Padasalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padasalai's NEWS - Group

https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA

- Padasalai's Channel - Group

https://t.me/padasalaichannel

- Lesson Plan - Group

https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw

- 12th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_12th

- 11th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_11th

- 10th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_10th

- 9th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_9th

- 6th to 8th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_6to8

- 1st to 5th Standard - Group

https://t.me/Padasalai_1to5

- TET - Group

https://t.me/Padasalai_TET

- PGTRB - Group

https://t.me/Padasalai_PGTRB

- TNPSC - Group

https://t.me/Padasalai_TNPSC

பத்தாம் வகுப்பு - கணிதம்

அலகுப் பயிற்சி வினா விடைகள்

புதிய பாடத் திட்டம்- 2019-2020

நமது இலக்கு

$$\frac{100}{100}$$

தன்னம்பிக்கை + விடாமுயற்சி + தொடர்பயிற்சி = வெற்றி

Padasalai.Net

எண்ணென்ப ஏனை எழுத்தென்ப இவ்விரண்டும்
கண்ணென்ப வாழும் உயிர்க்கு

- திருவள்ளுவர்

எண்ணும் எழுத்தும் கண் எனத் தகும்

- ஔவையார்

PREPARED BY:M.MOHAMED RAFFICK,B.T.ASST,GHSS,THAZHUTHALI,VPM DIST

உறவுகளும் சார்புகளும்

அலகுப் பயிற்சி - 1

1. $(x^2-3x\ ,y^2+4y\ )$ மற்றும் $(-2\ ,5\ )$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$(x^2-3x\ ,\ y^2+4y\ )=(-2\ ,5\ )$$

$$x^2-3x=-2 \qquad y^2+4y=5$$

$$x^2-3x+2=0 \qquad y^2+4y-5=0$$

$$(x-1)(x-2)=0 \qquad (y-1)(y+5)=0$$

$$x=1\ ,2 \qquad y=-5\ ,\ 1$$

2. $A\times A$ கார்டீசியன் பெருக்கல் பலனின் 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் $(-1\ ,0\ )$ மற்றும் $(\ 0\ ,1\ )$-யும் இருக்கிறது எனில் A -யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் $A\times A$ -ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

$n(A\times A)=9 \quad , \quad (-1\ ,0\ ),(\ 0\ ,1)\in A\times A$

$\{-1\ ,0\ ,1\ \}\in A$

A -யில் உள்ள உறுப்புகள் $A=\{-1\ ,0\ ,1\ \}$

$A\times A=\{\ (-1,-1),(-1,0),(-1,1),(0,-1),(0,0),(0,1),(1,-1),(1\ ,0),(1\ ,1)\ \}$

$A\times A$ -ன் மீதமுள்ள உறுப்புகள்

$A=\{\ (-1,-1),(-1,1),(0,-1),(0,0),(1,-1),(1,0),(1,1)\}$

3. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & ,\ x\geq 1\\ 4 & ,\ x<1\end{cases}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால்

(i). $f(0)$ (ii). $f(3)$ (iii). $f(a+1)$ ($a\geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & ,\ x\geq 1\\ 4 & ,\ x<1\end{cases}$$

(i). $f(0)=4$

(ii). $f(3)=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$

(iii). $f(a+1)=\sqrt{a+1-1}=\sqrt{a}$

4. $A=\{\ 9\ ,10\ ,11\ ,12\ ,13\ ,14\ ,15\ ,16\ ,17\ \}$ என்க. மற்றும் $f:A\rightarrow N$ ஆனது $f(n)=n$-ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி $(n\in A\ )$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f-ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக. மற்றும் f-ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$A=\{\ 9\ ,10\ ,11\ ,12\ ,13\ ,14\ ,15\ ,16\ ,17\ \}$,

$f:\ A\rightarrow N \quad , \quad f(n)=n$

$f(n)=n$-ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி $(n\in A\ )$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$f(9)=3$, $f(10)=5$, $f(11)=11$, $f(12)=3$, $f(13)=13$, $f(14)=7$, $f(15)=5$, $f(16)=2$, $f(17)=17$

f-ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$A=\{(9\ ,3\ ),(10\ ,5),(11\ ,11\ ),(12\ ,3\ ),(13\ ,13\ ),(14,7),(15\ ,\ 5),(16\ ,\ 2\ ),(17\ ,17\ )\ \}$

f-ன் வீச்சகம் $=\{\ 2\ ,3\ ,5\ ,7,11\ ,13\ ,17\ \}$

5. $f(x)=\sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x)=\sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$$

$x\ >1$ மற்றும் $x<-1$ எனில் , $f(x)$ ஆனது மெய்யல்ல .

எனவே மதிப்பகம் $=\{\ -1\ ,0\ ,\ 1\ \}$

6. $f(x)=x^2\ ,g(x)=3x$, மற்றும் $h(x)=x-2$ எனில் $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு :

$$f(x)=x^2\ ,\ g(x)=3x \quad , \quad h(x)=x-2$$

$$(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$$

LHS : $f\circ g=f[g(x)]=f[3x]=(3x)^2=9x^2$

$(f\circ g)\circ h=(f\circ g)[h(x)]=(f\circ g)(x-2)$

$=9(x-2)^2$ ....(1)

RHS : $g\circ h=g[h(x)]=g[x-2]=3(x-2)$

$f\circ(g\circ h)=f[g\circ h(x)]=f[3(x-2)]$

$=[3(x-2)]^3=9(x-2)^2$ ....(2)

(1).. மற்றும் (2) -லிருந்து $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

7. $A=\{1\ ,2\ \},B=\{1\ ,2\ ,3\ ,4\ \}$, $C=\{5\ ,6\ \}$ மற்றும் $D=\{\ 5\ ,6\ ,7\ ,8\ \}$ எனில் $A\ \times C$ ஆனது $B\times D$ -ன் உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

தீர்வு :

$A=\{1\ ,2\ \}$, $B=\{1\ ,2\ ,3\ ,4\ \}$,

$C=\{5\ ,6\ \}$, $D=\{\ 5\ ,6\ ,7\ ,8\ \}$

$A\ \times C=\{\ 1\ ,2\ \}\times\{\ 5\ ,6\ \}$

$=\{\ (1\ ,5),(1\ ,6\ ),(\ 2\ ,5\ ),(\ 2\ ,6\ )\ \}$

$B\times D=\{1\ ,2\ ,3\ ,4\ \}\times\{5\ ,6\ ,7\ ,8\ \}$

$= \{ (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (4,5), (4,6), (4,7), (4,8) \}$

$A \times C \subseteq B \times D$

எனவே , $A \times C$ ஆனது $B \times D$ -ன் உட்கணமாகும்.

8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில் $f(f(x)) = -\frac{1}{x}$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}, x \neq -1$$

$$f(f(x)) = f\left[\frac{x-1}{x+1}\right]$$

$$= \frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x-1-x-1}{x+1}}{\frac{x-1+x+1}{x+1}}$$

$$= \frac{-2}{2x}$$

$$f(f(x)) = -\frac{1}{x}$$

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$, $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில் (i).. $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க. (ii). $gf(x)$ -ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு :

$f(x) = 6x + 8$, $g(x) = \frac{x-2}{3}$

(i).. $gg\left(\frac{1}{2}\right) = g[g\left(\frac{1}{2}\right)]$

$$= g\left(\frac{\frac{1}{2} - 2}{3}\right)$$

$$= g\left(\frac{-3}{6}\right) = g\left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$= \frac{\frac{-1}{2} - 2}{3}$$

$$gg\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-5}{6}$$

(ii). $gf(x) = g[f(x)]$

$$= g[6x + 8]$$

$$= \frac{6x+8-2}{3}$$

$$= \frac{6x+6}{3}$$

$$= 2x + 2$$

$$gf(x) = 2(x+1)$$

10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களைக் எழுதுக.

(i). $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ (ii). $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

(iii). $g(x) = \sqrt{x-2}$ (iv) . $h(x) = x + 6$

தீர்வு :

(i).. $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

$x = 9$ எனில் $f(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படாது.

எனவே , $f(x)$-ன் மதிப்பகம் $= R - \{ 9 \}$

(ii). $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

x -ன் அனைத்து மெய் மதிப்புகளுக்கும் $p(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படும்.

எனவே , $p(x)$-ன் மதிப்பகம் $=$ R

(iii). $g(x) = \sqrt{x-2}$

$x \geq 2$ எனில் $g(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படும்.

எனவே , $g(x)$-ன் மதிப்பகம் $= [2 , \infty)$

(iv) . $h(x) = x + 6$

x -ன் அனைத்து மெய் மதிப்புகளுக்கும் $h(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படும்.

எனவே , $h(x)$-ன் மதிப்பகம் $=$ R

எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

அலகுப் பயிற்சி - 2

1.. எல்லா மிகை முழுக்கள் n -க்கும் $n^2 - n$ ஆனது 2-ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு :

எல்லா மிகை முழுக்களும் x அல்லது, $x + 1$ என்ற வடிவில் அமையும்..

நிலை (i) :

x என்பது இரட்டைப்படை எண் எனில் , $x = 2k$ என்க.

$n^2 - n = (2k)^2 - 2k$

$= 2k\ (2k - 1)$ என்பது 2 ஆல் வகுபடும்

நிலை (ii) :

x என்பது ஒற்றைப்படை எண் எனில் , $x = 2k + 1$ என்க.

$n^2 - n = (2k + 1)^2 - (2k + 1)$

$= (2k + 1)(2k + 1 - 1)$

$= 2k(2k + 1)$ என்பது 2 ஆல் வகுபடும்

எனவே எல்லா மிகை முழுக்கள் n -க்கும் $n^2 - n$ ஆனது 2-ஆல் வகுபடும்.

2. ஒரு பால்காரரிடம் 175 லிட்டர் பசும் பாலும் 105 லிட்டர் எருமைப்பாலும் உள்ளது. இவற்றை அவர் சம கொள்ளளவுக் கொண்ட இருவகையான கலன்களில் அடைத்து விற்க விருப்பப்படுகிறார். (i) இவ்வாறு விற்பதற்குத் தேவைப்படும் கலங்களின் அதிகபட்ச

கொள்ளளவு எவ்வளவு ? இவ்வாறாக (ii) எத்தனை கலன் பசும்பால் மற்றும் (iii) எருமைப்பால் விற்கப் பட்டிருக்கும் ?

