



Padalsalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padalsalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA
- Padalsalai's Channel - Group
<https://t.me/padasalaichannel>
- Lesson Plan - Group
<https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw>
- 12th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_12th
- 11th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_11th
- 10th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_10th
- 9th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_9th
- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_6to8
- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_1to5
- TET - Group
https://t.me/Padalsalai_TET
- PGTRB - Group
https://t.me/Padalsalai_PGTRB
- TNPSC - Group
https://t.me/Padalsalai_TNPSC

நிகழ்தகவு பரவல்கள்

1. இரு நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன . X என்பது பூக்களின் எண்ணிக்கையைக் குறித்தால்,
(i) கூறுவெளியை எழுதுக. (ii) நேர்மாறு பிம்பத்தைக் காண்க .(iii) சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் ,மற்றும் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க . (Eg.11.1)

தீர்வு

(i) கூறுவெளி $S = \{H, T\} \times \{H, T\} = \{TT, TH, HT, HH\}$

(ii) $X: S \rightarrow R$ என்பது பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க.

$$X(HH) = 0, X(HT) = 1, X(TH) = 1 \text{ \& } X(TT) = 2$$

X இன் மதிப்புகள் 0, 1, 2

$$\therefore X(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega = HH \\ 1, & \omega = HT, TH \\ 2, & \omega = TT \end{cases}$$

(iii)

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	0	1	2	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	3	1	4

2. சீரான இரு பகடைகள் உருட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம் . X என்பது இரு பகடையில் கிடைக்கும் எண்களின் மொத்த கூட்டுத்தொகை எனில் ,(i) கூறுவெளி (ii) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறி எடுக்கும் மதிப்புகள் (iii) 10 –இன் நேர்மாறு பிம்பம் ,மற்றும் (iv) X -ன் நேர்மாறு பிம்பத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg.11.2)

தீர்வு

(i) கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

இரு பகடைகள் வீசும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளி S

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(ii) $X: S \rightarrow R$ என்பது இரு பகடையில் கிடைக்கும் மொத்த கூட்டுத்தொகை என்க.

சமவாய்ப்புமாறி X இன் மதிப்புகள் $X = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$

(iii) 10 –இன் நேர்மாறு பிம்பம் = $\{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$

(iv)

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36

3. ஒரு ஜாடியில் 2 வெள்ளை பந்துகள் மற்றும் 3 சிவப்புப் பந்துகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் மூன்று பந்துகள் ஜாடியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன . X என்பது தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சிவப்பு பந்துக்களின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிட்டால் , சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களின் எண்ணிக்கையையும் காண்க . (Eg.11.3)

தீர்வு

- (i) கூறுவெளி $S = \{w_1, w_2\} \times \{r_1, r_2, r_3\}$, $n(S) = 5C_3 = 10$
 $= \{w_1w_2r_1, w_1w_2r_2, w_1w_2r_3, w_1r_1r_2, w_1r_1r_3, w_1r_2r_3, w_2r_1r_2, w_2r_1r_3, w_2r_2r_3, r_1r_2r_3\}$
- (ii) $X: S \rightarrow R$ என்பது தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சிவப்பு பந்துக்களின் எண்ணிக்கை என்க.

சமவாய்ப்புமாறி X இன் மதிப்புகள் $X = 1, 2, 3$

$$\begin{aligned} X(w_1w_2r_1) &= 1, X(w_1w_2r_2) = 1, X(w_1w_2r_3) = 1 \\ X(w_1r_1r_2) &= 2, X(w_1r_1r_3) = 2, X(w_1r_2r_3) = 2 \\ X(w_2r_1r_2) &= 2, X(w_2r_1r_3) = 2, X(w_2r_2r_3) = 2 \\ X(r_1r_2r_3) &= 3 \end{aligned}$$

(iii)

X ன் மதிப்புகள்	1	2	3	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	3	6	1	10

4. 6 வெள்ளை மற்றும் 4 கருப்பு பந்துகள் கொண்ட ஜாடியிலிருந்து இரு பந்துகள் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன . தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு கருப்பு பந்திற்கும் ரூ 30 வெல்வதாகவும் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு வெள்ளை பந்திற்கும் ரூ 20 தோற்பதாகவும் கொள்க .வெல்லும் தொகையை X குறிப்பதாகக் கொண்டால் , X -இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களின் எண்ணிக்கையையும் காண்க . (Eg.11.4)

தீர்வு

மொத்த பந்துகள் = 10 (6W , 4 B)

10 பந்துகளிலிருந்து, 2 பந்துகள் எடுப்பதால், $n(S) = 10C_2 = \frac{10 \times 9}{1 \times 2} = 45$

வாய்ப்புகள் : 2 B , 1B 1 W , 2 W

$X: S \rightarrow R$ என்பது வெல்லும் தொகை என்க.

இரண்டுமே கருப்பு பந்துகள் எனில் ,வெல்லும் தொகை $X = 2 \times 30 = \text{ரூ.} 60$

ஒரு கருப்பு ,1 வெள்ளை எனில் ,வெல்லும் தொகை $X = (1 \times 30) + (1 \times -20) = 30 - 20 = \text{ரூ. } 10$
இரண்டுமே வெள்ளை பந்துகள் எனில் ,வெல்லும் தொகை $X = 2 \times (-20) = \text{ரூ. } -40$
 $\therefore X = 60, 10, -40$

$$X = 60 \text{ எனில் ,மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை} = 4C_2 \times 6C_0 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$$

$$X = 10 \text{ எனில் ,மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை} = 4C_1 \times 6C_1 = 4 \times 6 = 24$$

$$X = -40 \text{ எனில் ,மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை} = 4C_0 \times 6C_2 = 1 \times \frac{6 \times 5}{1 \times 2} = 15$$

X ன் மதிப்புகள்	60	10	-40	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	6	24	15	45

5. X என்பது மூன்று சீரான நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் ஒரு முறை சுண்டும்போது விழும் பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க . சமவாய்ப்பு மாறியான X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க. (Ex 11.1)

(i) கூறுவெளி $S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\} = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$
 $n(S) = 8$

$X: S \rightarrow R$ என்பது பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க.

$$X\text{-இன் பிம்பம்} = \{X(HHH), X(HHT), X(HTH), X(THH), X(HTT), X(THT), X(TTH), X(TTT)\}$$

$$= \{0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3\}$$

$$\therefore X \text{ ன் மதிப்புகள் } 0, 1, 2, 3$$

$$X(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega = HHH \\ 1, & \omega = HHT, HTH, THH \\ 2, & \omega = HTT, THT, TTH \\ 3, & \omega = TTT \end{cases}$$

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	0	1	2	3	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	3	3	1	8

6. 52 சீட்டுகட்டுகளை உடைய ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரு சீட்டுகள் ஒரே சமயத்தில் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றன .அவ்வாறு எடுக்கப்பட்ட சீட்டுகள் கருப்பாக இருப்பின் சமவாய்ப்பு மாறியான X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க. . (Ex 11.2)

தீர்வு

$$\text{மொத்த சீட்டுகள்} = 52, \text{ கருப்பு} = 26, \text{ சிகப்பு} = 26$$

$$52 \text{ சீட்டுகளிலிருந்து } 2 \text{ சீட்டுகள் எடுப்பதால், } n(S) = 52C_2 = \frac{52 \times 51}{1 \times 2} = 1326$$

$X: S \rightarrow R$ என்பது தேர்ந்தெடுக்கப்படும் இரு சீட்டுகளில் உள்ள கருப்பு சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை என்க.

$$\therefore X = 0, 1, 2$$

$$\begin{aligned} \text{இரு சீட்டுகளும், சிவப்பு சீட்டுகள் எனில் (X = 0), மொத்த எண்ணிக்கை} &= 26_{C_0} \times 26_{C_2} \\ &= 1 \times \frac{26 \times 25}{1 \times 2} = 325 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இரு சீட்டுகளில், 1 சிவப்பு, 1 கருப்பு எனில் (X = 1), மொத்த எண்ணிக்கை} &= 26_{C_1} \times 26_{C_1} \\ &= 26 \times 26 = 676 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இரு சீட்டுகளும், கருப்பு சீட்டுகள் எனில் (X = 2), மொத்த எண்ணிக்கை} &= 26_{C_2} \times 26_{C_0} \\ &= \frac{26 \times 25}{1 \times 2} \times 1 = 325 \end{aligned}$$

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	0	1	2	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	325	676	325	1326

7. ஒரு கூடையில் 5 மாங்கனிகள் மற்றும் 4 ஆப்பிள்கள் உள்ளன. அதிலிருந்து 3 பழங்கள் ஒரே சமயத்தில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்படும் பழங்கள் ஆப்பிள்கள் எனில் சமவாய்ப்பு மாறியான X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க. (Ex 11.3)

தீர்வு

$$\text{மொத்த பழங்கள்} = 9, \text{ மாங்கனிகள்} = 5, \text{ ஆப்பிள்கள்} = 4$$

$$9 \text{ பழங்களிலிருந்து, 3 பழங்கள் எடுப்பதால், } n(S) = 9_{C_3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3} = 84$$

$X: S \rightarrow R$ என்பது தேர்ந்தெடுக்கப்படும் பழங்களில் உள்ள ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை என்க.

$$\therefore X = 0, 1, 2, 3$$

$$\begin{aligned} \text{மூன்றும் மாம்பழங்கள் எனில் (X = 0), மொத்த எண்ணிக்கை} &= 5_{C_3} \times 4_{C_0} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} \times 1 = 10 \end{aligned}$$

$$2 \text{ மாம்பழங்கள், 1 ஆப்பிள் எனில் (X = 1), மொத்த எண்ணிக்கை} = 5_{C_2} \times 4_{C_1} = 10 \times 4 = 40$$

$$\text{மூன்றும் ஆப்பிள் எனில் (X = 3), மொத்த எண்ணிக்கை} = 5_{C_0} \times 4_{C_3} = 1 \times 4 = 4$$

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	0	1	2	3	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	10	40	30	4	84

8. 6 சிவப்பு மற்றும் 8 கருப்பு பந்துகள் கொண்ட ஒரு கொள்கலனிலிருந்து இரு பந்துகள் சீரானமுறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு சிவப்பு பந்திற்கும் ரூ 15 வெல்வதாகவும் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு கருப்பு பந்திற்கும் ரூ 10 தோற்பதாகவும் கொள்க. வெல்லும் தொகையை X குறிப்பதாகக் கொண்டால், X -இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க. (Ex 11.4)

தீர்வு

மொத்த பந்துகள் = 14 (6 R, 8 B)

14 பந்துகளிலிருந்து, 2 பந்துகள் எடுப்பதால், $n(S) = 14C_2 = \frac{14 \times 13}{1 \times 2} = 91$

வாய்ப்புகள் : 2 R, 1 R 1 B, 2 B

$X: S \rightarrow R$ என்பது வெல்லும் தொகை என்க.

