



Padalsalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padalsalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA
- Padalsalai's Channel - Group
<https://t.me/padasalaichannel>
- Lesson Plan - Group
<https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw>
- 12th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_12th
- 11th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_11th
- 10th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_10th
- 9th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_9th
- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_6to8
- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_1to5
- TET - Group
https://t.me/Padalsalai_TET
- PGTRB - Group
https://t.me/Padalsalai_PGTRB
- TNPSC - Group
https://t.me/Padalsalai_TNPSC

12 ஆம் வகுப்பு கணிதம் தொகுதி-II

ஒரு மதிப்பெண் வினா - தீர்வுகள்

அவகு 7 (பயிற்சி 7.10)

- 1) ஒரு கோளத்தின் கனஅளவு வினாடிக்கு 3π செ.மீ³ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது ஆக $\frac{1}{2}$ செ.மீ ஆக இருக்கும்போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்

- 1) 3 செ.மீ/வி 2) 2 செ.மீ/வி 3) 1 செ.மீ/வி 4) $\frac{1}{2}$ செ.மீ/வி

$$\text{கோளத்தின் கனஅளவு } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

தரவு ஸா.வகையில

$$\frac{dV}{dt} = 3\pi$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$3\pi = 4\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{dr}{dt}$$

$$3 = 4 \times \frac{1}{4} \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = 3$$

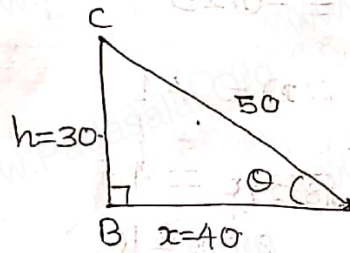
சு.காந்திகேயன்
திருவாரூர் (DT)

1) 3 செ.மீ/வி

- 2) ஒரு பம்புணாது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி 10 மீ/வி வீதத்தில் செல்கிறது பம்புன் செங்குத்தாய்வு இடத்திலிருந்து 40 மீ தொலைவில் இருவர் இதனை பார்த்துள்ளார். பம்புனின் ஏற்ற கோளத்தின் ஏற்படும் மாறுபாட்டு வீதம் பம்புன் தரையிலிருந்து 30 மீ உயரத்தில் காண்க.

- 1) $\frac{3}{25}$ ஏ.வி. 2) $\frac{4}{25}$ ஏ.வி. 3) $\frac{1}{5}$ ஏ.வி. 4) $\frac{1}{3}$ ஏ.வி.

சு.காந்திகேயன்
திருவாரூர் (DT)



$$\frac{dh}{dt} = 10 \text{ மீ/வி. } h=30$$

எனில் $\frac{d\theta}{dt}$ காணவேண்டும்

$$\tan \theta = \frac{30}{40}$$

$$\sec \theta = \frac{50}{40}$$

$$\sec^2 \theta = \frac{25}{16}$$

$$\tan \theta = \frac{op}{adj}$$

$$\tan \theta = \frac{h}{x}$$

$$h = x \tan \theta$$

தரவு ஸா.வகையில

$$\frac{dh}{dt} = x \sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$10 = 40 \frac{25}{16} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{4}{25} = \frac{d\theta}{dt}$$

2) $\frac{4}{25}$ ஏ.வி.

- 3) t என்ற காலத்தில் கிடைபட்டதாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t$. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஆய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்

- 1) $t=0$ 2) $t=\frac{1}{3}$ 3) $t=1$ 4) $t=3$

துகள் ஆய்வு நிலைக்கு வரும்போது $s'(t) = 0$

$$s(t) = 3t^2 - 2t - 8$$

$$s'(t) = 6t - 2$$

$$6t - 2 = 0$$

$$6t = 2$$

$$t = \frac{1}{3}$$

2) $t = \frac{1}{3}$

- 4) ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக கீழேவழங்கி விழப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த 2யரம் $x=80t-16t^2$ கல் அதிகபட்ச 2யரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t ஆனது,

- 1) 2 2) 2.5 3) 3 4) 3.5

$$x=80t-16t^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 80 - 32t$$

$$80 - 32t = 0$$

$$-32t = -80$$

$$t = \frac{80}{32}$$

அதிகபட்ச 2யரத்தில் திசைவேகம் $v=0$

$$2) 2.5$$

- 5) $6y = x^3 + 2$ என்க வளைவறையின் மையத்திலே y ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதம் x -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதத்தை வால் 8 மடங்கு கிடைக்கும்

- 1) (4, 11) 2) (4, -11) 3) (-4, 11) 4) (-4, -11)

$$6y = x^3 + 2$$

$$(4, 11) \text{ இரட்டியிட}$$

$$66 = 64 + 2$$

$$66 = 66$$

(4, 11) மட்டுமே வளைவறை மீதுள்ளது

மற்றவை திசையு செல்லாது

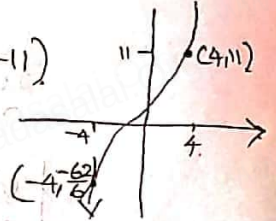
தலைவ

$$6y = x^3 + 2$$

$$26 \frac{dy}{dt} = 3x^2 \frac{dx}{dt}$$

$$2 \frac{dy}{dt} = x^2 \frac{dx}{dt}$$

$$x=4 \text{ எனில் } \frac{dy}{dx} = 8 \frac{dx}{dt}$$



$$1) (4, 11)$$

- 6) $f(x) = \sqrt{8-2x}$ என்க வளைவறையின் x ஆயத்தொலைவின் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் சாய்வு -0.25 இருக்கும்,

- 1) -8 2) -4 3) -2 4) 0

$$\text{சாய்வு} = \frac{dy}{dx} = -0.25$$

$$\frac{1}{\sqrt{8-2x}} = -\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{8-2x} = 4$$

$$8-2x=16$$

$$-2x=16-8$$

$$-2x=8$$

$$x = \frac{8}{-2}$$

$$x = -4$$

$$2) -4$$

- 7) $f(x) = 2 \cos 4x$ என்க

வளைவறைக்கு $x = \pi/12$ ல் செங்கோட்டின் சாய்வு

- 1) $-4\sqrt{3}$ 2) -4 3) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ 4) $4\sqrt{3}$

$$f'(x) = 2(-\sin 4x)4$$

$$x = \frac{\pi}{12} \text{ ல் சாய்வு} = -8 \sin 4 \times \frac{\pi}{12}$$

$$\text{தொடுகோட்டின் சாய்வு} = -4\sqrt{3} = -8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{செங்கோட்டின் சாய்வு} = \frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$3) \frac{\sqrt{3}}{12}$$

- 8) $y^2 - xy + 9 = 0$ என்க வளைவறையின் தொடுகோட்டு எங்கு திசைகுத்தாக இருக்கும்?

- 1) $y=0$ 2) $y=\pm\sqrt{3}$ 3) $y=\frac{1}{2}$ 4) $y=\pm 3$

$$y^2 - xy + 9 = 0 \text{ --- (1)}$$

xx ஸபா-வகையில

$$2y \frac{dy}{dx} - x \frac{dy}{dx} - y(1) = 0$$

$$\frac{dy}{dx} (2y - x) = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2y - x}$$

$$4) y = \pm 3$$

சொந்தத்து

தொடுகோடு எனில்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{0} \Rightarrow \frac{y}{2y - x} = \frac{1}{0}$$

$$(1) \Rightarrow y^2 - 2y^2 = -9$$

$$2y - x = 0$$

$$-y^2 = -9 \quad (y = \pm 3)$$

$$x = 2y$$

9) ஆகியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ க்குள்ளுள்ள வளைவற்றை காண்க
இடைப்பட்ட கோணம்

1) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

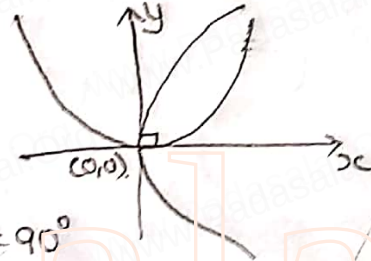
2) $\tan^{-1}(\frac{4}{3})$

3) $\frac{\pi}{2}$

4) $\frac{\pi}{4}$

ஆகியில் $y^2 = x$ க்கு தொடுகோடு
 y அச்சு

$x^2 = y$ க்கு தொடுகோடு
 x அச்சு



ஆகியில் இடைப்பட்ட கோணம் $= 90^\circ$
 $= \frac{\pi}{2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x - \frac{1}{x})$ -ன் மதிப்பு

1) 0

2) 1

3) 2

4) ∞

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x \sin x} \quad (= \frac{0}{0} \text{ வடிவம்})$$

ஒருபுறம் ஹாஸிதஸ்

விதினா பயன்படுத்த

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-\sin x) + \cos x - 0}{x \cos x + \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-\sin x) - \sin x}{x(-\sin x) + \cos x + \cos x}$$

$$= \frac{0}{0+1} = 0$$

$$1) 0$$

புத்தகவிதாபரணம்

11) $\sin^4 x + \cos^4 x$ க்குள்ளுள்ள எல்லா இடைவெளி

1) $[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}]$

2) $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}]$

3) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

4) $[0, \frac{\pi}{4}]$

④

$$f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$$

$$f'(x) = 4\sin^3 x \cos x + 4\cos^3 x (-\sin x)$$

$$= 4\sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$= 2\sin 2x (-\cos 2x)$$

$$f'(x) = -\sin 4x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -\sin 4x = 0$$

$$\sin 4x = 0$$

$$4x = n\pi$$

$$x = \frac{n\pi}{4}$$

இதிலும் ஐ குறும்
என மாற்றுகைன்க.

$$x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \dots$$

$$[0, \frac{\pi}{4}], [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}], \dots$$

$$[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \text{ ல் } x = \frac{\pi}{3} \text{ என பிரதிபலி}$$

$$f'(x) = -\sin \frac{4\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} > 0$$

$$f'(x) > 0$$

$$[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \text{ ல் குறும் காண்பு } \boxed{3) [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]}$$

- 12) $x^3 - 3x^2$, $x \in [0, 3]$ என்ற கார்பிற்கு ஏராளன் தேற்றத்தை
பின்பற்றி எவையும் எண். 1) 1 2) 2 3) $\frac{3}{2}$ 4) $\frac{15}{2}$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

$$x = 2 \in (0, 3) \text{ எனப்பது பின்பற்றி எவையும்}$$

$$\boxed{4) 2}$$

- 13) $\frac{1}{x}$, $x \in [1, 9]$ என்ற கார்பிற்கு ஏராளன் தேற்றத்தை
பின்பற்றி எவையும் எண்.