தீர்வு :

(i) .. பசும் பால் $=$ 175 லிட்டர்

எருமை பால் $=$ 105 லிட்டர்

சம கொள்ளளவுக் கொண்ட இருவகையான கலன்களின் கொள்ளளவு காண மீ.பொ.வ காண வேண்டும்.

கலனின் கொள்ளளவு $=$ 175 , 105-ன் மீ.பொ.வ

$$175 = 5 \times 5 \times 7$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

175 , 105-ன் மீ.பொ.வ $= 35$

எனவே கலனின் கொள்ளளவு $= 35$ லிட்டர்

(ii). பசும்பால் கலனின் எண்ணிக்கை $= \frac{175}{35} = 5$

(iii). எருமைப்பால் கலனின் எண்ணிக்கை $= \frac{105}{35} = 3$

3. a , b , c என்ற எண்களை 13 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9 , 7 மற்றும் 10 எனில் $a + 2b + 3c$ ஐ 13 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

தீர்வு :

a , b , c என்ற எண்களை 13 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9 , 7 மற்றும் 10 எனில்

$$a = 13q + 9$$

$$b = 13q + 7$$

$$c = 13q + 10$$

$$a + 2b + 3c = 13q + 9 + 2(13q + 7) + 3(13q + 10)$$

$$= 13q + 9 + 26q + 14 + 39q + 30$$

$$= 78q + 53$$

$$= 13(6q) + 13(4) + 1$$

$$= 13[\,6q + 4] + 1$$

எனவே , $a + 2b + 3c$ ஐ 13 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி $= 1$

4. 107 ஆனது $4q + 3$, q என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு என்ற வடிவில் அமையும் என நிறுவுக.

தீர்வு :

107 ஆனது $4q + 3$ என்ற வடிவில் அமையும் எனில்

107 ஐ 4 ஆல் வகுக்கும் போது

யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணை தேற்றப்படி

$$107 = 4 \times 26 + 3$$

எனவே 107 ஆனது $4q + 3$ என்ற வடிவில் அமையும்.

இங்கு $q = 26$

5. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் $(m + 1)$-வது உறுப்பானது $(n + 1)$-வது உறுப்பின் இரு மடங்கு எனில் $(3m + 1)$ வது உறுப்பானது $(m + n + 1)$ -வது உறுப்பின் இரு மடங்கு என நிறுவுக.

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்டது : $t_{m+1} = 2 \times t_{n+1}$

நிரூபிக்க வேண்டியது : $t_{3m+1} = 2 \times t_{m+n+1}$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_{m+1} = 2 \times t_{n+1}$$

$$a + (m + 1 - 1)d = 2\,[\,a + (n + 1 - 1)d\,]$$

$$a + md = 2\,[\,a + nd\,]$$

$$a + md = 2a + 2nd \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$t_{3m+1} = a + (3m + 1 - 1)d$$

$$= a + 3md$$

$$= a + md + 2md$$

$$= 2a + 2nd + 2md \quad [\,(1) \text{ லிருந்து}\,]$$

$$= 2\,[\,a + nd + md\,]$$

$$= 2[\,a + (m + n)d\,]$$

$$= 2 \times t_{m+n+1}$$

$$t_{3m+1} = 2 \times t_{m+n+1}$$

6. $-2 , -4 , -6 , \ldots \ldots \ldots \ldots . -100$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் இறுதி உறுப்பிலிருந்து 12-வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

கூட்டுத் தொடர் : $-2 , -4 , -6 , \ldots \ldots \ldots \ldots . -100$

இறுதி உறுப்பிலிருந்து 12-வது உறுப்பைக் காண கடைசி உறுப்பை முதல் உறுப்பு எனக் கொள்க.

$$a = -100 \,, \quad d = 2$$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_{12} = (-100) + (12 - 1)(2)$$

$$= -100 + 11 \times 2$$

$$= -100 + 22$$

$$t_{12} = -78$$

7. இரண்டு கூட்டுத் தொடர்வரிசைகள் ஒரே பொது வித்தியாசம் கொண்டுள்ளன. ஒரு தொடர் வரிசையின் முதல்உறுப்பு 2 மற்றும் மற்றொரு தொடர்வரிசையின்

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

முதல் உறுப்பு 7. இரு தொடர் வரிசைகளின் 10-வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் 21-வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்திற்குச் சமம் என நிருபித்து உள்ளது. இந்த வித்தியாசம் அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் பொது வித்தியாசத்திற்குச் சமமாக உள்ளது என நிறுவுக.

தீர்வு :

முதல் கூட்டுத் தொடர்

$a = 2$, $d = d$

$t_n = a + (n-1)d$

$t_{10} = 2 + (10-1)d$

$t_{10} = 2 + 9d$ ....(1)

$t_{21} = 2 + (21-1)d$

$t_{21} = 2 + 20d$ ....(2)

இரண்டாம் கூட்டுத் தொடர்

$a = 7$, $d = d$

$T_n = a + (n-1)d$

$T_{10} = 7 + (10-1)d$

$T_{10} = 7 + 9d$ ....(3)

$T_{21} = 7 + (21-1)d$

$T_{21} = 7 + 20d$ ....(4)

$(3) - (1) \Rightarrow T_{10} - t_{10} = 7 + 9d - 2 - 9d = 5$

$(4) - (2) \Rightarrow T_{21} - t_{21} = 7 + 20d - 2 - 20d = 5$

$T_n - t_n = a + (n-1)d - a + (n-1)d$

$= 7 + nd - d - 2 - nd + d$

$T_n - t_n = 7 - 2 = 5$

8. ஒரு நபர் 10 வருடங்களில் ரூ.16500 ஐ சேமிக்கிறார். ஒவ்வொரு வருடமும் அவர் சேமிக்கும் தொகையானது அதற்கு முந்தைய வருடம் சேமிக்கும் தொகையை விட ரூ. 100 அதிகம் . அவர் முதல் வருடம் எவ்வளவு சேமித்திருப்பார் ?

தீர்வு :

$S_n = 16500$, $n = 10$, $d = 100$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$16500 = \frac{10}{2}[2a + (10-1)100]$

$16500 = 5[2a + 900]$

$16500 = 10a + 4500$

$10a = 12000$

$a = 1200$

முதல் ஆண்டு சேமிப்பு = ரூ. 1200 / -

9. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் 2-வது உறுப்பு $\sqrt{6}$ மற்றும் 6-வது உறுப்பு $9\sqrt{6}$ எனில் அந்தத் தொடர் வரிசையைக் காண்க.

தீர்வு :

$t_2 = \sqrt{6}$, $t_6 = 9\sqrt{6}$

பெருக்குத் தொடரின் பொது உறுப்பு

$t_n = ar^{n-1}$

$t_2 = ar = \sqrt{6}$ ....(1)

$t_6 = ar^5 = 9\sqrt{6}$ ....(2)

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{ar^5}{ar} = \frac{9\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$r^4 = 9$

$r = \sqrt{3}$

$(1) \Rightarrow a \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

$a = \sqrt{2}$

பெருக்குத் தொடரின் பொது வடிவம்

$= a, ar, ar^2, ar^3, \ldots\ldots\ldots..$

$= \sqrt{2}, \sqrt{2}\times\sqrt{3}, \sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2, \sqrt{2}\times(\sqrt{3})^3, \ldots\ldots\ldots$

$= \sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{6}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

10. ஒரு வாகனத்தின் மதிப்பு ஒவ்வோர் ஆண்டும் 15% குறைகிறது. வாகனத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ரூ. 45000 எனில் 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாகனத்தின் மதிப்பு என்ன ?

தீர்வு :

வாகனத்தின் மதிப்பு P = ரூ. 45000

ஆண்டு குறையும் விதம் $r = 10\ \%$

3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாகனத்தின் மதிப்பு

$A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

$= 45,000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)^3$

$= 45,000 \times \left(\frac{85}{100}\right)^3$

$= 45,000 \times (0.85)^3$

$= 45,000 \times 0.85 \times 0.85 \times 0.85$

$= 27,635.625$

$=$ ரூ. $27,636$ /–

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

இயற்கணிதம்

அலகுப் பயிற்சி - 3

1. தீர்க்க. $\frac{1}{3}(x+y-5) = y-z = 2x-11 = 9-(x+2z)$

தீர்வு :

$$\frac{1}{3}(x+y-5) = y-z$$
$$x+y-5 = 3y-3z$$
$$x-2y+3z = 5 \quad \text{.....................(1)}$$
$$y-z = 2x-11$$
$$2x-y+z = 11 \quad \text{.....................(2)}$$
$$2x-11 = 9-(x+2z)$$
$$3x+2z = 20 \quad \text{..................(3)}$$
$$(2)\times 2 \implies 4x-2y+2z = 22 \quad \text{...............(4)}$$
$$x-2y+3z = 5 \quad \text{...............(1)}$$
$$(4)-(1) \implies 3x-z = 17 \quad \text{...............(5)}$$
$$3x+2z = 20 \quad \text{...............(3)}$$
$$3x-z = 17 \quad \text{..............(5)}$$
$$(3)-(5) \implies 3z = 3$$
$$z = 1$$
$$(5) \implies 3x-1 = 17$$
$$3x = 18$$
$$x = 6$$
$$(2) \implies 2(6)-y+1 = 11$$
$$y = 13-11$$
$$y = 2$$
$$\therefore \quad x = 6 \;,\; y = 2 \;,\; z = 1$$

2. ஒரு பள்ளியில் A , B மற்றும் C என்ற மூன்று பிரிவுகளில் 150 மாணவர்கள் புதிதாகச் சேர்க்கப்படுகின்றனர். பிரிவு A -யிலிருந்து பிரிவு C -க்கு 6 மாணவர்கள் மாற்றப் பட்டால் இரு பிரிவுகளிலும் சமமான மாணவர்கள் இருப்பர். C பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் 4 மடங்கு மற்றும் A பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை இவற்றின் வித்தியாசம் B பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம் எனில் , மூன்று பிரிவுகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு :

A , B , C என்ற மூன்று பிரிவுகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை முறையே x , y , z என்க.

$$x+y+z = 150 \quad \text{...............(1)}$$
$$x-6 = z+6$$
$$x-z = 12 \quad \text{..................(2)}$$
$$4z-x = y$$
$$x+y-4z = 0 \quad \text{....................(3)}$$
$$x+y+z = 150 \quad \text{...............(1)}$$
$$x+y-4z = 0 \quad \text{...................(3)}$$
$$(1)-(3) \implies 5z = 150$$
$$z = 30$$
$$(2) \implies x-30 = 12$$
$$x = 42$$
$$(1) \implies 42+y+30 = 150$$
$$y = 78$$

எனவே ,

A பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= 42$

B பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= 78$

C பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= 30$

3. ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணின் , பத்தாம் இட மற்றும் நூறாம் இட இலக்கங்களை இடமாற்றுவதன் மூலம் கிடைக்கும் புதிய எண் , கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் மும்மடங்கைவிட 54 அதிகம். கொடுக்கப்பட்ட எண்ணோடு 198 -ஐ கூட்டினால் இலக்கங்கள் இட-வலப்பக்கமாக வரிசை மாறும். ஒன்றாம் இட இலக்கத்தைவிட அதிகமுள்ள பத்தாம்இட இலக்கத்தின் இருமடங்கு நூறாம்இட இலக்கத்தை விட அதிகமுள்ள பத்தாம் இட இலக்கத்திற்குச் சமம் எனில் , கொடுக்கப் பட்ட எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு :

தேவையான எண்ணின் நூறாம் , பத்தாம் , ஒன்றாம் இட இலக்கங்கள் முறையே x , y , z என்க.