இரண்டுமே சிவப்பு பந்துகள் எனில், வெல்லும் தொகை $X = 2 \times 15 = \text{ரூ.} 30$

ஒரு சிவப்பு, 1 கருப்பு எனில், வெல்லும் தொகை $X = (1 \times 15) + (1 \times -10) = 15 - 10 = \text{ரூ.} 5$

இரண்டுமே கருப்பு பந்துகள் எனில், வெல்லும் தொகை $X = 2 \times (-10) = \text{ரூ.} -20$

$$\therefore X = 30, 5, -20$$

$$X = 30 \text{ எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} = 6C_2 \times 8C_0$$

$$= \frac{6 \times 5}{1 \times 2} \times 1 = 15$$

$$X = 5 \text{ எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} = 6C_1 \times 8C_1 = 6 \times 8 = 48$$

$$X = -20 \text{ எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} = 6C_0 \times 8C_2 = 1 \times \frac{8 \times 7}{1 \times 2} = 28$$

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	30	5	-20	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	15	48	28	91

9. ஆறு பக்க பகடை ஒன்றின் ஒரு பக்கத்தில் '2' எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் இரண்டு பக்கங்களில் '3' எனவும், மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '4' எனவும் உள்ளது. இரு முறை பகடை உருட்டப்படுகிறது. X என்பது இரு உருட்டல்களில் கிடைக்கும் கூட்டுத்தொகைகளை குறிக்கிறது எனில், X -இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க. (Ex 11.5)

தீர்வு

பகடையில் மேல் உள்ள எண்கள் 2, 3, 3, 4, 4, 4

X என்பது பகடையை இரு முறை உருட்டும்போது கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்க.

- (i) கூறுவெளி $S = \{2, 3, 3, 4, 4, 4\} \times \{2, 3, 3, 4, 4, 4\}$

+	2	3	3	4	4	4
2	4	5	5	6	6	6
3	5	6	6	7	7	7
3	5	6	6	7	7	7
4	6	7	7	8	8	8
4	6	7	7	8	8	8
4	6	7	7	8	8	8

அட்டவணையிலிருந்து ,

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் X	4	5	6	7	8	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	4	10	12	9	36

சமவாய்ப்பு மாறிகள்

1.தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி (எண்ணத்தக்க அளவை)

2.தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி

10. இரு நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டி விடப்படுகின்றன . (ஒரு சீரான நாணயம் இரு முறை சுண்டி விடப்படுவதற்கு சமமானது) .கிடைத்த தலைகளின் எண்ணிக்கைக்கு நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு காண்க .
(Eg.11.5)

தீர்வு

$$\text{கூறுவெளி } S = \{H, T\} \times \{H, T\} = \{TT, TH, HT, HH\}$$

$X: S \rightarrow R$ என்பது தலைகளின் எண்ணிக்கையை குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி என்க.

$$\text{பிம்பம்} = \{X(TT), X(TH), X(HT), X(HH)\} = \{0, 1, 1, 2\}$$

$$\therefore X = 0, 1, 2$$

$$\Rightarrow P(X = 0) = \frac{1}{4}, P(X = 1) = \frac{2}{4} \text{ \& } P(X = 2) = \frac{1}{4}$$

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் $X = x$	0	1	2	மொத்தம்
$P(X = x) = f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

11. இரு சீரான பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன .கிடைத்த நான்குகளின் எண்ணிக்கைக்கான நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு காண்க .(Eg.11.6)

தீர்வு

$$\text{கூறுவெளி } S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

இரு பகடைகள் வீசும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளி S

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

$X: S \rightarrow R$ என்பது கிடைத்த நான்குகளின் எண்ணிக்கை என்க.

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் $X = 0, 1, 2$

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

சமவாய்ப்புமாறியின் மதிப்புகள் $X = x$	0	1	2	மொத்தம்
$P(X = x) = f(x)$	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

12. சமவாய்ப்பு மாறி X-இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு $f(x)$ என்பது

x	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

எனில், (i) அதன் குவிவு பரவல் சார்பு காண்க . அதன் மூலமாக (ii) $P(X \leq 3)$ மற்றும் (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.7)

தீர்வு

(i) குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i)$$

$$F(1) = P(X \leq 1) = P(X < 1) + P(X = 1) = 0 + \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$$

$$F(4) = P(X \leq 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1 \\ \frac{1}{12}, & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}, & 2 \leq x < 3 \\ \frac{11}{12}, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$(ii) \quad P(X \leq 3) = F(3) = \frac{11}{12}$$

$$(iii) \quad P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

13. ஓர் ஆறு பக்க பகடையின் ஒரு பக்கத்தில் '1' என குறிக்கப்படுகிறது. அதன் இரு பக்கங்களிலும் '2' எனவும் மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '3' எனவும் குறிக்கப்படுகிறது. இருமுறை பகடை உருட்டப்படுகிறது. இருமுறை எறிதலின் மொத்த தொகையை X குறிக்கிறது எனில்

- (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு காண்க. (ii) குவிவு பரவல் சார்பு காண்க. (iii) $P(3 \leq X < 6)$ காண்க
(iv) $P(X \geq 4)$ காண்க. (Eg 11.8)

தீர்வு

பகடையில் மேல் உள்ள எண்கள் 1, 2, 2, 3, 3, 3

கூறுவெளி $S = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\} \times \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$

$X: S \rightarrow R$ என்பது இரு பகடையில் கிடைக்கும் மொத்த கூட்டுத்தொகை என்க.

+	1	2	2	3	3	3
1	2	3	3	4	4	4
2	3	4	4	5	5	5
2	3	4	4	5	5	5
3	4	5	5	6	6	6
3	4	5	5	6	6	6
3	4	5	5	6	6	6

X -ன் மதிப்புகள் = 2, 3, 4, 5, 6

$$P(X = 2) = \frac{1}{36}, \quad P(X = 3) = \frac{4}{36}, \quad P(X = 4) = \frac{10}{36}, \quad P(X = 5) = \frac{12}{36}, \quad \& \quad P(X = 6) = \frac{9}{36}$$

(i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$

(ii) குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i)$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X < 2) + P(X = 2) = 0 + \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} = \frac{5}{36}$$

$$F(4) = P(X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} = \frac{15}{36}$$

$$F(5) = P(X \leq 5) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{27}{36}$$

$$F(6) = P(X \leq 6) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{36}{36} = 1$$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 2 \\ \frac{1}{36}, & 2 \leq x < 3 \\ \frac{5}{36}, & 3 \leq x < 4 \\ \frac{15}{36}, & 4 \leq x < 5 \\ \frac{27}{36}, & 5 \leq x < 6 \\ 1, & 6 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$(iii) \quad P(3 \leq X < 6) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{26}{36}$$

$$(iv) \quad P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{31}{36}$$

14. ஓர் ஆறு பக்க பகடையின் ஒரு பக்கத்தில் '1' என குறிக்கப்படுகிறது .அதன் இரு பக்கங்களிலும் '3' எனவும் மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் ' 5 ' எனவும் குறிக்கப்படுகிறது .இருமுறை பகடை உருட்டப்படுகிறது.இருமுறை எறிதலின் மொத்த தொகையை X குறிக்கிறது எனில்

- (ii) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு காண்க. (ii) குவிவு பரவல் சார்பு காண்க .(iii) $P(4 \leq X < 10)$ காண்க
(iv) $P(X \geq 6)$ காண்க. (Ex 11.2-2)

தீர்வு

பகடையில் மேல் உள்ள எண்கள் 1, 3, 3, 5, 5, 5

(ii) கூறுவெளி $S = \{1, 3, 3, 5, 5, 5\} \times \{1, 3, 3, 5, 5, 5\}$

$X: S \rightarrow R$ என்பது இரு பகடையில் கிடைக்கும் மொத்த கூட்டுத்தொகை என்க.