1) 2 2) 2.5 3) 3 4) 3.5

$$f'(x) = \frac{f(9) - f(1)}{9 - 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{9} - 1}{8} = \frac{-\frac{8}{9}}{8} = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{8}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x = 3 \in (1, 9)$$

$$x = 3$$

$$\boxed{3) 3}$$

- 14) $|3-x|+9$ என்ற கார்பிற்கு ஏராளன் தேற்றத்தை
பின்பற்றி எவையும் எண்.

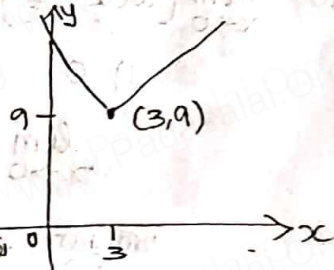
1) 0 2) 3 3) 6 4) 9

$$f(x) = \begin{cases} -(3-x)+9 & x < 3 \text{ எனில்} \\ 3-x+9 & x > 3 \text{ எனில்} \\ 9 & x = 3 \text{ எனில்} \end{cases}$$

$$\boxed{4) 9}$$

$$x = 3 \text{ ல் } f'(x) \text{ வகையற்றது என்பதில்லை}$$

ஆனால் $x = 3$ ஐ கவனத்தில் கொண்டு $f'(x)$ க்கு -1 க்கு 0
+ ஆக மாறுகிறது எனவே $x = 3$ இல் குறைந்தது $f(3) = 9$



- 15) $y = e^x \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ என்ற வகையற்றவின் நிபந்தனை காண்பு
என்கு எவையும்?

1) $x = \frac{\pi}{4}$ 2) $x = \frac{\pi}{2}$ 3) $x = \pi$ 4) $x = \frac{3\pi}{2}$

$$\boxed{2) x = \frac{\pi}{2}}$$

$$f(x) = e^x \sin x$$

$$f'(x) = e^x \cos x + e^x \sin x$$

$$\text{காண்பு} = f'(x) = e^x (\sin x + \cos x)$$

$$\text{நிபந்தனை காண்பு காண}$$

$$f''(x) = e^x (\cos x - \sin x) + (\sin x + \cos x) e^x$$

$$f''(x) = e^x (\cos x - \sin x + \sin x + \cos x) = e^x 2\cos x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$f'''(x) = e^x (2\sin x) + 2\cos x e^x$$

20) $y = (x-1)^3$ என்ற வளைவறையின் வளைவு மாற்றப்புள்ளி

- 1) (0,0) 2) (0,1) 3) (1,0) 4) (1,1)

$$y' = 3(x-1)^2$$

$$y'' = 6(x-1)$$

$$y'' = 0 \Rightarrow 6(x-1) = 0$$

$$\boxed{x=1}$$

$x=1$ ன் குன், பின் $y''(x)$ ன் குன் மாறுகிறது

$x=1$ ல் வளைவு மாற்றப்புள்ளி உள்ளது

$$y = (1-1)^3 = 0$$

$$\boxed{3) 1,0}$$

அலகு-8 (பயிற்சி 8.8)

1) ஒரு வட்டவடிவ வார்ப்பின் ஆரம் 10 ச.மீ. ஆரத்தின் அளவில் தோராயமாக 0.02 ச.மீ விதழ் உள்ளது எனில் அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப்பிதழைய கண்க.

- 1) 0.2% 2) 0.4% 3) 0.04% 4) 0.08%

$$r = 10 \text{ ச.மீ}$$

$$dr = 0.02 \text{ ச.மீ}$$

$$A = \pi r^2$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\text{சதவீதவிதழ்} = \frac{dA}{A} \times 100$$

$$= \frac{2\pi r dr}{\pi r^2} \times 100$$

$$= \frac{2(0.02)}{10} \times 100$$

$$= 0.4\%$$

$$\boxed{2) 0.4\%}$$

6. கார்த்திகேயன் - மண்ணார்துடி

2) 3) ன் ஒத்தம் படிசூல சதவீதப்பிதழ் தோராயமாக 3) ன் சதவீதப்பிதழையப் போல அத்தனை மடங்காகும்.

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) 5 4) 31

ஒரு எண்ணின் n ஆம் படிசூலம் காணும் போது ஏற்படும் சதவீத விதழ் $= \frac{1}{n}$ (அந்த எண்ணின் சதவீதப்பிதழ்)

$$\boxed{2) \frac{1}{5}}$$

$$n=5 \Rightarrow \frac{1}{5} \text{ மடங்கு}$$

3) $u(x,y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ ன் மதிப்பு

- 1) $e^{x^2+y^2}$ 2) $2xu$ 3) x^2u 4) y^2u

$$u = e^{x^2+y^2} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = e^{x^2+y^2} (2x+0)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u(2x) = 2xu$$

$$\boxed{2) 2xu}$$

4) $v(x,y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ ன் மதிப்பு

- 1) $e^x + e^y$ 2) $\frac{1}{e^x + e^y}$ 3) 2 4) 1

$$v = \log(e^x + e^y)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{e^x + e^y} \cdot e^x \quad \left| \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{e^y}{e^x + e^y} \right.$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{e^x + e^y}{e^x + e^y} = 1$$

$$\boxed{4) 1}$$

5) $w(x,y) = x^y$, $x > 0$ எனில் $\frac{\partial w}{\partial x}$ ன் மதிப்பு

- 1) $x^y \log x$ 2) $y \log x$ 3) $y x^{y-1}$ 4) $x \log y$

$$w = x^y$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = y x^{y-1} \text{ (இங்கு மாற்றி)}$$

$$\boxed{3) y x^{y-1}}$$

6) $f(x, y) = e^{xy}$, எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ன் மதிப்பு

- 1) $xy e^{xy}$ 2) $(1+xy) e^{xy}$ 3) $(1+y) e^{xy}$ 4) $(1+x) e^{xy}$

$$f = e^{xy}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = e^{xy} (x)$$

$$\boxed{2) (1+xy) e^{xy}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = e^{xy} (1) + x e^{xy} (y) = e^{xy} (1+xy)$$

7) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செ.மீ மற்றும் அதன் வினாடி 0.1 செ.மீ எனில் கன அளவு கணக்கிடும் ஒத்தும் வினாடி

- 1) 0.4 கன செ.மீ 2) 0.45 கன செ.மீ 3) 2 கன செ.மீ 4) 4.8 கன செ.மீ

பக்கம் $a = 4$ செ.மீ
வினாடி $da = 0.1$

கன சதுரத்தின் கன அளவு $V = a^3$

$$\frac{dV}{da} = 3a^2$$

$$\boxed{4) 4.8 \text{ கன செ.மீ}}$$

$$dV = 3a^2 da$$

$$= 3(4)^2 (0.1) = 48 \times 0.1 = 4.8$$

8) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு x_0 லிருந்து $x_0 + dx$ ஆக மாறும் போது அதன் அளவு மாற்றம் $S = 6x^2$ இன் ஒத்தும் மாற்றம்

- 1) $12x_0 + dx$ 2) $12x_0 dx$ 3) $6x_0 dx$ 4) $6x_0 + dx$

$$S = 6x^2$$

$$\frac{dS}{dx} = 12x$$

$$dx = (x_0 + dx) - x_0$$

$$dx = dx$$

$$\boxed{2) 12x_0 dx}$$

$$dS = 12x dx$$

அளவு மாற்றம் $dS = 12x_0 dx$

9) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும் போது அதன் கன அளவில் ஒத்தும் மாற்றம்

- 1) $0.3x dx$ மீ³ 2) $0.03x$ மீ³ 3) $0.03x^2$ மீ³ 4) $0.03x^3$ மீ³

கன சதுரத்தின் கன அளவு $V = x^3$

$$\frac{dV}{dx} = 3x^2$$

$$dx = 1\% = \frac{1}{100}$$

$$dx = 0.01$$

$$\boxed{3) 0.03x^2 \text{ மீ}^3}$$

$$dV = 3x^2 dx$$

$$dV = 3x^2 (0.01)$$

$$dV = 0.03x^2 \text{ மீ}^3$$

10) $g(x, y) = 3x^2 - 5y + 2y^2$, $x(t) = e^t$ மற்றும் $y(t) = \cos t$, எனில் $\frac{dg}{dt}$ ன் மதிப்பு.