எனவே தேவையான எண் $= 100x+10y+z$

$$100y+10x+x = 3(100x+10y+z)+54$$
$$100y+10x+z = 300x+30y+3z+54$$
$$290x-70y+2z = -54$$
$$145x-35y+z = -27 \quad \text{..................(1)}$$
$$100x+10y+z+198 = 100z+10y+x$$
$$99x-99z = -198$$
$$x-z = -2$$
$$z = x+2 \quad \text{...............(2)}$$
$$y-x = 2(y-z)$$
$$y-x = 2y-2z$$
$$x+y-2z = 0$$

$x + y - 2(x + 2) = 0$ [(2) லிருந்து $z = x + 2$]

$x + y - 2x - 4 = 0$

$y = x + 4$ ....(3)

(2) மற்றும் (3) ஐ (1) -இல் பிரதியிட

$145x - 35(x + 4) + x + 2 = -27$

$145x - 35x - 140 + x + 2 = -27$

$111x = 111$

$x = 1$

(3) $\Rightarrow$ $y = x + 4 = 1 + 4 = 5$

(2) $\Rightarrow$ $z = x + 2 = 1 + 2 = 3$

$\therefore$ $x = 1$, $y = 5$, $z = 3$

$\therefore$ தேவையான எண் $= 100(1) + 10(5) + 3 = 153$

4. $xy(k^2 + 1) + k(x^2 + y^2)$ மற்றும் $xy(k^2 - 1) + k(x^2 - y^2)$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு :

$xy(k^2 + 1) + k(x^2 + y^2) = xyk^2 + xy + kx^2 + ky^2$

$= xyk^2 + kx^2 + ky^2 + xy$

$= kx(ky + x) + y(ky + x)$

$= (kx + y)(ky + x)$

$xy(k^2 - 1) + k(x^2 - y^2) = xyk^2 - xy + kx^2 - ky^2$

$= xyk^2 + kx^2 - ky^2 - xy$

$= kx(ky + x) - y(ky + x)$

$= (ky + x)(kx - y)$

எனவே , மீ.பொ.ம $= (ky + x)(kx + y)(kx - y)$

$= (ky + x)(k^2x^2 - y^2)$

5. வகுத்தல் படிமுறையைப் பயன்படுத்தி $2x^4 + 13x^3 + 27x^2 + 23x + 7$, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, $x^2 + 2x + 1$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு :

$f(x) = 2x^4 + 13x^3 + 27x^2 + 23x + 7$

$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$h(x) = x^2 + 2x + 1$

Divisor	Quotient: $2x^2 + 9x + 7$
$x^2 + 2x + 1$	$2x^4 + 13x^3 + 27x^2 + 23x + 7$
	$2x^4 + 4x^3 + 2x^2$
	$9x^3 + 25x^2 + 23x$
	$9x^3 + 18x^2 + 9x$
	$7x^2 + 14x + 7$
	$7x^2 + 14x + 7$
	0

இங்கு மீதி 0 ,

$\therefore$ $f(x)$ மற்றும் $h(x)$ -ன் மீ.பொ.வ $= x^2 + 2x + 1$

Divisor	Quotient: $x + 1$
$x^2 + 2x + 1$	$x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
	$x^3 + 2x^2 + x$
	$x^2 + 2x + 1$
	$x^2 + 2x + 1$
	0

இங்கு மீதி 0 ,

$\therefore$ $g(x)$ மற்றும் $h(x)$ -ன் மீ.பொ.வ $= x^2 + 2x + 1$

$\therefore$ $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ -ன் மீ.பொ.வ $= x^2 + 2x + 1$

6. பின்வரும் விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவில் சுருக்குக.

(i). $\dfrac{x^{3a} - 8}{x^{2a} + 2x^a + 4}$ (ii). $\dfrac{10x^3 - 25x^2 + 4x - 10}{-4 - 10x^2}$

தீர்வு :

(i). $\dfrac{x^{3a} - 8}{x^{2a} + 2x^a + 4} = \dfrac{(x^a)^3 - 2^3}{x^{2a} + 2x^a + 4}$

$= \dfrac{(x^a - 2)(x^{2a} + 2x^a + 4)}{x^{2a} + 2x^a + 4}$

$= x^a - 2$

(ii). $\dfrac{10x^3 - 25x^2 + 4x - 10}{-4 - 10x^2} = \dfrac{5x^2(2x - 5) + 2(2x - 5)}{-2(2 + 5x^2)}$

$= \dfrac{(5x^2 + 2)(2x - 5)}{-2(5x^2 + 2)}$

$= \dfrac{2x - 5}{-2}$

$= -x + \dfrac{5}{2}$

7. சுருக்குக. $\dfrac{\frac{1}{p} + \frac{1}{q+r}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{q+r}} \times \left(1 + \dfrac{q^2 + r^2 - p^2}{2qr}\right)$

தீர்வு :

$\dfrac{\frac{1}{p} + \frac{1}{q+r}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{q+r}} \times \left(1 + \dfrac{q^2 + r^2 - p^2}{2qr}\right)$

$= \dfrac{\frac{q + r + p}{p(q + r)}}{\frac{q + r - p}{p(q + r)}} \times \left(\dfrac{2qr + q^2 + r^2 - p^2}{2qr}\right)$

$= \dfrac{q + r + p}{q + r - p} \times \dfrac{(q + r)^2 - p^2}{2qr}$

$= \dfrac{q + r + p}{q + r - p} \times \dfrac{(q + r + p)(q + r - p)}{2qr}$

$= \dfrac{(p + q + r)^2}{2qr}$

8.அருள் , இரவி மற்றும் இராம் மூவரும் இணைந்து ஒரு கடையை 6 மணி நேரத்தில் சுத்தம் செய்கின்றனர். தனித்தனியாகச் சுத்தம் செய்தால் அருளைப் போல

இருமடங்குநேரம் இரவி எடுத்துக்கொள்கிறார். மேலும் இராம்,அருளின் நேரத்தைப்போல மும்மடங்கு எடுத்துக் கொள்கிறார் எனில்,மூவரும் தனித்தனியாக எவ்வளவு நேரம் எடுத்தக் கொள்வார்கள் ?

தீர்வு :

அருள், இரவி , இராம் மூவரும் இணைந்து வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரம் $= 6$ மணி நேரம்

ஒரு மணி நேரத்தில் மூவரும் செய்த வேலையின் அளவு $= \frac{1}{6}$ பங்கு

அருள் , இரவி , இராம் மூவரும் தனித்தனியே அவ்வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரம் முறையே x , $2x$, $3x$ என்க.

அருள் , இரவி , இராம் மூவரும் தனித்தனியே ஒரு மணிநேரத்தில் செய்த வேலையின் அளவு முறையே $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{2x}$, $\frac{1}{3x}$ பங்கு என்க.

ஒரு மணிநேரத்தில் மூவரின் மொத்த வேலை

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{6+3+2}{6x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{6x} = \frac{1}{6}$$

$$x = 11$$

எனவே , அருள் , இரவி , இராம் மூவரும் தனித்தனியே அவ்வேலையை முடிக்க முறையே 11 மணி நேரம், 22 மணி நேரம் , 33 மணி நேரம் ஆகும்.

9. $289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361$ -யின் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு :

		17	−18	19		
17	289	−612	970	684	361	
	289					(-)
34 −18		−612	970			
		−612	324			(-)
34 −36 19			646	684	361	
			646	−684	361	(-)
				0		

$$\therefore \sqrt{289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361} = |\,17x^2 - 18x + 19\,|$$

10. தீர்க்க. $\sqrt{y+1} + \sqrt{2y-5} = 3$

தீர்வு :

$$\sqrt{y+1} + \sqrt{2y-5} = 3$$

$$\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt{2y-5}$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$(\sqrt{y+1})^2 = (3 - \sqrt{2y-5})^2$$

$$y+1 = 9 + 2y - 5 - 6\sqrt{2y-5}$$

$$y+3 = 6\sqrt{2y-5}$$

மீண்டும் இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$(y+3)^2 = 36\,(2y-5)$$

$$y^2 + 6y + 9 = 72y - 180$$

$$y^2 - 66y + 189 = 0$$

$$(y-3)(y-63) = 0$$

$$\therefore \quad y = 3 \;,\; 63$$

11.36 கி.மீ தூரத்தை ஒரு படகு நீரோட்டத்தின் திசையில் கடக்கும் நேரத்தைவிட எதிர்திசையில் கடக்கும் நேரம் 1.6 மணி நேரம் அதிகமாக எடுத்துக்கொள்கிறது. நீரோட்டத்தின் வேகம் 4 கி.மீ / மணி எனில் , அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் என்ன ?