+	1	3	3	5	5	5
1	2	4	4	6	6	6
3	4	6	6	8	8	8
3	4	6	6	8	8	8
5	6	8	8	10	10	10
5	6	8	8	10	10	10
5	6	8	8	10	10	10

X -ன் மதிப்புகள் = 2, 4, 6, 8, 10

$$P(X = 2) = \frac{1}{36}, \quad P(X = 4) = \frac{4}{36}, \quad P(X = 6) = \frac{10}{36}, \quad P(X = 8) = \frac{12}{36}, \quad \& \quad P(X = 10) = \frac{9}{36}$$

(ii) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு

x	2	4	6	8	10
$f(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$

(v) குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X \leq x_i)$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 2) = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$$

$$F(4) = P(X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 4) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} = \frac{5}{36}$$

$$F(6) = P(X \leq 6) = P(X = 2) + P(X = 4) + P(X = 6) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} = \frac{15}{36}$$

$$F(8) = P(X \leq 8) = P(X = 2) + P(X = 4) + P(X = 6) + P(X = 8) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{27}{36}$$

$$F(10) = P(X \leq 10) = P(X = 2) + P(X = 4) + P(X = 6) + P(X = 8) + P(X = 10) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{36}{36} = 1$$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 2 \\ \frac{1}{36}, & 2 \leq x < 4 \\ \frac{5}{36}, & 4 \leq x < 6 \\ \frac{15}{36}, & 6 \leq x < 8 \\ \frac{27}{36}, & 8 \leq x < 10 \\ 1, & 10 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$(vi) \quad P(4 \leq X < 10) = P(X = 4) + P(X = 6) + P(X = 8) = \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{26}{36}$$

$$P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 8) + P(X = 10) = \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{31}{36}$$

15. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$ - இன் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பினைக் காண்க .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < -2 \\ 0.25, & -2 \leq x < -1 \\ 0.60, & -1 \leq x < 1 \\ 0.90, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

மேலும் .(i) $P(X < 0)$ மற்றும் (ii) $P(X \geq -1)$ காண்க. (Eg 11.9)

தீர்வு

தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி $X = -2, -1, 0, 1$

$$\begin{aligned} f(-2) &= P(X = -2) = F(-2) - F(-2^-) = 0.25 - 0 = 0.25 \\ f(-1) &= P(X = -1) = F(-1) - F(-2) = 0.60 - 0.25 = 0.35 \\ f(0) &= P(X = 0) = F(0) - F(-1) = 0.90 - 0.60 = 0.30 \\ f(1) &= P(X = 1) = F(1) - F(0) = 1 - 0.90 = 0.10 \end{aligned}$$

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	-2	-1	0	1	மொத்தம்
$f(x)$	0.25	0.35	0.30	0.10	1

(i) $P(X < 0) = P(x = -2) + P(X = -1) = 0.25 + 0.35 = 0.60$

(i) $P(X \geq -1) = P(x = -1) + P(X = 0) + P(X = 1) = 0.35 + 0.30 + 0.10 = 0.75$

16. ஒரு தனிநிலை சார்பு X - ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில் .(i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iv) $P(X \leq 4)$ (iv) $P(3 < X)$ என்பவற்றைக்

காண்க. (Eg 11.10)

தீர்வு

$$X \text{ ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு} \Rightarrow \sum f(x) = 1$$

$$\Rightarrow k + 2k + 6k + 5k + 6k + 10k = 1 \Rightarrow 30k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$$

(i) $P(2 < X < 6) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(x = 5) = 6k + 5k + 6k = 17k = \frac{17}{30}$

ii) $P(2 \leq X < 5) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 2k + 6k + 5k = 13k = \frac{13}{30}$

iii) $P(X \leq 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = k + 2k + 6k + 5k = 14k = \frac{14}{30}$

(iv) $P(3 < X) = P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(x = 6) = 5k + 6k + 10k = 21k = \frac{21}{30}$

17. மூன்று சீரான நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.கிடைக்கும் தலைகளின் எண்ணிக்கைகளை நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பினைக் காண்க . (Ex 11.2-1)

தீர்வு

(i) மூன்று நாணயங்களை சுண்டும்போது கூறுவெளி

$$S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\} = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

X என்பது கிடைக்கும் தலைகளின் எண்ணிக்கை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, 3$

$$f(0) = P(X = 0) = \frac{1}{8} \{TTT\}$$

$$f(1) = P(X = 1) = \frac{3}{8} \{HTT, THT, TTH\}$$

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{3}{8} \{HHT, HTH, THH\}$$

$$f(3) = P(X = 3) = \frac{1}{8} \{HHH\}$$

$\therefore$ நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & , x = 0, 3 \\ \frac{3}{8} & , x = 1, 2 \end{cases}$$

18. மகன் மற்றும் மகளுக்கு சமவாய்ப்பு நிகழ்தகவுகள் எனக் கருதி 4 குழந்தைகள் கொண்ட ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள மகள்களின் எண்ணிக்கைக்கு நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பினையும், குவிவு பரவல் சார்பினையும் காண்க . (Ex 11.-2-3)

தீர்வு

தீர்வு

$$n(S) = 2^4 = 16$$

X என்பது குடும்பத்தில் உள்ள மகள்களின் எண்ணிக்கை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, 3, 4$

$$P(X = 0) = \frac{{}^4C_0}{16} = \frac{1}{16}$$

$$P(X = 1) = \frac{{}^4C_1}{16} = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 2) = \frac{{}^4C_2}{16} = \frac{6}{16}$$

$$P(X = 3) = \frac{{}^4C_3}{16} = \frac{4}{16} = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 4) = \frac{{}^4C_4}{16} = \frac{1}{16}$$

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	0	1	2	3	4	மொத்தம்
$f(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i)$$

$$F(0) = P(X \leq 0) = P(X = 0) = \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$F(1) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{11}{16}$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} = \frac{15}{16}$$

$$F(4) = P(X \leq 5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பு

x	0	1	2	3	4
$F(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{15}{16}$	1

19. ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி 0, 1 மற்றும் 2 மதிப்புகளை மட்டுமே கொள்ளும் என்க.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{k} & x = 0, 1, 2 \\ 0 & x - \text{இன் பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பிற்கு ,

(i) k -இன் மதிப்பு (ii) குவிவு பரவல் சார்பு (iii) $P(X \geq 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Ex 11.2-4)

தீர்வு

$$X = 0, 1, 2$$

$$f(0) = \frac{0+1}{k} = \frac{1}{k}, f(1) = \frac{1+1}{k} = \frac{2}{k} \text{ \& } f(2) = \frac{4+1}{k} = \frac{5}{k}$$

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{k}$	$\frac{2}{k}$	$\frac{5}{k}$

$$X - \text{ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு} \Rightarrow \sum f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} + \frac{2}{k} + \frac{5}{k} = \frac{8}{k} \Rightarrow \frac{8}{k} = 1 \Rightarrow k = 8$$

குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i)$$

$$F(0) = P(X \leq 0) = P(X = 0) = \frac{1}{k} = \frac{1}{8}$$

$$F(1) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{k} + \frac{2}{k} = \frac{3}{k} = \frac{3}{8}$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{k} + \frac{2}{k} + \frac{5}{k} = \frac{8}{k} = 1$$

$$= \frac{16}{16} = 1$$

எனவே குவிவு பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{8}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{8}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & 2 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$(iii) P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X \leq 0) = 1 - F(0) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

20.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < -1 \\ 0.15, & -1 \leq x < 0 \\ 0.35, & 0 \leq x < 1 \\ 0.60, & 1 \leq x < 2 \\ 0.85, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

என்பது ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பு எனில்

(i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) $P(X < 1)$ (iii) $P(X \geq 2)$ காண்க. (Ex 11.2-5)

தீர்வு

தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி $X = -1, 0, 1, 2, 3$

$$f(-1) = P(X = -1) = F(-1) - F(-1^-) = 0.15 - 0 = 0.15$$

$$f(0) = P(X = 0) = F(0) - F(0^-) = 0.35 - 0.15 = 0.20$$

$$f(1) = P(X = 1) = F(1) - F(0) = 0.60 - 0.35 = 0.25$$

$$f(2) = P(X = 2) = F(2) - F(1) = 0.85 - 0.60 = 0.25$$

$$f(3) = P(X = 3) = F(3) - F(2) = 1 - 0.85 = 0.15$$

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	-1	1	1	2	3
$f(x)$	0.15	0.20	0.25	0.15	0.15

$$(i) P(X < 1) = P(x = -1) + P(X = 0) = 0.15 + 0.20 = 0.35$$

$$(ii) P(X \geq 2) = P(x = 2) + P(X = 3) = 0.25 + 0.15 = 0.40$$

21. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

(i) k -இன் மதிப்பு (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(3 < X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Ex 11.2-6)

தீர்வு

$$\begin{aligned} f(x) - \text{ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு} &\Rightarrow \sum f(x) = 1 \\ \Rightarrow k^2 + 2k^2 + 3k^2 + 2k + 3k &= 1 \Rightarrow 6k^2 + 5k = 1 \Rightarrow 6k^2 + 5k - 1 = 1 \\ \Rightarrow k &= \frac{1}{6}, -1 \Rightarrow k = \frac{1}{6} (> 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (i) P(2 \leq X < 5) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(x = 4) = 2k^2 + 3k^2 + 2k = 5k^2 + 2k \\ &= \frac{5}{36} + \frac{2}{6} = \frac{5 + 12}{36} = \frac{17}{36} \end{aligned}$$

$$(iv) P(3 < X) = P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5) = 2k + 3k = 5k = \frac{5}{6}$$

22.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{5}, & 1 \leq x < 2 \\ \frac{4}{5}, & 2 \leq x < 3 \\ \frac{9}{10}, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

என்பது ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பு எனில்

(ii) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) $P(X < 3)$.(iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க. (Ex 11.2-7)

தீர்வு

தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி $X = 0, 1, 2, 3, 4$

$$f(0) = P(X = 0) = F(0) - F(0^-) = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

$$f(1) = P(X = 1) = F(1) - F(0) = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6-5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f(2) = P(X = 2) = F(2) - F(1) = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$f(3) = P(X = 3) = F(3) - F(2) = \frac{9}{10} - \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{9-8}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f(4) = P(X = 4) = F(4) - F(3) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$(i) P(X < 3) = P(x = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$(i) P(X \geq 2) = P(x = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

23.

