36)

TBP

ஆகாட்டு 3.6 5 செ.மீ. ஆரம், மையக் கோணம் 15° -ஐ கொண்ட வட்ட வில்லின் நீளம் காண்க.

Sol: $l = r\theta$
 $= 5 \times \frac{\pi}{12} \text{ cm.}$

$\theta = 15^{\circ} = 15 \times \frac{\pi}{180}$
 $r = 5 \text{ cm.}$

37)

TBP

ஆகாட்டு 3.7 இரண்டு வட்டங்களில், ஒரே அளவு கொண்ட வில்லின் நீளங்கள் 30° மற்றும் 80° மையக் கோணங்களாகத் தாங்கும்போது அவ்விரு வட்டங்களுக்கான ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.

Sol: $\theta_1 = 30^{\circ} = \frac{\pi}{6}$

$\theta_2 = 80^{\circ} = \frac{\pi}{9}$

$l = r_1\theta_1 = r_2\theta_2$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$

$= \frac{4\pi}{\pi} \times \frac{62}{\pi}$

$= \frac{8}{3}$

$\therefore r_1 : r_2 = 8 : 3.$

32)

TBP

3. ஒரு தடகன வீரர் 1 கி.மீ.-ஐக் கடக்க வட்ட ஒருபாதையை 5 முறை சுற்றி வரவேண்டும் எனில் வட்ட ஒரு பாதையின் ஆரம் என்ன?

Sol: For 5 rounds = 1 km = 1000 m.

For 1 round = 200 m.

$2\pi r = 200 \text{ m}$

$r = \frac{100 \times 7}{22} = \frac{700}{22} = 31^{\circ} 49' 5''.$

$\frac{18 \times 60}{22} = \frac{520}{11} = 47 \frac{60}{11}$

3.2

10) B.P.

10. 66கி.மீ. / மணி நேர வேகத்தில் 1500மீ. ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டப்பாதையில் தொடர்வண்டி இயக்கப்படுகிறது எனில், 20 நிமிடத்தில் அது கடக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

20

$$r = 1500 \text{ m.}$$

$$\text{In 20 seconds} = \frac{66000}{3600} \times \frac{5}{20} = \frac{3300}{9} \checkmark$$

$$\text{min length } l = \frac{9}{3300}$$

$$\theta = \frac{l}{r} = \frac{\frac{9}{3300}}{1500} = \frac{11}{45}$$

3

41) If $\sec \theta + \tan \theta = P$ find $\sec \theta, \tan \theta$ and $\sin \theta$
T.B.P. Answer: P is the value of $\sec \theta + \tan \theta$ and $\sin \theta$ is the value of $\sin \theta$.

$$\text{Sol: } \sec \theta + \tan \theta = P \quad \text{--- (1)}$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$P(\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{P} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) + (2)} \quad 2\sec \theta = P + \frac{1}{P} \quad \text{--- (3)}$$

$$= \frac{P^2 + 1}{P}$$

$$\sec \theta = \frac{P^2 + 1}{2P}$$

$$\tan \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1} \Rightarrow \sin \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$2\tan \theta = P - \frac{1}{P}$$

$$= \frac{P^2 - 1}{P}$$

$$\tan \theta = \frac{P^2 - 1}{2P}$$

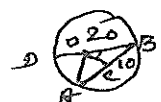
4. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 40 செ.மீ., ஒரு நாணின் நீளம் 20 செ.மீ., எனில், சிறிய விட்டம் நீளத்தைக் காண்க.

$$\text{படத்தில் } AB = 40 \therefore OB = 20 \quad OC \perp AB \therefore CB = 10$$

$$\angle COB = \theta \text{ எனில் } \sin \theta = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \theta = 30^\circ$$

$$2\theta = 60^\circ$$

$$\therefore S = r\theta = 20 \times \frac{\pi}{3} = \frac{20 \times 3.14}{3} = 20.95$$



Trigonometric functions and their properties -

- 1) $\sin \theta$ and $\cos \theta$ of an angle whose terminal side is $(3, -4)$ is $\sin \theta = -4/5$ and $\cos \theta = 3/5$.
 TBP: $\sin \theta = -4/5$ and $\cos \theta = 3/5$ find $\tan \theta$, $\csc \theta$, $\sec \theta$ and $\cot \theta$.

Sol: $r = \sqrt{9+16} = 5$

$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-4}{5}$ $\therefore \sin \theta = -4/5$

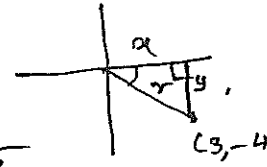
$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{3}{5}$ $\therefore \cos \theta = 3/5$

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-4}{3}$ $\therefore \tan \theta = -4/3$

$\csc \theta = -5/4$

$\sec \theta = 5/3$

$\cot \theta = -3/4$



- 2) $\sin \theta = 3/5$ and $\cos \theta = 4/5$ find $\tan \theta$, $\csc \theta$, $\sec \theta$ and $\cot \theta$.
 TBP: $\sin \theta = 3/5$ and $\cos \theta = 4/5$ find $\tan \theta$, $\csc \theta$, $\sec \theta$ and $\cot \theta$.

$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$\tan \theta = 3/4$

$\therefore \theta$ lies in second quadrant $\sin \theta = 3/5$, $\csc \theta = 5/3$
 $\cos \theta = -4/5$, $\sec \theta = -5/4$
 $\tan \theta = -3/4$, $\cot \theta = -4/3$

3) $\sin(-45^\circ)$, $\cos(-45^\circ)$, $\tan(-45^\circ)$

of 1) $\sin(-45^\circ)$ 2) $\cos(-45^\circ)$ 3) $\tan(-45^\circ)$

1) $\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -1/\sqrt{2}$

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$

2) $\cos(-45^\circ) = \cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$

$\cos(-\theta) = \cos \theta$

3) $\cot(-45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$

$\cot(-\theta) = -\cot \theta$

4) $\sin 150^\circ$, $\cos 135^\circ$, $\tan 120^\circ$

1) $\sin 150^\circ$ 2) $\cos 135^\circ$ 3) $\tan 120^\circ$

1) $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 1/2$

2) $\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -1/\sqrt{2}$

3) $\tan 120^\circ = \tan(180^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$

பி.பி. 3.12
 ஸ்திரீய கரணம்.
 1) 765° 2) $\operatorname{cosec}(-1410)$, $\cot\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$

$$1) 1. \sin 765 = \sin(360 + 45) = \sin 45 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} 2) \operatorname{cosec}(-1410) &= -\operatorname{cosec}(1410) \\ &= -\operatorname{cosec}(360 + 330) = -\operatorname{cosec} 330 \\ &= -\operatorname{cosec}(360 - 30) \\ &= -\operatorname{cosec} 30^\circ \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \cot\left(-\frac{15\pi}{4}\right) &= -\cot\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = +\cot \frac{\pi}{4} \\ &= +1. \end{aligned}$$

பி.பி. 3.13 $\tan 315^\circ \cot(-405^\circ) + \cot 495^\circ \tan(-585^\circ) = 2$ எனக் காட்டு.

$$\tan 315^\circ = \tan(360 - 45) = -\tan 45 = -1$$

$$\cot(-405) = -\cot 405 = -\cot(360 + 45) = -\cot 45 = -1$$

$$\begin{aligned} \cot 495 &= \cot(360 + 135) = \cot 135 = \cot(180 - 45) \\ &= -\cot 45 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(-585) &= -\tan(585) = -\tan(180 + 45) \\ &= -\tan 45 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan 315 \cot(-405) + \cot 495 \tan(-585) &= (-1)(-1) + (-1)(-1) \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

பி.பி. 3.14
 பி.பி. 3.14
 பி.பி. 3.14

$$\text{Sol } 1) \sin^2 x - 2 \cos^2 x - \cos x = \dots$$

$$\begin{aligned} 2) f(-x) &= \sin^2 x - 2 \cos^2 x - \cos x \\ &= f(x) \quad \therefore \text{even function} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \sin(\cos x) : f(-x) &= \sin(\cos(-x)) \\ &= \sin(\cos x) = \text{even fn.} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) f(x) &= \cos(\sin x) = f(-x) = \cos(\sin(-x)) = \cos(-\sin x) \\ &= \cos(\sin x) = f(x) \text{ even} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. f(x) &= \sin x + \cos x \\ f(-x) &= -\sin x + \cos x \quad \therefore f(x) \neq f(-x) \quad \therefore \text{neither even nor odd.} \end{aligned}$$

பகுதி 4 காண்க. புவியியல்: 3.3

8) 3.3) 1) $\sin 480^\circ$ 2) $\sin (-1110)$ 3) $\cos(300)$ 4) $\tan(1050)$
5) $\cot 660^\circ$ 6) $\tan \frac{19\pi}{3}$ 7) $\sin(-\frac{11\pi}{3})$

Sol: 1. $\sin 480 = \sin(360 + 120) = \sin 120 = \sin(180 - 60)$
 $= \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin(-1110) = -\sin(1110) = -\sin(3 \times 360 + 30)$
 $= -\sin 30 = -\frac{1}{2}$

3. $\cos(300) = \cos(360 - 60) = \cos 60 = \frac{1}{2}$

4. $\tan(1050) = \tan(3 \times 360 - 30) = -\tan 30 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

5. $\cot(660^\circ) = \cot(2 \times 360 - 60) = -\cot 60 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

6. $\tan\left(\frac{19\pi}{3}\right) = \tan\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

7. $\sin\left(-\frac{11\pi}{3}\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.3) 4) $\cot(180 + \theta)$ $\sin(90 - \theta)$ $\cos(-\theta)$
Simplify $\sin(270 + \theta)$ $\tan(-\theta)$ $\operatorname{cosec}(360 + \theta)$ $= \cos^2 \theta \tan \theta$

Sol: $\cot(180 + \theta) = \cot \theta$ $\therefore \frac{\cot(180 + \theta) \sin(90 - \theta) \cos(-\theta)}{\sin(270 + \theta) \tan(-\theta) \operatorname{cosec}(360 + \theta)}$
 $\sin(90 - \theta) = \cos \theta$
 $\cos(-\theta) = \cos \theta$
 $\sin(270 + \theta) = -\cos \theta$
 $\tan(-\theta) = -\tan \theta$
 $\operatorname{cosec}(360 + \theta) = \operatorname{cosec} \theta$
 $= \frac{(\cot \theta) (\cos \theta) (\cos \theta)}{(-\cos \theta) (-\tan \theta) \cdot \operatorname{cosec} \theta}$
 $= \frac{\cot \theta \cdot \cos^2 \theta}{\cos \theta \operatorname{cosec} \theta \cdot \tan \theta} = \cos^2 \theta \cdot \cot \theta$

பகுதி 5 காண்க. புவியியல்: 3.3) 5)

1) $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ & lies in the III quadrant.
 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{cosec} \theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$
 $\tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ $\sec \theta = -2$
 $\cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2) $\cos \theta = \frac{2}{3}$ & lies in I quadrant.

$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\sec \theta = \frac{3}{2}$
 $\operatorname{cosec} \theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$ $\cot \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

3) $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ & lies in the IV quadrant.

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}} \quad \sec \theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = -\frac{3}{2} \quad \cot \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

4) $\tan \theta = -\frac{2}{1}$ & lies in II quadrant.

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \operatorname{cosec} \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad \sec \theta = -\sqrt{5}$$

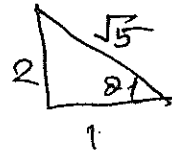
$$\cot \theta = -\frac{1}{2}$$

5) $\sec \theta = \frac{13}{5}$ & is in IV quadrant.

$$\cos \theta = \frac{5}{13}, \tan \theta = -\frac{12}{5}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = -\frac{13}{12}$$



(BP 3.3) 2) $\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ & lies in I quadrant. $\cos \theta = \frac{5}{7}$ & lies in I quadrant. $\tan \theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ & lies in I quadrant. $\sec \theta = \frac{7}{5}$ & lies in I quadrant. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{7}{2\sqrt{6}}$ & lies in I quadrant. $\cot \theta = \frac{5}{2\sqrt{6}}$ & lies in I quadrant.

Sol: $\sec \theta = \sqrt{\frac{25}{49} + \frac{24}{49}} = 1$ & lies in I quadrant. $\left(\frac{5}{7}, \frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{7} \quad \operatorname{cosec} \theta = \frac{7}{2\sqrt{6}}$$

$$\cos \theta = \frac{5}{7} \quad \sec \theta = \frac{7}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{5\sqrt{6}}, \quad \cot \theta = \frac{5\sqrt{6}}{14}$$

3.3) 5) $\sin^2 \theta = \frac{3}{4}$ & lies in I or II quadrant. $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ & lies in I or IV quadrant. $\tan^2 \theta = \frac{3}{1}$ & lies in I or III quadrant. $\sec^2 \theta = \frac{4}{1}$ & lies in I or IV quadrant. $\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{4}{3}$ & lies in I or II quadrant. $\cot^2 \theta = \frac{1}{3}$ & lies in I or III quadrant.

TBP $\sin^2 \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

If $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ & lies in I or II quadrant.

If θ is in I quadrant

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}, \quad \sec \theta = 2$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}, \quad \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

If θ is in II quadrant

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{cosec} \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2}, \quad \sec \theta = -2$$

If $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ & may be in III or IV quadrant

If θ is in III

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{cosec} \theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \quad \sec \theta = -2$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} \quad \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

If θ is in IV

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \operatorname{cosec} \theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \sec \theta = 2$$

$$\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cot \theta = -\sqrt{3}$$

Q.P.T $\frac{\cos(90+\theta) \sec(-\theta) \tan(180-\theta)}{\sec(360-\theta) \sin(180+\theta) \cot(90-\theta)} = -1.$

Sol: $\cos(90+\theta) = -\sin \theta$
 $\sec(-\theta) = \sec \theta$
 $\tan(180-\theta) = -\tan \theta$

$\sec(360-\theta) = \sec \theta$
 $\sin(180+\theta) = -\sin \theta$
 $\cot(90-\theta) = \tan \theta$

$\therefore \frac{\cos(90+\theta) \sec(-\theta) \tan(180-\theta)}{\sec(360-\theta) \sin(180+\theta) \cot(90-\theta)} = \frac{(-\sin \theta)(\sec \theta)(-\tan \theta)}{(\sec \theta)(-\sin \theta)(\tan \theta)} = -1.$

14) 3.3) 6) $\sin^2 \frac{\pi}{18} + \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{7\pi}{18} + \sin^2 \frac{4\pi}{9} = 2.$ என நிரூபிக்க.

Q.P.P Sol: $\sin^2 \frac{7\pi}{18} = \sin^2 \left(\frac{9\pi - 2\pi}{18} \right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{9}$

$\sin^2 \frac{4\pi}{9} = \sin^2 \frac{8\pi}{18} = \sin^2 \left(\frac{9\pi - \pi}{18} \right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{18}$

$\therefore \text{LHS} = \sin^2 \frac{\pi}{18} + \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{7\pi}{18} + \sin^2 \frac{4\pi}{9}$

$= \sin^2 \frac{\pi}{18} + \sin^2 \frac{\pi}{9} + \cos^2 \frac{\pi}{18} + \cos^2 \frac{\pi}{9}$
 $= \left(\sin^2 \frac{\pi}{18} + \cos^2 \frac{\pi}{18} \right) + \left(\sin^2 \frac{\pi}{9} + \cos^2 \frac{\pi}{9} \right)$

$\uparrow = 1 + 1 = 2.$

Procedure: Change $\frac{7\pi}{18}$ as $\frac{9\pi - 2\pi}{18}$

and $\frac{4\pi}{9}$ as $\frac{8\pi}{18}$ and $\frac{9\pi - \pi}{18}$

15) 3.4) $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8} = 2.$ என நிரூபிக்க.

Sol: Procedure: $\frac{7\pi}{8} = \frac{4\pi - 3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8}$ and $\frac{5\pi}{8} = \frac{4\pi - \pi}{8} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$

$\therefore \sin^2 \frac{7\pi}{8} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) = \cos^2 \frac{3\pi}{8}$

$\sin^2 \left(\frac{5\pi}{8} \right) = \sin^2 \left(\frac{4\pi - \pi}{8} \right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{8}$

$\therefore \text{LHS} = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$
 $= \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8}$
 $= (\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}) + (\sin^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8})$

இதற்கான பற்றாக்கை

இதற்கான பற்றாக்கை கருவியை மூலம் உபயோகிப்போம்

1) தி.கா: 3.15

1) $\cos 15^\circ$ 2) $\tan 165^\circ$ மதிப்புகளைக் காண்க.

KBP 1) $\cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

Also $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

2) $\tan (165^\circ) = \tan (120^\circ + 45^\circ)$

$$= \frac{\tan 120^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 120^\circ \tan 45^\circ}$$

$$= \frac{-\sqrt{3} + 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

But $\tan 120^\circ$

$$= \tan (90^\circ + 30^\circ)$$

$$= -\cot 30^\circ$$

$$= -\sqrt{3}$$

2) தி.கா: 3.16 $\sin x = \frac{4}{5}$ (முதல்காலம்) and $\cos y = -\frac{12}{13}$ (இரண்டாம் காலம்)
 KBP 1) $\sin(x-y)$ 2) $\cos(x-y)$ மதிப்புகளைக் காண்க.

Sol: $\sin x = \frac{4}{5}$ $\cos x = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$ $\therefore x$ is in I quadrant

$\cos y = -\frac{12}{13}$ $\sin y = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$ $\therefore y$ is second quadrant

1) $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

$$= \frac{4}{5} \left(-\frac{12}{13}\right) - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{-48-15}{65} = \frac{-63}{65}$$

2. $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$$= \frac{3}{5} \left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{-36+20}{65} = \frac{-16}{65}$$

3) தி.கா: 3.17 $\cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = -\sqrt{2} \sin x$

KBP LHS $\left(\cos \frac{3\pi}{4} \cos x - \sin \frac{3\pi}{4} \sin x\right) - \left(\cos \frac{3\pi}{4} \cos x + \sin \frac{3\pi}{4} \sin x\right)$

$$= -2 \sin \frac{3\pi}{4} \sin x$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x = -\sqrt{2} \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$$

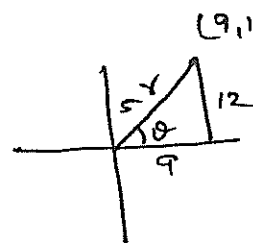
Note: $\cos(A+B) - \cos(A-B) = -2 \sin A \sin B$ 

Q. 18. Point A (9, 12) rotates around the origin O in the plane through an angle of 60° in the anticlockwise direction to the new position B. Find the Co-ordinates of B.

Sol: Here $r \cos \theta = 9$, $r \sin \theta = 12$

$$r = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$$

$$\therefore 15 \cos \theta = 9, 15 \sin \theta = 12$$



$$15 \cos (\theta + 60^\circ) = \cos \theta \cos 60^\circ - \sin \theta \sin 60^\circ$$

$$= 15 \left(\frac{9}{15} \cdot \frac{1}{2} - \frac{12}{15} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 15 \left(\frac{9 - 12\sqrt{3}}{30} \right)$$

$$\text{Hence } 15 \cos (\theta + 60^\circ) = \frac{3}{2} (4 - 4\sqrt{3}) = \frac{3}{2} (4 - 4\sqrt{3})$$

$$\text{Hence } B = \left(\frac{3}{2} (4 - 4\sqrt{3}), \frac{3}{2} (4 + 3\sqrt{3}) \right)$$

Q. 20

1) $\sin (A+B+C)$, 2) $\tan (A+B+C)$

Sol:

$$1) \sin (A+B+C) = \sin A \cos (B+C) + \cos A (\sin (B+C))$$

$$= \sin A (\cos B \cos C - \sin B \sin C) + \cos A (\sin B \cos C + \cos B \sin C)$$

$$= \sin A \cos B \cos C - \sin A \sin B \sin C + \cos A \sin B \cos C + \cos A \cos B \sin C$$

$$2) \tan (A+B+C) = \tan [A + (B+C)]$$

$$= \frac{\tan A + \tan (B+C)}{1 - \tan A \tan (B+C)}$$

$$= \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C}$$

$$\tan (A+B+C) = \frac{1 - \tan A \tan (B+C)}{1 - \tan B \tan C}$$

$$= \frac{\tan A (1 - \tan B \tan C) + \tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C - \tan A \tan B - \tan A \tan C}$$

$$\tan (A+B+C) = \frac{\tan A + \tan B + \tan C - \tan A \tan B \tan C}{1 - \tan A \tan B - \tan B \tan C - \tan A \tan C}$$

⊗

Note: If $A+B+C = 0 \text{ or } \pi$

From (1) $0 = \frac{\tan A + \tan B + \tan C - \tan A \tan B \tan C}{1 - \tan A \tan B - \tan B \tan C - \tan C \tan A}$

$$\Rightarrow \tan A \tan B \tan C = \tan A + \tan B + \tan C.$$

If $A+B+C = \pi/2$ $1 = \tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A.$

From (2) $D = 0$

6) $\cos(A+B+C)$ மீட்டர் கோணங்களின் மீட்டர் கோணம்.

KBP $\cos A \cos B \cos C = \sin A \sin B \cos C + \sin B \sin C \cos A + \sin C \sin A \cos B$
If $A+B+C = \pi/2$.