- 1) $6e^{2t} + 5\sin t - 4\cos t \sin t$ 2) $6e^{2t} - 5\sin t + 4\cos t \sin t$
3) $3e^{2t} + 5\sin t + 4\cos t \sin t$ 4) $3e^{2t} - 5\sin t + 4\cos t \sin t$

$$g = 3x^2 - 5y + 2y^2$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 6x$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = -5 + 4y$$

⑧

$$x = et$$

$$y = \cos t$$

$$\frac{dx}{dt} = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} = -\sin t$$

$$(1) 6e^{2t} + 5\sin t - 4\cos t \sin t$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} \\ &= 6x(e^t) + (-5+4y)(-\sin t) \\ &= 6e^t e^t + (-5+4\cos t)(-\sin t) \\ \frac{dy}{dt} &= 6e^{2t} + 5\sin t - 4\cos t \sin t \end{aligned}$$

11) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, எனில் அதன் வகையீடு

$$1) \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

$$2) \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

$$3) \frac{1}{x+1} dx$$

$$4) \frac{1}{x+1} dx$$

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{(x+1)1 - x(1)}{(x+1)^2}$$

$$df = \frac{dx}{(x+1)^2}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2}$$

$$2) \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

12) $u(x,y) = x^2 + 3xy + y - 2019$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(4,-5)}$ -ன் மதிப்பு

$$1) -4$$

$$2) -3$$

$$3) -7$$

$$4) 13$$

$$u = x^2 + 3xy + y - 2019$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x + 3y$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(4,-5)} = 2(4) + 3(-5) = 8 - 15 = -7$$

$$3) -7$$

13) $g(x) = \cos x$ -ன் தளையின் தொகுப்பு $x = \pi/2$ இல்

$$1) x = \pi/2$$

$$2) -x + \pi/2$$

$$3) x - \pi/2$$

$$4) -x - \pi/2$$

$$g(x) = \cos x$$

$$g(\pi/2) = \cos \pi/2 = 0$$

$$g'(x) = -\sin x$$

$$g'(\pi/2) = -\sin \pi/2 = -1$$

$$L(x) = g(x_0) + g'(x_0)(x - x_0)$$

$$= 0 + (-1)(x - \pi/2)$$

$$L(x) = -x + \pi/2$$

$$2) -x + \pi/2$$

14) $w(x,y,z) = x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ -ன் மதிப்பு

$$1) xy + yz + zx \quad 2) x(y+z) \quad 3) y(z+x) \quad 4) 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 2x(y-z) + y^2(0-1) + z^2(1-0)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 2x(y-z) + z^2 - y^2$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 2y(z-x) + x^2 - z^2$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 2z(x-y) + y^2 - x^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 2 \left[\cancel{xy} - \cancel{xz} + \cancel{yz} - \cancel{xy} + \cancel{zx} - \cancel{yz} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$4) 0$$

15) $f(x,y,z) = xy + yz + zx$, எனில் $f_x - f_z$ -ன் மதிப்பு

$$1) z - x$$

$$2) y - z$$

$$3) x - z$$

$$4) y - x$$

$$f_x = y + z \quad f_z = y + x$$

$$f_x - f_z = y + z - y - x = z - x$$

$$1) z - x$$

அலகு-9 (பயிற்சி-9.10)

- 1) $\int_0^{2/3} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) π

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2/3} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}} \\ &= \frac{1}{3} \left[\sin^{-1} \frac{3x}{2} \right]_0^{2/3} \\ &= \frac{1}{3} \left[\sin^{-1} \frac{3 \cdot \frac{2}{3}}{2} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\sin^{-1} 1 \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{\pi}{2} \right] \\ &= \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

- 2) $\int_{-1}^2 |x| dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $\frac{5}{2}$ 4) $\frac{7}{2}$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 |x| dx &= \int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^2 x dx \\ &= -\left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 \\ &= -\left[0 - \frac{(-1)^2}{2} \right] + \left[\frac{4}{2} - 0 \right] \\ &= \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

- 3) சூழ்நிலை $n \in \mathbb{Z}$ க்கும் $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x} (\cos^3(2n+1)x) dx$ இன் மதிப்பு

- 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) π 3) 0 4) 2

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{\cos^2 x} \cos^3(2n+1)x \\ f(2\pi-x) &= f(\pi-x) = e^{\cos^2(\pi-x)} (\cos^3(2n+1)(\pi-x)) \\ &= e^{\cos^2 x} (-\cos(2n+1)x)^3 \\ &= -e^{\cos^2 x} \cos^3(2n+1)x = -f(x) \\ f(2\pi-x) &= -f(x) \end{aligned}$$

மூலக்கூறு: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$

- 4) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$ இன் மதிப்பு

- 1) $\frac{3}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) 0 4) $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx \\ &= 2 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx \\ &= 2 \int_0^{\pi/2} (1 - \cos^2 x) \cos x dx \\ &= 2 \left[\sin x \right]_0^{\pi/2} - 2 \left[\frac{\sin^3 x}{3} \right]_0^{\pi/2} \\ &= 2 \left[1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

குறைய II

$\sin x = t$ எனில்

$\cos x = \frac{dt}{dx}$

$\cos x dx = dt$

$x = -\pi/2$ எனில் $t = -1$

$x = \pi/2$ எனில் $t = 1$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^1 t^2 dt = \left[\frac{t^3}{3} \right]_{-1}^1 \\ &= \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

5) $\int_{-4}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) \right] dx$ இன் மதிப்பு.

- 1) π 2) 2π 3) 3π 4) 4π

4) 4π

$\tan^{-1} x = \cot^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$ என்பதைப் பயன்படுத்தி

$$\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) = \tan^{-1} \frac{x^2}{x^4+1} + \cot^{-1} \frac{x^2}{x^4+1} = \frac{\pi}{2}$$

$$I = \int_{-4}^4 \frac{\pi}{2} dx = \frac{\pi}{2} [x]_{-4}^4 = \frac{\pi}{2} [4+4] = \frac{8\pi}{2} = 4\pi$$

6) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\frac{2x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} \right) dx$ இன் மதிப்பு

- 1) 4 2) 3 3) 2 4) 0

3) 2

$\frac{2x^7}{\cos^2 x}, \frac{-3x^5}{\cos^2 x}, \frac{7x^3}{\cos^2 x}, \frac{-x}{\cos^2 x}$ ஆகியன வற்றைப் காண்க

$\therefore$ அதன் மதிப்பைக் $= 0 \therefore \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 x} dx = 2 \int_0^{\pi/4} \sec^2 x dx$

$\frac{1}{\cos^2 x}$ இரண்டாம் $\Rightarrow \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sec^2 x dx = 2 [\tan x]_0^{\pi/4} = 2(1-0) = 2$

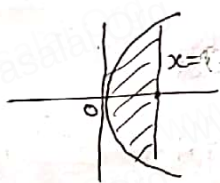
7) $f(x) = \int_0^x t \cos t dt$, எனில் $\frac{df}{dx} =$

- 1) $\cos x - x \sin x$ 2) $\sin x + x \cos x$ 3) $x \cos x$ 4) $x \sin x$

விதிபடி எழுதினால் $\frac{d}{dx} \left(\int_0^x f(t) dt \right) = f(x)$
 $= x \cos x$ 3) $x \cos x$

$\left[\frac{d}{dx} \int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(x,t) dt = \int_{\phi(x)}^{\psi(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(x,t) dt + \frac{d}{dx} (\psi(x)f(x,\psi(x)) - \phi(x)f(x,\phi(x))) \right]$

8) $y^2 = 4x$ எனில் பரவளைவத்திற்கும் அதன் எகவிரகஸத்திற்கும் இடையேயுள்ள பரப்பளவு 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{4}{3}$ 3) $\frac{8}{3}$ 4) $\frac{5}{3}$



பரப்பு $= 2 \int_0^1 y dx = 2 \int_0^1 2\sqrt{x} dx = 4 \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 = \frac{8}{3} [1-0] = \frac{8}{3}$

3) $\frac{8}{3}$ மத்தக்கவிலை தருகிறது

9) $\int_0^1 x(1-x)^{99} dx$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{1}{11000}$

2) $\frac{1}{10100}$

3) $\frac{1}{10010}$

4) $\frac{1}{10001}$

$I = \int_0^1 x(1-x)^{99} dx$

$f(x) = x(1-x)^{99}$

$f(1-x) = (1-x)x^{99} = x^{99} - x^{100}$

$I = \int_0^1 (x^{99} - x^{100}) dx$

$= \left(\frac{x^{100}}{100} - \frac{x^{101}}{101} \right)_0^1$ 2) $\frac{1}{10100}$

$= \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) - 0 = \frac{10100}{10100} = \frac{1}{10100}$

10) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1+5\cos x}$ இன் மதிப்பு.

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) π 3) $\frac{3\pi}{2}$ 4) 2π

$$f(x) = \frac{1}{1+5\cos x}$$

$$f(\pi-x) = \frac{1}{1+5\cos(\pi-x)} = \frac{1}{1+5\cos x}$$

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx = \frac{1}{1+\frac{1}{5\cos x}} = \frac{5\cos x}{5\cos x + 1} = \frac{5\cos x}{1+5\cos x}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{5\cos x}{1+5\cos x} dx \quad \text{--- (e)}$$

$$I + I = \int_0^{\pi} \left(\frac{1+5\cos x}{1+5\cos x} \right) dx$$

$$2I = [x]_0^{\pi} = \pi - 0 \quad I = \frac{\pi}{2}$$

11) If $\frac{n+2}{n} = 90$ இன் மதிப்பு.

1) 10 2) 5 3) 8 4) 9

$$n = (n-1)!$$

$$\frac{n+2}{n} = 90$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 90$$

$$\frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = 90$$

$$n(n+1) = 9(10) \quad [n=9]$$

12) $\int_0^{\pi/6} \cos^3 3x dx$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{3}$

$$3x = t \quad \text{எனில்}$$

$$x = \frac{t}{3} \quad x=0 \quad t=0$$

$$dx = \frac{dt}{3} \quad x=\pi/6 \quad t=\pi/2$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \cos^3 t \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^{\pi/2} \cos^3 t dt$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

13) $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{3\pi}{10}$ 2) $\frac{3\pi}{8}$ 3) $\frac{3\pi}{4}$ 4) $\frac{3\pi}{2}$

$$f(x) = \sin^4 x$$

$$f(2a-x) = f(\pi-x) = (\sin(\pi-x))^4 = \sin^4 x = f(x)$$

$$2a = \pi$$

$$a = \pi/2$$

$$f(2a-x) = f(x) \Rightarrow \int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

$$I = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^4 x dx$$

$$= 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{3\pi}{8}$$

14) $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{7}{27}$ 2) $\frac{5}{27}$ 3) $\frac{4}{27}$ 4) $\frac{2}{27}$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$n=2 \quad a=3$$

$$I = \frac{2!}{3^{2+1}} = \frac{2}{3^3} = \frac{2}{27}$$

$$4) \frac{2}{27}$$

15) $\int_0^a \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{\pi}{8}$ எனில் a இன் மதிப்பு