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & 1 < X < 4 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

x - இன் பிறமதிப்புகளுக்கு எனும் சார்பு ஒரு நிகழ்தகவு

அடர்த்திச் சார்பு எனில், மாறிலி c -இன் மதிப்பு காண்க. மேலும் i) $P(1.5 < X < 3.5)$ (ii) $P(X \leq 2)$

(iii) $P(3 < X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க. (Eg 11.11)

தீர்வு

$$c = ?$$

$$f(x) \text{ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx + \int_4^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_1^4 c x^2 dx = 1 \Rightarrow c \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^4 = 1$$

$$\Rightarrow c \left[\frac{64}{3} - \frac{1}{3} \right] = 1 \Rightarrow c \frac{63}{3} = 1 \Rightarrow 21c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{21}$$

$$i) P(1.5 < X < 3.5) = ?$$

$$P(1.5 < X < 3.5) = \int_{1.5}^{3.5} f(x) dx = \int_{1.5}^{3.5} c x^2 dx = \frac{1}{21} \int_{1.5}^{3.5} x^2 dx =$$

$$= \frac{1}{21} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{1.5}^{3.5} = \frac{1}{21} \left[\frac{(3.5)^3}{3} - \frac{(1.5)^3}{3} \right]$$

$$= \frac{1}{21 \times 3} [42.875 - 3.375] = \frac{39.5}{63} = \frac{395}{636} = \frac{79}{126}$$

$$(ii) P(X \leq 2) = ?$$

$$P(X \leq 2) = \int_{-\infty}^2 c x^2 dx = \frac{1}{21} \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{21} \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{1}{21} \left[\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right]$$

$$= \frac{7}{21 \times 3} = \frac{1}{9}$$

.(iii) $P(3 < X) = P(X > 3) = ?$

$$P(X > 3) = \int_3^{\infty} c x^2 dx = \frac{1}{21} \int_3^4 x^2 dx = \frac{1}{21} \left[\frac{x^3}{3} \right]_3^4 = \frac{1}{21} \left[\frac{64}{3} - \frac{27}{3} \right] = \frac{37}{63}$$

$$24. f(x) = \begin{cases} x-1, & 1 \leq x < 2 \\ -x+3, & 2 \leq x < 3 \\ 0, & x - \text{இன் பிறமதிப்புக்களுக்கு} \end{cases},$$

என்பது சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ எனில் (i) பரவல் சார்பு $F(x)$

(iii) $P(1.5 \leq X \leq 2.5)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.12)

தீர்வு

$$\text{பரவல் சார்பு } F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

$$(1) x < 1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = 0$$

$$(2) 1 \leq x < 2 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^1 f(u) du + \int_1^x f(u) du$$

$$= 0 + \int_1^x (u-1) du = \int_1^x (u-1) du$$

$$= \left[\frac{(u-1)^2}{2} \right]_1^x = \left[\frac{(x-1)^2}{2} - 0 \right] = \frac{(x-1)^2}{2}$$

$$(3) 2 \leq x < 3 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^1 f(u) du + \int_1^2 f(u) du + \int_2^x f(u) du$$

$$= 0 + \int_1^2 (u-1) du + \int_2^x (3-u) du$$

$$= \left[\frac{(u-1)^2}{2} \right]_1^2 + \left[\frac{(3-u)^2}{-2} \right]_2^x = \left[\frac{1}{2} - 0 \right] + \left[\frac{(3-x)^2}{-2} \right] - \left[-\frac{1}{2} \right] = 1 - \frac{(3-x)^2}{2}$$

$$(4) x \geq 3 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^1 f(u) du + \int_1^2 f(u) du + \int_2^3 f(u) du + \int_3^x f(u) du$$

$$= 0 + \int_1^2 (u-1) du + \int_2^3 (3-u) du + \int_3^x 0 du$$

$$= \left[\frac{(u-1)^2}{2} \right]_1^2 + \left[\frac{(3-u)^2}{-2} \right]_2^3 = \left[\frac{1}{2} - 0 \right] + \left[0 + \frac{1}{2} \right] = 1$$

$\therefore$ பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1 \\ \frac{(x-1)^2}{2}, & 1 \leq x < 2 \\ 1 - \frac{(3-x)^2}{2}, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

(iii) $P(1.5 \leq X \leq 2.5) = ?$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

$$P(1.5 \leq X \leq 2.5) = F(2.5) - F(1.5) = \left[1 - \frac{(3-x)^2}{2}\right]_{x=2.5} - \left[\frac{(x-1)^2}{2}\right]_{x=1.5}$$

$$= \left[1 - \frac{(3-2.5)^2}{2}\right] - \left[\frac{(1.5-1)^2}{2}\right] = \left[1 - \frac{(0.25)}{2}\right] - \left[\frac{(0.25)}{2}\right] = 1 - 0.25 = 0.75$$

25. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases} \quad \text{எனில்}$$

(i) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ (ii) $P(0.2 \leq X \leq 0.7)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.13)

(ii) $P(1.5 \leq X \leq 2.5)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.13)

தீர்வு

ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் பரவல் சார்பு $F(x)$ எனில் $f(x) = F'(x)$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \text{ இன் பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

(ii) $P(0.2 \leq X \leq 0.7) = F(0.7) - F(0.2) = [x]_{0.2}^{0.7} = 0.7 - 0.2 = 0.5$

அல்லது

$$P(0.2 \leq X \leq 0.7) = \int_{0.2}^{0.7} f(x) dx = \int_{0.2}^{0.7} 1 dx = [x]_{0.2}^{0.7} = 0.7 - 0.2 = 0.5$$

26. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k, & 1 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases} \quad \text{எனில்}$$

(i) பரவல் சார்பு $F(x)$ (ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(2 < X < 4)$ (iv) $P(3 \leq X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.14)

தீர்வு

$k = ?$

$$f(x) \text{ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx + \int_5^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_1^5 k dx = 1 \Rightarrow k [x]_1^5 = 1$$

$$\Rightarrow k [5 - 1] = 1 \Rightarrow 4k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

பரவல் சார்பு $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$

$$(1) \quad x < 1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = 0$$

$$(2) \quad 1 \leq x < 5 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^1 f(u) du + \int_1^x \frac{1}{4} du$$

$$= 0 + \frac{1}{4} \int_1^x du = \frac{1}{4} [u]_1^x = \frac{1}{4} [x - 1]$$

$$(3) \quad x \geq 5 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^1 f(u) du + \int_1^5 f(u) du + \int_5^x f(u) du$$

$$= \int_{-\infty}^1 0 du + \int_1^5 \frac{1}{4} dx + \int_5^x 0 du = \int_1^5 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4} [u]_1^5 = \frac{1}{4} [5 - 1] = 1$$

$\therefore$ பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1 \\ \frac{1}{4}(x - 1), & 1 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$(ii) \quad P(X < 3) = P(X \leq 3) = ?$$

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$P(X \leq 3) = F(3) = \left[\frac{1}{4}(x - 1) \right]_{x=3} = \left[\frac{1}{4}(3 - 1) \right] = \frac{1}{2}$$

$$(iii) \quad P(2 < X < 4) = P(2 \leq X \leq 4) = F(4) - F(2) = \left[\frac{1}{4}(x - 1) \right]_{x=4} - \left[\frac{1}{4}(x - 1) \right]_{x=2}$$

$$= \left[\frac{1}{4}(3 - 1) \right] - \left[\frac{1}{4}(2 - 1) \right] = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(iv) \quad P(3 \leq X) = P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

27. ஒரு மின்சாதனத்தின் ஆயுட் காலத்தைக் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

$$\text{சார்பு } f(x) = \begin{cases} ke^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad \text{ஆகும்.}$$

(i) k -இன் மதிப்பு (ii) பரவல் சார்பு (iii) $P(X < 2)$ (iii) $P(2 < X < 4)$ (iv) X - ன் குறைந்தபட்சம் நான்கு நேரஅலகுகளுக்கான நிகழ்தகவு (v) $P(X = 3)$ ஆகியவற்றைக் காண்க. (Eg 11.15)

தீர்வு

தீர்வு

$$k = ?$$

$$f(x) \quad \text{ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு} \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} ke^{-2x} dx = 1 \Rightarrow k \left[\frac{e^{-2x}}{-2} \right]_0^{\infty} = 1 \Rightarrow k \left[\frac{e^{-2x}}{2} \right]_0^{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} [e^0 - e^{-\infty}] = 1 \Rightarrow \frac{k}{2} \left[1 - \frac{1}{e^{\infty}} \right] = 1 \Rightarrow \frac{k}{2} [1 - 0] = 1$$

$$k = 2$$

$$\therefore \text{நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

பரவல் சார்பு $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$

$$(1) \quad x \leq 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = 0$$

$$(2) \quad x > 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^0 f(u) du + \int_0^x \frac{1}{4} du$$

$$= 0 + 2 \int_0^x e^{-2u} du = 2 \left[\frac{e^{-2u}}{-2} \right]_0^x = \frac{2}{-2} [e^{-2u}]_0^x = -[e^{-2x} - e^0]$$

$$= [1 - e^{-2x}]$$

$\therefore$ பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-2x}, & x > 0 \end{cases},$$

$$(ii) \quad P(X < 3) = P(X \leq 2) = ?$$

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$P(X \leq 2) = F(2) = [1 - e^{-2x}]_{x=2} = 1 - e^{-4}$$

(iv) X - ன் குறைந்தபட்சம் நான்கு நேர அலகுகளுக்கான நிகழ்தகவு

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 3) = 1 - F(4) = 1 - [1 - e^{-2x}]_{x=4} = 1 - [1 - e^{-8}] = e^{-8}$$

(v) X தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி $\Rightarrow P(X = 3) = 0$

28. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k x e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad \text{எனில்}$$

k -இன் மதிப்பு மதிப்பு காண்க. (Ex 11.3-1)

தீர்வு

$$k = ?$$

$$f(x) \text{ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு} \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow k \int_0^{\infty} x e^{-2x} dx = 1 \Rightarrow k \left[\frac{1!}{2^2} \right] = 1$$

$$k = 4$$

29. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases} \quad \text{எனில்},$$

(i) $P(0.2 \leq X < 0.6)$ (ii) $P(1.2 \leq X < 1.8)$ (iii) $P(0.5 \leq X < 1.5)$ ஆகியவற்றைக் காண்க. (Eg 11. 3-2)

தீர்வு

$$(i) \quad P(0.2 \leq X < 0.6) = \int_{0.2}^{0.6} f(x) dx = \int_{0.2}^{0.6} x dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{0.2}^{0.6} = \frac{1}{2} [(0.6)^2 - (0.2)^2]$$

$$= \frac{1}{2} [0.36 - 0.04] = \frac{1}{2} [0.32] = 0.16$$

$$(ii) P(1.2 \leq X < 1.8) = \int_{1.2}^{1.8} f(x) dx = \int_{1.2}^{1.8} (2 - x) dx = \left[2x - \frac{x^2}{2} \right]_{1.2}^{1.8} = \frac{1}{2} [4x - x^2]_{1.2}^{1.8}$$

$$= \frac{1}{2} \{ [4(1.8) - (1.8)^2] - [4(1.2) - (1.2)^2] \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ [7.2 - 3.24] - [4.8 - 1.44] \} = \frac{1}{2} [3.96 - 3.36] = \frac{1}{2} [0.60] = 0.3$$

$$(iii) P(0.5 \leq X < 1.5) = \int_{0.5}^{1.5} f(x) dx = \int_{0.5}^1 x dx + \int_1^{1.5} (2 - x) dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{0.5}^1 + \left[2x - \frac{x^2}{2} \right]_1^{1.5}$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \right]_{0.5}^1 + \frac{1}{2} [4x - x^2]_{1.2}^{1.8} = \frac{1}{2} [1 - (0.5)^2] + \frac{1}{2} \{ [4(1.5) - (1.5)^2] - [4 - 1] \}$$

$$= \frac{1}{2} [1 - 0.25 + 6 - 2.25 - 3] = \frac{1}{2} [4 - 2.50] = \frac{1}{2} [1.5] = 0.75$$

30. ஒரு பால் விற்பனையகத்தில் விநியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க.