தீர்வு :

அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் $= x$ கி.மீ / மணி

நீரோட்டத்தின் வேகம் $= 4$ கி.மீ / மணி

நீரோட்ட திசையில் படகின் வேகம் $= x + 4$

நீரோட்ட எதிர்திசையில் படகின்வேகம் $= x - 4$

நீரின் திசையில் 36 கி.மீ கடக்க ஆகும் நேரம் $= T_1$

நீரின் எதிர்திசையில் 36 கி.மீ கடக்க ஆகும் நேரம் $= T_2$

$$\text{நேரம்} = \frac{\text{தொலைவு}}{\text{வேகம்}}$$

$T_2 - T_1 = 1.6$ மணி நேரம்

$$\frac{36}{x-4} - \frac{36}{x+4} = 1.6 = \frac{8}{5}$$

$$36\left[\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+4}\right] = \frac{8}{5}$$

$$\left[\frac{x+4-x+4}{(x-4)(x+4)}\right] = \frac{8}{5 \times 36}$$

$$\frac{8}{x^2-16} = \frac{8}{180}$$

$$x^2 - 16 = 180$$

$$x^2 = 196$$

$$x = 14$$

எனவே , அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் $= 14$ கி.மீ / மணி

12. 320 மீ சுற்றளவும் 4800 ச.மீ பரப்பளவும் கொண்ட செவ்வக வடிவப் பூங்காவை அமைக்க முடியுமா ? ஆம் எனில் அதன் நீளம் , அகலம் காண்க.

தீர்வு :

செவ்வகத்தின் நீளம் l , அகலம் b என்க.

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $= 320$ மீ

$$2(l+b) = 320$$
$$l+b = 160$$
$$b = 160 - l$$

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= 4800$ ச.மீ

$$l \times b = 4800$$
$$l \times (160 - l) = 4800$$
$$160l - l^2 = 4800$$
$$l^2 - 160l + 4800 = 0$$
$$(l-120)(l-40) = 0$$
$$l = 120 , 40$$
$$\therefore \quad b = 160 - 120 = 40$$

எனவே , செவ்வக வடிவப் பூங்காவின் நீளம் $l = 120$ மீ , அகலம் $b = 40$ மீ

13. ஒரு கடிகாரத்தில் பிற்பகல் 2 மணியிலிருந்து t நிமிடங்களுக்கு பிறகு 3 மணியை அடைவதற்குரிய கால அளவானது $\frac{t^2}{4}$-ஐ விட மூன்று நிமிடங்கள் குறைவு எனில் , t -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

கணக்கின் படி , $\frac{t^2}{4} - 3 = 60 - t$

$$t^2 - 12 = 240 - 4t$$
$$t^2 + 4t - 252 = 0$$
$$(t+18)(t-14) = 0$$
$$t = -18 , 14$$
$$t \neq -18 \quad , \quad \therefore \quad t = 14$$

எனவே , t -ன் மதிப்பு $= 14$ நிமிடங்கள்

14. ஓர் அரங்கில், ஒரு வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை அந்த அரங்கில் உள்ள மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமம். ஒவ்வொரு வரிசையிலுள்ள இருக்கைகளை 5 குறைத்து மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையை இரட்டிப்பாக்கினால் அரங்கில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை முன்பைவிட 375 அதிகரிக்கும். அரங்கில் துவக்கத்தில் இருந்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு :

வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $= x$ என்க.

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை $= x$

மொத்த இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை $= x^2$

வரிசையை இரட்டிப்பாக்கினால் $= 2x$

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 இருக்கைகள் குறைத்தால் $= x - 5$

கணக்கின் படி , $2x \times (x-5) = x^2 + 375$

$$2x^2 - 10x = x^2 + 375$$
$$x^2 - 10x - 375 = 0$$
$$(x-25)(x+15) = 0$$
$$x = 25 , -15$$
$$x \neq -15 \quad , \quad \therefore \quad x = 25$$

எனவே , அரங்கில் துவக்கத்தில் இருந்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $= 25$

15. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் ,கீழ்க்கண்டவற்றைக் மூலங்களாகக் கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவையைக் காண்க.

(i). $\alpha+2 , \beta+2$ (ii). $\frac{\alpha-1}{\alpha+1} , \frac{\beta-1}{\beta+1}$

தீர்வு :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$
$$a = 1 , b = -2 , c = 3$$

மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

(i). கொடுக்கப்பட்ட புதிய மூலங்கள் : $\alpha+2 , \beta+2$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \alpha + 2 + \beta + 2$
$= \alpha + \beta + 4$
$= 2 + 4$
$= 6$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் $= (\alpha+2) \times (\beta+2)$
$= \alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4$
$= \alpha\beta + 2(\alpha+\beta) + 4$
$= 3 + 2(2) + 4$
$= 11$

தேவையான பல்லுறுப்புக் கோவை

$= x^2 -$ (மூ.கூ) $x +$ (மூ.பெ.ப)

$= x^2 - 6x + 11$

(ii).கொடுக்கப்பட்ட புதிய மூலங்கள் : $\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$, $\frac{\beta-1}{\beta+1}$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \frac{\alpha-1}{\alpha+1} + \frac{\beta-1}{\beta+1}$

$$= \frac{(\alpha-1)(\beta+1)+(\beta-1)(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$$

$$= \frac{\alpha\beta+\alpha-\beta-1+\alpha\beta+\beta-\alpha-1}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{2\alpha\beta-2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{2(3)-2}{3+2+1} = \frac{4}{6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் $= \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \times \frac{\beta-1}{\beta+1}$

$$= \frac{\alpha\beta-\alpha-\beta+1}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{3-2+1}{3+2+1} = \frac{2}{6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

தேவையான பல்லுறுப்புக் கோவை

$= x^2 -$ (மூ.கூ) $x +$ (மூ.பெ.பு)

$$= x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$= 3x^2 - 2x + 1$$

16. $x^2 + px - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் -4 மற்றும் $x^2 + px + q = 0$ -யின் மூலங்கள் சமம் எனில் , p மற்றும் q -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு :

$p(x) = x^2 + px - 4 = 0$ என்க.

$p(x)$ -ன் ஒரு மூலம் -4 எனில் , $p(-4) = 0$

$$p(x) = (-4)^2 + p(-4) - 4 = 0$$

$$16 - 4p - 4 = 0$$

$$12 - 4p = 0$$

$$4p = 12$$

$$p = 3$$

$q(x) = x^2 + px + q = 0$ என்க.

$a = 1,\ b = p\ ,\ c = q$

$q(x)$ -யின் மூலங்கள் சமம் எனில் ,

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$p^2 - 4 \times 1 \times q = 0$$

$$p^2 - 4q = 0$$

$$9 - 4q = 0 \qquad [\because p = 3]$$

$$4q = 9$$

$$q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore \quad p = 3 \ , \ q = \frac{9}{4}$$

17. செந்தில் , இரவி என்ற இரு விவசாயிகள் அரிசி , கோதுமை மற்றும் கேழ்வரகு ஆகிய மூன்று தானியங்களைப் பயிரிட்டனர். ஏப்ரல் மாதத்தில் இருவருக்குமான தானியங்களின் விற்பனை விலை கீழ்க்கண்ட அணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஏப்ரல் மாத விற்பனை (ருபாயில்)

	அரிசி	கோதுமை	கேழ்வரகு	
$A =$	500	1000	1500	செந்தில்
	2500	1500	500	இரவி

மேலும் மே மாத விலை ஏப்ரல் மாத விலையின் இருமடங்கு எனில் , கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

(i). ஏப்ரல் , மே மாதங்களின் சராசரி விற்பனை யாது ?

(ii). இதேபோல் விலை தொடர்ந்து வரும் மாதங்களில் ஏற்றமடைந்தால் ஆகஸ்ட் மாத விலையைக் காண்க.

தீர்வு :

ஏப்ரல் மாத விற்பனை

$$A = \begin{pmatrix} 500 & 1000 & 1500 \\ 2500 & 1500 & 500 \end{pmatrix}$$

மே மாத விற்பனை

$$B = 2A = \begin{pmatrix} 1000 & 2000 & 3000 \\ 5000 & 3000 & 1000 \end{pmatrix}$$

(i). ஏப்ரல்,மே மாதங்களின் சராசரி விற்பனை $= \frac{A+B}{2}$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1500 & 3000 & 4500 \\ 7500 & 4500 & 1500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 750 & 1500 & 2250 \\ 3750 & 2250 & 750 \end{bmatrix}$$

(ii). ஆகஸ்ட் மாத விலை :

மே மாதம் இருமடங்கு , ஜூன் மாதம் நான்கு மடங்கு , ஜூலை எட்டு மடங்கு , ஆகஸ்டு பதினாறு மடங்கு

எனவே , ஆகஸ்ட் மாத விலை

$$= 16\,A = 16\begin{pmatrix} 500 & 1000 & 1500 \\ 2500 & 1500 & 500 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8000 & 16000 & 24000 \\ 40000 & 240008 & 8000 \end{pmatrix}$$

18. $\cos\theta\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}+\sin\theta\begin{pmatrix}x & -\cos\theta\\ \cos\theta & x\end{pmatrix}=I_2$

எனில் , x -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$\cos\theta\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}+\sin\theta\begin{pmatrix}x & -\cos\theta\\ \cos\theta & x\end{pmatrix}=I_2$$

$$\cos\theta\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}+\sin\theta\begin{pmatrix}x & -\cos\theta\\ \cos\theta & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta\\ -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x\sin\theta & -\sin\theta\cos\theta\\ \sin\theta\cos\theta & x\sin\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos^2\theta+x\sin\theta & \cos\theta\sin\theta-\sin\theta\cos\theta\\ -\cos\theta\sin\theta+\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta+x\sin\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos^2\theta+x\sin\theta & 0\\ 0 & \cos^2\theta+x\sin\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

இரு அணிகளின் ஒத்த உறுப்புகளைச் சமன்படுத்த

$$\cos^2\theta+x\sin\theta=1$$
$$x\sin\theta=1-\cos^2\theta$$
$$x\sin\theta=\sin^2\theta$$
$$x=\sin\theta$$

19. $A=\begin{pmatrix}p & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -q\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$

மற்றும் $BA=C^2$ எனில் p , q -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$A=\begin{pmatrix}p & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0 & -q\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

$$BA=C^2$$

$$\begin{pmatrix}0 & -q\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0+0 & 0-2q\\ p+0 & 0+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-4 & -4-4\\ 4+4 & -4+4\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0 & -2q\\ p & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -8\\ 8 & 0\end{pmatrix}$$

இரு அணிகளின் ஒத்த உறுப்புகளைச் சமன்படுத்த

$$p=8$$
$$-2q=-8$$
$$q=4$$

$\therefore\quad p=8\ ,\ q=4$

20. $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 8 & 5\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ எனில்

$CD-AB=O$ எனுமாறு அணி D -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 8 & 5\end{pmatrix}$,

$C=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ மற்றும் $D=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ என்க.