1) 4 2) 1 3) 3 4) 2

4) 2

$$\int_0^a \frac{1}{2^2+x^2} dx = \frac{\pi}{8}$$

$$\left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{2} \right]_0^a = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \frac{a}{2} - 0 \right] = \frac{\pi}{8}$$

$$\tan^{-1} \frac{a}{2} = \frac{2\pi}{84}$$

$$\frac{a}{2} = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{a}{2} = 1$$

$$\boxed{a=2}$$

16). $y^2 = x(a-x)$ எனில் வளைவறையில் அடையும் அளவிற்கு கீழ்க் பரப்பை x அச்சை ஒட்டி சுழற்றி எழுவதால் உருவாகும் திட்டுவளையின் கனஅளவு

1) πa^3 2) $\frac{\pi a^3}{4}$ 3) $\frac{\pi a^3}{6}$ 4) $\frac{\pi a^3}{6}$

வழி 1

$$y^2 = ax - x^2$$

$$x^2 + y^2 = ax$$

$$x^2 - ax + y^2 = 0$$

$$x^2 - ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\boxed{r = \frac{a}{2}}$$

இது ஒரு வட்டம் எழுவதால்

கிடைப்பது கோளம். கனஅளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$$

வழி 2

$$\text{கனஅளவு} = \int_0^a \pi y^2 dx$$

$$= \pi \int_0^a (ax - x^2) dx$$

$$= \pi \left[\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^a = \pi \left[\frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3} \right]$$

$$= \pi a^3 \left[\frac{3-2}{6} \right] = \frac{\pi a^3}{6}$$

4) $\frac{\pi a^3}{6}$

17) If $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du$, $x > 1$ எனில் $\int_1^3 \frac{e^{\sin x}}{x} dx = \frac{1}{2} [f(a) - f(b)]$

எனில் a எழுவதற்கு b மதிப்பு

1) 3 2) 6 3) 9 4) 15

தீர்மானம் எழுதப்படுக.

3) 9

$$f'(x) = \int_1^x \frac{d}{dx} \left(\frac{e^{\sin u}}{u} \right) du + \frac{d}{dx} (x) \frac{e^{\sin x}}{x} - \frac{d}{dx} (1) \frac{e^{\sin 1}}{1}$$

$$= 0 + \frac{e^{\sin x}}{x} - 0$$

$$f'(x) = \frac{e^{\sin x}}{x}$$

$$I = \int_1^3 \frac{e^{\sin x}}{x} dx$$

$$x^2 = t \text{ எனில்}$$

$$2x dx = dt$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{1}{2} \frac{dt}{t}$$

$$I = \int_1^9 \frac{1}{2} \frac{e^{\sin t}}{t} dt$$

$$= \frac{1}{2} [F(t)]_1^9$$

$$\boxed{a=9}$$

$$\frac{1}{2} [F(a) - F(b)] = \frac{1}{2} [F(9) - F(1)]$$

18) $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{\pi^2}{4} - 1$ 2) $\frac{\pi^2}{4} + 2$ 3) $\frac{\pi^2}{4} + 1$ 4) $\frac{\pi^2}{4} - 2$

$$I = \int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$$

$$\sin^{-1} x = t \text{ எனில் } x = \sin t$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = dt$$

$$x=0 \quad t=0$$

$$x=1 \quad t=\sin^{-1}(1)=\frac{\pi}{2}$$

$$dx = \sqrt{1-x^2} dt$$

$$dx = \sqrt{1-\sin^2 t} dt$$

$$dx = \cos t dt$$

$$\boxed{\begin{matrix} x & 0 & 1 \\ t & 0 & \pi/2 \end{matrix}}$$

(13)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{t^2 \cos t}{u} dv$$

$$\begin{aligned} u &= t^2 & dv &= \cos t dt \\ u' &= 2t & v &= \sin t \\ u'' &= 2 & v_1 &= -\cos t \\ & & v_2 &= -\sin t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left[uv - u'v_1 + u''v_2 - \dots \right]_0^{\pi/2} = \left[t^2 \sin t + 2t \cos t - 2 \sin t \right]_0^{\pi/2} \\ &= \left[\left(\frac{\pi^2}{4} \sin \frac{\pi}{2} + 2 \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{2} \right) - (0 + 0 - 0) \right] \\ &= \frac{\pi^2}{4} - 2 \end{aligned}$$

$$4) \frac{\pi^2}{4} - 2$$

19) $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^3 dx$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{\pi a^3}{16}$ 2) $\frac{3\pi a^4}{16}$ 3) $\frac{3\pi a^2}{8}$ 4) $\frac{3\pi a^4}{8}$

$x = a \sin \theta$ என்க
 $dx = a \cos \theta d\theta$

$\frac{x}{a} = \sin \theta$

$x=0 \Rightarrow \theta=0$
 $x=a \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(1) = \pi/2$

$$I = \int_0^{\pi/2} (\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \theta})^3 a \cos \theta d\theta$$

x	0	a
θ	0	$\pi/2$

$$2) \frac{3\pi a^4}{16}$$

$$= \int_0^{\pi/2} a^3 (\cos^2 \theta)^3 a \cos \theta d\theta$$

$$= a^4 \int_0^{\pi/2} \cos^7 \theta d\theta = a^4 \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi a^4}{16}$$

20) $\int_0^x f(t) dt = x + \int_x^1 t f(t) dt$ எனில் $f(1)$ இன் மதிப்பு

1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) 1 4) $\frac{3}{4}$

வீ-பின்னர் தேர்வுப்படி

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^x f(t) dt \right) = \frac{d}{dx} \left(x + \int_x^1 t f(t) dt \right)$$

(20) ① $\frac{1}{2}$

$$f(x) = 1 + (0 - x f(x))$$

$$f(x) = 1 - x f(x)$$

$$f(x) + x f(x) = 1$$

$$f(x) (1+x) = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{1+x}$$

$$f(1) = \frac{1}{1+1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

சவகு (10) பயிற்சி 10.9

6. கார்த்திகேயன்
திருவாரூர் (DT)

1) $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைகளுக்கு சமன்பாட்டின் வரிசை
மற்றும் டி. குறையு 1) 2,3 2) 3,3 3) 2,6 4) 2,4

$$\frac{d^2y}{dx^2} + x^{1/4} = -\left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3}$$

வகைகளைக் கண்டு (பெயர்ச்சி)
எனவே சமன்பாடு வடிவில் உள்ளது

வரிசை = 2

டி. = 3

$$1) 2,3$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} + x^{1/4}\right)^3 = -\frac{dy}{dx}$$

- 2) $y = A \cos(x+B)$, இங்கு A, B என்பன எந்தெந்த மாறிலிகள் எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரை குடும்பத்தின் வரைக்கொடு சமன்பாடு

1) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ 2) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ 3) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ 4) $\frac{d^2x}{dy^2} = 0$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

$y = A \cos(x+B)$
x ஐ ஸா. வகையில்

$\frac{dy}{dx} = -A \sin(x+B)$

மீண்டும் x. ஐ ஸாவகையில்

$\frac{d^2y}{dx^2} = -A \cos(x+B)$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$

$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

- 3) $\sqrt{\sin x} (dx+dy) + \sqrt{\cos x} (dx-dy)$ எனும் வரைகொடு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி 1) 1,2 2) 2,2 3) 1,1 4) 2,1

$\sqrt{\sin x} dx + \sqrt{\sin x} dy = \sqrt{\cos x} dx - \sqrt{\cos x} dy$

3) 1,1

$\sqrt{\sin x} dx - \sqrt{\cos x} dx = -\sqrt{\cos x} dy$

$\sqrt{\sin x} dy + \sqrt{\cos x} dy = \sqrt{\cos x} dx - \sqrt{\sin x} dx$

$dy(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}) = dx(\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x})$

வரிசை = 1

படி = 1

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}}$

- 4) மையம் (h,k) மற்றும் ஆரம் a கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வரைகொடு சமன்பாட்டின் வரிசை 1) 2 2) 3 3) 4 4) 1

(h,k) ஐ மையம் எனவும் a என்ற ஆரமுடைய வட்டத்தின்

சமன்பாடு

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$ — ①

x ஐ ஸா. வகையில்

$2(x-h) + 2(y-k)y' = 0$ — ②

மீண்டும் x ஐ ஸா. வகையில்

$2(1) + 2y'(y') + 2(y-k)y'' = 0$

$2 \div$

$1 + y'^2 + (y-k)y'' = 0$

$(y-k)y'' = -(1+y'^2)$ — ③

①, ②, ③ இவற்றில் a க்கிடும் வரும்

- 5) $y = Ae^x + Be^{-x}$ இங்கு A, B என்பன எந்தெந்த மாறிலிகள் எனும் வளைவரை தொகுதியின் வரைக்கொடு சமன்பாடு

1) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ 2) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ 3) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ 4) $\frac{dy}{dx} - y = 0$

$y = Ae^x + Be^{-x}$

x ஐ ஸாவகத்துக்கு இடுகின்ற வகையில்

$\frac{dy}{dx} = Ae^x + Be^{-x} (1)$

$\frac{d^2y}{dx^2} = Ae^x + Be^{-x}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = y$

$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$

(15)

ஸரது

6) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைகளைக் கவனிப்பாட்சின் தீர்வு

- 1) $xy = k$ 2) $y = k \log x$ 3) $y = kx$ 4) $\log y = kx$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\log y = \log x + \log k$$

$$\log y = \log kx$$

$$y = kx$$

$$\boxed{3) y = kx}$$

7) $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைகளைக் கவனிப்பாட்சின் தீர்வு