குறைந்த பட்சம் 200 லிட்டர்கள் மற்றும் அதிக பட்சம் 600 லிட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

$$\text{சார்பு } f(x) = \begin{cases} k, & 200 \leq x \leq 600 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases},$$

(i) k -இன் மதிப்பு (ii) பரவல் சார்பு (iii) 300 லிட்டர்கள் மற்றும் 500 லிட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க. (Ex 11.3-3)

தீர்வு

(i) $k = ?$

$$f(x) \text{ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{200} f(x) dx + \int_{200}^{600} f(x) dx = 1$$

$$\Rightarrow k \int_{200}^{600} dx = 1 \Rightarrow k [x]_{200}^{600} = 1$$

$$k(600 - 200) = 1 \Rightarrow 400k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{400}$$

(ii) பரவல் சார்பு

$$\text{பரவல் சார்பு } F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

$$(i) x < 200 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x 0 du = 0$$

$$(ii) 200 \leq x \leq 600 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^{200} 0 du + \int_{200}^x k du$$

$$= 0 + \frac{1}{400} \int_{200}^x du = \frac{1}{400} [u]_{200}^x = \frac{x - 200}{400}$$

$$(iv) x > 600 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^{200} 0 du + \int_{200}^{600} k du + \int_{600}^x 0 du$$

$$= \frac{1}{400} \int_{200}^{600} du = \frac{1}{400} [u]_{200}^{600} = \frac{1}{400} [600 - 200] = 1$$

$\therefore$ பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 200 \\ \frac{x - 200}{400}, & 200 \leq x < 600 \\ 1, & x > 600 \end{cases}$$

31. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k e^{-\frac{x}{3}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad \text{எனில்}$$

- (i) k -இன் மதிப்பு (ii) பரவல் சார்பு (iii) $P(X < 3)$ (iv) $P(5 \leq X)$ (v) $P(X \leq 4)$
ஆகியவற்றைக் காண்க. (Ex 11.3-4)

தீர்வு

- (i) $k = ?$

$$\begin{aligned} f(x) \text{ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு} &\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \\ &\Rightarrow \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^{\infty} f(x) dx = 1 \\ &\Rightarrow \int_0^{\infty} k e^{-\frac{x}{3}} dx = 1 \Rightarrow k \left[\frac{e^{-\frac{x}{3}}}{-\frac{1}{3}} \right]_0^{\infty} = 1 \Rightarrow 3k \left[e^{-\frac{x}{3}} \right]_{\infty}^0 \\ &\Rightarrow 3k [e^0 - e^{-\infty}] = 1 \Rightarrow 3k \left[1 - \frac{1}{e^{\infty}} \right] = 1 \Rightarrow 3k [1 - 0] = 1 \\ &\quad k = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

$$\text{பரவல் சார்பு } F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

$$(i) \quad x \leq 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x 0 du = 0$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad x > 0 &\Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^0 f(u) du + \int_0^x \frac{1}{3} e^{-\frac{u}{3}} du \\ &= 0 + \frac{1}{3} \int_0^x e^{-\frac{u}{3}} du = \frac{1}{3} \left[\frac{e^{-\frac{u}{3}}}{-\frac{1}{3}} \right]_0^x = \frac{3}{-3} \left[e^{-\frac{u}{3}} \right]_0^x = - \left[e^{-\frac{x}{3}} - e^0 \right] \\ &= \left[1 - e^{-\frac{x}{3}} \right] \end{aligned}$$

$$\therefore \text{பரவல் சார்பு } F(x)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{3}}, & x > 0 \end{cases},$$

$$(ii) \quad P(5 \leq X) = P(X \geq 5) = ?$$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - F(5) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{5}{3}} \right)_{x=5} = 1 - 1 + e^{-\frac{5}{3}} = e^{-\frac{5}{3}}$$

$$(iii) \quad P(X \leq 4) = F(4) = \left[1 - e^{-\frac{x}{3}} \right]_{x=4} = 1 - e^{-\frac{4}{3}}$$

32. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \leq x < 0 \\ -x+1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x - \text{இன் பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases},$$

(i) பரவல் சார்பு $F(x)$ (ii) $P(-0.5 \leq X \leq 0.5)$ ஆகியவற்றைக் காண்க (Eg 11.3-5)

தீர்வு

$$\text{பரவல் சார்பு } F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

$$(1) \quad x < -1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = 0$$

$$(2) \quad -1 \leq x < 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^{-1} f(u) du + \int_{-1}^x (u+1) du$$

$$= 0 + \left[\frac{u^2}{2} + u \right]_{-1}^x = \frac{1}{2} [u^2 + 2u]_{-1}^x = \frac{1}{2} [(x^2 + 2x) - (1 - 2)]$$

$$= \frac{1}{2} [(x^2 + 2x + 1)] = \frac{(x+1)^2}{2}$$

$$(3) \quad 0 \leq x < 1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^{-1} 0 du + \int_{-1}^0 f(u) du + \int_0^x f(u) du$$

$$= \int_{-\infty}^{-1} 0 du + \int_{-1}^0 (u+1) du + \int_0^x (-u+1) du$$

$$= 0 + \left[\frac{u^2}{2} + u \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{u^2}{2} + u \right]_0^x = \frac{1}{2} [u^2 + 2u]_{-1}^0 + \frac{1}{2} [-u^2 + 2u]_0^x$$

$$= \frac{1}{2} [0 - (1 - 2) + (-x^2 + 2x - 0)] = \frac{1-x^2+2x}{2}$$

$$(4) \quad x \geq 1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \int_{-\infty}^{-1} 0 du + \int_{-1}^0 f(u) du + \int_0^1 f(u) du + \int_1^x f(u) du$$

$$= \int_{-\infty}^{-1} 0 du + \int_{-1}^0 (u+1) du + \int_0^1 (-u+1) du + \int_1^x 0 du$$

$$= 0 + \left[\frac{u^2}{2} + u \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{u^2}{2} + u \right]_0^1 + 0 = \frac{1}{2} [u^2 + 2u]_{-1}^0 + \frac{1}{2} [-u^2 + 2u]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} [0 - (1 - 2) + (-1 + 2 - 0)] = \frac{2}{2} = 1$$

$\therefore$ பரவல் சார்பு $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{(x+1)^2}{2}, & -1 \leq x < 0 \\ \frac{1-x^2+2x}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(ii) \quad P(-0.5 \leq X \leq 0.5) = F(0.5) - F(-0.5) = \left[\frac{1-x^2+2x}{2} \right]_{x=0.5} - \left[\frac{1-x^2+2x}{2} \right]_{x=-0.5}$$

$$= \left[\frac{1 - (0.5)^2 + 2(0.5)}{2} \right]_{x=0.5} - \left[\frac{1 - (-0.5)^2 + 2(-0.5)}{2} \right]_{x=-0.5}$$

$$= \left[\frac{1 - (0.5)^2 + 2(0.5)}{2} \right] - \left[\frac{1 - (-0.5)^2 + 2(-0.5)}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{1 - 0.25 + 1}{2} \right] - \left[\frac{1 - 0.25 - 1}{2} \right] = \left[\frac{2 - 0.5}{2} \right] = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

33. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + x) & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < \infty \end{cases}, \quad \text{எனில்}$$

(i) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ (ii) $P(0.3 \leq X \leq 0.6)$ ஆகியவற்றைக் காண்க (Eg 11.3-6)
தீர்வு

(i) நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2}(2x + 1) & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x < \infty \end{cases},$$

$$(ii) P(0.3 \leq X \leq 0.6) = F(0.6) - f(0.3) = \frac{1}{2}[(0.6)^2 + 0.6] - \frac{1}{2}[(0.3)^2 + 0.3]$$

$$= \frac{1}{2}[0.36 + 0.6 - 0.09 - 0.3] = \frac{1}{2}[0.96 - 0.39] = \frac{1}{2} \times 0.57 = 0.285$$

34. கீழ்க்காணும் சார்பு ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பினைக் குறிக்கிறது என்க .

x	1	2	3	4	5	6
$f(x) \geq 0$	c^2	$2c^2$	$3c^2$	$4c^2$	c	$2c$

c -இன் மதிப்பு (ii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி ஆகியவற்றைக் காண்க . (Ex 11-16)

தீர்வு

$$f(x) - \text{ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு} \Rightarrow \sum f(x) = 1$$

$$\Rightarrow c^2 + 2c^2 + 3c^2 + 4c^2 + c + 2c = 1 \Rightarrow 10c^2 + 3c - 1 = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{5} \text{ or } -\frac{1}{2}$$

$$\therefore c = \frac{1}{5}$$

(iii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$
1	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
2	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{8}{25}$
3	$\frac{3}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{27}{25}$
4	$\frac{4}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{64}{25}$
5	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{5} = \frac{25}{25}$	$\frac{25}{5} = \frac{125}{25}$
6	$\frac{2}{5}$	$\frac{12}{5} = \frac{60}{25}$	$\frac{72}{5} = \frac{360}{25}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{115}{25}$	$\sum x^2f(x) = \frac{585}{25}$

சராசரி $E(X) = \sum xf(x) = \frac{115}{25} = 4.6$

பரவற்படி $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \sum x^2f(x) - (\sum xf(x))^2$

$$= \frac{585}{25} - \left(\frac{115}{25}\right)^2 = 23.40 - 21.16 = 2.24$$

35. 8 வெள்ளை மற்றும் 4 கருப்பு பந்துகள் கொண்ட கூடையிலிருந்து இரு பந்துகள் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன . தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு கருப்பு பந்திற்கும் ரூ 20 வெல்லும் தொகையாகவும் , தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு வெள்ளை பந்திற்கும் ரூ 10 தோற்கும் தொகையாகவும் கொள்க . எதிர்பார்க்கப்படும் வெல்லும் தொகை மற்றும் பரவற்படி காண்க . (Eg 11.-17)

தீர்வு

மொத்த பந்துகள் = 12 (8 W , 4B)

12 பந்துகளிலிருந்து, 2 பந்துகள் எடுப்பதால், $n(S) = {}^{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{1 \times 2} = 66$

வாய்ப்புகள் : 2 B , 1 B 1 W , 2 W

X என்பது வெல்லும் தொகை என்க.