$CD=AB\qquad [\because CD=O+AB=AB]$

$$\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 4 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6 & 3\\ 8 & 5\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3a+6c & 3b+6d\\ a+c & b+d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18+0 & 9+0\\ 24+40 & 12+25\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3a+6c & 3b+6d\\ a+c & b+d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 9\\ 64 & 37\end{pmatrix}$$

$3a+6c=18\ \Rightarrow\ a+2c=6$ ....(1)

$a+c=64$ ....(2)

$3b+6d=9\ \Rightarrow\ b+2d=3$ ....(3)

$b+d=37$ ....(4)

$a+2c=6$ ....(1)

$a+c=64$ ....(2)

$(1)-(2)\ \Rightarrow\ c=-58$

$(2)\ \Rightarrow\ a-58=64$

$a=122$

$b+2d=3$ ....(3)

$b+d=37$ ....(4)

$(3)-(4)\ \Rightarrow\ d=-34$

$(4)\ \Rightarrow\ b-34=37$

$b=71$

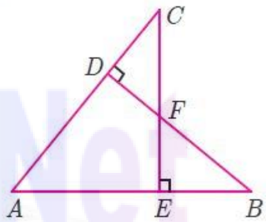
$$\therefore\quad D=\begin{pmatrix}122 & 71\\ -58 & -34\end{pmatrix}$$

வடிவியல்

அலகுப் பயிற்சி - 4

1. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $BD\perp AC$ மற்றும் $CE\perp AB$ எனில்

(i). $\Delta\ AEC\sim\Delta ADB$ (ii). $\frac{CA}{AB}=\frac{CE}{DB}$ என நிரூபிக்கவும்.



தீர்வு :

படத்தில் $BD\perp AC$ மற்றும் $CE\perp AB$

(i). $\Delta\ AEC$, ΔADB -யில்

$\angle AEC=\angle ADB=90°$

$\angle A$ – பொதுவானது

எனவே , AA விதிமுறைப்படி $\Delta\ AEC\sim\Delta ADB$.

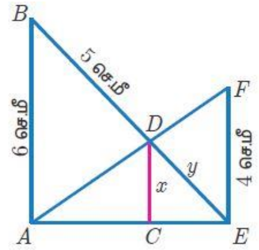
(ii). $\Delta\ AEC\sim\Delta ADB$ எனில்

ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் சமமாக இருக்கும்.

எனவே , $\frac{CA}{AB}=\frac{CE}{DB}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

2. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் AB ∥ CD ∥ EF . AB = 6 செ.மீ , CD = x செ.மீ , EF = 4 செ.மீ , BD = 5 செ.மீ மற்றும் DF = y செ.மீ எனில் , x மற்றும் y யின் மதிப்பு காண்க.



தீர்வு :

படத்தில் AB ∥ CD ∥ EF . AB = 6 செ.மீ , EF = 4 செ.மீ , CD = x செ.மீ , DF = y செ.மீ

$$x = \frac{ab}{a+b} = \frac{6 \times 4}{6+4} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \text{ செ.மீ}$$

Δ BAE , Δ DCE -யில்

$$\angle BAE = \angle DCE = 90°$$

∠E – பொதுவானது

எனவே , AA விதிமுறைப்படி Δ BAE ~ Δ DCE .

எனவே ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் சமமாக இருக்கும்.

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{5+y}{y}$$

$$\frac{6}{12/5} = \frac{5+y}{y}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{5+y}{y}$$

$$5y = 10 + 2y$$

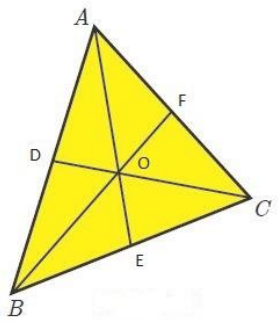
$$5y - 2y = 10$$

$$3y = 10$$

$$y = \frac{10}{3} \text{ செ.மீ}$$

3. O ஆனது முக்கோணம் ABC -யின் உள்ளே அமைந்த ஒரு புள்ளி ஆகும். ∠AOB , ∠BOC மற்றும் ∠COA -யின் இருசம வெட்டிகள் , பக்கங்கள் AB , BC மற்றும் CA-வை முறையே D, E மற்றும் F-ல் சந்திக்கின்றன எனில் AD × BE × CF = DB × EC × FA எனக் காட்டுக.

தீர்வு :



கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தின்படி

∠AOB-யின் கோண இருசமவெட்டி OD எனில்

$$\frac{OA}{OB} = \frac{AD}{DB} \quad ....(1).$$

∠BOC-யின் கோண இருசமவெட்டி OE எனில்

$$\frac{OB}{OC} = \frac{BE}{EC} \quad ....(2).$$

∠COA-யின் கோண இருசமவெட்டி OF எனில்

$$\frac{OC}{OA} = \frac{CF}{FA} \quad ....(3).$$

(1) , (2) மற்றும் (3) -ஐக் பெருக்கக் கிடைப்பது

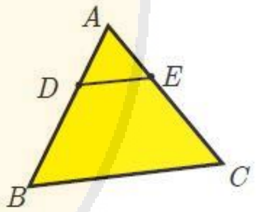
$$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} \times \frac{OC}{OA} = \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA}$$

$$1 = \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA}$$

$$\frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} = 1$$

$$AD \times BE \times CF = DB \times EC \times FA$$

4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC-யில் AB = AC ஆகும். AD = AE என இருக்குமாறு D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே AB மற்றும் AC-யின் மீது அமைந்துள்ளன. B , C , E மற்றும் D என்ற புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.



தீர்வு :

முக்கோணம் ABC-யில் AB = AC, AD = AE எனில் DB = EC

ΔABC என்பது ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம்

எனவே , $\angle ABC = \angle DBC = \angle ACB = \angle ECB$ ....(1)

மேலும் $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. எனவே , $DE \parallel BC$.

BCED ஒரு நாற்கரம் என்க. இதில் $DE \parallel BC$

BD என்பது $DE \parallel BC$ -ன் குறுக்குவெட்டி எனில்

$\angle EDB + \angle DBC = 180°$ ....(2)

CE என்பது $DE \parallel BC$ -ன் குறுக்குவெட்டி எனில்

$\angle DEC + \angle ECB = 180°$ ....(3)

(1). மற்றும் (2) -லிருந்து $\angle EDB + \angle ECB = 180°$

(1). மற்றும் (3) -லிருந்து $\angle DEC + \angle DBC = 180°$

எனவே , BCED நாற்கரத்தில் எதிரெதிர் கோணங்களின் கூடுதல் 180° என்று கிடைக்கிறது.

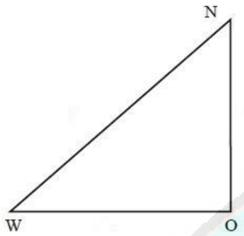
எனவே , BCED என்பது ஒரு வட்டநாற்கரம் ஆகும்.

∴ B , C , E மற்றும் D என்ற புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தில் அமையும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

5. இரண்டு தொடர்வண்டிகள் ஒரே நேரத்தில் ஒரு தொடர்வண்டி நிலையத்திலிருந்து புறப்படுகின்றன. முதல்வண்டி மேற்கு நோக்கியும், இரண்டாவதுவண்டி வடக்கு நோக்கியும் செல்கின்றன. முதல்தொடர்வண்டி 20 கி.மீ / மணி வேகத்திலும் , இரண்டாவது வண்டி 30 கி.மீ / மணி வேகத்திலும் செல்கின்றன. இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பின்னர் அவைகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு எவ்வளவு ?

தீர்வு :



முதல் தொடர்வண்டியின் வேகம் = 20 கி.மீ / மணி

இரண்டாவதுதொடர்வண்டியின் வேகம் = 30 கி.மீ / மணி

தொலைவு = வேகம் × நேரம்

இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பிறகு

முதல் தொடர்வண்டி சென்ற தொலைவு

$OW = 20 \times 2 = 40$ கி.மீ

இரண்டாவது தொடர்வண்டி சென்ற தொலைவு

$ON = 30 \times 2 = 60$ கி.மீ

இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பிறகு இரண்டு தொடர்வண்டிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு

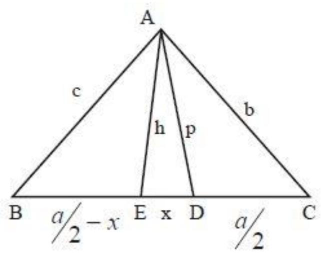
$$WN = \sqrt{OW^2 + ON^2}$$
$$= \sqrt{40^2 + 60^2}$$
$$= \sqrt{1600 + 3600}$$
$$= \sqrt{5200}$$
$$= \sqrt{400 \times 13}$$
$$WN = 20\sqrt{13} \text{ கி.மீ}$$

6. BC-யின் மையப்புள்ளி D மற்றும் $AE \perp BC$. $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $ED = x$, $AD = p$ மற்றும் $AE = h$, எனில்

(i). $b^2 = p^2 + ax + \frac{a^2}{4}$ (ii). $c^2 = p^2 - ax + \frac{a^2}{4}$

(iii). $b^2 + c^2 = 2p^2 + \frac{a^2}{2}$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு :



ΔABC யில் BC-யின் மையப்புள்ளி D மற்றும் $AE \perp BC$.

$BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $ED = x$, $AD = p$, $AE = h$.

$BD = DC = \frac{a}{2}$, $ED = x$, $\therefore BE = \frac{a}{2} - x$.