கூப்பிடுவது

- 1) உதாரணமாக 2) வட்டம்கள் 3) பரவளையம் 4) நீள்வட்டம்

$$2x \frac{dy}{dx} = y + 3$$

$$2 \frac{dy}{y+3} = \frac{dx}{x}$$

$$\text{இதனைக் கவனி} \quad 2 \int \frac{dy}{y+3} = \int \frac{dx}{x}$$

3) பரவளையம்

$$2 \log(y+3) = \log x + \log C$$

$$\log(y+3)^2 = \log Cx$$

$$(y+3)^2 = Cx$$

இது ஒரு பரவளையம்

8) $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$

$$1) y = Ce^{\int p dx}$$

$$2) y = Ce^{-\int p dx}$$

$$3) x = Ce^{\int p dy}$$

$$4) x = C$$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$$

இது y ஸ் ஓரீயது $q=0$

$$IF = e^{\int p dx}$$

$$\text{தீர்வு } y(IF) = \int q(IF) dx + C$$

$$y e^{\int p dx} = C$$

$$y = C e^{-\int p dx}$$

$$\boxed{2) y = C e^{-\int p dx}}$$

9) $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ எனும் வகைகளைக் கவனிப்பாட்சின் தீர்வுகளைக் காண்க

$$1) \frac{x}{e^x}$$

$$2) \frac{e^x}{x}$$

$$3) \lambda e^x$$

$$4) e^x$$

$$\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} + y - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$$

$$p = 1 - \frac{1}{x}$$

$$IF = e^{\int p dx} = e^{\int (1 - \frac{1}{x}) dx}$$

$$= e^{x - \log x}$$

$$= \frac{e^x}{e^{\log x}} = \frac{e^x}{x}$$

$$= \frac{e^x}{x}$$

$$\boxed{2) \frac{e^x}{x}}$$

10) $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$ எனும் வகைகளைக் கவனிப்பாட்சின் தீர்வுகளைக் காண்க. x க்கு $p(x)$ என்க

$$1) x$$

$$2) \frac{x^2}{2}$$

$$3) \frac{1}{x}$$

$$4) \frac{1}{x^2}$$

(16)

$$IF = e^{\int p dx} = x$$

log எடுக்க

$$\int p dx = \log x$$

x ஐ மீட்டி வகைக்க $p(x) = \frac{1}{x}$

$$3) \frac{1}{x}$$

$$11) y(x) = 1 + \frac{dy}{dx} + \frac{1}{1.2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{1}{1.2.3} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \dots$$

வகைக்க சமன்பாட்டின் படி

$$1) 2 \quad 2) 3 \quad 3) 1 \quad 4) 4$$

$$y(x) = 1 + \frac{y'}{1!} + \frac{(y')^2}{2!} + \frac{(y')^3}{3!} + \dots$$

$$y(x) = e^{y'}$$

log எடுக்க

$$\log y = y'$$

வரிசை = 1

படி = 1

$$\frac{dy}{dx} = \log y$$

$$3) 1$$

$$12) p \text{ மற்றும் } q \text{ எதிர்ப்பகுதிகளாக } y \frac{dy}{dx} + x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + xy = \cos x$$

எனும் வகைக்கெடு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி எதில்

$$1) p < q \quad 2) p = q \quad 3) p > q \quad 4) கிடைப்பில் எதுவுமில்லை$$

வரிசை = 2

படி = 1

$$p = 2 \quad q = 1$$

$$p > q$$

$$3) p > q$$

$$13) \frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \text{ எனும் வகைக்கெடு சமன்பாட்டின் தீர்வு}$$

$$1) y + \sin^{-1} x = C$$

$$2) x + \sin^{-1} y = 0$$

$$3) y^2 + 2 \sin^{-1} x = C$$

$$4) x^2 + 2 \sin^{-1} y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$dy = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{எதிர்ப்பகுதி } \int dy = -\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = -\sin^{-1} x + C$$

$$y + \sin^{-1} x = C$$

$$1) y + \sin^{-1} x = C$$

$$14) \frac{dy}{dx} = 2xy \text{ எனும் வகைக்கெடு சமன்பாட்டின் தீர்வு}$$

$$1) y = C e^{x^2}$$

$$2) y = 2x^2 + C$$

$$3) y = C e^{-x^2} + C$$

$$4) y = x^2 + C$$

$$\frac{dy}{y} = 2x dx$$

எதிர்ப்பகுதி

$$\int \frac{dy}{y} = 2 \int x dx$$

$$\log y = \frac{2x^2}{2} + \log C$$

$$\log y - \log C = x^2$$

$$\log \frac{y}{C} = x^2$$

எதிர்ப்பகுதி எடுக்க

$$\frac{y}{C} = e^{x^2}$$

$$y = C e^{x^2}$$

$$1) y = C e^{x^2}$$

15). $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = x+y$ எனும் வகைக் கட்டு சமன்பாட்டின்

பொதுத் தீர்வு

1) $e^x + e^y = C$ 2) $e^x + e^{-y} = C$ 3) $e^{-x} + e^y = C$ 4) $e^{-x} + e^{-y} = C$

$$\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = x+y$$

log எடுக்க

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$$

$$\frac{dy}{dx} = e^x e^y$$

$$e^{-y} dy = e^x dx$$

ஒதுக்கையில்

$$\int e^x dx = \int e^{-y} dy$$

$$e^x = -e^{-y} + C$$

$$e^x + e^{-y} = C$$

$$2) e^x + e^{-y} = C$$

16). $\frac{dy}{dx} = 2^{y-x}$ -ன் தீர்வு

1) $2^x + 2^y = C$ 2) $2^x - 2^y = C$ 3) $\frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = C$ 4) $x+y = C$

$$\frac{dy}{dx} = 2^y \cdot 2^{-x}$$

$$\frac{dy}{2^y} = dx \cdot 2^{-x}$$

ஒதுக்கையில்

$$\int 2^{-y} dy = \int 2^{-x} dx$$

$$-\frac{2^{-y}}{\log 2} = -\frac{2^{-x}}{\log 2} + \frac{C}{\log 2}$$

log 2 ஊல் எடுக்க

$$-2^{-y} = -2^{-x} + C$$

$$2^{-x} - 2^{-y} = C$$

$$\frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = C$$

$$3) \frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = C$$

17). $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi(y/x)}{\phi'(y/x)}$ எனும் வகைக் கட்டு சமன்பாட்டின் தீர்வு

1) $x \cdot \phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ 2) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$ 3) $y \phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ 4) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = ky$

$$= \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi(y/x)}{\phi'(y/x)} \quad \text{--- (1)}$$

இது சமன்பாட்டின் வகைக் கட்டு சமன்பாடு

$y = vx$ என்க

$$y/x = v$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore (1) \Rightarrow v + x \frac{dv}{dx} = \frac{v}{\phi'(v)} + \frac{\phi(v)}{\phi'(v)}$$

$$\frac{\phi'(v)}{\phi(v)} dv = \frac{dx}{x}$$

ஒதுக்கையில்

$$\int \frac{\phi'(v)}{\phi(v)} dv = \int \frac{dx}{x}$$

$$\log \phi(v) = \log x + \log k$$

$$\log \phi\left(\frac{y}{x}\right) = \log kx$$

$$\phi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$$

18). $\frac{dy}{dx} + py = q$ எனும் கோவிய வகைக் கட்டு சமன்பாட்டின்

ஒதுக்கையில் காரணி $\sin x$ எனில் P என்பது

1) $\log \sin x$ 2) $\cos x$ 3) $\tan x$ 4) $\cot x$

$$IF = \sin x$$

$$e^{\int p dx} = \sin x$$

$$\log \text{ எதற்கு } \int p dx = \log \sin x$$

$$\text{வகையிட } p = \frac{1}{\sin x} \cos x$$

$$p = \cot x$$

$$4) \cot x$$

19) வரிசை n மற்றும் $n+1$ கொண்டு வகைகளுக்கு சமன்பாடுகளின் ஸாது தீர்வுகளில் உள்ள மாறாதக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை குறைவு

- 1) $n-1, n$ 2) $n, n+1$ 3) $n+1, n+2$ 4) $n+1, n$

$$2), n, n+1$$

n மாறாதக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை $= n$ வரிசை

$n+1$ எண்ணில் வரிசையும் $= n+1$

$n, n+1$ வரிசைகளுக்கு மாறாதக்க மாறிலிகள் $n, n+1$

20) குறைவான வரிசை வகைகளுக்கு சமன்பாட்டின் ஒப்பிட தீர்வில் உள்ள மாறாதக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை

- 1) 3 2) 2 3) 1 4) 0

$$4) 0$$

வரிசை $= 3$ எனவே மாறாதக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை $= 3$

ஆனால் ஒப்பிட தீர்வு எப்போதும் மாறாதக்க மாறிலிகள் இருக்காது. எனவே $= 0$ என்பது சரி எண்ணிக்கை

21) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைகளுக்கு சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

- 1) $\frac{1}{x+1}$ 2) $x+1$ 3) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 4) $\sqrt{x+1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{x+1} + \frac{y}{x+1}$$

$$\frac{dy}{dx} e^{-\frac{y}{x+1}} = 1$$

$$p = -\frac{1}{x+1} \quad q = 1$$

$$IF = e^{\int p dx}$$

$$= e^{\int \frac{-1}{x+1} dx}$$

$$= e^{-\log(x+1)}$$

$$= e^{\log(x+1)^{-1}} = (x+1)^{-1} = \frac{1}{x+1}$$

$$IF = \frac{1}{x+1}$$

$$1) \frac{1}{x+1}$$

22) எத்தனும் ஒரு வகை t -ல் உள்ள p ன் ஸுருக்க கீதமானது மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமையும் எனில், பின்னர்

- 1) $p = ce^{kt}$ 2) $p = ce^{-kt}$ 3) $p = ckt$ 4) $p = c$

$$\frac{dp}{dt} = kp$$

$$\frac{dp}{p} = k dt$$

$$\log p = kt + \log c$$

$$\log \frac{p}{c} = kt$$

$$\frac{p}{c} = e^{kt}$$

$$p = ce^{kt}$$

$$1) p = ce^{kt}$$

23) t எனும் காலத்திற்கு பிறகு கீதமான ஒரு ஸுருக்கின் அளவு p ஆகும், ஸுருக்க ஆகியாகும் கீதமானது அந்தகாலத்தில் கீதம்