Sol: $\cos(A+B+C) = \cos[A+(B+C)]$
 $= \cos A \cos(B+C) - \sin A \sin(B+C)$
 $= \cos A [\cos B \cos C - \sin B \sin C] - \sin A [\sin B \cos C + \cos B \sin C]$
 $= \cos A \cos B \cos C - \cos A \sin B \sin C - \sin A \sin B \cos C - \sin A \cos B \sin C$

If $A+B+C = \pi/2$ $\cos(\pi/2) = 0$

$\therefore \cos A \cos B \cos C = \sin A \sin B \cos C + \sin B \sin C \cos A + \sin A \sin C \cos B.$

7) $A+B+C = \pi/2$ மீட்டர் கோணங்களின் மீட்டர் கோணம். $\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1.$

KBP Sol: $A+B+C = \pi/2$
 $A+B = \frac{\pi}{2} - C \Rightarrow \tan(A+B) = \tan(\frac{\pi}{2} - C)$
 $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \cot C = \frac{1}{\tan C}.$

$$\tan A \tan C + \tan B \tan C = 1 - \tan A \tan B$$

$$\tan A \tan C + \tan B \tan C + \tan A \tan B = 1$$

8) $\sin(45+\theta) - \sin(45-\theta) = \sqrt{2} \sin \theta.$

KBP $\sin(30+\theta) + \cos(60+\theta) = \cos \theta.$

1) $\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \cos A \sin B.$

$$\therefore \sin(45+\theta) - \sin(45-\theta) = 2 \cos 45 \sin \theta = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta.$$

2) $\sin(30+\theta) + \cos(60+\theta)$

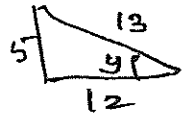
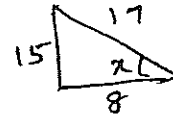
$$= \sin 30 \cos \theta + \cos 30 \sin \theta + \cos 60 \cos \theta - \sin 60 \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = \cos \theta.$$

9) If $\sin x = \frac{15}{17}$ $\cos y = \frac{12}{13}$ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ and $0 < y < \frac{\pi}{2}$ then
 1) $\sin(x+y)$ 2) $\cos(x-y)$ 3) $\tan(x+y)$

Sol:

x, y are acute angles
 $\sin x = \frac{15}{17}$ $\cos x = \frac{8}{17}$ $\tan x = \frac{15}{8}$



$\sin y = \frac{5}{13}$ $\cos y = \frac{12}{13}$ $\tan y = \frac{5}{12}$

1) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$= \frac{15}{17} \cdot \frac{12}{13} + \frac{8}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{180 + 40}{221} = \frac{220}{221}$

2) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$= \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{96 - 75}{221} = \frac{21}{221}$

10) $\sin A = \frac{3}{5}$ and $\cos B = \frac{9}{41}$ $0 < A < \frac{\pi}{2}$ $0 < B < \frac{\pi}{2}$ then
 1) $\sin(A+B)$ 2) $\cos(A-B)$

Sol: A lies in I quadrant.

$\sin A = \frac{3}{5}$ $\cos A = \frac{4}{5}$ $\tan A = \frac{3}{4}$



1) $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$= \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{41} + \frac{4}{5} \cdot \frac{40}{41}$

$= \frac{27 + 160}{205} = \frac{187}{205}$

$\sin B = \frac{40}{41}$

$\cos B = \frac{9}{41}$

$\tan B = \frac{40}{9}$

2) $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

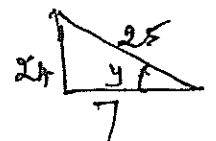
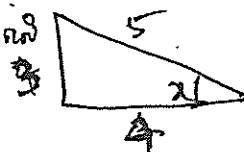
$= \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{41} + \frac{3}{5} \cdot \frac{40}{41} = \frac{36 + 120}{205} = \frac{156}{205}$

11) $\cos x = -\frac{4}{5}$ $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} < y < \frac{3\pi}{2}$
 $\sin y = -\frac{24}{25}$ $\cos(x-y)$

x, y

$\sin x = -\frac{3}{5}$ $\cos x = -\frac{4}{5}$

$\sin y = -\frac{24}{25}$ $\cos y = -\frac{7}{25}$



$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$= (-\frac{4}{5})(-\frac{7}{25}) + (-\frac{3}{5})(-\frac{24}{25}) = \frac{28 + 72}{125} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$

12) $\sin x = \frac{8}{17}$ with $0 < x < \frac{\pi}{2}$
 13P $\cos y = -\frac{24}{25}$ with $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ எனில் $\sin(x-y)$ காண்க.

Sol:

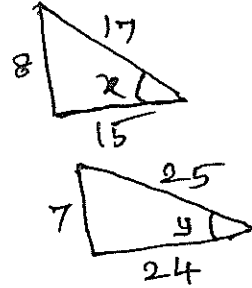
x , முதல்தரம் மூலத்தியிலும் y மூன்றாம் தரம் மூலத்தியிலும் அமைந்தால்
 $\sin x = \frac{8}{17}$, $\cos x = \frac{15}{17}$

$$\cos y = -\frac{24}{25} \quad \sin y = -\frac{7}{25}$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$= \frac{8}{17} \left(-\frac{24}{25}\right) - \frac{15}{17} \left(-\frac{7}{25}\right)$$

$$= \frac{-192 + 105}{425} = \frac{-87}{425}$$



13) i) $\cos 105^\circ$ 2) $\sin 105^\circ$ 3) $\tan \frac{7\pi}{12}$ எனில் காண்க.

13P

Sol: 1) $\cos 105 = \cos(60 + 45)$

$$= \cos 60 \cos 45 - \sin 60 \sin 45$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

2) $\sin 105 = \sin(60 + 45)$

$$= \sin 60 \cos 45 + \cos 60 \sin 45$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$$

3) $\tan \frac{7\pi}{12} = \tan \frac{7 \times 15^\circ}{12} = \tan 105$

$$= \tan(60 + 45) = \frac{\tan 60 + \tan 45}{1 - \tan 60 \tan 45}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 + 3 + 2\sqrt{3}}{1 - 3}$$

$$= \frac{2(2 + \sqrt{3})}{-2}$$

5

100 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டத்தில், 22 செ.மீ. நீளமுடைய வட்டவில் மையத்தில் தா
 கோணத்தைப் பாகையில் காண்க.

$$r = 100 \text{ cm}$$

$$22 = 100 \theta$$

$$\theta = 22$$

$$\theta = 22^\circ$$

$$\theta = \frac{22}{100} \times \frac{180}{\pi} = \frac{22}{100} \times \frac{180}{3.14} = 12.6^\circ$$

13

சரிசெய்தல்.

$$\sin(n+1)\theta \sin(n-1)\theta + \cos(n+1)\theta \cos(n-1)\theta = \cos 2\theta \quad n \in \mathbb{Z}.$$

KBP

Sol: Procedure: Use $\cos A \cos B + \sin A \sin B = \cos(A-B)$

$$\begin{aligned} & \cos(n+1)\theta \cos(n-1)\theta + \sin(n+1)\theta \sin(n-1)\theta \\ &= \cos((n+1)-(n-1))\theta \\ &= \cos 2\theta. \end{aligned}$$

14) $x \cos \theta = y \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) = z \cos(\theta + \frac{4\pi}{3})$. மூன்று x, y, z + z x - ல் சமம்.

KBP

Sol: Procedure: Simplify each one and put they are equal to K. Then find x, y, z then sub. in $xy + yz + zx$

$$\begin{aligned} y \cos(\pi - \frac{\pi}{3} + \theta) &= y \cos(\pi - (\frac{\pi}{3} - \theta)) = -y \cos(\frac{\pi}{3} - \theta) \\ &= -y [\cos \frac{\pi}{3} \cos \theta + \sin \frac{\pi}{3} \sin \theta] \\ &= -y [\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta] \\ z \cos(\pi + \frac{\pi}{3} + \theta) &= -z \cos(\frac{\pi}{3} + \theta) \\ &= -z (\cos \frac{\pi}{3} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{3} \sin \theta) \\ &= -z (\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta) \end{aligned}$$

$$\therefore x \cos \theta = -y [\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta] = -z (\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta) = K.$$

$$x = \frac{K}{\cos \theta}, \quad y = \frac{K}{-(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta)}, \quad z = \frac{K}{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta}.$$

$$\begin{aligned} \therefore xy + yz + zx &= \frac{K^2}{-\cos \theta (\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta)} + \frac{K^2}{-(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta) (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta)} \\ &\quad + \frac{K^2}{\cos \theta (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta)} \\ &= \frac{-K^2 (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta) - K^2 (\cos \theta) + K^2 (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta)}{\cos \theta (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta) (\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta)} \\ &= \frac{-K^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{K^2}{2} \cos \theta - K^2 \cos \theta + K^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{K^2}{2} \cos \theta}{0} \\ &= K^2 \cos \theta - K^2 \cos \theta \\ &= 0. \end{aligned}$$

15) $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha) = -\frac{3}{2}$ opposite
 QP

Sol: Expand LHS and crossmultiply with 2. Take -3 to RHS as $1+1+1$. Put $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$, $1 = \sin^2 \beta + \cos^2 \beta$, $1 = \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma$
 Simplify. use $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

LHS: $(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) + (\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma) + (\cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha)$

$$2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \beta \cos \gamma + 2 \sin \beta \sin \gamma + 2 \cos \gamma \cos \alpha + 2 \sin \gamma \sin \alpha = -3$$

$$\therefore 2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \beta \cos \gamma + 2 \sin \beta \sin \gamma + 2 \cos \gamma \cos \alpha + 2 \sin \gamma \sin \alpha + 1 + 1 + 1 = 0$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \beta \cos \gamma + 2 \sin \beta \sin \gamma + 2 \cos \gamma \cos \alpha + 2 \sin \gamma \sin \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 0$$

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \sin \beta \sin \gamma + 2 \sin \gamma \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \cos \beta \cos \gamma + 2 \cos \gamma \cos \alpha = 0$$

$$(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$$

$\sin 15^\circ$ and $\cos 15^\circ$ Ex 21 Page 103 of 104

16) QP
 Sol: Procedure: write down the values of $\sin 15^\circ$ and $\cos 15^\circ$. Find the sum of the roots and product of the roots. Then form the equation $x^2 - (SR)x + PR = 0$.

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}, \quad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$SR = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$PR = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Eqn } x^2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 - \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 2\sqrt{6}x + 1 = 0$$

7) 1. $\sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ - \theta) = \sqrt{2} \sin \theta$

↑ B.P. 2. $\sin(30^\circ + \theta) + \cos(60^\circ + \theta) = \cos \theta$. சமன்பாடு

Sol: Procedure: Use $\sin(A+B)$, $\sin(A-B)$, $\cos(A+B)$.

1) LHS: $\sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ - \theta)$

$$= (\sin 45^\circ \cos \theta + \cos 45^\circ \sin \theta) - (\sin 45^\circ \cos \theta - \cos 45^\circ \sin \theta)$$

$$= 2 \cos 45^\circ \sin \theta$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta.$$

2) LHS $\sin(30^\circ + \theta) + \cos(60^\circ + \theta)$

$$= (\sin 30^\circ \cos \theta + \cos 30^\circ \sin \theta) + (\cos 60^\circ \cos \theta - \sin 60^\circ \sin \theta)$$

$$= \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$$

$$= \cos \theta.$$

18) 1) $\cos(30^\circ + x) = \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{2}$

↑ B.P. 2) $\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$

3) $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$. சமன்பாடு.

Sol: 1) LHS: $\cos(30^\circ + x) = \cos 30^\circ \cos x - \sin 30^\circ \sin x$,

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x.$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{2}.$$

2. $\cos(\pi + \theta) = \cos \pi \cos \theta - \sin \pi \sin \theta$

$$= -1 \cdot \cos \theta - 0$$

$$= -\cos \theta.$$

3) $\sin(\pi + \theta) = \sin \pi \cos \theta + \cos \pi \sin \theta$

$$= 0 - 1 \cdot \sin \theta$$

$$= -\sin \theta.$$

19) $\sin 105^\circ + \cos 105^\circ = \cos 45^\circ$. சமன்பாடு.

↑ B.P. Sol: Procedure write 105 as $60 + 45$. and Expand.

LHS: $\sin(60 + 45) + \cos(60 + 45)$

$$(\sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ) + (\cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \cos 45^\circ$$

30) $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = \cos 105^\circ + \cos 15^\circ$ 증명하라.

Sol: Use $\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$

Procedure $\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

LHS $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2 \cos \frac{90}{2} \sin \frac{60}{2}$

$= 2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

RHS $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ = 2 \cos \frac{120}{2} \cos \frac{90}{2}$

$= 2 \cos 60^\circ \cos 45^\circ$

$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$

21) $\tan 75^\circ + \cot 75^\circ = 4$ 증명하라.

KBP

Sol: Procedure: Use $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$\cot(A+B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$

LHS $\tan 75^\circ + \cot 75^\circ = \tan(45+30) + \cot(45+30)$

$= \frac{\tan 45 + \tan 30}{1 - \tan 45 \tan 30} + \frac{\cot 45 \cot 30 - 1}{\cot 30 + \cot 45}$

$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{1 \cdot \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$= \frac{2(3+1)}{3-1} = 4$

22) 1) $\tan(45+A) = \frac{1+\tan A}{1-\tan A}$ 2) $\tan(45-A) = \frac{1-\tan A}{1+\tan A}$ 증명하라.

1) $\tan(45+A) = \frac{\tan 45 + \tan A}{1 - \tan 45 \tan A}$
 $= \frac{1 + \tan A}{1 - \tan A}$

2) $\tan(45-A) = \frac{\tan 45 - \tan A}{1 + \tan 45 \tan A}$
 $= \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$

23) $\cot(A+B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B}$ பாதிக்கிறது.
 KBP

Sol: $\cot(A+B) = \frac{1}{\tan(A+B)} = \frac{1}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}}$
 $= \frac{1 - \tan A \tan B}{\tan A + \tan B}$
 $\div$ both Nr and Dr by $\tan A \tan B$
 $= \frac{1}{\tan A \tan B} - 1$
 $= \frac{\frac{\tan A}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{\tan B}{\tan A \tan B}}{\frac{\tan A}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{\tan B}{\tan A \tan B}}$
 $= \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$

24 $\tan x = \frac{n}{n+1}$ and $\tan y = \frac{1}{2n+1}$ பாதிக்கிறது. $\tan(x+y)$ பாதிக்கிறது.
 KBP
 Procedure: Use $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ and Sub. values.

Sol: $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{\frac{n}{n+1} + \frac{1}{2n+1}}{1 - \left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{1}{2n+1}\right)}$
 $= \frac{\frac{n(2n+1) + (n+1)}{(n+1)(2n+1)}}{\frac{(n+1)(2n+1) - n}{(n+1)(2n+1)}} = \frac{2n^2 + n + n + 1}{2n^2 + 3n + 1 - n}$
 $= \frac{2n^2 + 2n + 1}{2n^2 + 2n + 1} = 1$
 $x+y = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$

25) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \tan\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) = -1$. பாதிக்கிறது.

Sol: write $\frac{3\pi}{4}$ as $\pi - \frac{\pi}{4}$ and $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$.

$\tan\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) = \tan\left(\pi - \left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$
 $\therefore \left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)\right] \left[-\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\right] = -\frac{2 \tan 45}{1 - \tan^2 45 \tan^2 \theta} = \frac{2}{1 - \tan^2 \theta}$
 $= \left(\frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \theta}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \theta}\right) \left(\frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \theta}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \theta}\right)$

$$= - \left(\frac{1+\tan \theta}{1-\tan \theta} \right) \left(\frac{1-\tan \theta}{1+\tan \theta} \right)$$

$$= -1$$

26) If $\theta + \phi = \alpha$ and $\tan \theta = k \tan \phi$ P.T $\sin(\theta - \phi) = \frac{k-1}{k+1} \sin \alpha$
(BP)

Sol: by using Componendo and dividendo method.

$$\tan \theta = k \tan \phi$$

$$\frac{\tan \theta}{\tan \phi} = \frac{k}{1} \Rightarrow \frac{k+1}{k-1} = \frac{\tan \theta + \tan \phi}{\tan \theta - \tan \phi}$$

$$\therefore \frac{k+1}{k-1} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$\therefore \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\theta + \phi)} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin \alpha} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\sin(\theta - \phi) = \frac{k-1}{k+1} \sin \alpha$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$$

$$= \frac{\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi}{\cos \theta \cos \phi}$$

$$\frac{\sin \theta \cos \phi - \cos \theta \sin \phi}{\cos \theta \cos \phi}$$

27) (BP) and $\sec \beta = -\frac{5}{3}$ $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ Prove $\tan(\alpha + \beta) = \sin \alpha$.
That $\cot \alpha = \frac{1}{2} \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$

Sol: Procedure: Identify α, β belongs to which quadrant

$$\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2}) = \text{III} \quad \beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi) = \text{II}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = 2 \quad \therefore \alpha \in \text{III} \text{ it is +ve}$$

$$\tan \beta = \sec^2 - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$$

$$\tan \beta = -\frac{4}{3} \quad \because \beta \text{ lies in II quadrant.}$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{2}(-\frac{4}{3})} = \frac{\frac{3-8}{6}}{\frac{6+4}{6}}$$

$$= -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$$

28) (BP)
1. $\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$
2. $\cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$, stating the results.

Procedure: Apply $\sin(A+B), \sin(A-B), \cos(A+B) \cos(A-B)$.
and for (1) change all into sin for (2) change angle A to cos and B to sin.

Sol: 1) $\overset{\text{LHS}}{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}$
 $= (\sin A \cos B + \cos A \sin B)(\sin A \cos B - \cos A \sin B)$
 $= \sin^2 A \cos^2 B - \cos^2 A \sin^2 B$
 $= \sin^2 A (1 - \sin^2 B) - (1 - \sin^2 A) \sin^2 B$
 $= \sin^2 A - \sin^2 A \sin^2 B - \sin^2 B + \sin^2 A \sin^2 B$
 $= \sin^2 A - \sin^2 B$

2) $\cos(A+B) \cdot \cos(A-B)$
 $= (\cos A \cos B - \sin A \sin B)(\cos A \cos B + \sin A \sin B)$
 $= \cos^2 A \cos^2 B - \sin^2 A \sin^2 B$
 $= \cos^2 A (1 - \sin^2 B) - (1 - \cos^2 A) \sin^2 B$
 $= \cos^2 A - \cos^2 A \sin^2 B - \sin^2 B + \cos^2 A \sin^2 B$
 $= \cos^2 A - \sin^2 B$

29) 1) $\sin^2(A+B) - \sin^2(A-B) = \sin 2A \sin 2B$

ABP 2) $\cos 80^\circ \cos 20^\circ = \cos^2 50^\circ - \sin^2 30^\circ$

Sol: Procedure: Use $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$,
 $\cos(A+B) \cdot \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$.

1) LHS: $\overset{A}{\sin(A+B)} \cdot \overset{B}{\sin(A-B)} = \sin(A+B+A-B) \cdot \sin(A+B-A-B)$
 $= \sin 2A \cdot \sin 2B$

2) RHS: $\cos^2 50^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos(80^\circ + 30^\circ) \cdot \cos(80^\circ - 30^\circ)$
 $= \cos 110^\circ \cdot \cos 50^\circ$

30) If $a \cos(x+y) = b(\cos(x-y))$ then P-T $(a+b) \tan x = (a-b) \tan y$.

ABP by componendo dividendo method.

Sol: $a \cos(x+y) = b \cos(x-y)$

$$\frac{a}{b} = \frac{\cos(x-y)}{\cos(x+y)}$$

Now $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\cos(x-y) + \cos(x+y)}{\cos(x-y) - \cos(x+y)}$

$$= \frac{\cos x \cos y + \sin x \sin y + \cos x \cos y - \sin x \sin y}{\cos x \cos y + \sin x \sin y - \cos x \cos y + \sin x \sin y}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{2 \cos x \cos y}{2 \sin x \sin y} = \cot x \cot y$$

$$\therefore \frac{a+b}{a-b} = \cot y / \tan x$$

$$\tan x (a+b) = (a-b) \cot y$$

Multiple angle identities and Sub Multiple angle identities

1) $\sin 22\frac{1}{2}^\circ$ or $\sin 45^\circ$ or $\sin 90^\circ$.

BP Sol: Let $\theta = 45^\circ$

$$\cos \theta = 1 - 2\sin^2 \frac{\theta}{2} \Rightarrow 2\sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \cos \theta$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$$

$$\therefore \sin 22\frac{1}{2}^\circ = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}{2}} = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \quad \because 22\frac{1}{2}^\circ \text{ is acute.}$$

2) $\sin 2\theta$ or $\sin 12^\circ$ or $\sin 24^\circ$

BP

Sol: $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$ $\because \theta$ is acute

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

3) $\sin 4A = 4 \sin A \cos^3 A - 4 \cos A \sin^3 A$ or $\sin 4A$

BP Sol: RHS: $4 \sin A \cos^3 A - 4 \cos A \sin^3 A$

$$= 4 \sin A \cos A (\cos^2 A - \sin^2 A)$$

$$= 2 \cdot 2 \sin A \cos A \cdot \cos 2A$$

$$= 2 \sin 2A \cdot \cos 2A$$

$$= \sin 4A$$

4) $\sin x = 2^{10} \sin \left(\frac{x}{2^{10}}\right) \cos \left(\frac{x}{2}\right) \cos \left(\frac{x}{2^2}\right) \dots \cos \left(\frac{x}{2^{10}}\right)$ or $\sin x$

Sol: LHS: $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

$$= 2 \cdot 2 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2}$$

$$= 4 \cdot 2 \cdot \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2}$$

$$= 2^4 \sin \frac{x}{2^4} \cos \frac{x}{2^4} \cdot \cos \frac{x}{2^3} \cdot \cos \frac{x}{2^2} \cdot \cos \frac{x}{2}$$

we can proceed the same way

$$\sin x = 2^{10} \left(\sin \frac{x}{2^{10}} \right) \cdot \cos \frac{x}{2^{10}} \cdot \cos \frac{x}{2^9} \dots \cos \frac{x}{2^3} \cdot \cos \frac{x}{2^2} \cdot \cos \frac{x}{2}$$

5) $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta}{1 + \cos \theta + \cos 2\theta} = \tan \theta$ or $\tan \theta$

BP

Sol: LHS: $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta}{1 + \cos \theta + \cos 2\theta} = \frac{\sin \theta + 2 \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta + 1 + \cos 2\theta} = \frac{\sin \theta (1 + 2 \cos \theta)}{\cos \theta + 1 + \cos 2\theta} = \frac{\sin \theta (1 + 2 \cos \theta)}{\cos \theta (1 + 2 \cos \theta)} = \tan \theta$

6) $1 - \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x}$ சமன்பாடு.