$AE \perp BC$, ΔAED யில் $AD^2 = AE^2 + ED^2$

$p^2 = h^2 + x^2 \Longrightarrow \quad h^2 = p^2 - x^2$ .... (1)

(i). ΔAEC யில் , $AC^2 = AE^2 + EC^2$

$$b^2 = h^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$
$$b^2 = p^2 - x^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \quad [\because (1) \text{ லிருந்து}]$$
$$b^2 = p^2 - x^2 + x^2 + ax + \frac{a^2}{4}$$
$$b^2 = p^2 + ax + \frac{a^2}{4} \quad \text{....................(2)}$$

(ii). ΔAEB யில் , $AB^2 = AE^2 + EB^2$

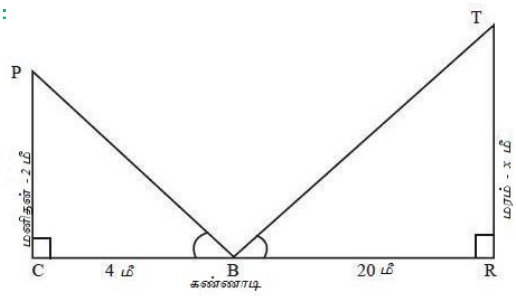
$$c^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2$$
$$c^2 = p^2 - x^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2 \quad [\because (1) \text{ -லிருந்து}]$$
$$c^2 = p^2 - x^2 + \frac{a^2}{4} - ax + x^2$$
$$c^2 = p^2 - ax + \frac{a^2}{4} \quad \text{....................(3)}$$

(iii). (2) மற்றும் (3) -லிருந்து

$$b^2 + c^2 = p^2 + ax + \frac{a^2}{4} + p^2 - ax + \frac{a^2}{4}$$
$$= 2p^2 + 2\left(\frac{a^2}{4}\right)$$
$$b^2 + c^2 = 2p^2 + \frac{a^2}{2}$$

7. 2 மீ உயரமுள்ள மனிதர் ஒரு மரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிட விரும்புகிறார். மரத்தின் அடியிலிருந்து 20 மீ தொலைவில் B என்ற புள்ளியில் ஒரு கண்ணாடி கிடைமட்டமாக மேல் நோக்கி வைக்கப்படுகிறது. கண்ணாடியிலிருந்து 4 மீ தொலைவில் C என்ற புள்ளியில் நிற்கும் மனிதர் மரத்தின் உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் கண்ணாடியில் காண முடிகிறது எனில் மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (மரத்தின் அடி , கண்ணாடி, மனிதர் ஒரே நேர்க்கோட்டில் உள்ளதாகக் கொள்க)

தீர்வு :



Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

மனிதனின் உயரம் PC = 2 மீ

மரத்தின் உயரம் $TR = x$ மீ என்க.

BC = 4 மீ , BR = 20 மீ

ΔPCB , ΔTRB -யில்

$$\angle PCB = \angle TRB = 90°$$

$$\angle PBC = \angle TBR$$

(படுகோணமும் எதிரொளிப்பு கோணமும் சமம்)

எனவே , AA விதிமுறைப்படி $\Delta PCB \sim \Delta TRB$

$$\frac{PC}{TR} = \frac{BC}{BR}$$

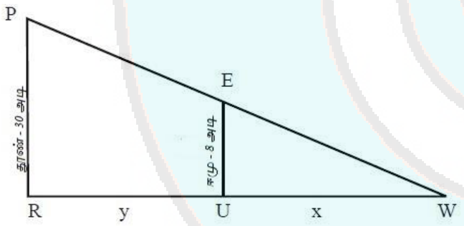
$$\frac{2}{x} = \frac{4}{20}$$

$$x = \frac{20}{4} \times 2 = 10 \text{ மீ}$$

மரத்தின் உயரம் $TR = 10$ மீ

8.30 அடி உயரமுள்ள ஒரு தூணின் அடிப்பகுதியிலிருந்து 8 அடி உயரமுள்ள ஒரு ஈமு கோழி விலகி நடந்து செல்கிறது.ஈமு கோழியின் நிழல் அது நடந்து செல்லும் திசையில் அதற்கு முன் விழுகிறது. ஈமு கோழியின் நிழலின் நீளத்திற்கும் , ஈமு தூணிலிருந்து இருக்கும் தொலைவிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

தீர்வு :



தூணின் உயரம் PR = 30 அடி

ஈமு கோழியின் உயரம் EU = 8 அடி

$RU = y$, $UW = x$ என்க.

ΔPRW , ΔEUW -யில்

$$\angle PRW = \angle EUW = 90°$$

$\angle W$ - பொதுவானது

எனவே , AA விதிமுறைப்படி $\Delta PRW \sim \Delta EUW$

$$\frac{PR}{EU} = \frac{RW}{UW}$$

$$\frac{30}{8} = \frac{x+y}{x}$$

$$30x = 8x + 8y$$

$$22x = 8y$$

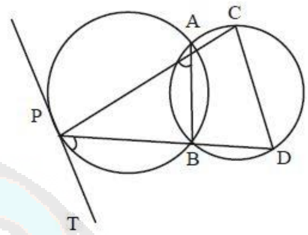
$$x = \frac{8}{22}y$$

$$x = \frac{4}{11}y$$

ஈமு கோழியின் நிழலின் நீளம் $= \frac{4}{11}$ (ஈமு தூணிலிருந்து இருக்கும் தொலைவு)

9. A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளில் இரு வட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்கின்றன. ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி P-யில் இருந்து வரையப்படும் PAC மற்றும் PBD என்ற கோடுகள் இரண்டாவது வட்டத்தினை முறையே C மற்றும் D-யில் வெட்டுகின்றன எனில் CD-யானது P வழியே வரையப்படும் தொடுகோட்டிற்கு இணை என நிருபிக்கவும் .

தீர்வு :



PT என்பது தொடுகோடு

$\angle TPB = \angle PAB$ ....(1)

(மாற்று வட்டக்கோணங்கள் சமம்)

$\angle PAB = \angle BDC$ ....(2)

(ABCD வட்ட நாற்கரத்தில் வெளிக்கோணம் ஆனது உள்ளேதிர் கோணத்திற்கு சமம்)

(1). மற்றும் (2) -லிருந்து

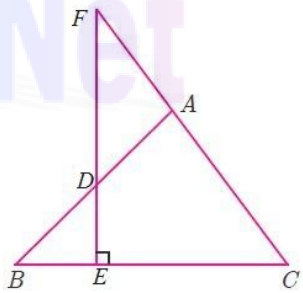
$$\angle TPB = \angle BDC$$

$\angle TPD = \angle PDC$ (உள்ளேதிர் கோணங்கள் சமம்)

எனவே , $CD \parallel PT$.

10.ABC என்ற ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் AB , BC , AC-யின் (அல்லது பக்கங்களின் நீட்சி) மீது முறையே D , E , F என்ற புள்ளிகள் உள்ளன. AD : DB = 5 : 3 , BE : EC = 3 : 2 மற்றும் AC = 21 எனில்,கோட்டுத்துண்டு CF-யின் நீளம் காண்க.

தீர்வு :



ABC என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் AB , BC , AC-யின் (அல்லது பக்கங்களின் நீட்சி)

மீது முறையே D , E , F என்ற புள்ளிகள் எனில்

AD : DB = 5 : 3 , BE : EC = 3 : 2 , AC = 21

மெனிலாஸ் தேற்றத்தின்படி

$$\frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} \times \frac{AD}{DB} = -1$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{CF}{FC-AC} \times \frac{5}{3} = -1$$

$$\frac{CF}{(-CF)-21} \times \frac{5}{2} = -1$$

$$\frac{CF}{(-CF)-21} = -\frac{2}{5}$$

$$5CF = 2CF + 42$$

$$5CF - 3CF = 42$$

$$3CF = 42$$

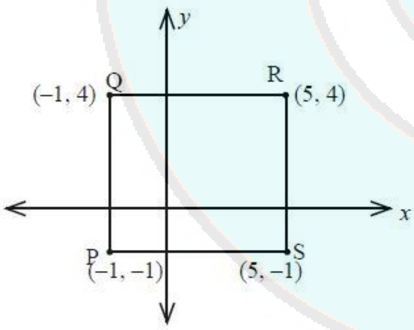
$CF = 14$ அலகுகள்

ஆயத்தொலைவு வடிவியல்

அலகுப் பயிற்சி - 5

1..$P(-1,-1)$, $Q(-1,4)$, $R(5,4)$ மற்றும் $S(5,-1)$ ஆகிய புள்ளிகளால் ஆன செவ்வகம் PQRS -யில் A ,B ,C மற்றும் D என்பன முறையே பக்கங்கள் PQ , QR , RS மற்றும் SP -யின் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும். ABCD என்ற நாற்கரமானது ஒரு சதுரம் , செவ்வகம் அல்லது சாய்சதுரமா ? உங்கள் விடையைக் காரணத்தோடு விளக்குக.

தீர்வு :



PQRS - செவ்வகம்

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் :

$P(-1,-1)$, $Q(-1,4)$, $R(5,4)$, $S(5,-1)$

PQ -ன் நடுப்புள்ளி $= A\left(\frac{-1-1}{2}, \frac{-1+4}{2}\right) = A\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

QR -ன் நடுப்புள்ளி $= B\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{4+4}{2}\right) = B(2, 4)$

RS -ன் நடுப்புள்ளி $= C\left(\frac{5+5}{2}, \frac{4-1}{2}\right) = C\left(5, \frac{3}{2}\right)$

PS -ன் நடுப்புள்ளி $= D\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{-1-1}{2}\right) = D(2,-1)$

$$AB = \sqrt{(2+1)^2 + \left(4-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9+\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

$$BC = \sqrt{(5-2)^2 + \left(\frac{3}{2}-4\right)^2} = \sqrt{9+\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

$$CD = \sqrt{(2-5)^2 + \left(-1-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9+\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

$$AD = \sqrt{(-1-2)^2 + \left(\frac{3}{2}+1\right)^2} = \sqrt{9+\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

$$AC = \sqrt{(5+1)^2 + \left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{36+0} = 6$$

$$BD = \sqrt{(2-2)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{0+25} = 5$$

பக்கங்கள் $AB = BC = CD = AD = \frac{\sqrt{61}}{2}$,

மூலைவிட்டங்கள் $AC \neq BD$

எனவே , ABCD ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.

2. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பு 5 ச.அலகுகள். $(2, 1)$ மற்றும் $(3, -2)$ என்பன முக்கோணத்தின் இரண்டு முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். மூன்றாம் முனைப்புள்ளி (x, y) என்பதில் $y = x + 3$ என இருந்தால் அப்புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு :

முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் :

$(2, 1)$, $(3, -2)$, (x, y)

இங்கு , $y = x + 3$ ....(1)

முக்கோணத்தின் பரப்பு $= 5$ ச.அலகுகள்.