இருக்கும் ஸோலூஷன் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது எனில்
 உின்னர், 1) $P = ce^{kt}$ 2) $P = ce^{-kt}$ 3) $P = ckt$ 4) $Pt = c$

கூறவந்தால் -
 $\Rightarrow \frac{dP}{dt} = -kP$
 $P = ce^{-kt}$

2) $P = ce^{-kt}$

24) $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக் கெடு கண்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தை
 குறிக்குமானால் a-ன் மதிப்பு
 1) 2 2) -2 3) 1 4) -1

(2y+f)dy = (ax+3)dx
 இரண்டையிட $\int (2y+f)dy = \int (ax+3)dx$
 $\frac{2y^2}{2} + fy = \frac{ax^2}{2} + 3x + C$
 $ax^2 - y^2 - fy + 3x + C = 0$

2) $a = -2$

$ax^2 - y^2 - 2fy + 6x + 2C = 0$
 இது ஒரு வட்டத்தை குறிக்க வேண்டும் எனில்
 x^2 ன் கெடு = y^2 ன் கெடு
 $a = -2$

25) $y = f(x)$ எனும் வளைவறையின் மூலக்கூறு ஒரு புள்ளியிலிருந்து
 சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவறையானது
 (-1,1) புள்ளி வழியாக செல்கிறது எனில் வளைவறையின் சமன்பாடு
 1) $y = x^3 + 2$ 2) $y = 3x^2 + 4$ 3) $y = 3x^3 + 4$ 4) $y = x^3 + 5$

$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
 $dy = 3x^2 dx$

இது (-1,1) வழி செல்கிறது
 $\Rightarrow$

$1 = (-1)^3 + C$
 $1 = -1 + C$
 $1 + 1 = C$
 $C = 2$

① $y = x^3 + 2$

$y = \frac{3x^3}{3} + C$
 $y = x^3 + C$ — ①

① $\Rightarrow y = x^3 + 2$

அலகு 11. (பயிற்சி 11.6)

1) x எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் சிகழ்ந்தகவு அமர்ந்தி சாய்வு

$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$ எனில் இவற்றில் எது சரியானது

1) சராசரி, பரவல் 2 அன்று 2) சராசரி 2 அன்று, பரவல் இல்லை

3) சராசரி, பரவல் கிரண்டும இல்லை 4) பரவல் 2 அன்று ஆனால் சராசரி இல்லை.

$E(x) = \int_1^{\infty} x \cdot \frac{2}{x^3} dx$

$= \int_1^{\infty} 2x^{-2} dx = 2 \left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1} \right]_1^{\infty} = 2 \left[\frac{1}{x} \right]_1^{\infty} = -2 [0 - 1] = 2$
 சராசரி = 2 (2 அன்று)

$$E(x^2) = \int_1^{\infty} x^2 \cdot \frac{2}{x^3} dx = \int_1^{\infty} \frac{2}{x} dx = 2 [\log x]_1^{\infty}$$

$$= 2 [\log \infty - \log 1] = 2 [\infty - 0] = \infty$$

$E(x^2)$ வரையறுக்கப்படவில்லை எனவே பரவற்படி இல்லை

(2) சராசரி 2 மணி நேரம் பரவற்படி இல்லை

2) 2 ல் தீர்மானித்த ஒரு கம்பி சமவாய்ப்பு குறையில் இரு துண்டாக உடைந்தது. இரு துண்டுகளில் குட்டையான துண்டானது சிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l} & 0 < x < l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$

எனில் குட்டையான பகுதிக்கான சராசரி மற்றும் பரவற்படி குறைய

1) $\frac{1}{2}, \frac{l^2}{3}$ 2) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$ 3) $l, \frac{l^2}{12}$ 4) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$

$$E(x) = \int_0^l \frac{1}{l} x dx = \frac{1}{l} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^l = \frac{1}{l} \cdot \frac{l^2}{2} = \frac{l}{2}$$

$$E(x^2) = \int_0^l \frac{1}{l} x^2 dx = \frac{1}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^l = \frac{1}{l} \left[\frac{l^3}{3} \right] = \frac{l^2}{3}$$

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$= \frac{l^2}{3} - \frac{l^2}{4} = \frac{4l^2 - 3l^2}{12} = \frac{l^2}{12}$$

4) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$

சராசரி, பரவற்படி = $(\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12})$

3) ஒரு விநியோகத்தில் அனுபவக் பகடைகளால் விநியோகப்பட்டு உட்கொடுக்கிறார். பகடை எண் 6 க்கு காட்டினால், விநியோகப்படியா $\text{₹} 3.6$ வெவ்வேறுபாடு. இல்லாவிடின் $\text{₹} k^2$, தோல்பார். இப்போது k எண்கள் பகடை காட்டும் எண் $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ விநியோகத்தில் எதிர்பார்த்த பதும் வெவ்வேறுபாடு எதிர்த்து ₹

1) $19/6$ 2) $-19/6$ 3) $3/2$ 4) $-3/2$

வெவ்வேறுபாடு எதிர்த்து x எண்

$$x = -1, -4, -9, -16, -25, 36$$

x	-1	-4	-9	-16	-25	36
$P(x=x)$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$

$$E(x) = \sum x P(x=x) = \frac{-1}{6} - \frac{4}{6} - \frac{9}{6} - \frac{16}{6} - \frac{25}{6} + \frac{36}{6}$$

$$= \frac{-55+36}{6} = \frac{-19}{6}$$

2) $-19/6$

4) 1, 2, 3, 4, 5, 6 எண்ணிடப்பட்ட அனுபவக் பகடையும் 1, 2, 3, 4

என எண்ணிடப்பட்ட தூண்டு பக்க பகடையும் சோடியான உட்படி பட்டு இரண்டும் காட்டும் எண்களின் கூட்டல் எதிர்த்து தீர்மானிக்கப்படுகிறது, இந்த கூட்டலை குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாணி x என்க 7 ன் நோட்டாறு விடப்படுத்தின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

கூடுதல் 7 வரும் உறுப்புகள் (6,1), (5,2), (4,3), (3,4)

4) 4

எண்ணிக்கை = 4

(21)

- 1) 6 2) 4 3) 3 4) 2

4) 2

മിശ്രിതത്തിന്റെ = 2.0

- 1) $2i+2n \quad i=0,1,2,\dots,n$

2) $2i-n$ ശാഖകൾ ഉണ്ടാകുന്നു,
 $i=0,1,2,\dots,n$

$\bar{t}=0$ $\sigma_{\text{max}} \bar{t} = -3$ $\bar{t}=2$ $\sigma_{\text{max}} \bar{t} = 1$
 $\bar{t}=1$ $\sigma_{\text{max}} \bar{t} = -1$ $\bar{t}=3$ $\sigma_{\text{max}} \bar{t} = 3$

- 1) 0,12

2) 5, 17

3) 7,19 4) 16,24

$f(x)$ යුතු ව.ම.අ

$$\frac{1}{12} [x]_a^b = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$b - a = 12$$

$$\int_a^b \frac{1}{12} dx = 1$$

പ്രശ്നം 12

திருத்தியாசம் 12 இஸ்ஸாமது

4) 16,24

- $E(X), E(Y)$ സ്ഥിരമാണ്

1) 50,40

2) 40,50

3) 40.75, 40

4) 41, 41

$$x = 42, 36, 34, 48$$

$$P(X=42) = \frac{42}{160}$$

$$P(X=36) = \frac{36}{160}$$

$$PCX=34) = \frac{34}{16m}$$

$$P(X=18) = .48$$

$$E(x) = \exp(x)$$

$$= 42 \times \frac{42}{160} + 36 \times \frac{36}{160} + 24 \times \frac{24}{160} + 18 \times \frac{18}{160}$$

$$= \frac{1764 + 1296 + 1156 + 2304}{160} = \frac{6520}{160} = 40.75$$

$$y = 42, 36, 34, 48$$

$$y = 42, 36, 34, 48$$

$$P(Y=42) = P(Y=36) = P(Y=34) = P(Y=48) = \frac{1}{4}$$

$$E(Y) = \sum y_i P(Y_i) = \frac{1}{4} (42 + 36 + 34 + 48) = \frac{160}{4} = 40$$

9) இது நாயகியாள் மூன்று வயதில் இருக்கும் நேரத்தில் தாயை விடைக்கப் பிரித்ததால் 0.6, இரண்டாம் நாயகியின் தாயை விடைக்கப் பிரித்ததால் 0.5 ஆகும். இரண்டு நாயகியின் தாயை விடைக்கப் பிரித்ததால் 0.4 ஆகும். X என்பது எடுத்த நாயகியின் வயது எனில் $E(X)$ க்கு மதிப்பு 1) 0.11 2) 1.1 3) 11 4) 1

$$P(H_1) = 0.6 \quad P(\overline{H_1}) = 0.4$$

$$P(H_2) = 0,5 \quad P(\overline{H_2}) = 0,5$$

$$x = 0.112$$

$$P(X=0) = P(\overline{H_1})P(\overline{H_2}) = 0,4 \times 0,5 = 0,2$$

$$E(X) = \sum x p(x)$$

$$= 0(0.2) + 1(0.5) + 2(0.3)$$

$$= 0 + 0.5 + 0.6$$

$$E(Y) = 1/4$$

$$2) 1.1$$

[illegible]