ABP

Sol: Procedure: apply $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\begin{aligned} \text{RHS: } \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x} &= \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)}{(\sin x + \cos x)} \\ &= 1 - \sin x \cos x \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin 2x. \end{aligned}$$

7)

ABP

$-\pi \leq x \leq \pi$ and $\cos 2x = \sin x$ சமன்பாடு.

Sol: Given. $\cos 2x = \sin x$

$$1 - 2\sin^2 x = \sin x$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{-1 \pm 3}{4} = -1 \text{ or } \frac{1}{2} \quad \because -\pi < x < \pi$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

8)

ABP

1) $\sin 18^\circ$ 2) $\cos 18^\circ$ 3) $\sin 72^\circ$ 4) $\cos 36^\circ$ 5) $\sin 54^\circ$

Sol: Let $\theta = 18^\circ$

$$1) \sin 18^\circ \quad 5\theta = 90^\circ$$

$$3\theta + 2\theta = 90$$

$$2\theta = 90 - 3\theta$$

$$\sin 2\theta = \sin(90 - 3\theta)$$

$$= \cos 3\theta$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

$$\div \cos \theta \quad 2 \sin \theta = 4 \cos^2 \theta - 3$$

$$= 4(1 - \sin^2 \theta) - 3$$

$$= 4 - 4 \sin^2 \theta - 3$$

$$= 1 - 4 \sin^2 \theta$$

$$\therefore 4 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 1 = 0 \quad a = 4$$

$$\sin \theta = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} \quad b = 2$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \quad c = 1$$

$$\therefore \sin 18^\circ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$$

$$2) \cos 18^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 18^\circ}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{16 - (5 + 1 - 2\sqrt{5})}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{4}}$$

$$3) \sin 72^\circ = \sin(90 - 18)$$

$$= \cos 18^\circ$$

$$= \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{4}}$$

$$4) \cos 36^\circ = 1 - 2 \sin^2 18^\circ$$

$$= 1 - 2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

$$5) \sin 54^\circ = \sin(90 - 36)$$

$$= \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

9)
TBP

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} \tan \frac{\phi}{2} \text{ or } \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\cos \phi - a}{1 - a \cos \phi} \text{ or } \tan \frac{\theta}{2} =$$

$$\text{LHS: } \cos \phi = \frac{1 - \tan^2 \frac{\phi}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\phi}{2}} \quad (\text{half angle formula})$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1+a}{1-a}\right) \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \left(\frac{1+a}{1-a}\right) \tan^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$= \frac{(1-a) - (1+a) \tan^2 \frac{\theta}{2}}{(1-a) + (1+a) \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{(1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}) - a(1 + \tan^2 \frac{\theta}{2})}{(1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}) - a(1 + \tan^2 \frac{\theta}{2})}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2} - a}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2} - a}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2} - a}{1 - a \left(\frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} \right)}$$

$$= \frac{\cos \theta - a}{1 - a \cos \theta}$$

10)

$$\sqrt{3} \csc 20^\circ - \sec 20^\circ \text{ or } \frac{1}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$$

TBP

$$\text{Sol: } \sqrt{3} \csc 20^\circ - \sec 20^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3}/2 \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}$$

$\div$ Nr by 2
Multiplied Dr by 2.

$$= 4 \left[\frac{\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ} \right]$$

$$= 4 \left[\frac{\sin(60^\circ - 20^\circ)}{\sin 40^\circ} \right] = 4$$

11)
TBP

$$\cos A \cdot \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A = \frac{\sin 2^n A}{2^n \sin A}$$

12) $\therefore \cos A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A = \frac{\sin 2^n A}{2^n \sin A}$ சமன்பாடு
 TBR.

Sol: Procedure: to use $\sin 2A$ formula dividing and Multiplying by $2 \sin A$, similarly n steps.

LHS $\cos A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$.

$$= \frac{1}{2 \sin A} \cdot 2 \sin A \cos A \cos 2A \cos 2^2 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

$$= \frac{1}{2 \sin A} \cdot \sin 2A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

$$= \frac{1}{2^2 \sin A} \cdot 2 \sin 2A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

$$= \frac{1}{2^3 \sin A} \cdot \sin 2A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

$$= \frac{1}{2^3 \sin A} \cdot 2 \sin 2A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

$$= \frac{1}{2^3 \sin A} \cdot \sin 2A \cos 2A \cos 2^2 A \cos 2^3 A \dots \cos 2^{n-1} A$$

Proceed as follows for n steps.

$$= \frac{1}{2^n \sin A} \cdot \sin 2^n A$$

13)

TBP 1) $\cos A = \frac{15}{17}$ 2) $\sin A = \frac{4}{5}$ 3) $\tan A = \frac{16}{63}$ A கொடுக்கப்பட்டதில்
 $\cos 2A$ காண்பதில்

When 1) $\cos A = \frac{15}{17}$ $\sin A = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{8}{17}$

$$\therefore \cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A = 1 - 2 \cdot \frac{64}{289} = \frac{161}{289}$$

When 2) $\sin A = \frac{4}{5}$ $\cos A = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$$\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1 = 2 \cdot \frac{9}{25} - 1 = \frac{18}{25} - 1 = -\frac{7}{25}$$

14) $\cos 5x = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$ ஸ்தாபிதம்.

TBP Sol: Procedure: Take $\cos 5x = \cos(3x+2x)$. Expand. Then use $\cos 3x$, $\sin 3x$, $\cos 2x$, $\sin 2x$ formulae and simplify. and change all sin into cos

$$\begin{aligned}\cos 5x &= \cos(3x+2x) = \cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x \\&= (4\cos^3 x - 3\cos x)(2\cos^2 x - 1) - (3\sin x - 4\sin^3 x) \cdot 2\sin x \cos x \\&= (4\cos^3 x - 3\cos x)(2\cos^2 x - 1) - (3 - 4\sin^2 x) \cdot 2\sin^2 x \cos x \\&= (4\cos^3 x - 3\cos x)(2\cos^2 x - 1) - (3 - 4(1 - \cos^2 x)) \cdot 2(1 - \cos^2 x) \\&= (8\cos^5 x - 4\cos^3 x - 6\cos^3 x + 3\cos x) - (3 - 4 + 4\cos^2 x)(2\cos x - 2\cos^3 x) \\&= (8\cos^5 x - 10\cos^3 x + 3\cos x) - (-2\cos x + 2\cos^3 x + 8\cos^3 x - 8\cos^5 x) \\&= 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x.\end{aligned}$$

15) $\cot 7\frac{1}{2}^\circ = \tan 82\frac{1}{2}^\circ = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$ (or) $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{6}$.

TBP

ஸ்தாபிதம்.

LHS = $\tan 82\frac{1}{2}^\circ = \tan(90 - 7\frac{1}{2}^\circ)$

= $\cot 7\frac{1}{2}^\circ = \cot A$ (say)

$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\cos A (2\cos A)}{\sin A \cdot 2(\cos A)} = \frac{1 + \cos 2A}{\sin 2A}$

$\cot 7\frac{1}{2}^\circ = \frac{1 + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{1 + \cos(45^\circ - 30^\circ)}{\sin(45^\circ - 30^\circ)}$

= $\frac{1 + (\cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ)}{\sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ}$

Procedure

Consider $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

make it as $\frac{1 + \cos 2A}{\sin 2A}$

by Multiplying and dividing both Nr and Dr by $2\cos A$.

Apply $A = 7\frac{1}{2}^\circ$ (ie) $2A = 15^\circ$

Make 15° as $(45^\circ - 30^\circ)$ then simplify.

= $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$

= $\frac{(2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

= $\frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + 3 + \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1}{2}$

= $\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$

= $\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$

= $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$

16) $32\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} = 3$ ஸ்தாபிதம்.

TBP Sol: Procedure: in order to use $2\sin A \cos A = \sin 2A$ split 32 into 5, 16 and join with all functions. and simplify.

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= 32\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} \quad 16^{\text{th}} \text{ continuation} \\
 &= \sqrt{3} \cdot 2 \cdot 2 \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{24} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{12} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} \\
 &= 2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{2\pi}{48} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{24} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{12} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} \\
 &= 2\sqrt{3} \cdot \sin \frac{2\pi}{24} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{12} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} \\
 &= 2\sqrt{3} \sin \frac{2\pi}{12} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} \\
 &= 2\sqrt{3} \sin \frac{2\pi}{6} \\
 &= 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

$$17) \quad \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15} = \frac{1}{16} \text{ என காட்டండి.}$$

Sol: Procedure: Multiplying and dividing the LHS by $16 \sin \frac{2\pi}{15}$ and this 16 is also split into 4, two and join with all f's and rearrange into descending order.

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot 2 \sin \frac{2\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{4\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{8\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot 2 \sin \frac{2\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{4\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{8\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot \sin \frac{4\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{4\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{8\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot \sin \frac{8\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{8\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot \sin \frac{16\pi}{15} \cdot 2 \cos \frac{16\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot \sin \frac{32\pi}{15} \\
 &= \frac{1}{16 \sin \frac{2\pi}{15}} \cdot \sin \frac{2\pi}{15} \quad \left(\sin \frac{32\pi}{15} = \sin \left(2\pi + \frac{2\pi}{15} \right) = \sin \frac{2\pi}{15} \right) \\
 &= \frac{1}{16} = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

21) If $\tan \alpha = \frac{1}{7}$, $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ P.T $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

Sol: Procedure: α, β lies in the first quadrant. $\therefore$ All ratios are +ve. From $\sin \beta$ find $\cos \beta$ and then $\tan \beta$.

By using $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$ find $\tan 2\beta$ then by using

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ find $\tan(\alpha + 2\beta)$ then we get the result

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad \therefore \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{1}{3}$$

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{9}{8}}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{4}$$

$$\tan(\alpha + 2\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan 2\beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan 2\beta} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+21}{28}}{\frac{28-25}{28}} = \frac{25/28}{25/28} = 1$$

$$\tan(\alpha + 2\beta) = 1 \quad \alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$$

22)

Prove: $\cos \theta = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right)$ then $\cos 3\theta = \frac{1}{2} \left(a^3 + \frac{1}{a^3} \right)$ using the identity.

TBP

Sol: Procedure: Take LHS as $2 \cos 3\theta$ and use $\cos 3\theta$ formula. and sub. the value of $2 \cos \theta$.
use $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$$\text{LHS} = 2 \cos 3\theta = 2 [4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta]$$

$$= 8 \cos^3 \theta - 6 \cos \theta$$

$$= (2 \cos \theta)^3 - 3(2 \cos \theta)$$

Given: sub.

$$\therefore 2 \cos \theta = a + \frac{1}{a}$$

$$= \left(a + \frac{1}{a} \right)^3 - 3 \left(a + \frac{1}{a} \right)$$

$$= a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a} \right) - 3 \left(a + \frac{1}{a} \right)$$

$$= a^3 + \frac{1}{a^3}$$

23). P.T $(1 + \tan^2 1^\circ)(1 + \tan^2 2^\circ) \dots (1 + \tan^2 44^\circ)$ is multiple of 4

TBP. Sol: we know that if $A+B=45^\circ$ $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$

$$1+44=45 \quad \therefore (1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 44^\circ) = 2$$

$$2+43=45 \quad (1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = 2$$

ii) we can get 22 sets of 2's $\therefore (1 + \tan^2 1^\circ)(1 + \tan^2 2^\circ) \dots (1 + \tan^2 44^\circ) = 2^{22} = 4^{11}$ which is the multiple of 4.

24) $\sin 4x = 4 \tan x \left(\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \right)$ - சமன்பாடு.

TBP

Sol: Procedure: use $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$, $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

LHS: $\sin 4x = \sin 2(2x)$

$= 2 \sin 2x \cos 2x$

$= 2 \cdot \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

$= 4 \tan x \frac{(1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2}$

25) $(1 + \sec 2x)(1 + \sec 4x)(1 + \sec 8x) \dots (1 + \sec 2^n x)$ - சமன்பாடு.

TBP

Sol: Procedure: use $\sec 2x = \frac{1}{\cos 2x}$, $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$

and $\cos x \cos 2x \cos 2^2 x \dots \cos 2^{n-1} x = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$

LHS: $(1 + \sec 2x)(1 + \sec 4x)(1 + \sec 8x) \dots (1 + \sec 2^n x)$

$= \left(1 + \frac{1}{\cos 2x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 4x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 8x}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{\cos 2^n x}\right)$

$= \frac{(1 + \cos 2x)(1 + \cos 4x)(1 + \cos 8x) \dots (1 + \cos 2^n x)}{\cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x \dots \cos 2^n x}$

$= \frac{2 \cos^2 x \cdot 2 \cos^2 2x \cdot 2 \cos^2 2^2 x \dots 2 \cos^2 2^{n-1} x}{\cos 2x \cos 2^2 x \cos 2^3 x \dots \cos 2^n x}$

$= \frac{2^n \cos x [\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 2^2 x \dots \cos 2^{n-1} x]}{\cos 2^n x}$

$= \frac{2^n \cos x}{\cos 2^n x} \left[\frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x} \right] = \tan 2^n x \cdot \cot x$

26) $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 8x}}} = 2 \cos x$ - சமன்பாடு.

Sol: Procedure use $1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$

LHS: $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 8x}}} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 8x)}}} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos^2 4x}} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 2x}} = \sqrt{2 + 2 \cos^2 x} = \sqrt{2(1 + \cos^2 x)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cos^2 x} = 2 \cos x$

$$27) \text{P.T } \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ = 1.$$

$$\text{Sol: } \text{Change } \tan 89^\circ = \tan(90-1) = \cot 1$$

$$\tan 88^\circ = \tan(90-2) = \cot 2$$

$$\dots \dots \dots \tan 46^\circ = \tan(90-44) = \cot 44$$

$$\therefore \text{LHS: } \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$$

$$= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) (\tan 2^\circ \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \tan 46^\circ) \tan 45^\circ$$

$$= (\tan 1^\circ \cot 1^\circ) (\tan 2^\circ \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cot 44^\circ) \tan 45^\circ$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 1 = \underline{\underline{1}}$$

www.Padasalai.Net

Product to sum and Sum to product identities

TBP 1. $\sin 40^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} 2 \sin 40^\circ \cos 30^\circ$ கருதல் இரண்டு கோணத்தின்
பெருக்கல் வாய்ப்பாக இருக்கிறது.

$$= \frac{1}{2} [\sin 70^\circ + \sin 10^\circ]$$

2. $\cos 110^\circ \sin 55^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cos 110^\circ \sin 55^\circ$

$$= \frac{1}{2} [\sin 165^\circ - \sin 55^\circ]$$

3. $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} = \frac{1}{2} [2 \cos \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2}]$

$$= \frac{1}{2} [\sin \frac{4x}{2} - \sin \frac{2x}{2}]$$

$$= \frac{1}{2} [\sin 2x - \sin x]$$

2) TBP 1) $\sin 50^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{70^\circ}{2} \cos \frac{30^\circ}{2}$ கருதல் இரண்டு கோணத்தின்
பெருக்கல் வாய்ப்பாக இருக்கிறது.

$$= 2 \sin 35^\circ \cos 15^\circ$$

2) $\cos 60^\circ + \cos 20^\circ = 2 \cos \frac{80^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ}{2}$

$$= 2 \cos 40^\circ \cos 20^\circ$$

3) $\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{9x}{2} = 2 \sin \frac{12x}{2} \sin \frac{6x}{2}$

$$= 2 \sin \frac{12x}{4} \sin \frac{6x}{4}$$

$$= 2 \sin 3x \sin \frac{3x}{2}$$

3) of $\sin 34^\circ + \cos 44^\circ - \cos 4^\circ$ மதிப்பு காண்க.

TBP sol: $\sin 34^\circ + (-\sin 34^\circ \sin 30^\circ)$

$$= \sin 34^\circ - \sin 34^\circ$$

$$= 0$$

4) $\cos 36^\circ \cos 72^\circ \cos 108^\circ \cos 144^\circ = \frac{1}{16}$ சாத்தியமாக.

TBP sol: LHS = $\cos 36^\circ \cos 72^\circ \cos 108^\circ \cos 144^\circ$ use $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

$$= \cos 36^\circ \sin (90-18^\circ) \cos (90+18^\circ) \cos (180-36^\circ)$$

$$= \cos 36^\circ \sin 18^\circ (-\sin 18^\circ) (-\cos 36^\circ)$$

$$= \sin^2 18^\circ \cdot \cos^2 36^\circ$$

Procedure.

$$\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

This type is used only when given angles are related with $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.

5) $\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}$ Just apply formula.

Sol:
$$\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ} = \frac{2 \cos \frac{90^\circ}{2} \sin \frac{60^\circ}{2}}{2 \cos \frac{90^\circ}{2} \cos \frac{60^\circ}{2}}$$

$$= \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

6) TBP $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$. $\frac{1}{16}$ $\frac{3}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{3}{16}$

Sol: Procedure: Use $\cos(60^\circ - A) \cos A \cos(60^\circ + A) = \frac{1}{4} \cos 3A$.
 This type is used only when the angles are related with 60° (ie) write it as $60^\circ + \theta$, $60^\circ - \theta$, θ .

$$\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \cos 30^\circ \cdot \cos(60^\circ - 10^\circ) \cos 10^\circ (\cos 60^\circ + 10^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4} \cos 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{16}.$$

7) $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$. Same type as Problem 6.

LHS $\sin 30^\circ \sin(60^\circ - 10^\circ) \sin 10^\circ \sin(60^\circ + 10^\circ)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}.$$

8) $4 \cos 12^\circ \cos 48^\circ \cos 72^\circ = \cos 36^\circ$. Same type as Problem 6.

Sol: LHS $= 4 \cos 12^\circ \cos 48^\circ \cos 72^\circ$

$$= 4 \cos(60^\circ - 12^\circ) \cos 12^\circ \cos(60^\circ + 12^\circ)$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{4} \cos 36^\circ$$

$$= \cos 36^\circ.$$

P.T $\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15} = \frac{1}{16}$. already done

9) $\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15} = \frac{1}{128}$

Sol: Procedure: Convert all radians into degree measure. Substitute the known values directly including $\sin 18^\circ$, $\cos 72^\circ$, $\sin 36^\circ$, $\cos 36^\circ$, —. Then arrange the remaining to use $\sin 2A$ formula.

$$Q1) L4S \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 36^\circ \cos 48^\circ \cos 60^\circ \cos 72^\circ \cos 84^\circ.$$

$$= \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 84^\circ \cdot \cos 36^\circ \cdot \cos 72^\circ \cdot \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{8 \sin 12^\circ} \cdot 2 \sin 12^\circ \cos 12^\circ \cdot 2 \cos 24^\circ \cdot 2 \cos 48^\circ \cdot \cos 84^\circ \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{8 \sin 12^\circ} \sin 24^\circ \cdot 2 \cos 24^\circ \cdot 2 \cos 48^\circ \cdot \cos 84^\circ \frac{5-1}{4 \times 4 \times 2}$$

$$= \frac{1}{8 \sin 12^\circ} \sin 48^\circ \cdot 2 \cos 48^\circ \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{64 \sin 12^\circ} \sin 96^\circ \cdot \cos 84^\circ$$

$$= \frac{1}{64 \sin 12^\circ} \cdot \sin 6^\circ \sin 6^\circ$$

$$= \frac{1}{128 \cdot \sin 12^\circ} \cdot 2 \sin 6^\circ \cos 6^\circ$$

$$= \frac{1}{128 \sin 12^\circ} \cdot \sin 12^\circ = \frac{1}{128}$$

$$10) \sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ = \frac{1}{8} \text{ ஏற்றியது}$$

TBP Sol: Procedure: Set the known value directly and
Use $2 \sin A \sin B = \cos(B-A) - \cos(A+B)$

$$L4S \sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ$$

$$= \frac{1}{2} 2 \sin 12^\circ \sin 48^\circ \cdot \sin 54^\circ$$

$$= \frac{1}{2} [\cos(-36^\circ) - \cos 60^\circ] \sin 54^\circ$$

$$= \frac{1}{2} [\cos 36^\circ - \cos 60^\circ] \sin 54^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{1}{2} \right] \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{16} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$= \frac{5+1+2\sqrt{5}}{32} - \frac{2\sqrt{5}-2}{32} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

11) $\therefore \frac{\sin 8x \cos 2x - \sin 6x \cos 3x}{\cos 2x \cos 2x - \sin 3x \sin 4x} = \tan 2x$ ज्ञात कीजिए।

Sol: Procedure apply $2 \sin A \sin B$, $2 \cos A \cos B$ formula.

$$\begin{aligned} \text{LHS: } & \frac{\sin 8x \cos x - \sin 6x \cos 3x}{\cos 2x \cos x - \sin 3x \sin 4x} \\ &= \frac{2 \sin 8x \cos 3x - 2 \sin 6x \cos 3x}{2 \cos 2x \cos x - 2 \sin 3x \sin 4x} \\ &= \frac{(\sin 9x + \sin 7x) - (\sin 9x - \sin 3x)}{(\cos(-x) + \cos 3x) + (\cos 7x + \cos 5x)} \\ &= \frac{\sin 7x - \sin 3x}{\cos 3x + \cos 3x} = \frac{2 \cos 5x \sin 2x}{2 \cos 5x \cos 2x} \\ &= \tan 2x. \end{aligned}$$

12. $\frac{(\cos \theta - \cos 3\theta)(\sin 8\theta + \sin 2\theta)}{(\sin 5\theta - \sin \theta)(\cos 4\theta - \cos 6\theta)} = 1$. યોગ્ય નિર્ણય

Sol: Procedure: Use $S_{mC} + S_{mD}$, $S_{mC} - S_{mD}$ formula and so on.