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix} = 5$$

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 3 & x & 2 \\ 1 & -2 & y & 1 \end{bmatrix} = 5$$

$$[(-4+3y+x)-(3-2x+2y)] = 10$$

$$[-4+3y+x-3+2x-2y] = 10$$

$$3x+y-7 = 10$$

$$3x+y = 17$$

(1). லிருந்து $3x+x+3 = 17$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{7}{2}$$

(1). லிருந்து $y = \frac{7}{2}+3$

$$y = \frac{13}{2}$$

∴ முக்கோணத்தின் மூன்றாவது முனைப்புள்ளி $\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$

3. $3x+y-2=0$, $5x+2y-3=0$ மற்றும் $2x-y-3=0$ ஆகிய கோடுகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

தீர்வு :

நேர்கோட்டின் சமன்பாடுகள் :

$3x+y = 2$ ....(1)

$5x+2y = 3$ ....(2)

$2x-y = 3$ ....(3)

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

(i).. (1) மற்றும் (2) -ஐத் தீர்த்தல்:

$(1) \times 2 \Rightarrow 6x + 2y = 4$ ....(4)

$5x + 2y = 3$ ....(2)

$(4) - (2) \Rightarrow x = 1$

$(1) \Rightarrow 3(1) + y = 2 \Rightarrow y = -1$

சமன்பாடுகள் (1).மற்றும் (2) வெட்டும்புள்ளி $(1, -1)$

(ii).. (2) மற்றும் (3) -ஐத் தீர்த்தல்:

$5x + 2y = 3$ ....(2)

$(3) \times 2 \Rightarrow 4x - 2y = 6$ ....(5)

$(2) + (5) \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$

$(3) \Rightarrow 2(1) - y = 3 \Rightarrow y = -1$

சமன்பாடுகள் (2). மற்றும் (3) வெட்டும்புள்ளி $(1, -1)$

(iii).. (1). மற்றும் (3) -ஐத் தீர்த்தல்:

$3x + y = 2$ ....(1)

$2x - y = 3$ ....(3)

$(1) + (3) \Rightarrow 5x = 5$

$x = 1$

$(1) \Rightarrow 3(1) + y = 2 \Rightarrow y = -1$

சமன்பாடுகள் (1). மற்றும் (3) வெட்டும்புள்ளி $(1, -1)$

மூன்று வெட்டும் புள்ளிகளும் ஒரே புள்ளிகளாக இருப்பதால் மூன்று நேர்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோடுகள் ஆகும். இந்த நேர்கோடுகள் முக்கோணத்தினை உருவாக்காது.

எனவே , முக்கோணத்தின் பரப்பு $= 0$ ச.அலகு

4. $A(-5, 7), B(-4, k), C(-1, -6)$ மற்றும் $D(4, 5)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 72 ச.அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் :

$A(-5, 7), B(-4, k), C(-1, -6), D(4, 5)$

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= 72$ ச.அலகுகள்

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{bmatrix} = 72$$

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -5+1 & -4-4 \\ 7+6 & k-5 \end{bmatrix} = 72$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 13 & k-5 \end{bmatrix} = 144$$

$$-4k + 20 + 104 = 144$$

$$-4k + 124 = 144$$

$$-4k = 20$$

$$k = -5$$

5. தொலைவு காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தாமல் $(-2, -1), (4, 0), (3, 3)$ மற்றும் $(-3, 2)$ என்பன இணைகரத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

$A(-2, -1), B(4, 0), C(3, 3), D(-3, 2)$ என்க.

சாய்வு $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB -யின் சாய்வு $= \frac{0+1}{4+2} = \frac{1}{6}$

BC -யின் சாய்வு $= \frac{3-0}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$

CD -யின் சாய்வு $= \frac{2-3}{-3-3} = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$

AD -யின் சாய்வு $= \frac{2+1}{-3+2} = \frac{3}{-1} = -3$

AB -யின் சாய்வு $= CD$ -யின் சாய்வு $= \frac{1}{6}$.

BC -யின் சாய்வு $= AD$ -யின் சாய்வு $= -3$.

எனவே , $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$

எனவே , கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும்.

6. இரு வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் முறையே $1, -6$ எனில், நேர் கோடுகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு :

x வெட்டுத்துண்டு a , y வெட்டுத்துண்டு b என்க.

இரு வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் $= 1$

$$a + b = 1$$

இரு வெட்டுத்துண்டுகளின் பெருக்கற்பலன் $= -6$

$$ab = -6$$

$$a(1 - a) = -6 \qquad [\because b = 1 - a]$$

$$a - a^2 = -6$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\therefore \quad a = 3, \ a = -2$$

$a = 3$ எனில் $b = -2$

$a = -2$ எனில் $b = 3$

வெட்டுத்துண்டு வடிவ நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

(i). $a = 3$ மற்றும் $b = -2$ எனும் போது

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$$

$$2x - 3y - 6 = 0$$

(ii). $a = -2$ மற்றும் $b = 3$ எனும் போது

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\frac{-x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$3x - 2y + 6 = 0$$

7. ஒரு பால்கடை உரிமையாளர் 1 லிட்டர் ரூ.16 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 1220 லிட்டரும் , 1 லிட்டர் ரூ. 14 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 980 லிட்டரும் விற்பனை செய்கிறார். விற்பனை விலையானது தேவையோடு நேரிய தொடர்பு உடையது என ஊகித்துக் கொண்டால் , 1 லிட்டர் , ரூ. 17 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு எத்தனை லிட்டர் விற்பனை செய்வார் ?

தீர்வு :

விற்பனை விலையானது தேவையோடு நேரிய தொடர்பு உடையது என்பதால் நேரிய சமன்பாடாக எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

புள்ளிகள் : (14 , 980) , (16 , 1220)

இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-980}{1220-980} = \frac{x-14}{16-14}$$

$$\frac{y-980}{240} = \frac{x-14}{2}$$

$$y - 980 = 120(x - 14)$$

$$y - 980 = 120x - 1680$$

$$y = 120x - 700$$

$x = 17$ எனில் $y = 120(17) - 700$

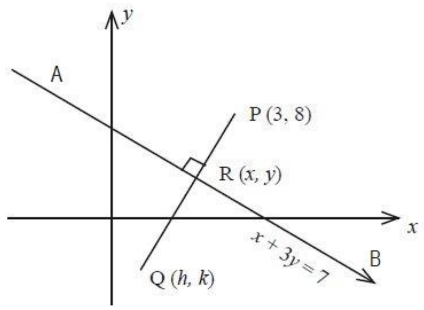
$$y = 2040 - 300$$

$$y = 1340$$

எனவே, பால்கடை உரிமையாளர் 1 லிட்டர், ரூ. 17 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 1340 லிட்டர் விற்பனை செய்வார்.

8. $x + 3y = 7$ என்ற நேர்கோட்டினைச் சமதள ஆடியாகக் கொண்டு $(3, 8)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பப் புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு :



சமதள ஆடி AB-யின் சமன்பாடு :

$x + 3y = 7$ ....(1)

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி $P(3, 8)$ என்க.

P-யின் பிம்பப் புள்ளி $Q(h, k)$ என்க.

P மற்றும் Q ஆனது சமதள ஆடியிலிருந்து செங்குத்தாக சம தொலைவில் இருக்கும்.

$$PQ \perp AB$$

AB-க்கு செங்குத்தான PQ-ன் சமன்பாடு $3x - y + k = 0$

இது $P(3, 8)$ வழிச் சென்றால்

$$3(3) - 8 + k = 0 \Rightarrow k = -1$$

எனவே , PQ-ன் சமன்பாடு $3x - y - 1 = 0$

$3x - y = 1$ .... (2)

$(1) \times 3 \Rightarrow 3x + 9y = 21$ ....(3)

$3x - y = 1$ .... (2)

$(3) - (2) \Rightarrow 10y = 20$

$$y = 2$$

$(1) \Rightarrow x + 3(2) = 7 \Rightarrow x = 1$

∴ AB மற்றும் PQ வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி $R(1, 2)$

$P(3, 8)$ மற்றும் $Q(h, k)$-ன் நடுப்புள்ளி $R(1, 2)$ ஆகும்.

$$\left(\frac{3+h}{2}, \frac{8+k}{2}\right) = (1, 2)$$

x, y அச்சுகளை ஒப்பிட

$\frac{3+h}{2} = 1 \Rightarrow h = -1$; $\frac{8+k}{2} = 2 \Rightarrow k = -4$

∴ $P(3, 8)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பப்புள்ளி $Q(-1, -4)$

9. $4x + 7y - 3 = 0$ மற்றும் $2x - 3y + 1 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகும் , ஆய அச்சுகளின் வெட்டுத் துண்டுகள் சமமானதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு :

$4x + 7y = 3$ ....(1)

$2x - 3y = -1$ ....(2)

$(2) \times 2 \Rightarrow 4x - 6y = -2$ ....(3)

$4x + 7y = 3$ ....(1)

$(3) - (1) \Rightarrow -13y = -5$

$$y = \frac{5}{13}$$

$(2) \Rightarrow 2x - 3\left(\frac{5}{13}\right) = -1$

$$2x - \frac{15}{13} = -1$$

$$2x = -1 + \frac{15}{13} = \frac{2}{13}$$

$$x = \frac{1}{13}$$

எனவே , கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி $\left(\frac{1}{13}, \frac{5}{13}\right)$

ஆய அச்சுகளின் வெட்டுத்துண்டுகள் சமம்.

$$a = b$$

வெட்டுத்துண்டு வடிவ நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \quad [\because a = b]$$

$$x + y = a \quad ....(1)$$

இக்கோடு $\left(\frac{1}{13}, \frac{5}{13}\right)$ என்ற புள்ளி வழிச் சென்றால்

$$\frac{1}{13} + \frac{5}{13} = a$$

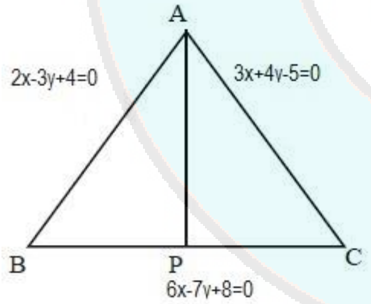
$$a = \frac{6}{13}$$

$$(1) \Rightarrow \quad x + y = \frac{6}{13}$$

$$\therefore \quad 13x + 13y - 6 = 0$$

10. $2x - 3y + 4 = 0$ மற்றும் $3x + 4y - 5 = 0$ என்ற நேர்கோடுகளால் குறிக்கப்படும் இரண்டு பாதைகள் சந்திக்கும் புள்ளியில் நிற்கும் ஒருவர் $6x - 7y + 8 = 0$ என்ற நேர்கோட்டால் குறிக்கப்படும் பாதையை குறுகிய நேரத்தில் சென்றடைய விரும்புகிறார் எனில் , அவர் செல்ல வேண்டிய பாதையின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

தீர்வு :



கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோடுகள் :

$$2x - 3y = -4 \quad ....(1)$$

$$3x + 4y = 5 \quad ....(2)$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow \quad 6x - 9y = -12 \quad ....(3)$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow \quad 6x + 8y = 10 \quad ....(4)$$

$$(3) - (4) \Rightarrow \quad -17y = -22$$

$$y = \frac{22}{17}$$

$$(1) \Rightarrow \quad 2x - 3\left(\frac{22}{17}\right) = -4$$

$$2x - \frac{66}{17} = -4$$

$$2x = -4 + \frac{66}{17} = -\frac{2}{17}$$

$$x = -\frac{1}{17}$$

எனவே , கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி $\left(-\frac{1}{17}, \frac{22}{17}\right)$

A -யில் இருந்து BC-க்கான குறுகிய பாதை என்பது BC-ன் செங்குத்து கோடாகும்.