1) $\frac{11}{243}$ 2) $\frac{10}{243}$ 3) $\frac{1}{243}$ 4) $\frac{5}{243}$

$$n=5$$

$$p = \frac{1}{3} \quad q = \frac{2}{3}$$

$$p(x=x) = 5C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{5-x} \quad 1) \frac{11}{243}$$

$$P(X=4) + P(X=5) = 5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right) + 5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)$$

ii) $P(X=0) = 1 - P(X=1)$ क्योंकि $E(X) = 3 \text{ var}(X)$ इसलिए $P(X=0) =$

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{1}{3}$

$$E(X) = 3 \text{ var}(X)$$

$$P(X=0) = P(\text{sigma})$$

$$p = 1 - P(X=1)$$

$$P(X=1) = 1 - P.$$

$$P(X=0) + P(X=1) = 1$$

$x = 0, 1, 10, 100, 1000$

$$F(x) = \sum c p(x)$$

$$= 0(f(x=0) + 1 \text{ PC } x=1)$$

$$= 0(p) + 1(1-p)$$

$$E(C_1) = 1 - p$$

$$E(x^2) = 1 - p.$$

4) $\frac{1}{3}$

$$1-p = 3(1-p-(1-p)^2)$$

$$1-p = 3(1-p-1-p^2+2p)$$

$$1-p = 3(+p - p^2)$$

$$1-p = 3p - 3p^2$$

$$3p^2 - 4p + 1 = 0$$

$$(P - \frac{1}{3})(P - \frac{2}{3}) = 0$$

$$p = 1/2, \quad \rho = 1$$

12) തിരിച്ചറിയൽ പ്രശ്നം 6.10-ൽ ഉപയോഗിച്ച 2.4 നെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു പരീക്ഷണ ഡാറ്റാസെറ്റ് X ന്റെ $PC(X=3)$ ന്റെ

$$1) 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^6 \left(\frac{2}{5}\right)^4 \quad 2) 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^{10} \quad 3) 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^6 \quad 4) 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

$$np = 6 \quad npq = 2.4$$

$$q = \frac{2.4}{6} = 0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$q = \frac{2}{5} \quad p = \frac{3}{5}$$

$$P(X=5) = 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^{10-5}$$

$$P(X=5) = 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

$$\frac{n \cdot 2}{5} = 6.2$$

$$n = 10$$

$$4) 10C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

13). சமவாய்ப்பு மாற்றி. x ன் நிகழ்தகவு $f(x) = \begin{cases} ax+b & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{மற்ற மதிப்புகளில்} \end{cases}$

மற்றும் $E(X) = \frac{7}{12}$ எனில் a, b ன் மதிப்புகள்

$$1) 1, \frac{1}{2} \quad 2) \frac{1}{2}, 1 \quad 3) 2, 1 \quad 4) 1, 2$$

$$E(X) = \int_0^1 x f(x) dx$$

$$7 = \frac{12a}{3} + \frac{12b}{2}$$

$$\frac{7}{12} = \int_0^1 (ax^2 + bx) dx$$

$$7 = 4a + 6b \quad \text{--- (1)}$$

$$a = 1,$$

$$b = \frac{1}{2} \text{ எனில்}$$

$$\frac{7}{12} = \left[\frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} \right]_0^1$$

$$7 = 4(1) + 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{a}{3} + \frac{b}{2}$$

$$7 = 7$$

$$1) 1, \frac{1}{2}$$

Note

$f(x)$ நிகழ்தகவு

$$\therefore \int_0^1 f(x) dx = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{a}{2} + b = 1$$

$$a + 2b = 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{மேலே உள்ள (1) & (2) ஐ கீழ்க்க } a = 1, b = \frac{1}{2}$$

என்ற மதிப்பிலும் காணலாம்

14). 0, 1, 2 ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை x கொள்கிறது என்க.

ஒரு நாள் ஒரு மாதிரி. K க்கு கீழ்க் $P(X=i) = K P(X=i-1) \quad i=1, 2$

மற்றும் $P(X=0) = \frac{1}{7}$ எனில் K ன் மதிப்பு காண்க.

$$1) 1 \quad 2) 2 \quad 3) 3 \quad 4) 4$$

$$\sum P(X=x) = 1$$

$$i=1 \text{ எனில் } P(X=1) = K P(X=0)$$

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 1$$

$$P(X=1) = K \left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\frac{1}{7} + \frac{K}{7} + \frac{K^2}{7} = 1$$

$$i=2 \text{ எனில்}$$

$$P(X=1) = \frac{K}{7}$$

$$1 + K + K^2 = 7$$

$$P(X=2) = K P(X=1)$$

$$K^2 + K = 6$$

$$K^2 + K - 6 = 0$$

$$P(X=2) = \frac{K^2}{7}$$

$$(K+3)(K-2) = 0$$

$$K = -3, 2 \quad K = 2$$

$$K \neq -3$$

15) பின்வருவனவற்றில் எது தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாற்றி.

(i) ஒரு நாட்களில் ஒரு குழிப்பிட்ட சமீகந்தகைய கடல்க்கும்

மகிடுருந்துகளின் எண்ணிக்கை,

(ii) ஒரு குழிப்பிட்ட கணத்தில் தொடர்வண்டி பயணசீட்டு வாங்க

வரிசையில் காத்திருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை

(iii) ஒரு தொழிலகத்தின் அளவுகூப்பினைச் சம்பந்தம் காலம்.

$$1) \text{ I மற்றும் II} \quad 2) \text{ II மட்டும்} \quad 3) \text{ III மட்டும்} \quad 4) \text{ II, III}$$

I - தனிநிலை

II - தனிநிலை

III - தொடர் சமவாய்ப்பு மாற்றி

1) I மற்றும் II

16) ஒரு சமவாய்ப்பு மாற்றியின் நிக. அ. சார்பு $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$
எனில் a -இன் மதிப்பு 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

$$f(x) \text{ ஒரு நிக. அ. சார்பு } \therefore \int_0^a f(x) dx = 1$$

$$a^2 - 0 = 1$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

$$a \neq -1 \\ \therefore a > 0$$

1) 1

$$\int_0^a 2x dx = 1$$

$$\left[\frac{2x^2}{2} \right]_0^a = 1$$

$$a = 1$$

17) ஒரு நிகழ்தகவு மாற்றியின் நிகழ்தகவு சார்பு கீழ்க்காணும்படி
வரையறுக்கப்படுகிறது

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$

எனில் $E(X)$ ன் மதிப்பு

$$\sum f(x) = 1$$

$$15k = 1$$

$$k = \frac{1}{15}$$

$$E(X) = \sum x f(x)$$

$$= -2k - 2k + 0 + 4k + 10k$$

$$= 10k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

4) $\frac{2}{3}$

விடைகள்

1) $\frac{1}{15}$ 2) $\frac{1}{10}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$

18) சராசரி 0.4 தொகை ஒரு பெர்னாஸலி பரவல் X எனில்

 $2X-3$ ன் (பரவல்) பரவல்

1) 0.24 2) 0.48 3) 0.6 4) 0.96

$$\text{Var}(2X-3) = 4 \text{Var}(X)$$

$$= 4(0.24) = 0.96$$

பெர்னாஸலி பரவலில்

$$\text{சராசரி} = 0.4$$

$$p = 0.4$$

$$q = 1 - p = 1 - 0.4$$

$$q = 0.6$$

$$\text{பரவல்} = pq$$

$$= 0.4 \times 0.6$$

$$\text{Var}(X) = 0.24$$

4) 0.96

19) ஈருறுப்பு மாற்றி X ஆறு செயற்க்களில் $9P(X=4) = P(X=2)$
எனும் தொடர்பினை அகலாக்கிவந்து எனில் எவற்றியின் நிகழ்தகவு

0.125 2) 0.25 3) 0.375 4) 0.75

$$n=6$$

$$9P(X=4) = P(X=2)$$

$$9 {}^6C_4 (p)^4 q^2 = {}^6C_2 p^2 q^4$$

$$9 \times {}^6C_2 \frac{p^4}{p^2} = \frac{q^4}{q^2} {}^6C_2$$

$$9p^2 = (1-p)^2$$

2) 0.25

$$9p^2 = 1 + p^2 - 2p$$

$$8p^2 + 2p - 1 = 0$$

$$\left(p + \frac{1}{8}\right) \left(p - \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$p = -\frac{1}{8} \quad p = \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{4} = 0.25$$

20) ஒரு கணினி விநியோகியாளர் தனது கடந்த கால அனுமதிக்கிட்டுந்து தனது காட்சி கூடத்திற்குள் நுழையும் ஒவ்வொரு 20 வாடிக்கை யாளர்களில் ஒருவருக்கு கணினிகளை விநியோகிப்பதற்காக, எண்பது தொகையும், அடுத்த 3 வாடிக்கையாளர்களில் சரியாக 2 பேருக்கு அவர் ஒரு கணினியை விநியோகிக்கும் நிகழ்தகவு என்ன?

1) $\frac{57}{20^3}$

2) $\frac{57}{20^2}$

3) $\frac{19^3}{20^3}$

4) $\frac{57}{20}$

1) $\frac{57}{20^3}$

$$n=3 \quad p=\frac{1}{20} \quad q=\frac{19}{20}$$

x எண்பது ஒரு கணினியை விநியோகிக்கும் நிகழ்தகவு
 $x=0,1,2,3$

$$P(X=x) = nC_x p^x q^{n-x}$$

$$P(X=2) = {}^3C_2 \left(\frac{1}{20}\right)^2 \left(\frac{19}{20}\right)^{3-2}$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{20^2} \cdot \frac{19}{20}$$

$$P(X=2) = \frac{57}{20^3}$$

அலகு 12 (பயிற்சி 12.3)

1) ஓர் ஈடுதரப்பு செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக விவரிக்கப்படுகிறது.

1) $S \rightarrow S$

2) $(S \times S) \rightarrow S$

3) $S \rightarrow (S \times S)$

4) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$

வரையறுப்படி $S \times S \rightarrow S$

2) $(S \times S) \rightarrow S$

2) கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடையுபவற்றை

1) $\mathbb{R}$

2) $\mathbb{Z}$

3) $\mathbb{N}$

4) $\mathbb{Q}$

$$2, 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$2-3 = -1 \notin \mathbb{N}$$

கழித்தலின் கீழ் $\mathbb{N}$ ஆகிய அடையுபவற்றை.