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{(\cos \theta - \cos 3\theta)(\sin 8\theta + \sin 2\theta)}{(\sin 5\theta - \sin \theta)(\cos 4\theta - \cos 6\theta)} \\ &= \frac{2 \sin 2\theta \sin \theta \cdot 2 \sin 5\theta \cos 3\theta}{2 \cos 3\theta \sin 2\theta \cdot 2 \sin \theta \sin 5\theta} \\ &= 1 \end{aligned}$$

13. $\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\cos 4x + \cos 2x} = \tan 3x$. $\sin$ ന്റെ 2-ആം

T.B.P.

Sol: Procedure: use $\sin C + \sin D$, $\cos C + \cos D$ formula.

$$\begin{aligned} \text{LHS: } \frac{\sin 4x + \sin 2x}{\cos 4x + \cos 2x} &= \frac{2 \sin 3x \cos x}{2 \cos 3x \cos x} \\ &= \tan 3x. \end{aligned}$$

14) : $\sin 20^\circ \sin 70^\circ + \frac{\sin 30^\circ}{2} \sin 10^\circ = \sin 20^\circ \sin 50^\circ$
 TBP பாதுகிளியுது

Sol: Procedure: Use 2nd & 3rd Formula.

Ans. Procedure: Use 2 sin A sin B Formula.

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{1}{2} \left[2 \sin 40^\circ \sin \frac{70^\circ}{2} + 2 \sin \frac{30^\circ}{2} \sin \frac{100^\circ}{2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[(\cos 40^\circ - \cos 90^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 20^\circ) \right] \end{aligned}$$

15. $\cos(30-A)\cos(30+A) + \cos(45-A)\cos(45+A) = \cos 2A + \frac{1}{4}$ சமன்பாடு

T.B.P. Sol: Procedure: ^{Apply.} $\cos(A+B) \cdot \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$

L.H.S: $\cos(30-A)\cos(30+A) + \cos(45-A)\cos(45+A)$

$$= \cos^2 30 - \sin^2 A + \cos^2 45 - \sin^2 A$$

$$= \frac{3}{4} - \sin^2 A + \frac{1}{2} - \sin^2 A$$

$$= \frac{1}{4} + 1 - 2\sin^2 A$$

$$= \frac{1}{4} + \cos 2A.$$

18) $\frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x} = \tan 4x$ சமன்பாடு

T.B.P.

Sol: Procedure: use $\sin C + \sin D$, $\cos C + \cos D$ formula two times

L.H.S: $\frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x}$

$$= \frac{2\sin 2x \cos 2x + 2\sin 6x \cos 2x}{2\cos 2x \cos 2x + 2\cos 6x \cos 2x}$$

$$= \frac{2\cos 2x (\sin 2x + \sin 6x)}{2\cos 2x (\cos 2x + \cos 6x)} = \frac{2\sin 4x \cos 2x}{2\cos 4x \cos 2x}$$

$$= \tan 4x.$$

19) $\frac{\sin(4A-2B) + \sin(4B-2A)}{\cos(4A-2B) + \cos(4B-2A)} = \tan(A+B)$ சமன்பாடு

T.B.P.

Sol: Procedure: use $\sin C + \sin D$, $\cos C + \cos D$ formula.

L.H.S: $\frac{\sin(4A-2B) + \sin(4B-2A)}{\cos(4A-2B) + \cos(4B-2A)}$

$$= \frac{2\sin\left(\frac{4A-2B+4B-2A}{2}\right)\cos\left(\frac{4A-2B-4B+2A}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{4A-2B+4B-2A}{2}\right)\cos\left(\frac{4A-2B-4B+2A}{2}\right)}$$

$$= \frac{2\sin\left(\frac{2(A+B)}{2}\right)\cos\left(\frac{2(A-B)}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{2(A+B)}{2}\right)\cos\left(\frac{2(A-B)}{2}\right)} = \tan(A+B)$$

18) P.T $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sin 2x (1 + 2 \cos x)$ ஸ்திரீயுத.

TBP Sol: Procedure use $\sin C + \sin D$ and arrange as

$$\begin{aligned} \text{LHS } \sin 3x + \sin x + \sin 2x &= \sin 3x + \sin x + \sin 2x \\ &= 2 \sin 2x \cos x + 2 \sin x \cos x \\ &= 2 \cos x (\sin 2x + \sin x) \\ &= 2 \cos x (2 \sin x \cos x + \sin x) \\ &= 2 \sin x \cos x (2 \cos x + 1) \\ &= \sin 2x (1 + 2 \cos x) \end{aligned}$$

19) $1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = 4 \cos x \cos 2x \cos 3x$ ஸ்திரீயுத.

TBP Sol: Same as above problem. Rearrange the LHS

$$\begin{aligned} \text{LHS } 1 + \cos 4x + \cos 6x + \cos 2x &= 1 + \cos 4x + 2 \cos 4x \cos 2x \\ &= 1 + \cos 2(2x) + 2 \cos 4x \cos 2x \\ &= 2 \cos^2 2x + 2 \cos 4x \cos 2x \\ &= 2 \cos 2x (\cos 2x + \cos 4x) \\ &= 2 \cos 2x \cdot 2 \cos 3x \cdot \cos x \\ &= 4 \cos x \cos 2x \cos 3x. \end{aligned}$$

Conditional Trigonometric Identities - நிபந்தனா நிபேதனங்கள் கொண்டவை

1) , $A+B+C = \pi$ $\therefore$ 1) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$
 TBP. 2) $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$

3) $1 < \cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$ $\therefore$ $\frac{3}{2}$ வரையில்

Sol: Procedure: Apply $\cos C + \cos D$ formula for first $\cos A + \cos B$ and write $\cos C$ as $1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$. Then $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

and $\sin \frac{C}{2}$ as $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right)$

Lastly Apply $\cos D - \cos C = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$.

LHS: 1) $\cos A + \cos B + \cos C = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \cos C$
 $= 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) \cdot \cos \frac{A-B}{2} + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$
 $= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} - 2 \sin^2 \frac{C}{2}$
 $= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[\frac{\cos A-B}{2} - \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right) \right]$
 $= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[\frac{\cos A-B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \right]$
 $= 1 + 2 \sin \frac{C}{2} \left[\frac{2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}}{2 \times 2} - \frac{2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}}{2 \times 2} \right]$
 $= 1 + 4 \sin \frac{C}{2} \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} - 4 \sin \frac{C}{2} \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}$
 $= 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

2) Let $u = \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$
 $= -\frac{1}{2} \left[\cos \frac{A+B}{2} - \cos \frac{A-B}{2} \right] \sin \frac{C}{2}$
 $= -\frac{1}{2} \left[\cos \frac{A+B}{2} - \cos \frac{A-B}{2} \right] \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right)$
 $= -\frac{1}{2} \left[\cos \frac{A+B}{2} - \cos \frac{A-B}{2} \right] \cos \frac{A+B}{2}$
 $2u = -\cos^2 \frac{A+B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

$\cos^2 \frac{A+B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2u = 0$ This is quadratic Eqn in $\cos \frac{A+B}{2}$

$b^2 - 4ac \geq 0$

$\cos^2 \frac{A-B}{2} - 8u \geq 0$

$\cos^2 \frac{A-B}{2} \geq 8u$

$\Rightarrow 8u \leq \cos^2 \frac{A-B}{2} \leq 1$

$u \leq \frac{1}{8} \cos^2 \frac{A-B}{2} \leq \frac{1}{8}$

$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8} (?)$

$a=1$

$b = -\cos \frac{A-B}{2}$

$c = 2u$

Smite $\cos \frac{A+B}{2}$ real

3) $\cos A + \cos B + \cos C > 1$ and

$$\cos A + \cos B + \cos C \leq 1 + 4 \cdot \frac{1}{8}$$

$$1 < \cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$$

2) $\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} = 1 + 4 \sin \left(\frac{\pi-A}{4} \right) \sin \left(\frac{\pi-B}{4} \right) \sin \left(\frac{\pi-C}{4} \right)$

T.B.P. $\sin 15^\circ \sin 45^\circ \sin 75^\circ$

$$A+B+C = 180^\circ$$

Sol: Procedure: change $\sin$ terms into $\cos$ term first as

Express the sum of the first two terms as a product (by using c and d) and simplify the first factor from the relation connecting the angles.

Express the third term in terms of simplified factor

Take out common factor and express the sum with in brackets, first in terms of the first two angles and express it as a product (c, d form)

$$\begin{aligned} \text{L.H.S: } \sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} &= \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) \\ &= 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{4} \right) \cos \left(\frac{B-A}{4} \right) + \left[1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \right] \end{aligned}$$

$$= 1 + 2 \sin \frac{A+B}{4} \cos \frac{B-A}{4} - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right)$$

$$= 1 + 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \cos \frac{B-A}{4} - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right)$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[\cos \frac{B-A}{4} - \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \right]$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[\cos \frac{B-A}{4} + \sin \frac{\pi}{4} - \left(\frac{A+B}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[\cos \frac{B-A}{4} + \sin \frac{A+B}{4} \right]$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[\cos \frac{B-A}{4} - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{4} \right) \right]$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} + \frac{B-A}{4} \right) \right]$$

$$= 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \left[2 \sin \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \sin \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} \right]$$

$$= 1 - 4 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{C}{4} \right) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2} \right) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{B}{2} \right)$$

3) $A+B+C = 180^\circ$ $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$

T.B.P.: Procedure: Same as above.

$\sin 15^\circ \sin 45^\circ \sin 75^\circ$

$$\text{L.H.S: } \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 2 \sin (A+B) \cos (A-B) + \sin 2C$$

$$= 2 \sin (\pi - C) \cos (A-B) + \sin 2C$$

$$= 2 \sin C \cos (A-B) + 2 \sin C \cos C$$

$$= 2 \sin C [\cos (A-B) + \cos C]$$

$$= 2 \sin C [\cos (A-B) + \cos (\pi - A+B)]$$

$$= 2 \sin c [\cos (A-B) - \cos (A+B)]$$

$$= 2 \sin c \cdot 2 \sin A \sin B$$

$$= 4 \sin A \sin B \sin c.$$

4) If $A+B+C=0$ T.B.P. $\cos A + \cos B - \cos C = -1 + 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

Sol: LHS: $\cos A + \cos B - \cos C = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} - \cos C$ சமன்பாடு

T.B.P.

Procedure: Proceed as above problem.

$$= 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) - \cos C$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) - \left(1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} \right)$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right] - 1$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right) \right] - 1$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right]$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} - 1$$

$$= -1 + 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

5) If $A+B+C=180^\circ$ $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

Sol: Procedure: Proceed as above problem. சமன்பாடு

LHS: $\sin A + \sin B + \sin C = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \sin C$

$$= 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) + \sin C$$

$$= 2 \cos \left(\frac{C}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) + 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$= 2 \cos \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \cos \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \cos \frac{C}{2} \left[\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right]$$

$$= 2 \cos \frac{C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$= 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

6) If $A+B+C=180^\circ$ $\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 4 \cos A \cos B \sin C$

Sol: Procedure: Same as above problem. சமன்பாடு

LHS: $\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 2 \sin (A+B) \cos (A-B) - \sin 2C$

$$= 2 \sin (\pi - C) \cos (A-B) - \sin 2C$$

$$= 2 \sin C \cos (A-B) - 2 \sin C \cos C$$

$$= 2 \sin C (\cos (A-B) - \cos C)$$

$$= 2 \sin C (\cos (A-B) - \cos (\pi - A+B))$$

$$= 2 \sin C (\cos (A-B) + \cos (A+B))$$

$$= 2 \sin C \cdot 2 \cos A \cos B$$

$$= 4 \cos A \cos B \sin C$$

7) : If $A+B+C=\pi$ P.T $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 1 - 2\cos A \cos B \cos C$ சமன்பாடு

TBP. Sol: Procedure: change the squares of Sines or cosines into cosines of double the angles by using $\cos^2 A = \frac{1+\cos 2A}{2}$

and prove it as in the previous type. $\sin^2 A = \frac{1-\cos 2A}{2}$

$$\text{LHS: } \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{1+\cos 2A}{2} + \frac{1+\cos 2B}{2} + \frac{1+\cos 2C}{2}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} [\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C] \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{Now let } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 2\cos(A+B)\cos(A-B) + \cos 2C.$$

$$= 2\cos(\pi-C)\cos(A-B) + \cos 2C$$

$$= -2\cos C \cos(A-B) + 2\cos^2 C - 1$$

$$= -1 + 2\cos C (\cos(A-B) + \cos C)$$

$$= -1 + 2\cos C [\cos(A-B) + \cos(\pi-A+B)]$$

$$= -1 + 2\cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

$$= -1 + 4\cos C \cos A \cos B.$$

Sub in (1)

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} (-1 + 4\cos A \cos B \cos C)$$

$$= 1 + 2\cos A \cos B \cos C.$$

8) : If $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2\cos A \cos B \cos C$. சமன்பாடு

TBP sol: Procedure same as previous problem.

$$\text{LHS: } \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = \frac{1-\cos 2A}{2} + \frac{1-\cos 2B}{2} + \frac{1-\cos 2C}{2}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} (\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C) \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{Let } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 2\cos(A+B)\cos(A-B) + \cos 2C.$$

Sub in (2)

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} (-1 + 4\cos A \cos B \cos C)$$

$$= 2 + 2\cos A \cos B \cos C.$$

$$= 2\cos(\pi-C)\cos(A-B) + \cos 2C$$

$$= -2\cos C \cos(A-B) + 2\cos^2 C - 1$$

$$= -1 - 2\cos C (\cos(A-B) - \cos C)$$

$$= -1 - 2\cos C (\cos(A-B) - \cos(\pi-A+B))$$

$$= -1 - 2\cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

$$= -1 - 2\cos C \cdot 2\cos A \cos B$$

$$= -1 - 4\cos A \cos B \cos C.$$

9) $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$. எனக் காட்டி

TBP Sol: Procedure: Same as above problem.

$$\begin{aligned} \text{LHS: } \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C &= \frac{1 - \cos 2A}{2} + \frac{1 - \cos 2B}{2} - \frac{1 - \cos 2C}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (\cos 2A + \cos 2B - \cos 2C) \quad \text{--- (*)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Let } \cos 2A + \cos 2B - \cos 2C &= 2 \cos (A+B) \cos (A-B) - \cos 2C \\ &= 2 \cos (\pi - C) \cos (A+B) - \cos 2C \\ &= -2 \cos C \cos (A+B) - (2 \cos^2 C - 1) \\ &= 1 - 2 \cos C (\cos (A+B) + \cos C) \\ &= 1 - 2 \cos C (\cos (A+B) + \cos (\pi - (A+B))) \\ &= 1 - 2 \cos C [\cos (A+B) - \cos (A+B)] \\ &= 1 - 4 \sin A \sin B \cos C. \end{aligned}$$

Sub in (*)

$$\begin{aligned} \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (1 - 4 \sin A \sin B \cos C) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 4 \sin A \sin B \cos C \\ &= 2 \sin A \sin B \cos C. \end{aligned}$$

10 P-T $\tan A/2 \tan B/2 + \tan B/2 \tan C/2 + \tan A/2 \tan C/2 = 1$.

TBP Sol: Procedure: Apply $\tan(\frac{A+B}{2}) = \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2})$

$$\because \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)$$

$$\frac{\tan A/2 + \tan B/2}{1 - \tan A/2 \tan B/2} = + \cot C/2$$

$$\frac{\tan A/2 + \tan B/2}{1 - \tan A/2 \tan B/2} = \frac{1}{\tan C/2}$$

$$\tan A/2 \tan C/2 + \tan B/2 \tan C/2 = 1 - \tan A/2 \tan B/2$$

$$\tan A/2 \tan B/2 + \tan B/2 \tan C/2 + \tan A/2 \tan C/2 = 1$$

11) P.T $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

TBP Sol: Already done.

11) $A+B+C = \frac{\pi}{2}$ $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cos B \cos C$

TBP Sol: Procedure: Refer problem 3. $A+B = \frac{\pi}{2} - C$

$$\begin{aligned} \text{LHS: } \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C &= 2 \sin(A+B) \cos(A-B) + \sin 2C \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - C\right) \cos(A-B) + \sin 2C \\ &= 2 \cos C \cos(A-B) + 2 \sin C \cos C \\ &= 2 \cos C [\cos(A-B) + \sin C] \\ &= 2 \cos C [\cos(A-B) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - A+B\right)] \\ &= 2 \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] \\ &= 2 \cos C \cdot 2 \cos A \cos B \\ &= 4 \cos A \cos B \cos C. \end{aligned}$$

12) $A+B+C = \frac{\pi}{2}$ P.T $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 1 + 4 \sin A \sin B \sin C$

TBP Sol: Procedure: Same as above problem.

$$\begin{aligned} \text{LHS: } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C &= 2 \cos(A+B) \cos(A-B) + \cos 2C \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - C\right) \cos(A-B) + \cos 2C \\ &= 2 \sin C \cos(A-B) + (1 - 2 \sin^2 C) \\ &= 1 + 2 \sin C [\cos(A-B) - \sin C] \\ &= 1 + 2 \sin C [\cos(A-B) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - A+B\right)] \\ &= 1 + 2 \sin C [\cos(A-B) - \cos(A+B)] \\ &= 1 + 2 \sin C [\cos(A-B) - \cos(A+B)] \\ &= 1 + 4 \sin C \cdot \sin A \cdot \sin B \end{aligned}$$

13) $A+B+C = \pi$ P.T $\sin(B+C-A) + \sin(C+A-B) + \sin(A+B-C) = 4 \sin A \sin B \sin C$

TBP

Sol: Procedure: First reduce the sum to the form $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$ by using $A+B+C = \pi$

$$\begin{aligned} \text{LHS } \sin(B+C-A) + \sin(C+A-B) + \sin(A+B-C) \\ &= \sin(\pi - A - A) + \sin(\pi - B - B) + \sin(\pi - C - C) \\ &= \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C. \end{aligned}$$

Then Proceed as problem 3.

14) If $A+B+C=2S$ $\sin(S-A) + \sin(S-B) + \sin(S-C) - \sin S$
 TBP. $= 4 \sin A/2 \sin B/2 \sin C/2$ or for

Sol: Procedure: Apply $\sin C + \sin D$ and $\sin C - \sin D$ formulas.

LHS: $\sin(S-A) + \sin(S-B) + \sin(S-C) - \sin S$.

$$= 2 \sin \frac{S-A+S-B}{2} \cos \frac{S-A-S+B}{2} + 2 \cos \frac{S-C+S}{2} \sin \frac{S-C-S}{2}$$

$$= 2 \sin \frac{2S-A-B}{2} \cos \frac{B-A}{2} + 2 \cos \frac{2S-C}{2} \sin(-C/2)$$

$$= 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{B-A}{2} + 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin(-C/2)$$

$$= 2 \sin C/2 \cos \frac{B-A}{2} - 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin C/2$$

$$= 2 \sin C/2 \left[\cos \frac{B-A}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \right] \quad \cos \left(\frac{B-A}{2} \right)$$

$$= 2 \sin C/2 \cdot 2 \sin A/2 \sin B/2$$

$$= 4 \sin A/2 \sin B/2 \sin C/2$$

$$= \cos \left(-\frac{A-B}{2} \right) = \cos \frac{A-B}{2}$$

15)

i) $\cos^2 B + \cos^2 C = 1$ ΔABC in $\angle A = \pi/2$ or for

TBP

2) $\sin^2 B + \sin^2 C = 1$

3) $\cos B - \cos C = -1 + 2\sqrt{2} \cos B/2 \sin C/2$ or for $\pi/4$.