இரண்டுமே கருப்பு பந்துகள் எனில் , வெல்லும் தொகை $X = 2 \times 20 = \text{ரூ. } 40$

ஒரு கருப்பு , 1 வெள்ளை எனில் , வெல்லும் தொகை $X = (1 \times 20) + (1 \times -10) = 20 - 10 = \text{ரூ. } 10$

இரண்டுமே வெள்ளை பந்துகள் எனில், வெல்லும் தொகை $X = 2 \times (-10) = \text{ரூ.} - 20$

$$\therefore X = 40, 10, -20$$

$$\begin{aligned} X = 40 \text{ எனில், மொத்த வழிகள்} &= 4_{C_2} \times 8_{C_0} \\ &= \frac{4 \times 3}{1 \times 2} \times 1 = 6 \end{aligned}$$

$$X = 10 \text{ எனில், மொத்த வழிகள்} = 4_{C_1} \times 8_{C_1} = 4 \times 8 = 32$$

$$X = -20 \text{ எனில், மொத்த வழிகள்} = 4_{C_0} \times 8_{C_2} = 1 \times \frac{8 \times 7}{1 \times 2} = 28$$

(i) சராசரி மற்றும் பரவற்படி.

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$
40	$\frac{6}{66}$	$\frac{240}{66}$	$\frac{1600 \times 6}{66} = \frac{9600}{66}$
10	$\frac{32}{66}$	$\frac{320}{66}$	$\frac{100 \times 32}{66} = \frac{3200}{66}$
-20	$\frac{28}{66}$	$\frac{-560}{66}$	$\frac{400 \times 28}{66} = \frac{1120}{66}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = 0$	$\sum x^2f(x) = \frac{24000}{66} = \frac{4000}{11}$

$$\text{சராசரி } E(X) = \sum xf(x) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{பரவற்படி } V(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 = \sum x^2f(x) - (\sum xf(x))^2 \\ &= \frac{4000}{11} - 0 = \frac{4000}{11} \end{aligned}$$

36. $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு உள்ள ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. (Eg 11.18)
தீர்வு

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \text{சராசரி } \mu = E(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx = \\ &= \lambda \left[\frac{1!}{\lambda^2} \right] = \frac{1}{\lambda} \quad (n = 1, \lambda = \infty) \\ E(x) &= \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \int_0^{\infty} x^2 e^{-\lambda x} dx = \lambda \left[\frac{2!}{\lambda^3} \right] = \lambda \times \frac{2}{\lambda^3} = \frac{2}{\lambda^2} \quad (n = 2, a = \infty)$$

$$\text{பரவேற்படி} = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

37. கீழ்க்காணும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்புகளுக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. (Ex 11.4-1)

$$(i) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & x = 2, 5 \\ \frac{1}{5}, & x = 0, 1, 3, 4 \end{cases}$$

$$(ii) f(x) = \left\{ \frac{4-x}{6}, \quad x = 1, 2, 3 \right.$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

$$(iv) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

தீர்வு

(i) சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$
0	$\frac{2}{10}$	0	0
1	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
2	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$
3	$\frac{2}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{18}{10}$
4	$\frac{2}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{32}{10}$
5	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{25}{10}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{23}{10}$	$\sum x^2f(x) = \frac{81}{10}$

$$\text{சராசரி } E(X) = \sum xf(x) = \frac{23}{10} = 2.3$$

$$\text{பரவற்படி } V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \sum x^2f(x) - (\sum xf(x))^2$$

$$= 8.1 - (2.3)^2 = 8.1 - 5.29 = 2.81$$

(ii)

நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

x	1	2	3
$f(x) = \frac{4-x}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

(i)

சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$
1	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$
2	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{8}{6}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{10}{6}$	$\sum x^2f(x) = \frac{20}{6}$

சராசரி $E(X) = \sum xf(x) = \frac{10}{6} = 1.67$

பரவற்படி $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \sum x^2f(x) - (\sum xf(x))^2$

$$= \frac{20}{6} - \left(\frac{10}{6}\right)^2 = \frac{20}{6} - \frac{100}{36} = \frac{120 - 100}{36} = \frac{20}{36} = 0.56$$

(iii)

சராசரி $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_1^2 x f(x) dx = \int_1^2 x 2(x-1) dx = 2 \int_1^2 (x^2 - x) dx$

$$= 2 \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = 2 \left\{ \left[\frac{8}{3} - \frac{4}{2} \right] - \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right] \right\} = 2 \left[\frac{7}{3} - \frac{3}{2} \right] = 2 \left[\frac{14-9}{6} \right] = \frac{5}{3}$$

$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_1^2 x^2 f(x) dx = \int_1^2 x^2 2(x-1) dx = 2 \int_1^2 (x^3 - x^2) dx$

$$= 2 \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = 2 \left\{ \left[4 - \frac{8}{3} \right] - \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right] \right\} = 2 \left[4 - \frac{8}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right]$$

$$= 2 \left[4 - \frac{7}{3} - \frac{1}{4} \right] = 2 \left[\frac{48 - 28 - 3}{12} \right] = \frac{17}{6}$$

பரவற்படி $= E(x^2) - (E(X))^2 = \frac{17}{6} - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{17}{6} - \frac{25}{9} = \frac{51-50}{18} = \frac{1}{18}$

(iv)

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\text{சராசரி } E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1!}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \right] = \frac{4}{2} = 2 \quad (n = 4, a = \frac{1}{2})$$

$$E(x) = 2$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} [16] = 8 \quad (n = 2, a = \frac{1}{2})$$

$$\text{பரவேற்படி} = E(x^2) - (E(X))^2 = 8 - 4 = 4$$

38. நான்கு சிவப்பு பந்துகள் மற்றும் மூன்று கருப்பு பந்துகள் கொண்ட ஒரு கூடையிலிருந்து பதிலீடாக இடாது அடுத்தடுத்து இரு பந்துகள் வெளியில் எடுக்கப்படுகின்றன. சிவப்பு பந்து வெளியில் எடுக்கும் சாத்திய கூறுகளை X என்க. X - இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பையும், சராசரியையும் காண்க. (Ex.11.4-2) தீர்வு

$$\text{மொத்த பந்துகள்} = 7 \quad (4R, 3B)$$

$$7 \text{ பந்துகளிலிருந்து, } 2 \text{ பந்துகள் எடுப்பதால், } n(S) = {}^7C_2 = \frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$$

X என்பது சிவப்பு பந்துளின் எண்ணிக்கையை குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி என்க.

$$\therefore X = 0, 1, 2$$

$$\begin{aligned} \text{இரண்டுமே கருப்பு எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} &= {}^4C_0 \times {}^3C_2 \\ &= 1 \times \frac{3 \times 2}{1 \times 2} = 3 \end{aligned}$$

$$, 1 \text{ சிவப்பு, } 1 \text{ கருப்பு எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} = {}^4C_1 \times {}^3C_1 = 4 \times 3 = 12$$

$$\begin{aligned} \text{இரண்டுமே சிவப்பு எனில், மொத்த எண்ணிக்கை} &= {}^4C_2 \times {}^3C_0 \\ &= \frac{4 \times 3}{1 \times 2} \times 1 = 6 \end{aligned}$$

(i) சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x) = P(X = x)$	$xf(x)$
0	$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$	0
1	$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$
2	$\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{8}{7}$

$$\text{சராசரி } E(X) = \sum xf(x) = \frac{8}{7}$$

39. μ மற்றும் σ^2 ஆகியவை முறையே தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் பரவேற்படி மற்றும்

$$E(X + 3) = 10 \text{ மற்றும் } E(X + 3)^2 = 116, \text{ எனில் } \mu \text{ மற்றும் } \sigma^2\text{-ஐக் காண்க. (Ex.11.4-3)}$$

தீர்வு

$$\begin{aligned}
E(X+3) &= 10 \\
\Rightarrow E(X) + 3 &= 10 \\
\Rightarrow E(X) &= 10 - 3 = 7 \Rightarrow E(X) = 7 \\
E(X+3)^2 &= 116 \Rightarrow E(X^2 + 6X + 9) = 116 \\
\Rightarrow E(X^2) + 6E(X) + 9 &= 116 \\
\Rightarrow E(X^2) + 6E(X) &= 107 \\
\Rightarrow E(X^2) + 6 \times 7 &= 107 \\
\Rightarrow E(X^2) &= 107 - 42 \\
\Rightarrow E(X^2) &= 65
\end{aligned}$$

$$\text{பரவேற்படி} = E(X^2) - (E(X))^2 = 65 - 49 = 16$$

$$\mu = 7 \text{ \& } \sigma^2 = 16$$

40. நான்கு சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பு, சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. (Ex.11.4-4)

தீர்வு

மொத்த நாணயங்கள் = 4

$$n(S) = 2^4 = 16$$

X என்பது கிடைக்கும் தலைகளின் எண்ணிக்கையை குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி என்க.