3) பின்வருவனில் எது $\mathbb{N}$ -ன் மீது ஓர் ஈடுதரப்பு செயலியாகும்

1) கழித்தல்

2) பெருக்கல்

3) வகுத்தல்

4) அனைத்தும்

$$2, 3 \in \mathbb{N}$$

$$2 \times 3 = 6 \in \mathbb{N}$$

2) பெருக்கல்

$$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{N} \quad \forall a, b \in \mathbb{N}$$

4) மைய எண்களின் கணம் $\mathbb{R}$ -ன் மீது $*$ பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. $*$ என்ன மீது ஈடுதரப்பு செயலி ஆகாது

1) $a * b = \min(a, b)$

2) $a * b = \max(a, b)$

3) $a * b = a$

4) $a * b = a^b$

$$a=0 \quad b=0$$

$$0 * 0 = 0^0$$

$$0 = 0^0$$

ஒரு பூச்சுறுத்தல் வடிவம்

$$a * b = a^b \text{ என்பது } \mathbb{R} \text{ ல்}$$

ஈடுதரப்பு செயலி ஆகாது.

4) $a * b = a^b$

5) $*$ என்ற ஈடுதரப்பு செயலி $a * b = \frac{a+b}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $*$ என்ன மீது ஈடுதரப்பு செயலி ஆகாது?

1) $\mathbb{Q}^+$

2) $\mathbb{Z}$

3) $\mathbb{R}$

4) $\mathbb{C}$

(26)

z ஒரு எண்கள்

$$a, b \in z \Rightarrow a \times b \notin z$$

2) z

எடுத்துக்காட்டாக

$$4, 3 \in z \Rightarrow 4 \times 3 = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7} \notin z$$

6) ஒரு எண் கணத்தில் $a \odot b = a + b + ab$ என உள்ளது. பின்னர் $3 \odot (y \odot 5) = 7$ ன் தீர்வு

$$1) y = \frac{2}{3} \quad 2) y = -\frac{2}{3} \quad 3) y = -\frac{3}{2} \quad 4) y = 4$$

$$3 \odot (y \odot 5) = 7$$

$$y = -\frac{2}{3}$$

$$3 + (y \odot 5) + 3(y \odot 5) = 7$$

$$3 + y + 5 + 5y + 3(y + 5 + 5y) = 7$$

$$8 + 6y + 3(6y + 5) = 7$$

$$8 + 6y + 18y + 15 = 7$$

$$24y = 7 - 23$$

$$24y = -16$$

$$y = -\frac{16}{24} = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}$$

7) R -ன் மீது $a \times b = \sqrt{a^2 + b^2}$ எனில் $\times$ ஆனது

1) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்பாடும் ஆனால் சேர்வு விதியை நிறைவு செய்யாது

2) சேர்வு விதிக்கு கட்டுப்பாடும் ஆனால் பரிமாற்றுவிதியை நிறைவு செய்யாது

3) பரிமாற்று, சேர்வு விதியை நிறைவு செய்யும்

4) பரிமாற்று, சேர்வு விதிக்கான நிறைவு செய்யாது.

பரிமாற்று விதி

$$a, b \in R \Rightarrow a \times b = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \forall a, b \in R$$

$$= \sqrt{b^2 + a^2} = b \times a$$

பரிமாற்று விதி நிறைவு செய்யும்

சேர்வு விதி

$$a, b, c \in R \quad a \times (b \times c) = a \times (\sqrt{b^2 + c^2})$$

$$a \times (b \times c) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad \text{--- ①}$$

$$(a \times b) \times c = (\sqrt{a^2 + b^2}) \times c \quad \text{--- ②}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad \text{--- ②}$$

③: பரிமாற்று, சேர்வு விதியை நிறைவு செய்யும்

8) பின்வரும் கூற்றுகளில் எது T மெய்மதிப்பை எவற்றிற்குக்கும்?

1) $\sin x$ ஒரு கிரைடல் சார்வு $\times$

2) ஒவ்வொரு சதுர அணியும் யுக்தியமற்ற கோண அணி $\times$

3) ஒரு கலப்ஸன் மற்றும் அதன் இணைஎண்ணின் எருக்கல் ழுற்றியும் கற்பணை $\times$

4) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுள்ள எண் $\checkmark$

4) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுள்ள எண்

9) பின்வருவனவற்றில் எது மெய்மதிப்பு F எவற்றிற்குக்கும்?

1) எண்ணை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு ஒரு எண்

2) எண்ணை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுள்ள எண்

(27)

- 3) எண்ணை சீராகவில் 2-ன்னது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 4) எண்ணை சீராகவில் 2-ன்னது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறான எண்

- 1) $T V F = T$ 3) $F V F = F$
 2) $T V T = T$ 4) $F V T = T$

3) எண்ணை சீராகவில்
 2-ன்னது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்

- 10) ஒரு கூட்டுக் கற்றில் 3 துணிக் கற்றுக்கள் உட்படுத்தப்பட்டால்
 அம்மையின்மை அட்டவகையின் திறகுகளின் எண்ணிக்கை

- 1) 9 2) 8 3) 6 4) 3

$$2^3 = 8$$

2) 8

- 11) $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ ன் எதிர்மறை கற்று

- 1) $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$ 2) $\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$

- 3) $(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$ 4) $(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$

$P \rightarrow Q$ ன் எதிர்மறை $\neg P \rightarrow \neg Q$ இதைப் போன்று $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ ன்
 எதிர்மறை $\Rightarrow \neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$

$$4) \neg P \wedge \neg Q \rightarrow \neg P \vee \neg Q$$

- 12) $(P \vee Q) \rightarrow R$ ன் துரிமமறு கற்று எது

- 1) $\neg R \rightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

- 2) $\neg R \rightarrow (P \vee Q)$

- 3) $R \rightarrow (P \wedge Q)$

- 4) $P \rightarrow (Q \vee R)$

$P \rightarrow Q$ ன் துரிமமறு $\neg Q \rightarrow \neg P$ இதைப் போன்று

$(P \vee Q) \rightarrow R$ ன் துரிமமறு $\neg R \rightarrow \neg(P \vee Q)$

$$1) \neg R \rightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$$

- 13) $(P \wedge Q) \vee (\neg Q)$ ன் மையின்மை அட்டவகையை கீழே தரப்பட்டிருக்கிறது

P Q $(P \wedge Q) \vee (\neg Q)$

T	T	a
T	F	b
F	T	c
F	F	d

வின்மருவகையத்தில் எது 2-ன்னமை

- 1) T T T T
 2) T F T T
 3) T T F T
 4) T F F F

P Q $P \wedge Q$ $\neg Q$ $(P \wedge Q) \vee (\neg Q)$

T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	F	F
F	F	F	T	T

3) T T F T

- 14) $\neg(P \vee \neg Q)$ ன் மையின்மை அட்டவகையின் கடைசி திரலில் வரும்
 மைய மதிப்பு F வினைமருவகையின் எண்ணிக்கை

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

(28)

P	q	$\neg q$	$(p \vee \neg q)$	$\neg(p \vee \neg q)$
T	T	F	T	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

3) 3

15) பின் வகுப்புகளில் எது சரியல்ல? P மற்றும் q சூத்திரம் இரண்டு கூற்றுக்களுக்கு பின்வரும் தர்க்க சமனமானவைகள் எழுதப்படுகிறது.

- 1) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ 2) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
 3) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$ 4) $\neg(\neg p) \equiv p$

$$3) \neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

16) P	q	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$	$p \wedge q$	$\neg p$	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
T	T	a	T	F	F
T	F	b	F	F	T
F	T	c	F	T	T
F	F	d	F	T	T

$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ ன் மெய்மை அட்டவணைக்கு பின்வகுப்புகளில் எது சரி?

2) F T T T

- (a) (b) (c) (d)
 1) T T T T
 2) F T T T
 3) F F T T
 4) T T T F

17) $\neg(p \vee q) \vee [p \vee (p \wedge \neg r)]$ ன் இடமம்

- 1) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \vee (p \wedge \neg r)]$ 2) $(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$
 3) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \wedge r)]$ 4) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$

$\vee, \wedge$ க்கு பதில் $\wedge, \vee$ தனித்தனியாக கிடைப்பது இடமம்

$$4) \neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$$

18) $p \wedge (\neg p \vee q)$ என்ற கூற்று

- 1) ஒரு மெய்மம் 2) ஒரு துரண்பாடு
 3) $p \wedge q$ க்கு தர்க்க சமனமானவை 4) $p \vee q$ க்கு தர்க்க சமனமானவை

$$\begin{aligned} p \wedge (\neg p \vee q) &\equiv (p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q) \\ &\equiv F \vee (p \wedge q) \\ &\equiv p \wedge q \end{aligned}$$

$$3) p \wedge q \text{ க்கு தர்க்க சமனமானவை}$$

(29)

(19) பின்வரும் சூத்திரங்களைக் கற்றுக்கொள்ளும் அதன் மையமதிப்பை தீர்மானிக்க.

a) $4+2=5$ மற்றும் $6+3=9$

b) $3+2=5$ மற்றும் $6+1=7$

c) $4+5=9$ மற்றும் $1+2=4$

d) $3+2=5$ மற்றும் $4+7=11$

(a) (b) (c) d

1) F T F T

2) T F T F

3) T T F F

4) F F T T

a) $F \wedge T = F$

b) $T \wedge T = T$

c) $T \wedge F = F$

d) $T \wedge T = T$

1) F T F T

(20) பின்வருபவைகளில் எது உண்மையல்ல?

✓ 1) ஒரு கூற்றின் மறுப்பின் மறுப்பு அக்கூற்றையாகும்,

✓ 2) ஒரு மையமை அட்டவணையில் இறுதிநிரல் முடிவாகும் T எனில் அது ஒரு மையமமாகும்,

✓ 3) ஒரு மையமை அட்டவணையில் இறுதிநிரல் முடிவாகும் F எனில் அது ஒரு குறண்பாளாகும்,

X 4) p மற்றும் q ஒன்றாகும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மையமமாகும். (கிடைமட்டம் நவது)

4) p மற்றும் q ஒன்றாகும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மையமமாகும்

ஆலோசனைகள் அழைக்கவும்.
ச. கார்த்திகேயன்
9715634957
திருவாரூர் மாவட்டம்

மாணவர் நலதுக்காக மட்டும்
வெளியிடப் படுகிறது.

— X —