Sol: $\because \angle A = \pi/2$ $B+C = \frac{\pi}{2}$

$$B = \frac{\pi}{2} - C$$

1) LHS: $\cos^2 B + \cos^2 C$

$$= (\cos(\frac{\pi}{2}-C))^2 + \cos^2 C$$

$$= (\sin C)^2 + \cos^2 C$$

$$= \sin^2 C + \cos^2 C = 1$$

2) LHS $\sin^2 B + \sin^2 C$

$$(\sin(\frac{\pi}{2}-C))^2 + \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin^2 C = 1$$

3) LHS: $\cos B - \cos C = -2 \sin \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2}$

$$= -2 \sin \frac{\pi}{4}$$

Trigonometric Equations - த்ரிகோனமெத்ரிக் சமன்பாடுகள் -

- 1) $\sin \theta = \frac{1}{2}$ 2) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 3) $\csc \theta = -2$ 4) $\cos \theta = \frac{1}{2}$

T.B.P. Sol: 1) $\sin \theta = \frac{1}{2} > 0$ θ முதல் கிரன் படுதல் அல்லது.

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Hence } \theta = -\frac{\pi}{3}$$

$$3) \csc \theta = -2 \Rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{2} < 0$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2} = -\sin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

$$4) \cos \theta = \frac{1}{2} > 0, \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$2) \sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ன் பராக் த்ரிகோனம்}$$

T.B.P.

Sol: $\sin \theta = \sin \alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ன் பராக் த்ரிகோனம்

$$\theta = n\pi + (-1)^n \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{3}$$

$$\theta = n\pi + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{3}\right) \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$3) \sec \theta = -2 \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{T.B.P. Solu: } 1) \sec \theta = -2 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$$

$$\theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \tan \theta = \sqrt{3}, \theta \text{ lies in I quadrant.}$$

$$\tan \theta = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = n\pi + \frac{\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$4) \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

T.B.P. த்ரிகோனம்

Sol: $3\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$$3\cos^2\theta = 1 - 2\cos^2\theta$$

$$5\cos^2\theta = 1 \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{1}{5}$$

$$\cos\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

When $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos(\pi/3)$

$\therefore$ The general solution is $\theta = n\pi \pm \pi/3 \quad n \in \mathbb{Z}$.

When $\cos\theta = (-1/\sqrt{5}) = \cos(\pi - \pi/3) = \cos(2\pi/3)$

Then the general solution is $\theta = n\pi \pm 2\pi/3$.

4) ~~Sol~~ $\sin x + \sin 5x = \sin 3x$.

T.B.P. Sol: LHS: $\sin 5x + \sin x = 2\sin 3x \cos 2x = \sin 3x$

$$\Rightarrow \sin 3x (2\cos 2x - 1) = 0$$

$$\sin 3x = 0 \quad (\text{or}) \quad 2\cos 2x = 1$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

When $\sin 3x = 0 = \sin(0)$

$\therefore 3x = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$.

When $\cos 2x = \frac{1}{2} = \cos(\pi/3)$

$$2x = \pi/3$$

$$\therefore 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = n\pi \pm \pi/6 \quad n \in \mathbb{Z}$$

5) ~~Sol~~ $\cos x + \sin x = \cos 2x + \sin 2x$.

T.B.P. Sol $\cos x + \sin x = \cos 2x + \sin 2x$.

$$\cos x - \cos 2x = \sin 2x - \sin x$$

$$2\sin\left(\frac{x+2x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-x}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{2x+x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-x}{2}\right)$$

$$\cancel{2}\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} = \cancel{2}\cos\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2}$$

$$\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} = 0$$

$$\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{3x}{2} - \cos\frac{3x}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\frac{x}{2} = 0 \quad (\text{or}) \quad \sin\frac{3x}{2} = \cos\frac{3x}{2}$$

If $\sin\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = 0 = \alpha$ when $\sin\frac{3x}{2} = \cos\frac{3x}{2}$

$$\tan\frac{3x}{2} = 1 = \tan\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \frac{x}{2} = n\pi$$

$$x = 2n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} = n\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow 3x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{2n\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

6) $\sin 9\theta = \sin \theta \cdot \cos 8\theta$

TBP: Sol: $\sin 9\theta = \sin \theta$

$$\Rightarrow \sin 9\theta - \sin \theta = 0 = 2 \cos 5\theta \sin 4\theta = 0$$

$$\Rightarrow \cos 5\theta = 0 \text{ (or) } \sin 4\theta = 0$$

when $\sin 4\theta = 0 = 0$

$$\therefore 4\theta = n\pi$$

$$\theta = \frac{n\pi}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

when $\cos 5\theta = 0$

$$5\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$= (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\theta = (2n+1)\frac{\pi}{10} \quad n \in \mathbb{Z}$$

7) $\tan 2x = -\cot(x + \pi/3)$

TBP Sol: $\tan 2x = -\cot(x + \pi/3)$
 $= \tan(\frac{\pi}{2} + x + \pi/3)$

$$\tan 2x = \tan(\frac{5\pi}{6} + x)$$

$$\therefore 2x = n\pi + \frac{5\pi}{6} + x$$

$$x = n\pi + \frac{5\pi}{6} \quad n \in \mathbb{Z}$$

8) $\sin x - 3\sin 2x + \sin 3x = \cos x - 3\cos 2x + \cos 3x$

TBP: Sol: $\sin x + \sin 3x - 3\sin 2x = \cos x + \cos 3x - 3\cos 2x$

$$2\sin 2x \cos x - 3\sin 2x = 2\cos 2x \cos x - 3\cos 2x$$

$$2\sin 2x \cos x - 2\cos 2x \cos x = 3(\sin 2x - \cos 2x)$$

$$2\cos x(\sin 2x - \cos 2x) = 3(\sin 2x - \cos 2x)$$

$$(\sin 2x - \cos 2x)[2\cos x - 3] = 0$$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0 \quad \because 2\cos x - 3 \neq 0$$

$$\tan 2x = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$2x = n\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

9) $\sin x + \cos x = 1 + \sin x \cos x$

TBP Sol: Let $t = \sin x + \cos x$

$$1 + 2\sin x \cos x = (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2\sin x \cos x$$

$$= (\sin x + \cos x)^2 = t^2$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$\therefore \text{Let } 1 + \frac{t^2 - 1}{2} - t = 0$$

$$2 + t^2 - 1 - 2t = 0$$

$$t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)^2 = 0 \therefore t = 1$$

$$\text{Hence } \sin x + \cos x = 1$$

$$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = 1$$

$$\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x \right) = 1$$

or)

$$\sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x \right) \quad \sin \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = 1 \quad \frac{\pi}{4} + x = n\pi (-1)^n \frac{\pi}{4}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4} \quad x = n\pi (-1)^n \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} - x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$(n) \quad x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad (\text{or}) \quad x = 2n\pi$$

$$10) \text{ Ques: } 2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2.$$

$$\text{TBP: Sol: LHS: } 2 \sin^2 x + \sin^2 2x$$

$$= 2 \sin^2 x + (2 \sin x \cos x)^2 = 2$$

$$= 2 \sin^2 x + 4 \sin^2 x \cos^2 x = 2$$

$$x - \cos^2 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x (2 \sin^2 x - 1) = 0$$

$$\cos^2 x = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$x = n\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$11) \text{ Ques: } p\text{-T for any } a, b \quad -\sqrt{a^2+b^2} \leq a \sin \theta + b \cos \theta \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\text{TBP: Sol: } a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2+b^2} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos \theta \right]$$

$$= \sqrt{a^2+b^2} [\cos \alpha \sin \theta + \sin \alpha \cos \theta]$$

$$= \sqrt{a^2+b^2} [\sin(\theta + \alpha)]$$

$$\text{where } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$|a \sin \theta + b \cos \theta| \leq \sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow -\sqrt{a^2+b^2} \leq (a \sin \theta + b \cos \theta) \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

12) $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}$

TBP. Sol: $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}$ $r = \sqrt{3+1} = 2 > c = \sqrt{2}$

∴ The Eqn. may be written as

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta = 1$$

$$\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \theta - \frac{\pi}{6} = n\pi \pm (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = n\pi + \frac{\pi}{6} \pm (-1)^n \frac{\pi}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

13) $\sqrt{3} \tan^2 \theta + (\sqrt{3}-1) \tan \theta - 1 = 0$

TBP Sol: $\sqrt{3} \tan^2 \theta + (\sqrt{3}-1) \tan \theta - 1 = 0$

$$\sqrt{3} \tan^2 \theta + \sqrt{3} \tan \theta - \tan \theta - 1 = 0$$

$$\sqrt{3} \tan \theta (\tan \theta + 1) - (\tan \theta + 1) = 0$$

$$(\tan \theta + 1) (\sqrt{3} \tan \theta - 1) = 0$$

$$\sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$$

$$\sqrt{3} \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = n\pi + \frac{\pi}{6} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \theta = -1$$

$$= \tan(-\frac{\pi}{4})$$

$$\theta = n\pi - \frac{\pi}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

14) $\sin \theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta = 0$

TBP: Sol: Procedure: Use $\sin C + \sin D$

$$(\sin 5\theta + \sin \theta) + \sin 3\theta = 0$$

$$2 \sin 3\theta \cos 2\theta + \sin 3\theta = 0$$

$$\sin 3\theta (2 \cos 2\theta + 1) = 0$$

$$\sin 3\theta = 0 \quad 2 \cos 2\theta + 1 = 0$$

$$3\theta = n\pi$$

$$\theta = \frac{n\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos 2\theta = -1$$

$$\cos 2\theta = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3})$$

$$2\theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = (3n \pm 1) \frac{\pi}{3}$$

15) $\tan \theta + \tan(\theta + \frac{\pi}{3}) + \tan(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{3}$

TBP Sol: Procedure: $\tan(A+B)$ and $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ values -

$$\tan \theta + \tan(\theta + \frac{\pi}{3}) + \tan(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{3} \quad \tan \frac{2\pi}{3} = \tan(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\tan \theta + \tan \theta + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \theta \tan \frac{\pi}{3}} + \frac{\tan \theta + \tan \frac{2\pi}{3}}{1 - \tan \theta \tan \frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\tan \theta + \tan \theta + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \theta} + \frac{\tan \theta - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \tan \theta} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\tan \theta (1 - 3 \tan^2 \theta) + \tan \theta + \sqrt{3} \tan \theta + \sqrt{3} + 3 \tan \theta - \sqrt{3} \tan \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \sqrt{3}$$

$$\frac{9 \tan \theta - 3 \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3(3 \tan \theta - \tan^3 \theta)}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} \quad 3 \tan 3\theta = \sqrt{3}$$

$$\tan 3\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3\theta = n\pi + \frac{\pi}{6} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \quad n \in \mathbb{Z}$$

16) $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$

TBP Sol: Procedure: change $\cos^2 \theta$ into $1 - \sin^2 \theta$ and then solve

$$2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 \theta) + 3 \sin \theta - 3 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$$

$$2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$$

$$a = 2, b = -3, c = 1$$

$$\sin \theta = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \quad (\text{or}) \quad \frac{4}{4}, \frac{2}{4}$$

When $\sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

$$\theta = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2}$$

When $\sin \theta = \frac{1}{2} = \sin(\frac{\pi}{6})$

$$\theta = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} \quad n \in \mathbb{Z}$$

17) $\therefore \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta = \sqrt{3}$ சீர்க்கி

TBP Sol: $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = \sqrt{3}$

$$\cos \theta + 1 = \sqrt{3} \sin \theta$$

$$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 1$$

$$r = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} \sin \theta - \cos \frac{\pi}{3} \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{3} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{3} \sin \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} + \theta \right) = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\therefore \theta + \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$(i) \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{3} \quad (ii) \theta = 2n\pi - \pi$$

18) $\therefore \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 1$ சீர்க்கி

TBP Sol: $r = \sqrt{1+3} = 2$

$$\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} \sin \theta + \cos \frac{\pi}{6} \cos \theta = \cos \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\cos \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\theta - \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad (ii) \theta = 2n\pi - \frac{\pi}{6}$$

19) $\therefore \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$ சீர்க்கி

TBP Sol: $r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$$\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta = 1$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos \theta + \sin \frac{\pi}{4} \sin \theta = 1$$

$$\cos \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 0$$

$$\theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi$$

$$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$$

20) : $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$ தீர்க்க

TBP Sol: $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$ $a=2$
 $\cos x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4}$ $b=-7$
 $c=3$

$$= \frac{7 \pm 5}{4} = 3, \frac{1}{2}$$

$\therefore \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$

$$x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1$$

மாணகம் 3 மருங்குதருக.

21) : $\cos 2\theta = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ தீர்க்க

TBP Solve: $\cos 2\theta = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

$$\cos 2\theta = \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\therefore 2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{5}$$

$$\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{10}$$

22) : $\sin 2\theta - \cos 2\theta - \sin \theta + \cos \theta = 0$ தீர்க்க

TBP Sol: $(\sin 2\theta - \sin \theta) - (\cos 2\theta - \cos \theta) = 0$

$$2 \cos \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{3\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) = 0$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = 0$$

$$\frac{\theta}{2} = n\pi$$

$$\theta = 2n\pi$$

$$\cos \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} = 0$$

$$\frac{-\cos \frac{3\theta}{2}}{\cos \frac{3\theta}{2}} + \frac{\sin \frac{3\theta}{2}}{\cos \frac{3\theta}{2}} = 0$$

$$\tan \frac{3\theta}{2} = -1$$

$$= \tan \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\tan \frac{3\theta}{2} = \tan \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{3\theta}{2} = n\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$= (4n+3) \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{3\theta}{2} = (4n+3)\pi$$

$$\theta = (4n+3) \frac{\pi}{3}$$

23) : $\cos x + \cos 3x - 2\cos 2x = 0$ சீரமை

Sol: $\cos x + \cos 3x - 2\cos 2x = 0$

TBP

$$2\cos 2x \cos x - 2\cos 2x = 0$$

$$2\cos 2x (\cos x - 1) = 0$$

$$2\cos 2x = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{4}$$

$$\cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$\cos x = \cos 0$$

$$x = 2n\pi \pm 0$$

$$x = 2n\pi$$

24) : $\sin 5x - \sin x = \cos 3x$ சீரமை

TBP Sol: $\sin 5x - \sin x = \cos 3x$

$$2\cos 3x \sin 2x - \cos 3x = 0$$

$$2\cos 3x (\sin 2x - 1) = 0$$

$$2\cos 3x = 0$$

$$\cos 3x = 0$$

$$3x = (2n\pi + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{6}$$

$$\sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin 2x = 1$$

$$2\sin \frac{\pi}{2}$$

$$2x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$$

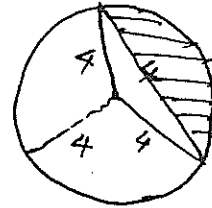
$$= (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{4}$$

1) The government plans to have a circular zoological park of diameter 8 km. A separate area in the form of a segment formed by chord of length 4 km is to be allotted exclusively for a veterinary hospital in the park. Find the area of the segment to be allotted for the veterinary hospital.

$$\text{Area of the sector} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

$\therefore \Delta$ is equilateral $\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$



$$\begin{aligned} \text{Area of the sector} &= \frac{1}{2} 16 \left(\frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 8 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= \frac{8}{6} (2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2 \end{aligned}$$

2) In a ΔABC P.T $b^2 \sin^2 C + c^2 \sin^2 B = 2bc \sin A$.

TBP: Sol: We know $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

$$\therefore a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} \quad b^2 \sin^2 C + c^2 \sin^2 B &= 4R^2 \sin^2 B \sin^2 C + 4R^2 \sin^2 C \sin^2 B \\ &= 4R^2 \sin^2 B \cdot 2 \sin C \cos C + 4R^2 \sin^2 C \cdot 2 \sin B \cos B \\ &= 8R^2 \sin B \sin C (\sin B \cos B + \cos B \sin C) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \cdot \sin(B+C) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \sin(\pi - A) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \sin A \\ &= 2R^2 \left(\frac{c}{2R} \cdot \frac{b}{2R} \right) \sin A \\ &= 2abc \sin A \end{aligned}$$

3) using sine formula Prove projection formula (or)

TBP P.T $a = b \cos C + c \cos B$ by using sine formula.

Sol: Procedure $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

$$\text{RHS: } b \cos C + c \cos B$$

$$= 2R \sin B \cos C + 2R \sin C \cos B$$

$$= 2R (\sin B \cos C + \sin C \cos B)$$

$$= 2R (\sin(B+C))$$

$$= 2R (\sin(180 - A)) = 2R \sin A = a$$

$$(L) \quad b \cos C + c \cos B = a$$

4) using cosine formula derive projection formula.
 TBP (a) P.T $a = b \cos C + c \cos B$ by using cosine formula.

Sol: Procedure: $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$

LHS: $b \cos C + c \cos B$

$$= b \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) + c \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \right)$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$$

$$= \frac{2a^2}{2a} = a.$$

5) using projection formula prove cosine formula:

(a) P.T $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ by using projection formula.

Sol: Projection formula

$$a = b \cos C + c \cos B \quad \text{--- (1)}$$

$$b = c \cos A + a \cos C \quad \text{--- (2)}$$

$$c = a \cos B + b \cos A \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{(1)} \times a + \text{(2)} \times b + \text{(3)} \times (-c)$$

$$a^2 = ah \cos C + ac \cos B.$$

$$b^2 = bc \cos A + ba \cos C$$

$$-c^2 = -ca \cos B - cb \cos A$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos C,$$

6) TBPPT $a \sin(A_2 + B) = (b + c) \sin A_2$

Sol: Procedure: $\frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A}$, $\frac{c}{a} = \frac{\sin C}{\sin A}$ and use S, D formula.

$$\sin A = 2 \sin A_2 \cos A_2$$

$$\sin B + \sin C = 2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}$$

$$\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$$

$$\sin \frac{B+C}{2} = \sin \left(\frac{180^\circ - A}{2} \right) = \cos \frac{A}{2}$$

$$\text{RHS: } (b + c) \sin A_2 = a \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a} \right) \sin A_2$$

$$= a \left(\frac{\sin B}{\sin A} + \frac{\sin C}{\sin A} \right) \sin A_2$$

$$= a \left(\frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} \right) \sin A_2$$

$$= \frac{a \cdot 2 \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B-C}{2}}$$

$$C = 180 - (A+B)$$

$$\begin{aligned} &= a \cos \frac{B-C}{2} = a \cos \left(\frac{B - (180 - A + B)}{2} \right) \\ &= a \cos (B - 180 + A + B) \\ &= a \cos \left(\frac{A + 2B - 180}{2} \right) \\ &= a \cos \left(\frac{A}{2} + B - 90 \right) \\ &= a \cos (90 - (\frac{A}{2} + B)) \\ &= a \sin (\frac{A}{2} + B) \end{aligned}$$

8) P.T. $a(\cos B + \cos C) = 2(b+c) \sin^2 \frac{A}{2}$

TBP

Sol: LHS: $a(\cos B + \cos C)$

$$= 2R \sin A \left(2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2} \right)$$

$$= 4R \cdot 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}$$

$$= 8R \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) \cos \frac{B-C}{2}$$

$$= 8R \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B-C}{2}$$

$$= 4R \sin^2 \frac{A}{2} \left(2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B-C}{2} \right)$$

$$= 4R \sin^2 \frac{A}{2} \left(2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{B+C}{2} \right) \cos \frac{B-C}{2} \right)$$

$$= 4R \sin^2 \frac{A}{2} \left(2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2} \right)$$

$$= 4R \sin^2 \frac{A}{2} [\sin B + \sin C]$$

$$= 2 \sin^2 \frac{A}{2} (2R \sin B + 2R \sin C)$$

$$= 2 \sin^2 \frac{A}{2} (b+c)$$

9) P.T. $a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C$

TBP

Sol: LHS: $a \cos A + b \cos B + c \cos C$

Use $\sin^2 2A + \sin^2 2B + \sin^2 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$

$$= 2R \sin^{\cos A} A + 2R \sin B \cos B + 2R \sin C \cos C$$

$$= R [\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C]$$

$$= R [4 \sin A \sin B \sin C] \quad (\text{Q})$$

$$= 2 [2R \sin A \sin B \sin C]$$

$$= 2a \sin B \sin C$$

10) In a ΔABC if $\cos C = \frac{\sin A}{2 \sin B}$ S.T the triangle is isosceles.
TBD

Sol: Use $\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}$ and cosine formula.

$$\text{Given } \cos C = \frac{\sin A}{2 \sin B} = \frac{a}{2b}.$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{a}{2b}.$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = a^2$$

$$b^2 = c^2 \Rightarrow b = c \therefore \text{The triangle is isosceles.}$$

11) In a ΔABC P.T $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{c - a \cos B}{b - a \cos C}$.
TBP

Sol: apply projection formula $c = a \cos B + b \cos A$ $b = 2R \sin B$
 $b = c \cos A + a \cos C$ $c = 2R \sin C$

$$\text{RHS: } \frac{c - a \cos B}{b - a \cos C} = \frac{a \cos B + b \cos A - a \cos B}{c \cos A + a \cos C - a \cos C}$$

$$= \frac{b \cos A}{c \cos A} = \frac{b}{c} = \frac{2R \sin B}{2R \sin C}$$

$$= \frac{\sin B}{\sin C}.$$

12) In a ΔABC $\frac{a+b}{a-b} = \tan \frac{A+B}{2} \cot \frac{A-B}{2}$
TBP

Sol: Procedure: Use sine formula and c, D formula.

$$\text{LHS: } \frac{a+b}{a-b} = \frac{2R \sin A + 2R \sin B}{2R \sin A - 2R \sin B}$$

$$= \frac{2R (\sin A + \sin B)}{2R (\sin A - \sin B)} = \frac{2R \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}}{2R \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}}$$

$$= \tan \frac{A+B}{2} \cot \frac{A-B}{2}$$

13) P.T $\frac{a \sin(B-C)}{b^2 - c^2} = \frac{b \sin(C-A)}{c^2 - a^2} = \frac{c \sin(A-B)}{a^2 - b^2}$
In any Δ .