$$\therefore X = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\begin{aligned}
f(0) = P(X=0) &= \frac{{}^4C_0}{16} = \frac{1}{16} \\
f(1) = P(X=1) &= \frac{{}^4C_1}{16} = \frac{4}{16} \\
f(2) = P(X=2) &= \frac{{}^4C_2}{16} = \frac{6}{16} \\
f(3) = P(X=3) &= \frac{{}^4C_3}{16} = \frac{4}{16} \\
f(4) = P(X=4) &= \frac{{}^4C_4}{16} = \frac{1}{16}
\end{aligned}$$

(ii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$
0	$\frac{1}{16}$	0	0
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$
2	$\frac{6}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{24}{16}$
3	$\frac{4}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{36}{16}$
4	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{16}{16}$
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{32}{16} = 2$	$\sum x^2f(x) = \frac{80}{16}$

$$\text{சராசரி } E(X) = \sum x f(x) = 2$$

$$\begin{aligned} \text{பரவற்படி } V(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 = \sum x^2 f(x) - (\sum x f(x))^2 \\ &= 5 - 4 = 1 \end{aligned}$$

41. ஒரு பயணிகள் இரயில் ஒவ்வொரு அரை மணி நேரத்திற்கும் ஒரு நிலையத்திற்கு சரியான நேரத்தில் வந்து சேரும். ஒவ்வொரு நாள் காலையிலும், ஒரு மாணவர் தனது வீட்டிலிருந்து இரயில் நிலையத்திற்கு செல்கிறார். மாணவர் ரயில் நிலையத்தை அடையும் நேரத்திலிருந்து ரயிலுக்காக காத்திருக்கும் நேரத்தை X என நிமிடங்களில் குறிக்கலாம். X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{30}, & 0 < x < 30 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

எனில் சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பை கணித்து விளக்குக. (Ex.11.4-5)

தீர்வு

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} X \text{ -ன் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு } \mu = E(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{30} x \frac{1}{30} dx = \frac{1}{30} \int_0^{30} x dx \\ &= \frac{1}{30} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{30} = \frac{30 \times 30}{30 \times 2} = 15 \text{ நிமிடங்கள்} \end{aligned}$$

42. கணினி தயாரிக்கப்படும்போது ஆயிரக்கான மணி நேரம் பயன்படுத்தப்படும்போது ஒரு மின்னணு சாதனமொன்றின் பழுதடையும் நேரத்தின் அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 3 e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases} \quad \text{ஆகும்.}$$

இம்மின்னணு சாதனத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் ஆயுட்காலத்தைக் காண்க. (Ex.11.4-6)

தீர்வு

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

எதிர்பார்க்கப்படும் ஆயுட்காலம்

$$\begin{aligned} \mu = E(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x 3 e^{-3x} dx = 3 \int_0^{\infty} x e^{-3x} dx = \\ &= 3 \left[\frac{1!}{3^2} \right] = \frac{1}{3} \quad (n = 1, \alpha = 3) \\ E(x) &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

43. சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 16x e^{-4x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad \text{ஆகும்.}$$

சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. (Ex.11.4-7)

தீர்வு

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \text{சராசரி } \mu = E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x 16 x e^{-4x} dx = 16 \int_0^{\infty} x^2 e^{-4x} dx \\ &= 16 \left[\frac{2!}{4^3} \right] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (n = 2, a = 4) \\ E(X) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 16 x e^{-4x} dx = 16 \int_0^{\infty} x^3 e^{-4x} dx = 16 \left[\frac{3!}{4^4} \right] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \quad (n = 3, a = 4)$$

$$\text{பரவற்படி} = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{3}{8} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3-2}{8} = \frac{1}{8}$$

44. 600 டிக்கெட்டுகள் கொண்ட ஒரு லாட்டரியில் ஒரு பரிசு ரூ.200 -க்கும் நான்கு பரிசுகள் ரூ.100-க்கும், ஆறு பரிசுகள் ரூ.50-க்கும் எனக்கொடுக்கிறது. டிக்கெட் செலவு ரூ.2 என்றால், ஒரு டிக்கெட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் வெற்றி தொகையைக் கண்டறியவும். (Ex.11.4-8)

தீர்வு

X வெல்லும் தொகை என்க.

$\therefore X = \text{ரூ. 200, ரூ. 100, ரூ. 50, ரூ. 0,}$

(ii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி

x	$f(x)$	$xf(x)$
200	$\frac{1}{600}$	$\frac{200}{600}$
100	$\frac{4}{100}$	$\frac{400}{600}$
50	$\frac{6}{100}$	$\frac{300}{600}$
0	$\frac{589}{600}$	0
	$\sum f(x) = 1$	$\sum xf(x) = \frac{900}{600} = 4.5$

$$\text{சராசரி } E(X) = \sum xf(x) = 1.5$$

$$\text{எதிர்பார்க்கப்படும் வெற்றித் தொகை } \mu = 1.5 - 2 = -0.5 \text{ (நஷ்டம் } \mu = 0.5 \text{)}$$

45. பின்வருவனவற்றிற்கு ஈருறுப்பு பரவல் காணவும் .

- (i) ஐந்து சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன மற்றும் தலைகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க.
- (ii) ஒரு சீரான பகடை 10 முறை உருட்டப்படுகிறது மற்றும் எண் 4 தோன்றுவதின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க. (Eg 11.19)

தீர்வு

- (i) ஒரு நாணயம் சுண்டப்படும் போது தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $p = \frac{1}{2}$
 $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ஐந்து சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படும்போது ,
 $n = 5$

X என்பது கிடைக்கும் தலைகளின் எண்ணிக்கை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$f(x) = n_{C_x} p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$f(x) = 5_{C_x} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}, x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$f(x) = 5_{C_x} \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5-x}, x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$f(x) = 5_{C_x} \left(\frac{1}{2}\right)^5, x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

- (ii) ஒரு பகடை உருட்டப்படும் போது எண் 4 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $p = \frac{1}{6}$
 $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

ஒரு பகடை 10 முறை உருட்டப்படும் போது,
 $n = 10$

X என்பது எண் 4 தோன்றுவதின் எண்ணிக்கை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, \dots, 10$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$f(x) = n_{C_x} p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$f(x) = 10_{C_x} \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{10-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 10$$

46. பத்து வினாக்கள் கொண்ட ஒரு பல்வாய்ப்புத் தேர்வில், ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் நான்கு கவனச்சிதறல் விடைகளில் ஒன்று சரியான விடையாகும். ஊகத்தின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர் விடையளிக்கிறார் என்க. சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது எனில் (i) ஈருறுப்பு பரவல் (ii) மாணவர் ஏழு சரியான விடைகள் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு (iii) குறைந்த பட்சம் ஒரு விடை சரியானதாக இருக்க நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.20)

தீர்வு

ஒரு பல்வாய்ப்புத் தேர்வில் , வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு $p = \frac{1}{4}$
தோல்விக்கான நிகழ்தகவு $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(i) பத்து வினாக்கள் கொண்ட ஒரு பல்வாய்ப்புத் தேர்வில்,
 $n = 10$

X என்பது கிடைக்கும் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, \dots, 10$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = n C_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$f(x) = 10 C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{10-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 10$$

(ii) ஏழு சரியான விடைகளை அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(X = 7) = f(7) = 10 C_7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^{10-7} = 10 C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} \left(\frac{3^3}{4^{10}}\right)$$

$$= 120 \left(\frac{3^3}{4^{10}}\right)$$

(iii) குறைந்த பட்சம் ஒரு விடை சரியானதாக இருக்க நிகழ்தகவு $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$

$$= 1 - P(X = 0) = 1 - f(0) = 10 C_0 \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{10-0} = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$$

47. ஓர் ஈருறுப்பு மாறி X யின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 2 மற்றும் 1.5 ஆகும் .

(i) $P(X = 0)$ (ii) $P(X = 1)$ (iii) $P(X \geq 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.21)

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட நிபந்தனை சராசரி $np = 2$ & பரவற்படி $npq = 1.5$

$$\Rightarrow \frac{npq}{np} = \frac{1.5}{2} = 0.75 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow q = \frac{3}{4}, \therefore p = 1 - q = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$np = 2 \Rightarrow n \frac{1}{4} = 2 \Rightarrow n = 8$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = n C_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X = x) = f(x) = 8 C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{8-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 8$$

$$(i) P(X = 0) = f(0) = 8 C_0 \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{8-0} = \left(\frac{3}{4}\right)^8$$

$$(ii) P(X = 1) = f(1) = 8 C_1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{8-1} = 8 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4}\right)^7 = 2 \left(\frac{3}{4}\right)^7$$

$$(iii) P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - f(0) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^8$$

48. ABC குழுமம் தயாரிக்கும் பொருட்களில் சராசரியாக 20 % பொருட்கள் குறிபாடுள்ளவை எனக் கண்டறியப்பட்டது. சமவாய்ப்பு முறையில் இதிலிருந்து 6 பொருட்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. மேலும் குறைபாடுள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை X குறித்தால் (i) இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை (ii) அதிக பட்சம் ஒரு பொருள் குறைபாடுள்ளது (iii) குறைந்த பட்சம் இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவு காண்க. (Eg 11.22)

தீர்வு

குறைபாடுள்ள ஒரு பொருளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $p = 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$$\Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

6 பொருட்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படும்போது, $n = 6$

X என்பது குறைபாடுள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை என்க. $\Rightarrow X = 0, 1, 2, \dots, 6$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X = x) = f(x) = 6C_x \left(\frac{1}{5}\right)^x \left(\frac{4}{5}\right)^{6-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 6$$

(i) இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை

$$P(X = 2) = f(2) = 6C_2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^{6-2} = \frac{6 \times 5}{1 \times 2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 15 \left(\frac{4^4}{5^6}\right)$$

(ii) அதிக பட்சம் ஒரு பொருள் குறைபாடுள்ளது

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X = 0) + P(X = 1) = 6C_0 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{6-0} + 6C_1 \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^{6-1} \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^6 + \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^5 = 4 \left(\frac{4^5}{5^6}\right) + 6 \left(\frac{4^5}{5^6}\right) = 10 \left(\frac{4^5}{5^6}\right) = 2 \left(\frac{4}{5}\right)^5 \end{aligned}$$