Sol: Use sine formula

$$\text{Consider } \frac{a \sin(B-C)}{b^2 - c^2} = \frac{2R \sin A \sin(B-C)}{4R^2 \sin^2 B - 4R^2 \sin^2 C}$$

$$= \frac{2R \sin(\pi - B + C) \sin(B - C)}{2R^2 (\sin^2 B - \sin^2 C)}$$

$$= \frac{1}{2R} \frac{\sin(B + C) \sin(B - C)}{\sin^2 B - \sin^2 C}$$

$$= \frac{1}{2R} \frac{(\sin^2 B - \sin^2 C)}{(\sin^2 B - \sin^2 C)} = \frac{1}{2R}$$

11) By

We can prove that $\frac{b \sin(C - A)}{c^2 - a^2} = \frac{c \sin(A - B)}{a^2 - b^2} = \frac{1}{2R}$

$$\therefore \frac{a \sin(B - C)}{b^2 - c^2} = \frac{b \sin(C - A)}{c^2 - a^2} = \frac{c \sin(A - B)}{a^2 - b^2} = \frac{1}{2R}$$

14) In any $\triangle ABC$ P.T $\frac{a^2 - c^2}{b^2} = \frac{\sin(A - C)}{\sin(A + C)}$
TBP.

Sol: Procedure: Sine Formula.

$$\text{LHS: } \frac{a^2 - c^2}{b^2} = \frac{4R^2 \sin^2 A - 4R^2 \sin^2 C}{4R^2 \sin^2 B}$$

$$= \frac{4R^2 (\sin^2 A - \sin^2 C)}{4R^2 \sin^2 B}$$

$$= \frac{\sin(A + C) \sin(A - C)}{\sin^2 B}$$

$$= \frac{\sin(\pi - B) \sin(A - C)}{\sin^2 B}$$

$$= \frac{\sin B \cdot \sin(A - C)}{\sin^2 B}$$

$$= \frac{\sin(A - C)}{\sin(\pi - A + B)} = \frac{\sin(A - C)}{\sin(A + C)}$$

15) If in a $\triangle ABC$ $\frac{\sin A}{\sin C} = \frac{\sin(A - B)}{\sin(B - C)}$ P.T a^2, b^2, c^2 are in AP.
TBP

Sol: Procedure Use $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = k$

$$\therefore \frac{\sin A}{\sin C} = \frac{\sin(A - B)}{\sin(B - C)}$$

$$\frac{\sin(\pi - B + C)}{\sin(\pi - A + B)} = \frac{\sin(A - B)}{\sin(B - C)}$$

$$\frac{\sin(B + C)}{\sin(A + B)} = \frac{\sin(A - B)}{\sin(B - C)}$$

$$\sin(B + C) \sin(B - C) = \sin(A + B) \sin(A - B)$$

$$\sin^2 B - \sin^2 C = \sin^2 A - \sin^2 B$$

$$kb^2 - ka^2 = ka^2 - kb^2$$

$$b^2 - c^2 = a^2 - b^2$$

$$2b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow a^2, b^2, c^2 \text{ are in AP.}$$

16) The angles of a triangle ABC, are in A.P and if $b:c = \sqrt{3}:\sqrt{2}$ find A.

TBP Sol: $\because A, B, C$ are in AP $2B = A + C$ and sine formula

In any Δ $A + B + C = 180^\circ$

$$2B + B = 180$$

$$3B = 180^\circ$$

$$B = 60^\circ$$

Given $b:c = \sqrt{3}:\sqrt{2}$

But $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 60} = \frac{\sqrt{2}}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{2}}{\sin C}$$

$$2 = \frac{\sqrt{2}}{\sin C}$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow C = 45^\circ$$

$$A + B + C = 180$$

$$A + 60 + 45 = 180 \therefore A = 75^\circ$$

17) In any ΔABC , P.T $b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B = 2bc \sin A$.

TBP

Sol: Procedure: Use sine formula

$$\begin{aligned} \text{LHS: } b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B &= 4R^2 \sin^2 B \sin 2C + 4R^2 \sin^2 C \sin 2B \\ &= 4R^2 (2 \sin^2 B \sin C \cos C + 2 \sin^2 C \sin B \cos B) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C (\sin B \cos C + \cos B \sin C) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \cdot \sin (B+C) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \sin (\pi - A) \\ &= 8R^2 \sin B \sin C \sin A \\ &= 2 \cdot 2R \sin B \cdot 2R \sin C \cdot \sin A \\ &= 2bc \sin A \end{aligned}$$

18) In a ΔABC P.T $\sin \left(\frac{B+C}{2} \right) = \frac{b+c}{a} \cos \frac{A}{2}$

TBP

Sol: Procedure: Use sine formula and c, D formula, 2A formula

$$\begin{aligned} \text{RHS: } \frac{b+c}{a} \cos \frac{A}{2} &= \frac{2R \sin B + 2R \sin C}{2R \sin A} \cdot \cos \frac{A}{2} \\ &= \frac{2R (\sin B + \sin C)}{2R \sin A} \cdot \cos \frac{A}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \cos \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} \\
 &= \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) \cdot \sin \frac{B-C}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \\
 &= \frac{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B-C}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = \sin \frac{B-C}{2}
 \end{aligned}$$

19) If the three angles in a triangle are in the ratio 1:2:3 then P.T the TBP corresponding sides are in the ratio 1:√3:2.

Sol: Procedure use Sine formula.

If angles are $\theta, 2\theta, 3\theta$

$$\theta + 2\theta + 3\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\text{We know } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow a:b:c = \sin 30^\circ : \sin 60^\circ : \sin 90^\circ$$

$$= \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1$$

$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

20) In a $\triangle ABC$ P.T $(b+c)\cos A + (c+a)\cos B + (a+b)\cos C = a+b+c$
TBP

Sol: Procedure: use cosine formula, arrange last step as $a+b+c$.

$$\text{LHS} = (b+c)\cos A + (c+a)\cos B + (a+b)\cos C$$

$$= b\cos A + c\cos A + c\cos B + a\cos B + a\cos C + b\cos C$$

$$= (b\cos C + c\cos B) + (c\cos A + a\cos C) + (a\cos B + b\cos A)$$

$$= a+b+c.$$

21) In a $\triangle ABC$ P.T $\frac{a^2+b^2}{a^2+c^2} = \frac{1+\cos(A-B)\cos C}{1+\cos(A-C)\cos B}$
TBP

Sol: Procedure use Sine formula.

$$\begin{aligned}
 \text{LHS: } \frac{a^2+b^2}{a^2+c^2} &= \frac{4R^2 \sin^2 A + 4R^2 \sin^2 B}{4R^2 \sin^2 A + 4R^2 \sin^2 C} = \frac{4R^2 (\sin^2 A + \sin^2 B)}{4R^2 (\sin^2 A + \sin^2 C)} \\
 &= \frac{1 - \cos^2 A + \sin^2 B}{1 - \cos^2 A + \sin^2 C}
 \end{aligned}$$

<http://www.trbtnpsc.com/2018/07/plus-one-11th-standard-1st-mid-term-question-paper-download-2018-2019.html>

Sol: Procedure: Use If $xyz \leq k$ maximum occurs when $x = y = z$
 Let ΔABC be a triangle with constant perimeter $2s$. $\therefore s$ is const

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Δ is maximum when $(s-a)(s-b)(s-c)$ is maximum.

$$(s-a)(s-b)(s-c) \leq \left(\frac{(s-a) + (s-b) + (s-c)}{3} \right)^3 = \frac{s^3}{27}$$

$$(s-a)(s-b)(s-c) \leq \frac{s^3}{27}$$

$\therefore GM \leq AM$

(or) Equality occurs when $s-a = s-b = s-c$

$$\text{or when } a = b = c \text{ max of } (s-a)(s-b)(s-c) = \frac{s^3}{27}$$

$\therefore$ For fixed perimeter $2s$, the area of the Δ is max when $a = b = c$.

$$\therefore \text{Max area} = \sqrt{\frac{s \cdot s^3}{27}} = \frac{s^2}{3\sqrt{3}} \text{ sq. units.}$$

24)

TBP

9. ஒரு கிராமத்தில் ஒரு பொறியாளர் 120 மீ சுற்றளவுள்ள முக்கோண வடிவ பூங்காவை வடிவமைக்க முனைகிறார். பூங்காவின் பரப்பு அதிகபட்சமாக இருக்கும்படி அமைக்கப்படும்போது அதன் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

Sol:

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = 120 m.

(X)

$a = b = c$ எனக் கொண்டு 2s சுற்றளவு கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு பெறும்.

$$\text{முக்கோணத்தின் பக்கம்} = \frac{120}{3} = 40 \text{ m.}$$

$$a = b = c = 40 \text{ m.}$$

25)

TBP

10. 12 மீ நீளமுள்ள ஒரு கயிறு கொடுக்கப்பட்டு அதைக் கொண்டு அதிகபட்சப் பரப்பை முக்கோணம் அமைக்கப்பட்டால் அதன் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

Sol:

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு

(X)

$a = b = c$ எனக் கொண்டு 2s சுற்றளவு கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு பெறும்.

$$\text{முக்கோணத்தின் பக்கம்} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\therefore a = b = c = 4.$$

முக்கோணத்தின் பரப்பு

$$= \frac{s^2}{3\sqrt{3}}$$

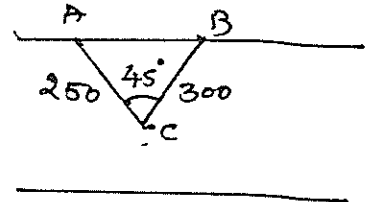
$$\begin{aligned} 2s &= 12 \\ s &= 6 \end{aligned}$$

$$= \frac{36 \cdot 12}{3\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ sq. mts}$$

26) Two trees A and B are on the same side of a river. From a point C in the river the distance of trees A and B are 250m and 300m respectively. The angle C is 45° . Find the distance between the trees. $\sqrt{2}: 1.414$.

Sol: Procedure: Use cosine formula.

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 45^\circ \\
 &= 250^2 + 300^2 - 2 \times 250 \times 300 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= 62500 + 90000 - 75000\sqrt{2} \\
 &= 62500 + 90000 - 75000 \times 1.414 \\
 &= 152500 - 106050 \\
 &= 46450 \\
 AB &= \sqrt{46450} = 215.52 \text{ m.}
 \end{aligned}$$



27) A tree stands vertically on a hill side which makes an angle 15° with the horizontal. From a point on the ground 35m down the hill from the base of the tree. The angle of elevation of the top of the tree is 60° . Find the height of the tree.

Sol: Let PQ be the tree AR be the ground

In $\triangle ARQ$

$$\angle RAQ = 60^\circ \quad \angle ARQ = 90^\circ \quad \angle AQP$$

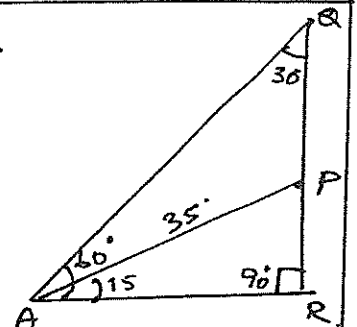
$$\text{In } \triangle APQ \quad \angle PAQ = 60 - 15 = 45^\circ$$

$$\text{By Sine Rule: } \frac{35}{\sin 30^\circ} = \frac{PQ}{\sin 45^\circ}$$

$$= \frac{35}{\frac{1}{2}} = \frac{PQ}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\therefore \frac{70}{\sqrt{2}} = PQ$$

$$\therefore PQ = \frac{70 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 35\sqrt{2} \text{ m.}$$



இதேயப்பஸ்கன் ஐதறுதெத்திலிடுகெ ஓரேநெத்தில் 4 மீட்டருகெய்து -
 ஒன்று 24 km/hr வேகத்தில் N 45°E லுள்ள திசையிலும் மற்றொன்று
 32 km/hr வேகத்தில் S 75°E லுள்ள வேகத்திலும் செல்லுகின்றன
 அவை 3 மணிநேரம் கழித்து இரண்டிற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் காண்க.

Sol: Procedure:

வகாண்கைத்தத்தத்தையுணர்வதற்கு

$$OP = 24 \times 3 = 72 \text{ km}$$

$$OA = 32 \times 3 = 96 \text{ km}$$

By cosine formula

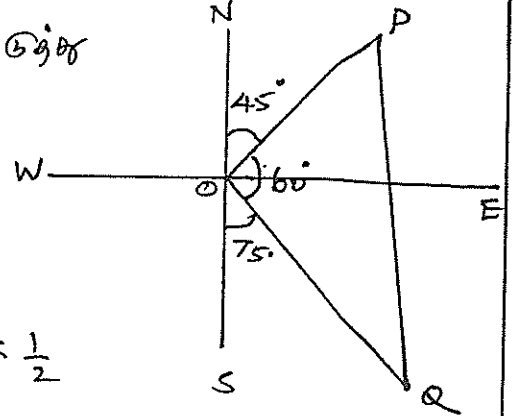
$$PA^2 = OP^2 + OA^2 - 2 \cdot OP \cdot OA \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 72^2 + 96^2 - 2 \times 72 \times 96 \times \frac{1}{2}$$

$$= 5184 + 9216 - 6912$$

$$= 7488$$

$$PA = \sqrt{7488} = 86.53 \text{ km}$$



Solutions of 5th

1. In ΔABC $a=3, b=5, c=7$

TBP

$\cos A, \cos B, \cos C$
 மதிப்புகளை காண்க.

Sol: $a=3, b=5, c=7$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25 + 49 - 9}{70} = \frac{65}{70} = \frac{13}{14}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{49 + 9 - 25}{2 \times 7 \times 3} = \frac{33}{42} = \frac{11}{14}$$

$$\text{Hence } \cos C = -\frac{1}{2}$$

2. In ΔABC $A=30^\circ, B=60^\circ$ and $c=10$ Find a and b .

TBP

Sol: $A=30^\circ, B=60^\circ, c=10$

$$C = 180 - (30 + 60) = 90^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10 \Rightarrow a=5, b = \frac{10 \times \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

3) In ΔABC , $a=2\sqrt{2}, b=2\sqrt{3}, c=75^\circ$ find the other sides and angles.

TBP

Sol: $a = 2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{3}$, $c = 75^\circ$

$$\cos c = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow \cos 75^\circ = \frac{8 + 12 - c^2}{8\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{20 - c^2}{8\sqrt{6}}$$

$$4\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) = 20 - c^2$$

$$c^2 = 20 - (12 - 4\sqrt{3})$$

$$= 8 + 4\sqrt{3} =$$

$$= b^2 + 2 + 4\sqrt{3}$$

$$c^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 \Rightarrow c = \sqrt{6} + \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{12 + 8 + 4\sqrt{3} - 8}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A = 45^\circ \therefore B = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$$

4)

TBP: Sol: $2S = a + b + c \Rightarrow S = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$

$$\Delta = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{7 \times 3 \times 4 \times 2 \times 7 \times 3 \times 2}$$

$$= 7 \times 3 \times 2 \times 2 = 84 \text{ sq. cm.}$$

5)

ABCல் $a \cos A + b \cos B + c \cos C = \frac{8\Delta^2}{abc}$

TBP Sol:

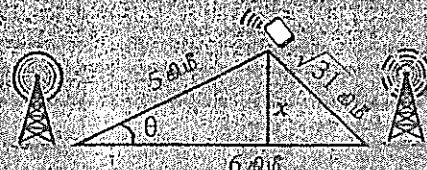
$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C$$

$$\text{LHS} = a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C$$

$$= 2a \cdot \left(\frac{2\Delta}{ab}\right) \left(\frac{2\Delta}{ac}\right)$$

$$= \frac{8\Delta^2}{abc}$$

புத்தககாட்டு 3.69 ஒரு கைபேசியின் எல்லைக்குட்பட்ட பகுதியில் இரு கைபேசி கோபுரங்கள் அமைந்துள்ளன. ஒரு கைபேசியின் எல்லைக்குட்பட்ட இரண்டு கைபேசி கோபுரங்கள் கிழக்கு மற்றும் மேற்காக 6 கி.மீ. இடைவெளியில் தேசிய நெடுஞ்சாலை வலது நோக்கில் அமைந்துள்ளன. இரண்டு கைபேசி நெடுஞ்சாலைக்கு வடக்கே உள்ளது. கைபேசிக்கு வரக்கூடிய சமீக்கைகள் முதல் மற்றும் இரண்டாம் கோபுரத்திலிருந்து 5 கி.மீ. மற்றும் $\sqrt{31}$ கி.மீ. தொலைவில் உள்ளது. கிழக்கிலிருந்து வடக்காக முதல் கோபுரத்திலிருந்து 3 நிமிஷத்தில் உள்ளது மற்றும் கைபேசி நெடுஞ்சாலைக்கு வலது நோக்கில் உள்ளது என்பதையும் காண்க.



படம் 3.24

Sol: Let D be the position of the cell phone from north to east of the first tower.

By cosine formula.

$$(\sqrt{31})^2 = 25 + 36 - 2 \times 5 \times 6 \cos \theta$$

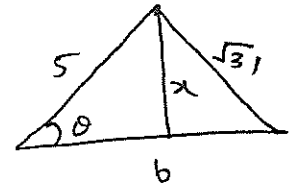
$$60 \cos \theta = 61 - 31$$

$$= 30$$

$$\cos \theta = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Let x be the distance of the cell phone's position from the highway

$$\sin \theta = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \sin 60 = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ KM.}$$



7)
TBP

ததுக்காட்டு 3.70 துறைமுகத்திலிருந்து ஒரு படகு 10 கி.மீ. தொலைவு கிழக்கே செல்கிறது. இடக்கைப்பக்கம் 60° கோணத்தில் திரும்ப, மீண்டும் படகு 8 கி.மீ. சென்றால் அப்படகிற்கும் துறைமுகத்திற்கும் உள்ள தொலைவைக் காண்க.

Sol: By using cosine formula

$$BP^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cos 120$$

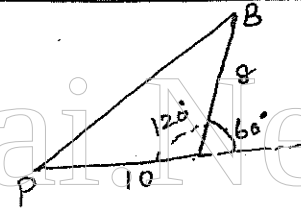
$$= 100 + 64 - 160 (-\cos \pi/3)$$

$$= 164 + 160 \times \frac{1}{2}$$

$$= 244$$

$$= 4 \times 61$$

$$BP = 2\sqrt{61} \text{ KM.}$$



8)
TBP

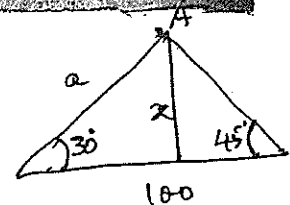
எடுத்துக்காட்டு 3.71 இரண்டு ரேடார் நிலையங்கள் 100 கி.மீ. இடை அமைந்திருப்பதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு ரேடாரும் அவைகளுக்கு இடையே பறக்க போர் விமானம் ஒன்றைக் கண்டறிகிறது. முதல் விமானம் ரேடார் நிலையத்திலிருந்து கோணம் மற்றும் இரண்டாவது ரேடார் நிலையத்திலிருந்து 45° ஏற்றக் கோணத்தி விமானம் இருப்பின், அந்நிலையில் போர் விமானத்தின் உயரத்தினைக் காண்க.

$$\text{Sol: } \angle A = 180 - (30 + 45) = 105^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{100}{\sin 105} \Rightarrow \frac{100}{\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{200(\sqrt{3}-1)}{2} = 100(\sqrt{3}-1)$$

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{100(\sqrt{3}-1)}{2} \times \frac{1}{2} = 50(\sqrt{3}-1) \text{ KM.}$$



9) If the sides of $\triangle ABC$ are $a=4$, $b=6$, $c=8$ then S.T $4\cos B + 3\cos C = 2$

TBP

$$\text{Sol: } \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{64 + 16 - 36}{2 \cdot 8 \cdot 4}$$

$$= \frac{44}{64} = \frac{11}{16}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{16 + 36 - 64}{2 \times 4 \times 8} = \frac{-12}{64} = -\frac{3}{16}$$

$$H8 = A \cos B + 3 \cos C = 4 \times \frac{11}{16} + 3 \times \left(-\frac{3}{16}\right) = \frac{44}{4} - \frac{9}{4} = \frac{35}{4} = 8.75$$

10) In a ΔABC $a = \sqrt{3}-1$, $b = \sqrt{3}+1$, $C = 60^\circ$ Find the other side and other TBP two angles.

$$\text{Sol: } a = \sqrt{3}-1 \quad b = \sqrt{3}+1 \quad C = 60^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$= (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \cos 60^\circ$$

$$= 2(3+1) - 2(3-1) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 8 - 2$$

$$= 6$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sin B} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2} \cdot 2$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow B = 105^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sin A} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow A = 15^\circ$$

11) In a ΔABC P.T if $a = 12$, $b = 8$, $C = 30^\circ$ area is 24 sq. cm.
TBP

$$\text{Sol: } \Delta = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 24 \text{ sq. cm.}$$

12) In a ΔABC , $a = 18$, $b = 24$ cm, $c = 30$ area of the Δ is 216 sq. cm.
TBP

$$\text{Sol: } s = \frac{18 + 24 + 30}{2} = 36$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
 &= \sqrt{36 \times 18 \times 12 \times 6} \\
 &= \sqrt{36 \times 9 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6} \\
 &= 6 \times 3 \times 2 \times 6 \\
 &= 216 \text{ sq. cm.}
 \end{aligned}$$

- 13) 7. பூமிக்கு அடியில் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ள இரண்டு வெவ்வேறு குழிகளில் A மற்றும் B என்ற இரானுவ வீரர்கள் பதுங்கி, மலை உச்சியில் ஒரு ஊருருபவரை கவனித்தனர். A மற்றும் B லிருந்து ஊருருபவரின் கோணங்கள் கிழக்கு திசையில் முறையே 30° மற்றும் 45° மற்றும் A-க்கு B-க்கு இடைப்பட்ட தொலைவு 5 கி.மீ. எனில் B-யிலிருந்து ஊருருபவரின் தொலைவினைக் காண்க.

TBP

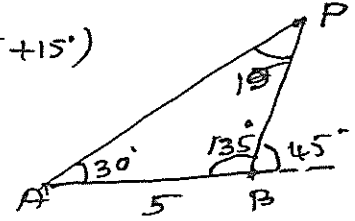
Sol: From the diag. $\angle P = \theta = 180 - (135 + 15^\circ)$

$$\frac{5}{\sin \theta} = \frac{x}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{5}{\sin 15^\circ} = \frac{x}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2x = \frac{5}{\sin 15^\circ}$$

$$2x = \frac{5 \times 2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$$

$$x = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

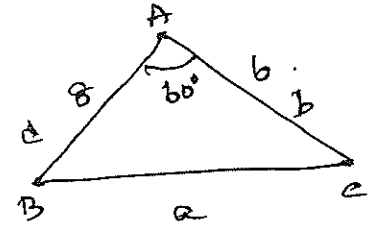


14) TBP

8. ஓர் ஆராய்ச்சியாளர் ஓர் குளத்தின் அகலத்தைக் கிழக்கிலிருந்து மேற்காகச் சரியாக அளவிட முடியாத போது அதைக் கண்டறிய விழைகிறார். P என்ற புள்ளியிலிருந்து குளத்தின் கிழக்குப்பகுதியின் முனை 8 கி.மீ. தொலைவிலும் அதே சமயத்தில் மேற்கு பகுதியின் முனை 6 கி.மீ. தொலைவிலும் உள்ளது மற்றும் P-யையும் கிழக்குப் பகுதியின் முனையை இணைக்கும் கோட்டிற்கும், P-யையும் மேற்கு பகுதியின் முனையை இணைக்கும் கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் 60° எனில் குளத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

Sol: $\angle A = 60^\circ$ $b = 6$, $c = 8$

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\
 &= 36 + 64 - 2 \times 6 \times 8 \times \cos 60^\circ \\
 &= 100 - 48 \times \frac{1}{2} \\
 &= 52 \\
 &= 4 \times 13 \\
 a &= 2\sqrt{13} \text{ km.}
 \end{aligned}$$



15)

TBP

9. கடல் மட்டத்திலிருந்து ஒரே உயரத்தில் வங்காள விரிகுடாவிற்கு மேல் A மற்றும் B என்ற இரண்டு கடற்படை ஹெலிகாப்டர்கள் தொலைந்த படகைத் தேடுகின்றன. 10 கி.மீ. இடைவெளியில் அவைகள் பறக்கும்போது அதன் பைலட்டுகள் ஒரே நேரத்தில் அந்தப் படகைப் பார்க்கிறார்கள். A இலிருந்து படகு 6 கி.மீ. தூரத்தில் உள்ளது. மேலும், கோட்டுத்துண்டு AB படகில் தாங்கும் கோணம் 60° எனில், B இற்கும் படகிற்கும் உள்ள தொலைவைக் காண்க.

Sol: $\angle C = 60^\circ$ $b = 6$, $c = 10$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

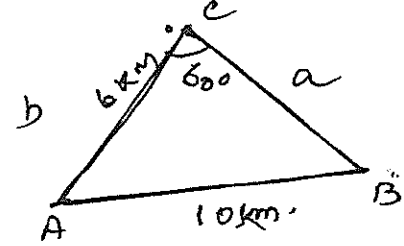
$$\frac{6}{\sin B} = \frac{10}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin B = \frac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow a = b \cos C + c \cos B$$

$$a = 6 \cos 60^\circ + 10 \sqrt{1 - \sin^2 B}$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} + 10 \sqrt{\frac{100 - 27}{100}}$$

$$= 3 + \frac{10(\sqrt{73})}{10} = 3 + \sqrt{73} \text{ km.}$$



16)

TBI

10. ஒரு மலை வழியாக ஒரு நேர்க்குக் குகை அமைக்கையில், மலைக்கு எதிரே உள்ள P என்ற புள்ளியிலிருந்து மலையின் இரு முனைகள் A மற்றும் B கை நிலமளப்பவர் காண்கிறார். $AP = 3$ கி.மீ, $BP = 5$ கி.மீ, $\angle APB = 120^\circ$ எனில் மலைக்குகையின் நீளத்தினைக் காண்க.

Sol: $AP = 3$, $BP = 5$ $\angle APB = 120^\circ$

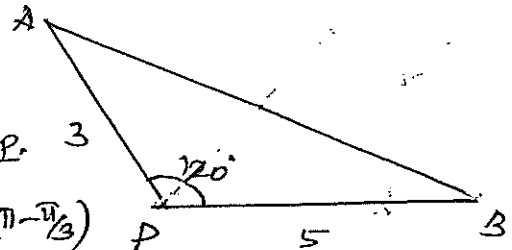
$$AB^2 = AP^2 + BP^2 - 2 \cdot AP \cdot BP \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos (180^\circ - 60^\circ)$$

$$= 9 + 25 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 49$$

$$AB = 7$$



17)

TBP

11. 120 அடி மற்றும் 60 அடி முக்கோண வடிவில் அமைந்துள்ள, பக்கங்களின் நீளங்கள் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம் 60° உடைய நிலத்தை ஒரு முக்கோண வடிவ நிலத்தை ஒரு விவசாயி வாங்க விரும்புகிறார். ஒரு சதுர அடி நிலத்தின் விலை ₹500 எனில், அந்த நிலத்தை வாங்கத் தேவையான மொத்தத் தொகை எவ்வளவு? மேலும் நிலத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

Sol: $AB = 120$ $AC = 60$ $\angle A = 60^\circ$

$$A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60$$

$$= \frac{1}{2} \times 120 \times 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1800 \times 1.732 \text{ Sq feet}$$

மொத்த மதிப்பு

$$= 500 \times 1800 \times 1.732$$

$$= 900000 \times 1.732$$

$$= 1558800000 \text{ Rs.}$$

$$= 15,58,800$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ$$

$$= 14400 + 3600 - 2 \times 120 \times 60 \cdot \frac{1}{2}$$

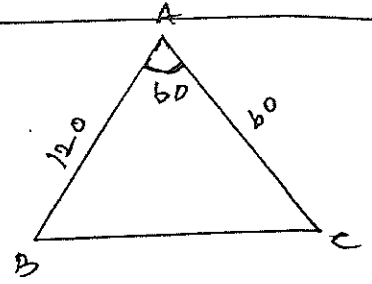
$$= 18000 - 7200$$

$$a^2 = 10800 = 400 \times 27$$

$$a = 20\sqrt{27}$$

$$= 120 + 60 + 20\sqrt{27}$$

$$= 180 + 20\sqrt{27} \text{ feet}$$



18)
TBP

4. ஒருவன் காலை நடைப்பயிற்சியின் போது A என்ற புள்ளியில் தொடங்கி B மற்றும் C ஆகிய புள்ளிகளுக்குச் சென்று இறுதியில் மீண்டும் A வை வந்தடைகிறார். முக்கோணம் ABC-இல் $\angle A = 60^\circ$ $\angle B = 45^\circ$ $AC = 4$ கி.மீ. எனில், அவர் நடந்த மொத்தத் தொலைவைக் காண்க.

Sol: $b = 4 \text{ km}$ $\angle A = 60^\circ$ $\angle B = 45^\circ$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 60} = \frac{4}{\sin 45}$$

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$a = 2\sqrt{6}$$

$$c = a \cos B + b \cos A$$

$$= 2\sqrt{6} \cdot \cos 45^\circ + 4 \cdot \cos 60^\circ$$

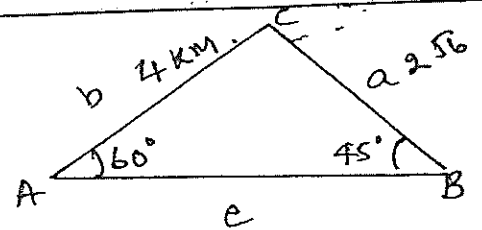
$$= 2\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2$$

$$= 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{மொத்த தொலைவு} = 4 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2$$

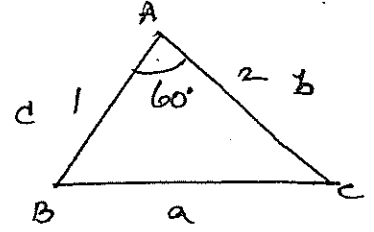
$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 6$$



19)

3. ஒரு விமானம் ஒரு மைல் கல்லிலிருந்து 1கி.மீ. தூரத்தில் பறக்கிறது. அதே நேரத்தில் மற்றொரு மைல் கல்லுடன் உள்ள தூரம் 2கி.மீ. இரண்டு மைல் கல்களும் விமானத்துடன் தாங்கும் கோணம் 45° எனில் இரண்டு மைல் கல்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் என்ன?

Sol: $\angle A = 60^\circ$ $b = 2$, $c = 1$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ$
 $= 4 + 1 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$
 $= 5 - 2$
 $= 3$
 $a = \sqrt{3}$



(If $\theta = 45^\circ$ the book answer is correct).

20)

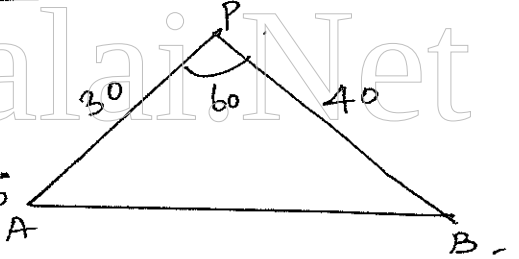
TBP

15. இரண்டு வாகனங்கள் ஒரு புள்ளி P லிருந்து ஒரே நேரத்தில் தொடங்கி இரு 60 சாலைகளில் பயணிக்கிறது. ஒரு வாகனம் 60 கிமீ/மணி, மற்றொரு வாகனம் 80 கிமீ/மணி என்ற சராசரி வேகத்தில் பயணிக்கிறது. அரை மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அவ்வா A மற்றும் B ஐ அடைகின்றன. கோடு AB ஆனது P இல் தாங்கும் கோணம் 60° எனக் காண்க.

Sol: $AP = 30$, $PB = 40$, $\angle P = 60^\circ$

By Cosine formula

$$\begin{aligned} AB^2 &= AP^2 + PB^2 - 2AP \cdot PB \cos 60^\circ \\ &= 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 900 + 1600 - 1200 \\ &= 1300 \\ &= 100 \times 13 \\ AB &= 10\sqrt{13} \text{ km.} \end{aligned}$$



(Note: The book answer is correct only when after one hour)

21)
TBP

$$\Delta = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4 \cot A} \text{ எனியது.}$$

மேல்கோணம் ABC ன்

Sol: RHS :

$$\begin{aligned} \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4 \cot A} &= \frac{2bc \cos A}{2 \cdot \frac{\cos A}{\sin A}} \\ &= \frac{1}{2} bc \sin A \\ &= \Delta. \end{aligned}$$

Exercise - 3.4

(அடுக்கல்)

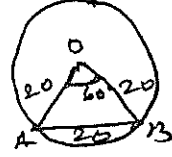
4)

4. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 40 செ.மீ., ஒரு நாணின் நீளம் 20 செ.மீ., எனில், சிறிய நாணத்தைக் காண்க.

Sol:

$$r = 20 \text{ cm.}$$

$$AB = 20 \text{ cm}$$



மக்கோணம் ஒரே அளவுக் கொண்டது.
 $\therefore \angle AOB = 60^\circ$

TBP

$$L = r\theta = 20 \times \frac{\pi}{3}$$

$$= 20 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}$$

$$= 20.95 \text{ cm}$$

5)

5. 100 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டத்தில், 22 செ.மீ. நீளமுடைய வட்டவில் மையத்தில் கோணத்தைப் பாகையில் காண்க.

Sol:

$$r = 100 \text{ cm}$$

சிறிய நாணம்

$$= 11 \text{ cm}$$

$$\theta = \frac{l}{r} = \frac{22}{100}$$

$$\theta = 180^\circ$$

TBP

$$\theta = 180^\circ \times \frac{22}{22} \times \frac{3.2}{100}$$

$$= \frac{18 \times 7}{10} = 12^\circ 35'$$

$$\approx 12^\circ 36'$$

9)

9. ஒரு விமானத்தை இயக்கும் முன்தள்ளி ஒரு நிமிடத்திற்கு 1000 முன்தள்ளியின் முனைப்புள்ளி சுழல்கின்றபோது ஒரு விநாடிக்கு எத்தனை கிடைக்கும் என்பதைக் காண்க.

Sol:

$$\text{ஒரு மூன்று சுற்றுகள்} = 360^\circ$$

$$1' = 1000 \times 360^\circ$$

1 நிமிடத்தில் 1000 சுற்றுகள் சுழல்கின்ற

$$60'' \text{ விநாடியில் சுழலும் சுற்றுகள்} = 1000 \times 360$$

$$1 \text{ விநாடியில் சுழலும் சுற்றுகள்} = \frac{1000 \times 360}{60}$$

$$= 6000$$

TBP

Exercise - 3.7

$$3) \therefore x+y+z = xyz, \therefore \frac{2x}{1-x^2} + \frac{2y}{1-y^2} + \frac{2z}{1-z^2} = \frac{2x}{1-x^2} \cdot \frac{2y}{1-y^2} \cdot \frac{2z}{1-z^2}$$

Sol: Given $x+y+z = xyz$

$$\text{Let } x = \tan A, y = \tan B, z = \tan C$$

TBP

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C.$$

$$\text{Let } \tan(A+B+C) = 0 \Rightarrow \tan[(A+B)+C]$$

$$\frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B)\tan C} = 0$$

$$\Rightarrow \tan(A+B) + \tan C = 0$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} + \tan C = 0$$

$$\Rightarrow \tan A + \tan B + \tan C = \tan A + \tan B + \tan C$$

$$\therefore \tan(A+B+C) = 0$$

$$\Rightarrow \tan(2A+2B+2C) = 0$$

$$\Rightarrow \tan 2A + \tan 2B + \tan 2C = \tan 2A \cdot \tan 2B \cdot \tan 2C \quad \text{--- (1)}$$

$$\therefore x = \tan A, \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\text{Similarly } \tan 2B = \frac{2y}{1-y^2}$$

$$\tan 2C = \frac{2z}{1-z^2}$$

Sub. in (1)

$$\frac{2x}{1-x^2} + \frac{2y}{1-y^2} + \frac{2z}{1-z^2} = \frac{2x}{1-x^2} \cdot \frac{2y}{1-y^2} \cdot \frac{2z}{1-z^2}$$

Exercise 3.9

$$b) \text{ In } \Delta ABC, \angle A = 60^\circ \text{ P.T. } b+c = 2a \cos\left(\frac{B+C}{2}\right)$$

$$\text{Sol: } A+B+C = 180$$

$$B+C = 180 - 60 = 120$$

TBP

$$\frac{B+C}{2} = 60^\circ$$

$$\text{We know } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

$$\Rightarrow a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C.$$

$$\begin{aligned} \text{RHS: } 2a \cos\left(\frac{B+C}{2}\right) &= 2 \cdot 2R \sin A \cos\left(\frac{B+C}{2}\right) \\ &= 2 \cdot 2R \sin 60^\circ \cos\left(\frac{B+C}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= 4R \cdot \sin\left(\frac{B+C}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{B-C}{2}\right)$$

$$= 2R \cdot 2\sin\left(\frac{B+C}{2} + \frac{B-C}{2}\right) \sin\left(\frac{B+C}{2} - \frac{B-C}{2}\right)$$

$$= 2R [\sin B \sin C]$$

$$= 2R \left[\frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} \right] = 2R \left[\frac{b+c}{2R} \right]$$

$$= b+c$$

$$= \text{LHS.}$$

Exercise - 3.8

1)

$$1) \sin \theta = -\frac{1}{2} \quad 2) \cot \theta = \sqrt{3} \quad 3) \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1) \sin \theta = -\frac{1}{2} \quad \theta \text{ lies in IV quadrant } \therefore \text{range is } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

TBP

$$\sin \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \theta = -\frac{\pi}{4}$$

$$2) \cot \theta = \sqrt{3} \quad \theta \text{ lies in the I quadrant}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$3) \tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \theta \text{ lies in the IV quadrant}$$

$$= \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

2)

$$1) \sin^4 x = \sin^2 x \quad 2) 2\cos^2 x + 1 = -3\cos x \quad 3) 2\sin^2 x + 1 = 3\sin x \quad 0 < \theta < 2\pi$$

$$4) \cos 2x = 1 - 3\sin x$$

Sol:

$$1) \sin^4 x = \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \quad \sin^2 x - 1 = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \sin x = \pm 1$$

$$\text{If } \sin x = 0 \quad x = 0, \pi$$

$$\sin x = 1 \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = -1 \quad x = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

TBP

$$\therefore x = 0, \pi, \frac{3\pi}{2}, \pi.$$

$$2) 2\cos^2 x + 1 = -3\cos x.$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x + 1)(2\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x + 1 = 0 \quad 2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -1 \quad 2\cos x = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

TBP

$$\text{When } \cos x = -1$$

$$\cos x = \cos(\pi)$$

$$x = \pi$$

$$\text{When } 2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pi + \frac{\pi}{3} \text{ or } \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{The values are } x = \pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ (or) } \frac{2\pi}{3}.$$

$$3) 2\sin^2 x + 1 = 3\sin x.$$

$$2\sin^2 x + 1 = 3\sin x$$

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$$

$$(\sin x - 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$2\sin x - 1 = 0$$

$$2\sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

TBP

$$\therefore \text{The values are } x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$$

$$4) \cos 2x = 1 - 3\sin x$$

$$\cos 2x = 1 - 3\sin x$$

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - 3\sin x$$

$$-2\sin^2 x + 3\sin x = 0$$

$$2\sin^2 x = 3\sin x$$

$$\sin x(2\sin x - 3) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$2\sin x = 3$$

$$\sin x = \frac{3}{2} \text{ not possible.}$$

$$x = 0, \pi$$

TBP

$$\therefore \text{The values are } x = 0, \pi.$$

Exercise: 3.9

8) $\therefore \Delta ABC$ in $\triangle ABC$ $(a^2 - b^2 + c^2) \tan B = (a^2 + b^2 - c^2) \tan C$ எனில் காட்டு.

Sol: $(a^2 - b^2 + c^2) \tan B = (a^2 + b^2 - c^2) \tan C$.

$$\tan B \cdot \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 - b^2 + c^2}$$

$$= \frac{k^2 \sin^2 A + k^2 \sin^2 B - k^2 \sin^2 C}{k^2 \sin^2 A - k^2 \sin^2 B + k^2 \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C}{\sin^2 A - \sin^2 B + \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-C) + \sin^2 B}{\sin(A+B) \sin(A-B) + \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin B \cdot \sin(A-C) + \sin^2 B}{\sin C \sin(A-B) + \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin B [\sin(A-C) + \sin B]}{\sin C [\sin(A-B) + \sin C]}$$

$$= \frac{\sin B [\sin(A-C) + \sin(A+B)]}{\sin C [\sin(A-B) + \sin(A+B)]}$$

$$= \frac{\sin B \cdot 2 \sin A \cos C}{\sin C \cdot 2 \sin A \cos B}$$

$$= \tan B \cdot \cot C$$

Exercise - 3.10

1) $\therefore$ கீழ்க் கொடுக்கப்பட்ட 1, 2, 3 டிக்ளேஷன்கள் உள்ள கிடைக்காத ΔABC , no triangle $\angle B = 88^\circ$, $a = 23$, $b = 2$ எனில் தீர்மானிக்க.

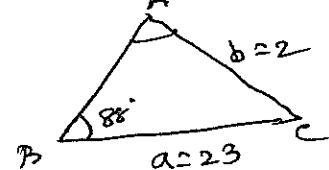
Sine formula $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\sin A = \frac{a (\sin B)}{b} = \frac{23 \sin 88^\circ}{2}$$

$$= 23 \times 0.99$$

$$\sin A = 22.99$$



இது மிகவும் சிறிய கோணம் தரப்படுகிறது.

16. ஒரு செயற்கைக்கோள் ஒரு விண்வெளியில் உள்ளதாகக் கொள்வோம், பூமி நிலையம் மற்றும் பூமியின் மையம் ஆகியவை ஒரே தளத்தில் அமைகின்றன, அதன் ஆரம் r என்றும் அதன் மையத்திலிருந்து செயற்கைக்கோள் R தொலைவில் என்றும் கொள்வோம். செயற்கைக்கோளுக்குச் செயற்கைக்கோளின் நிலைய உள்ள தொலைவு d என்க. செயற்கைக்கோள் நிலையத்திலிருந்து செயற்கை 30° ஏற்றக் கோணத்தில் உள்ளது. செயற்கைக்கோள் மற்றும் பூமியிலுள்ள நீ ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு பூமியின் மையத்தில் தாங்கும் கோணத்தில், $d = R\sqrt{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2\frac{r}{R}\cos\alpha}$ என நிறுவுக.