(iii) குறைந்த பட்சம் இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 2 \left(\frac{4}{5}\right)^5$$

49. கீழ்க்காணும் ஈருறுப்பு பரவல் $B(n, p)$ -க்காக $P(X = k)$ என்பதைக் கணிக்க. (Ex 11.5 -1)

(i) $n = 6, p = \frac{1}{3}, k = 3$ (ii) $n = 10, p = \frac{1}{5}, k = 4$ (iii) $n = 9, p = \frac{1}{2}, k = 7$

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட நிபந்தனை (i) $n = 6, p = \frac{1}{3}, k = 3$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X = 3) = f(3) = 6C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^{6-3}, x = 0, 1, 2, \dots, 6$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 20 \times \frac{1}{27} \times \frac{8}{27} = \frac{160}{729}$$

$$(ii) n = 10, p = \frac{1}{5}, k = 4$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P(X = 4) = f(4) = {}^{10}C_4 \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^{10-4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^6 = 210 \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^6$$

$$(iii) n = 9, p = \frac{1}{2}, k = 7$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(X = 7) = f(7) = {}^9C_7 \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^{9-7} = {}^9C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9 \times 8}{1 \times 2} \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{9}{2^7} = \frac{9}{128}$$

50. எந்த முயற்சியிலும் ஒரு இலக்கைத் திரு .Q தாக்க நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ ஆகும் .பத்து முறை அவர் இலக்கை தாக்க முயற்சிக்கிறார் எனக் கொள்க.இலக்கைத் தாக்க (i) சரியாக 4 முறைகள் (ii) குறைந்த பட்சம் ஒரு முறை தாக்குவதற்கு ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவு காண்க. (Ex 11.5 -2)

தீர்வு

$$n = 10, p = \frac{1}{4}$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = {}^nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$(i) \text{ சரியாக 4 முறைகள் } P(X = 4) = f(4) = {}^{10}C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^6$$

(ii) குறைந்த பட்சம் ஒரு முறை

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - f(0) = 1 - {}^{10}C_0 \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$$

51. கீழ்க்காணும் சோதனைகளில் ஈருறுப்பு பரவலைப் பயன்படுத்தி சமவாய்ப்பு மாறி X - ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க .

(iii) 100 தடவை ஒரு சீரான நாணயம் சுண்டப்படுகிறது. தலைகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க.

(iv) 100 தடவை சீரான பகடை சுண்டப்படுகிறது . எண் 4 தோன்றுவதற்கான எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க. (Ex 11.5 -3)

தீர்வு

(i) X என்பது நாணயம் சுண்டும்போது கிடைக்கும் தலைகளின் எண்ணிக்கை என்க.

$$n = 100, p = \frac{1}{2}$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

சராசரி $np = 100 \times \frac{1}{2} = 50$ & பரவற்படி $npq = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25$

(ii) X என்பது பகடை உருட்டும்போது கிடைக்கும் எண் 4 -இன் எண்ணிக்கை என்க.

$$n = 240, p = \frac{1}{6}$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

சராசரி $np = 240 \times \frac{1}{6} = 40$ & பரவற்படி $npq = 240 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{100}{3}$

52. ஒரு மின்சோதனையில் ஒரு குறிப்பிட்ட சாதனத்தின் தாங்கும் திறனுக்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$. சோதிக்கப்பட்ட

ஐந்தில் சரியாக மூன்று சாதனங்களின் தாங்கு திறனுக்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக. (Ex .11.5-4)

தீர்வு

X என்பது தாங்கும் திறனுக்கான மின்சாதனங்களின் எண்ணிக்கை என்க.

$$n = 5, p = \frac{3}{4}$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

(i) சரியாக 3 சாதனங்கள் $P(X = 3) = f(3) = 5C_3 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} \times \frac{27}{64} \times \frac{1}{16} = \frac{135}{512}$

53. ஒரு உற்பத்தியாளரிடமிருந்து ஒரு குறிப்பிட்ட மின்வகைக் கருவியை ஒரு விற்பனையாளர் கொள்முதல் செய்கிறார். உற்பத்தியாளர் கருவியின் பழுதாகும் சதவீதம் 5 % எனக் கூறுகிறார். கொள்முதல் செய்யப்பட்ட சரக்கிலிருந்து 10 பொருட்களை விற்பனையாளரின் பரிசோதகர் சமவாய்ப்பு முறையில் பரிசோதிக்கிறார். அவற்றுள் (i) குறைந்த பட்சம் ஒரு பழுதான பொருள் (ii) சரியாக இரு பொருட்கள் பழுதாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க . (Ex.11.5-5)

தீர்வு

X என்பது பழுதான கருவிகள் என்க.

$$n = 10, p = 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$q = 1 - p = 1 - 0.05 = 0.95$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = f(x) = nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X = x) = f(x) = 10C_x (0.05)^x (0.95)^{10-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

(i) குறைந்த பட்சம் ஒரு பழுதான பொருள் இருக்க நிகழ்தகவு

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - f(0) = 1 - 10C_0 (0.05)^0 (0.95)^{10-0} = 1 - (0.95)^{10}$$

(ii) சரியாக 2 பொருள்கள் பழுதாக இருக்க நிகழ்தகவு

$$P(X = 2) = f(2) = 10C_2 (0.05)^2 (0.95)^8$$

54. ஒரு பாதரச ஆவி விளக்கின் பயன்படும் காலம் குறைந்த பட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு 0.9 எனில் அத்தகைய 12 விளக்குகளில் ,
- (i) சரியாக 10 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்த பட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு
- (ii) குறைந்த பட்சம் 11 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்த பட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு

- (iii) குறைந்த பட்சம் 2 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்த பட்சம் 600 மணித்துளிகள் கூட இல்லாததற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க . (Ex11.5-6)
- தீர்வு

X என்பது பாதரச ஆவி விளக்கு பயன்படுத்தும் காலம் என்க.

$$n = 12 \quad p = 0.9, q = 1 - p = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$(i) \quad P(X = 10) = {}^{12}C_{10} (0.9)^{10} (0.1)^2$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad P(X \geq 11) &= P(X = 11) + P(X = 12) \\ &= {}^{12}C_{11} (0.9)^{11} (0.1)^1 + {}^{12}C_{12} (0.9)^{12} (0.1)^0 \\ &= {}^{12}C_{11} (0.9)^{11} (0.1) + (0.9)^{12} \\ &= (0.9)^{11} [12(0.1) + 0.9] \\ &= (0.9)^{11} [1.2 + 0.9] \\ &= 2.1 (0.9)^{11} \end{aligned}$$

- (iii) குறைந்த பட்சம் 2 விளக்குகள் = அதிக பட்சம் 10 விளக்குகள்

$$P(X \geq 2) = P(X < 10) = 1 - P(X \geq 11) = 1 - 2.1 (0.9)^{11}$$

55. ஓர் ஈருறுப்பு மாறி X யின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 6 மற்றும் 2 ஆகும் .

- (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) $P(X = 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க . (Eg 11.5-7)
- தீர்வு

சராசரி $np = 6$ &

$$\text{திட்டவிலக்கம்} \quad \sqrt{npq} = 2 \Rightarrow npq = 4$$

$$\Rightarrow 6q = 4 \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

$$p = 1 - q = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$np = 6 \Rightarrow n \left(\frac{1}{3} \right) = 6 \Rightarrow n = 18$$

- (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

$$P(X = x) = {}^nC_x p^x q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X = x) = {}^{18}C_x \left(\frac{1}{3} \right)^x \left(\frac{2}{3} \right)^{18-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 18$$

$$(ii) \quad P(X = 3) = {}^{18}C_3 \left(\frac{1}{3} \right)^3 \left(\frac{2}{3} \right)^{15}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] \\
 &= 1 - \left[18C_0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^{18} + 18C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^{17} \right] \\
 &= 1 - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{18} + 18 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^{17} \right] \\
 &= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{17} \left[\frac{2}{3} + \frac{18}{3} \right] = 1 - \frac{20}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{17}
 \end{aligned}$$

56. $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ -இன் பரவலின் ,சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.(Ex.11.5 – 8)

தீர்வு $n = 6$

$$4P(X = 4) = P(X = 2)$$

$$\Rightarrow 46C_4 p^4 q^2 = 6C_2 p^2 q^4$$

$$4p^2 = q^2 \Rightarrow 4p^2 = (1-p)^2$$

$$\Rightarrow 4p^2 = 1 - 2p + p^2$$

$$\Rightarrow 3p^2 + 2p - 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3}, -1,$$

$$\because p > 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

$$1 - q = \frac{1}{3} \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{சராசரி } np = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

$$\therefore \text{திட்டவிலக்கம் } \sqrt{npq} = \sqrt{2q} = \sqrt{2 \times \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

57. 5 சார்பற்ற சோதனைகளை உடைய ஒரு ஈருருப்பு பரவலின் 1 மற்றும் 2 வெற்றிக்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.4096 மற்றும் 0.2048 ஆகும். ஈருருப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க .

தீர்வு $n = 5$

$$P(X = x) = f(x) = 5C_x p^x q^{5-x}, x = 0, 1, 2, \dots, 5$$

$$\text{நிபந்தனைகள் : } P(X = 1) = 0.4096 \Rightarrow 5C_1 p^1 q^4 = 0.4096 \dots (1)$$

$$P(X = 2) = 0.2048 \Rightarrow 5C_2 p^2 q^3 = 0.2048 \dots (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{10 p^1 q^3}{5 p^2 q^4} = \frac{0.2048}{0.4096}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{p}{q} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4p}{q} = 1 \Rightarrow 4p = q \Rightarrow 4p = 1 - p \Rightarrow 5p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

$$1 - q = \frac{1}{5} \Rightarrow q = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{சராசரி } np = 5 \times \frac{1}{5} = 1$$

$$\therefore \text{பரவற்படி } npq = 1 \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$