Sol: $\therefore$ $CE = r$, $SE = d$
 $SC = R$.

$$d^2 = r^2 + R^2 - 2rR\cos\alpha$$

$$\frac{d^2}{R^2} = \frac{r^2}{R^2} + 1 - 2\frac{r}{R}\cos\alpha$$

$$= 1 + \frac{r^2}{R^2} - 2\frac{r}{R}\cos\alpha$$

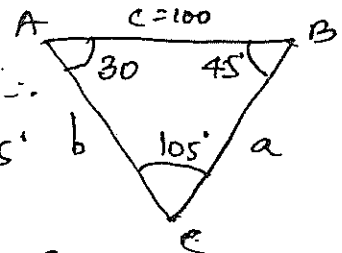
$$d^2 = R^2 \left[1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2\frac{r}{R}\cos\alpha \right]$$

$$d = R\sqrt{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2\frac{r}{R}\cos\alpha}$$



12. ஒரு போர் ஜெட் விமானம் கிடைமட்டமாகப் பறந்து பூமியிலுள்ள ஒரு சிறு இலக்கைத் தாக்க வேண்டும். அவ்விலக்கை விமானி 30° இறக்கக் கோணத்தில் பார்க்கிறார். 100 கி.மீ. பறந்த பின்பு மீண்டும் அதே இலக்கை 45° இறக்கக் கோணத்தில் பார்க்கும் அந்த நேரத்தில் ஜெட் விமானத்திற்கும் இலக்கிற்கும் உள்ள தொலைவு எவ்வளவு?

Sol: $\therefore$



$$\angle A = 30^\circ \quad \angle B = 45^\circ \quad \therefore \angle C = 105^\circ$$

$$AB = 100 \text{ km}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 105^\circ}$$

$$\text{we know } \sin 105^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{100 \times \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{100(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{3-1}$$

$$\therefore a = 50(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \text{ km}$$

Inverse Trigonometric function:

1. ... $\sin^{-1}(1/\sqrt{2})$ 2) $\cos^{-1}(\sqrt{3}/2)$ 3) $\operatorname{cosec}^{-1}(-1)$
TBP 4) $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$ 5) $\tan^{-1}(\sqrt{3})$

Sol. 1) $\sin^{-1}(1/\sqrt{2})$

Let $y = \sin^{-1}(1/\sqrt{2})$ where $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \pi/4$$

$\therefore \sin^{-1}(1/\sqrt{2}) = \pi/4$

2) $\cos^{-1}(\sqrt{3}/2)$

Let $y = \cos^{-1}(\sqrt{3}/2)$ where $0 \leq y \leq \pi$

$$\cos y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \pi/6$$

$\therefore \cos^{-1}(\sqrt{3}/2) = \pi/6$

3) $\operatorname{cosec}^{-1}(-1)$

Let $y = \operatorname{cosec}^{-1}(-1)$ where $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$

$$\operatorname{cosec} y = -1$$

$$= -\operatorname{cosec}(\pi/2)$$

$$= \operatorname{cosec}(-\pi/2)$$

$\therefore \operatorname{cosec}^{-1}(-1) = -\pi/2$

$$\boxed{\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta}$$

4) $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$

Let $y = \sec^{-1}(-\sqrt{2})$ where $0 \leq y \leq \pi$

$$\sec y = -\sqrt{2}$$

$$= \sec(-\sqrt{2}) \text{ (}\theta \text{ lies in II quadrant)}$$

$$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$\therefore \sec^{-1}(-\sqrt{2}) = \frac{3\pi}{4}$

5) $\tan^{-1}(\sqrt{3})$

Let $y = \tan^{-1}(\sqrt{3})$ where $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$

$$\tan y = \sqrt{3}$$

$$y = \pi/3$$

$\therefore \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \pi/3$

TBP

16. ஒரு செயற்கைக்கோள் ஒரு விண்வெளியில் உள்ளதாகக் கொள்வோம், பூமியின் நிலையம் மற்றும் பூமியின் மையம் ஆகியவை ஒரே தளத்தில் அமைகின்றன, பூமியின் ஆரம் r என்றும் அதன் மையத்திலிருந்து செயற்கைக்கோள் R தொலைவில் உள்ள என்றும் கொள்வோம். செயற்கைக்கோளுக்கும் செயற்கைக்கோளின் நிலையத்திற்கு உள்ள தொலைவு d என்க. செயற்கைக்கோள் நிலையத்திலிருந்து செயற்கைக்கோள் 30° ஏற்றக் கோணத்தில் உள்ளது. செயற்கைக்கோள் மற்றும் பூமியிலுள்ள நிலைய ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு பூமியின் மையத்தில் தாங்கும் கோணம் எனில், $d = R\sqrt{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2} - 2\frac{r}{R} \cos \alpha$ என நிறுவுக.

Sol: செயற்கைக்கோளின் நிலை $= a$ என்க

$$DA = b$$

$$\angle CBD = \alpha$$

$$AB = x \text{ mts.}$$

$$\angle DBA = \beta$$

$$\Delta ABD \text{ in } \tan \beta = \frac{b}{x}$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{b}{x} \right) \quad \text{--- (1)}$$

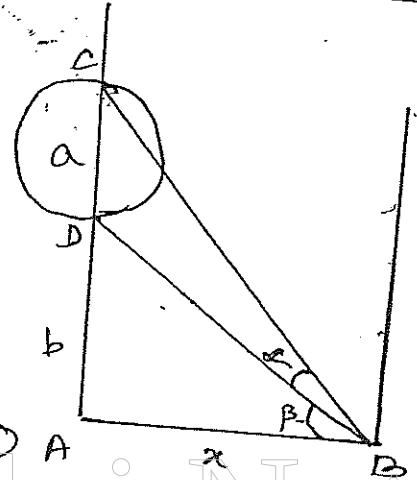
$$\Delta ABC \text{ in } \tan(\alpha + \beta) = \frac{a+b}{x}$$

$$\alpha + \beta = \tan^{-1} \left(\frac{a+b}{x} \right) \quad \text{--- (2)}$$

(2) - (1)

$$\alpha + \beta - \beta = \tan^{-1} \left(\frac{a+b}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b}{x} \right)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{a+b}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b}{x} \right)$$



T. G. Venkatesan

9444209677

XI Std - Trigonometry one/two Marks Book Back

1. $\frac{1}{\cos 80} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80} =$ 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3}$ 3) 2 4) 4.

Hint: $\frac{1}{\sin 10} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10}$

$\cos 80 = \cos (90 - 10) = \sin 10$

$\sin 80 = \sin (90 - 10) = \cos 10$

$= \frac{\cos 10 - \sqrt{3} \sin 10}{\sin 10 \cos 10} = 2 \left(\frac{\frac{1}{2} \cos 10 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10}{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 10 \cos 10} \right)$

$= 2 \left(\frac{\sin 30 \cos 10 + \cos 30 \sin 10}{\frac{1}{2} - \sin 20} \right)$

$= 4 \left(\frac{\sin (30 - 10)}{\sin 20} \right) = 4$

2. $\cos 28^\circ + \sin 28^\circ = K^3$ 1) $\frac{K^3}{\sqrt{2}}$ 2) $-\frac{K^3}{2}$ 3) $\pm \frac{K^3}{\sqrt{2}}$ 4) $-\frac{K^3}{\sqrt{3}}$

Hint: $\cos 17 = \cos (45 - 28)$

$= \cos 45 \cos 28 + \sin 45 \sin 28$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 28 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 28$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 28 + \sin 28) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot K^3$

3) $4 \sin^2 x + 3 \cos^2 x + \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ 1) $4 + \sqrt{2}$ 2) $3 + \sqrt{2}$ 3) 9 4) 4.

Hint: $4 \sin^2 x + 3 \cos^2 x + \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$

$= 3 \sin^2 x + 3 \cos^2 x + \sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$

$= 3 + \sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$

$= 3 + 1 + \sqrt{1+1}$

$= 4 + \sqrt{2}$

$-1 \leq \sin x \leq +1$
 $-1 \leq \cos x \leq 1$
 $-1 \leq \tan x \leq +\infty$
 $-1 \leq \sec x \leq 1$
 $-1 \leq \csc x \leq 1$

$(-1 \leq a \sin x + b \cos x \leq 1)$

4) $(1 + \cos \frac{\pi}{8})(1 + \cos \frac{3\pi}{8})(1 + \cos \frac{5\pi}{8})(1 + \cos \frac{7\pi}{8}) =$

1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Hint: $(1 + \cos \frac{\pi}{8})(1 - \cos \frac{\pi}{8})(1 + \cos \frac{3\pi}{8})(1 - \cos \frac{3\pi}{8})$

$= (1 - \cos^2 \frac{\pi}{8})(1 - \cos^2 \frac{3\pi}{8}) = \sin^2 \frac{\pi}{8} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{8}$

$= \sin^2 \frac{\pi}{8} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{1}{16} (1 - \cos \frac{\pi}{4})(1 - \cos \frac{3\pi}{4})$

$\cos \frac{7\pi}{8} = \cos (\pi - \frac{\pi}{8})$

$= -\cos \frac{\pi}{8}$

$\cos \frac{5\pi}{8} = \cos (\pi - \frac{3\pi}{8})$

$= -\cos \frac{3\pi}{8}$

5) : $\pi \leq 2\theta \leq \frac{3\pi}{2}$ $\therefore \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}}$ $\therefore \cos 2\theta = -\cos 2\theta$

1) $-2\sin\theta$ 2) $-2\cos\theta$ 3) $2\cos\theta$ 4) $2\sin\theta$

Hint:

$$\sqrt{2(1 + \cos 2\theta)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2\cos^2\theta}$$

$$= 2\cos\theta \Rightarrow -2\cos\theta$$

$$\therefore \pi \leq 2\theta \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\rightarrow \cos 2\theta = -\cos 2\theta$$

$$\therefore \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}} = \sqrt{2 - 2\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2(1 - \cos 2\theta)} = \sqrt{2 \cdot 2\sin^2\theta} = 2\sin\theta$$

6) : $\tan 40^\circ = \frac{\tan 140^\circ - \tan 130^\circ}{1 + \tan 140^\circ \tan 130^\circ}$

1) $\frac{1-\lambda^2}{\lambda}$

2) $\frac{1+\lambda}{\lambda}$

3) $\frac{1+\lambda^2}{2\lambda}$

4) $\frac{1-\lambda^2}{2\lambda}$

Hint: $\frac{\tan 140^\circ - \tan 130^\circ}{1 + \tan 140^\circ \tan 130^\circ} = \frac{\tan(180^\circ - 40^\circ) - \tan(90^\circ + 40^\circ)}{1 + \tan(180^\circ - 40^\circ) \tan(90^\circ + 40^\circ)}$

$$= \frac{-\tan 40^\circ + \cot 40^\circ}{1 + \tan 40^\circ \cot 40^\circ}$$

$$= \frac{-\lambda + \frac{1}{\lambda}}{1 + \lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} = \frac{\frac{-\lambda^2 + 1}{\lambda}}{2} = \frac{1 - \lambda^2}{2\lambda}$$

7) $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 179^\circ =$

1) 0

2) 1

3) -1

4) 89

Hint: $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 89^\circ + \cos 90^\circ + \cos(180^\circ - 89^\circ) + \cos(180^\circ - 88^\circ) + \dots + \cos(180^\circ - 1^\circ)$
 $= \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 89^\circ + \cos 90^\circ - \cos 89^\circ - \cos 88^\circ - \dots - \cos 1^\circ$
 $= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + \dots + 0$
 $= 0$

8) : $f_k(x) = \frac{1}{k} [\sin^k x + \cos^k x]$ where $x \in \mathbb{R}, k \geq 1$ $\therefore f_4(x) - f_6(x) =$

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{12}$

3) $\frac{1}{6}$

4) $\frac{1}{3}$

$$f_4(x) - f_6(x) = \frac{1}{4} [\sin^4 x + \cos^4 x] - \frac{1}{6} [\sin^6 x + \cos^6 x]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4} [(\sin^2 x)^2 + (\cos^2 x)^2] - \frac{1}{6} [(\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3] \\
 &= \frac{1}{4} [(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\cos^2 x \sin^2 x] - \frac{1}{6} [(\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)] \\
 &= \frac{1}{4} [1 - 2\sin^2 x \cos^2 x] - \frac{1}{6} [1 - 3\sin^2 x \cos^2 x] \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \sin^2 x \cos^2 x \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

9) which of the following is not True:

1) $\sin \theta = -3/4$ 2) $\cos \theta = -1$ 3) $\tan \theta = 25$ 4) $\sec \theta = \frac{1}{4}$ ✓

Hint: $\therefore -1 \leq \sin \theta \leq 1, -1 \leq \cos \theta \leq +1, -\infty < \tan \theta < \infty$
 $-\infty < \cot \theta < \infty, -1 \leq \sec \theta \leq 1, -1 \leq \csc \theta \leq 1$

$\sec \theta = \frac{1}{4}$ is not true.

10) $\cos 2\theta \cos 2\phi + \sin^2(\theta - \phi) - \sin^2(\theta + \phi)$ is equal to

1) $\sin 2(\theta + \phi)$ 2) $\cos 2(\theta + \phi)$ 3) $\sin 2(\theta - \phi)$ 4) $\cos 2(\theta - \phi)$

Hint: $\cos 2\theta \cos 2\phi + \sin^2(\theta - \phi) - \sin^2(\theta + \phi)$

$$\begin{aligned}
 &= \cos 2\theta \cos 2\phi + \sin(\theta - \phi + \theta + \phi) \sin(\theta - \phi - \theta - \phi) \\
 &= \cos 2\theta \cos 2\phi + \sin 2\theta \sin(-2\phi) \\
 &= \cos 2\theta \cos 2\phi - \sin 2\theta \sin 2\phi \\
 &= \cos(2\theta + 2\phi) = \cos 2(\theta + \phi)
 \end{aligned}$$

11) $\frac{\sin(A-B)}{\cos A \cos B} + \frac{\sin(B-C)}{\cos B \cos C} + \frac{\sin(C-A)}{\cos C \cos A}$ is

1) $\sin A + \sin B + \sin C$ 2) 1, 3) 0 ✓ 4) $\cos A + \cos B + \cos C$

Hint: $\frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\cos A \cos B} + \frac{\sin B \cos C - \cos B \sin C}{\cos B \cos C} + \frac{\sin C \cos A - \cos C \sin A}{\cos C \cos A}$

$$\begin{aligned}
 &= \tan A - \tan B + \tan B - \tan C + \tan C - \tan A \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

12) If $\cos p\theta + \cos q\theta = 0$, $p \neq q$ then θ is equal to (n is any integer)

1) $n(3n+1)$ 2) $\pi(2n+1)$ 3) $\frac{\pi(n+1)}{2}$ 4) $\frac{\pi(n+2)}{2}$

Hint: $\cos p\theta + \cos q\theta = 0$

$$2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \theta \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \theta \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{p+q}{2} \theta \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \theta \right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{p+q}{2} \theta \right) = 0 = \cos \pi/2$$

$$\frac{p+q}{2} \theta = (2n\pi \pm \frac{\pi}{2})$$

$$\theta = \frac{2(2n\pi \pm \frac{\pi}{2})}{p+q}$$

$$\theta = \frac{\pi(4n \pm 1)}{p \pm q}$$

$$\cos \left(\frac{p-q}{2} \theta \right) = 0 = \cos \pi/2$$

$$\frac{p-q}{2} \theta = \frac{2n\pi \pm \frac{\pi}{2}}{2}$$

$$\theta = \frac{2(2n\pi \pm \frac{\pi}{2})}{p-q}$$

13) If $\tan \alpha$ and $\tan \beta$ are the roots of $x^2 + ax + b = 0$ then $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$ is equal to 1) $\frac{b}{a}$ 2) a/b 3) $-a/b$ 4) $-b/a$.

Hint: SR: $\tan \alpha + \tan \beta = -a$

PR: $\tan \alpha \tan \beta = b$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta} = \frac{-a}{b} \quad \div \text{Nr and Dr by } \cos \alpha \cos \beta$$

14) In $\triangle ABC$ $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$: 1) equilateral $\triangle$ 2) isosceles $\triangle$ 3) right $\triangle$ 4) scalene $\triangle$

Hint: $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 = 0$$

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C$$

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 = 2 \cos A \cos B \cos C$$

$$0 = 2 \cos A \cos B \cos C$$

$$0 = \cos A \cos B \cos C \Rightarrow \cos A = 0$$

$$\Rightarrow A + B + C = \pi$$

$$\Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

These are all not

$$A = \pi - (B + C)$$

necessary

$$\cos A = \cos(\pi - (B + C)) = -\cos(B + C) = 0$$

only for verification.

$$\cos(B + C) = 0$$

$$\cos B \cos C - \sin B \sin C = 0$$

$$\sin B \sin C = \cos B \cos C$$

$$\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\cos C}{\sin C} \Rightarrow \tan B = \tan(\frac{\pi - C}{2})$$

15. $f(\theta) = |\sin \theta| + |\cos \theta|$, $\theta \in \mathbb{R}$ then $f(\theta)$ is in the interval

1. $[0, 2]$ 2) $[1, \sqrt{2}]$ 3) $[1, 2]$ 4) $[0, 1]$
 as per book answer.

16)
$$\frac{\cos 6x + 6 \cos 4x + 15 \cos 2x + 10}{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x}$$

- 1) $\cos 2x$ 2) $\cos x$ 3) $\cos 3x$ 4) $2 \cos x$

Hint:
$$\frac{\cos 6x + 6 \cos 4x + 15 \cos 2x + 10 \cos 0x}{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x}$$

$$= \frac{(\cos 6x + \cos 4x) + 5(\cos 4x + \cos 2x) + 10(\cos 2x + \cos 0x)}{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x}$$

$$= \frac{2 \cos 5x \cos x + 5(\cos 3x \cdot \cos 2x) + 10 \cos x \cdot \cos x}{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x}$$

$$= 2 \cos x \left(\frac{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x}{\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x} \right)$$

$$= 2 \cos x$$

17) The triangle of maximum area with constant perimeter 12 m

- 1) is an equilateral triangle with side 4m 2) is an isosceles triangle with sides 2m, 5m, 5m
 3) is a triangle with sides 3m, 4m, 5m 4) Does not exist.

Note Page - 142 TB For a fixed perimeter the equilateral triangle has maximum area with sides $a = b = c$.
 and also area is given by $\Delta = \frac{s^2}{3\sqrt{3}}$ sq. units.
 where $2s = a + b + c$.

18) A wheel is spinning at 2 radians/second. How many seconds will it take to make 10 complete rotations.

- 1) 10π seconds 2) 20π seconds 3) 5π seconds 4) 15π seconds.

2 radian for 1 sec.

$$20\pi \text{ radian for } \frac{1}{2} \times 20\pi = 10\pi \text{ seconds.}$$

Note! For 10 rounds $10 \times 2\pi = 20\pi$ radians.

19) If $\sin \alpha + \cos \alpha = b$ then $\sin 2\alpha$ is equal to

- 1) $b^2 - 1$ if $b \leq 2$ 2) $b^2 - 1$ if $b \geq \sqrt{2}$ 3) $b^2 - 1$ if $b \geq 1$ 4) $b^2 - 1$ if $b \geq \sqrt{2}$

20) ΔABC :

$$1) \sin A/2 \sin B/2 \sin C/2 > 0$$

$$2) \sin A \sin B \sin C > 0$$

- 1) Both (i) and (ii) are correct. 2) only (i) is correct 3) only (ii) is correct 4) Neither (i) nor (ii) is True.

Ans: Suppose any one of $\sin A, \sin B, \sin C = 0$ then $\angle A = 0$ we cannot construct such a Δ .

Trigonometric Eqs.

General Solution.

I 1. $\sin \theta = 0$

$$\theta = n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos \theta = 0$

$$\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

3) $\tan \theta = 0$

$$\theta = n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

II 1) $\sin \theta = \sin \alpha$

$$\theta = n\pi + (-1)^n \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos \theta = \cos \alpha$

$$\theta = 2n\pi \pm \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

3) $\tan \theta = \tan \alpha$

$$\theta = n\pi + \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

III 1) $\sin^2 \theta = \sin^2 \alpha$
 $\cos^2 \theta = \cos^2 \alpha$
 $\tan^2 \theta = \tan^2 \alpha$

$$\theta = n\pi + \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

IV The Equation $a \cos \theta + b \sin \theta = c$ is solvable for
 $|c| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$.

$$1. \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 2^2 x \cdot \cos 2^3 x \cdots \cos 2^{n-1} x = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$$

$$2. \sin x \sin \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \sin \left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{1}{4} \sin 3x$$

$$3. \cos x \cos \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{1}{4} \cos 3x$$

Values: $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \cos 72^\circ$, $\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4} = \cos 54^\circ$

$$\cos 18^\circ = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} = \sin 72^\circ, \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4} = \sin 54^\circ$$

$$-\sqrt{a^2+b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

(ee) The max. value of $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2+b^2}$ and min. value of

$$a \sin x + b \cos x = -\sqrt{a^2+b^2}, \quad 0 \leq \sin^2 x \leq 1, \quad 0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

குறிப்பு: இத்தகைய கேள்விகள் எல்லாம் தரவேண்டிய கேள்விகளாகும்.
 தயவுசெய்து பதிலளிப்பீர்கள்.
 94442096771