$6x - 7y + 8 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாடு $7x + 6y + k = 0$

இக்கோடு $\left(-\frac{1}{17}, \frac{22}{17}\right)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதால்

$$7\left(\frac{-1}{17}\right) + 6\left(\frac{22}{17}\right) + k = 0$$

$$\frac{-7}{17} + \frac{132}{17} + k = 0$$

$$k = \frac{125}{17}$$

$\therefore$ தேவையான பாதையின் சமன்பாடு :

$$7x + 6y - \frac{125}{17} = 0$$

$$119x + 102y - 125 = 0$$

முக்கோணவியல்

அலகுப் பயிற்சி – 6

1.. நிரூபிக்கவும்.

(i). $\cot^2 A\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) + \sec^2 A\left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A}\right) = 0$

(ii). $\frac{\tan^2\theta - 1}{\tan^2\theta + 1} = 1 - 2\cos^2\theta$

தீர்வு :

(i). $\cot^2 A\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) + \sec^2 A\left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A}\right) = 0$

LHS : $\cot^2 A\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) + \sec^2 A\left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A}\right)$

$$= \frac{1}{\tan^2 A}\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) + \frac{1}{\cos^2 A}\left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A}\right)$$

$$= \frac{1}{\sec^2 A - 1}\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) + \frac{1}{1 - \sin^2 A}\left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A}\right)$$

$$= \frac{1}{(\sec A + 1)(\sec A - 1)}\left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A}\right) - \frac{1}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}\left(\frac{1 - \sin A}{1 + \sec A}\right)$$

$$= \frac{1}{(\sec A + 1)(1 + \sin A)} - \frac{1}{(1 + \sin A)(1 + \sec A)}$$

$$= 0$$

$$= \text{RHS}$$

(ii). $\frac{\tan^2\theta - 1}{\tan^2\theta + 1} = 1 - 2\cos^2\theta$

LHS : $\frac{\tan^2\theta - 1}{\tan^2\theta + 1} = \frac{\tan^2\theta - 1}{\sec^2\theta}$

$$= (\tan^2\theta - 1)\cos^2\theta$$

$$= \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - 1\right)\cos^2\theta$$

$$= \left(\frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}\right)\cos^2\theta$$

$$= \sin^2\theta - \cos^2\theta$$

$$= 1 - \cos^2\theta - \cos^2\theta$$

$$= 1 - 2\cos^2\theta$$

$$= \text{RHS}$$

2. $\left(\frac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}\right)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\left(\frac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}\right)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

LHS : $\left(\frac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}\right)^2 = \frac{(1+\sin\theta-\cos\theta)^2}{(1+\sin\theta+\cos\theta)^2}$

$$= \frac{1+\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta-2\cos\theta}{1+\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta+2\sin\theta\cos\theta+2\cos\theta}$$

$[\because (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca\ ]$

$$= \frac{1+\ 1\ +2\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta-2\cos\theta}{1+\ 1\ +2\sin\theta+2\sin\theta\cos\theta+2\cos\theta}$$

$$= \frac{2-2\cos\theta\ +2\sin\theta-2\sin\theta\cos\theta}{2+2\cos\theta+2\sin\theta+2\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{2(1-\cos\theta)\ +2\sin\theta(1-\cos\theta)}{2(1+\cos\theta)+2\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{(1-\cos\theta)\ (2+2\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(2+2\sin\theta)}$$

$$= \frac{(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$$

= RHS

3. $x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cos\theta$ மற்றும் $x\sin\theta = y\cos\theta$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ என நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cos\theta \ ....(1)$$

$$x\sin\theta = y\cos\theta \ ....(2)$$

$(1) \Longrightarrow x\sin\theta(\sin^2\theta) + y\cos\theta(\cos^2\theta) = \sin\theta\cos\theta$

$x\sin\theta(\sin^2\theta) + x\sin\theta(\cos^2\theta) = \sin\theta\cos\theta$

[(2) -லிருந்து $x\sin\theta = y\cos\theta$]

$x\sin\theta[\sin^2\theta+\cos^2\theta] = \sin\theta\cos\theta$

$x\sin\theta(1) = \sin\theta\cos\theta$

$x = \cos\theta$ ....(3)

$(2) \Longrightarrow x\sin\theta = y\cos\theta$

$\cos\theta\sin\theta = y\cos\theta$

$y = \sin\theta$ ....(4)

(3). மற்றும் (4) -லிருந்து

$x^2 + y^2 = \cos^2\theta + \sin^2\theta$

$x^2 + y^2 = 1$

4. $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ எனில் $(a\sin\theta + b\cos\theta) = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ என நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$a\cos\theta - b\sin\theta = c$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$(a\cos\theta - b\sin\theta)^2 = c^2$

$a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta = c^2$

$a^2(1-\sin^2\theta) + b^2(1-\cos^2\theta) - 2ab\cos\theta\sin\theta = c^2$

$a^2 - a^2\sin^2\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta = c^2$

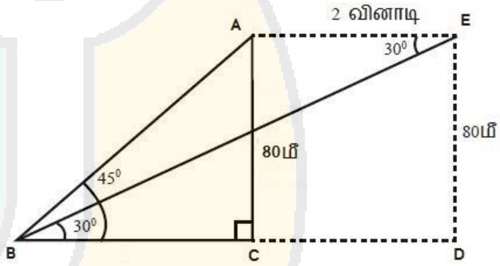
$a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta + 2ab\cos\theta\sin\theta = a^2+b^2-c^2$

$(a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2+b^2-c^2$

$\therefore \quad (a\sin\theta + b\cos\theta) = \pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

5. 80 மீ உயரமுள்ள மரத்தின் உச்சியில் ஒரு பறவை இருக்கிறது. தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 45° . பறவை ஒரே உயரத்தில் கிடைமட்டத்தில் பறந்து செல்கிறது . 2 வினாடிகள் கழித்து அதே புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில் , பறவை பறக்கும் வேகத்தினைக் காண்க.

தீர்வு :



மரத்தின் உயரம் AC = 80 மீ = DE

A - பறவையின் ஆரம்ப நிலை ,

E -பறவையின் இறுதி நிலை என்க.

உற்றுநோக்கும் புள்ளி B என்க.

மேலும் AE = CD

படத்திலிருந்து $\angle ABC = 45°$ மற்றும்

$\angle EBD = 30° = \angle AEB$,

செங்கோண முக்கோணம் ABC -ல்

$\tan 45° = \frac{AC}{BC}$

$1 = \frac{80}{BC}$

$BC = 80$ ....(1)

செங்கோண முக்கோணம் BDE -ல்

$\tan 30° = \frac{DE}{BD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80}{BD}$

$BD = 80\sqrt{3}$

$BC + CD = 80\sqrt{3}$

$80 + CD = 80\sqrt{3}$ [∵ (1) -லிருந்து]

$CD = 80\sqrt{3} - 80$

$AE = 80(\sqrt{3}-1)$ [$\because$ AE = CD]

$= 80(1.732-1)$

$= 80 \times 0.732$

$AE = 58.56$ மீ

58.56 மீ தூரத்தை பறவை 2 வினாடிகளில் கடக்கிறது எனில்

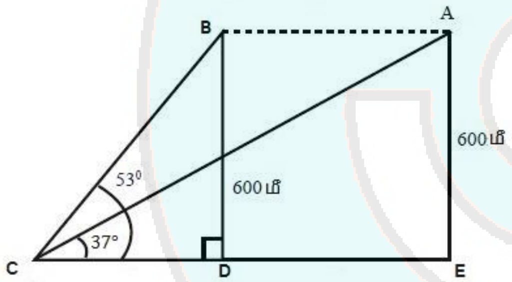
பறவை பறக்கும் வேகம் $= \frac{\text{தொலைவு}}{\text{நேரம்}}$

$= \frac{58.56}{2}$

பறவை பறக்கும் வேகம் $= 29.28$ மீ / வி

6. விமானம் ஒன்று புவிப் பரப்பிற்கு இணையாக 600 மீ உயரத்தில் 175 மீ / வி வேகத்தில் செல்கிறது. புவியின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து விமானத்திற்கு உள்ள ஏற்றக் கோணம் 37° ஆகும். அதே புள்ளியிலிருந்து ஏற்றக் கோணம் 53° -க்கு அதிகரிக்க எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்? ($\tan 53° = 1.3270$, $\tan 37° = 0.7536$)

தீர்வு :



விமானத்தின் உயரம் AE = 600 மீ = BD

A - விமானத்தின் ஆரம்ப நிலை ,

B -விமானத்தின் இறுதி நிலை என்க.

உற்றுநோக்கும் புள்ளி C என்க. மேலும் AB = DE

படத்திலிருந்து $\angle BCD = 53°$ மற்றும் $\angle ACE = 37°$

செங்கோண முக்கோணம் BCD -ல்

$\tan 53° = \frac{BD}{CD}$

$1.3270 = \frac{600}{CD}$

$CD = \frac{600}{1.3270}$

$CD = 452.15$ ....(1)

செங்கோண முக்கோணம் ACE -ல்

$\tan 37° = \frac{AE}{CE}$

$0.7536 = \frac{600}{CE}$

$CE = \frac{600}{0.7536}$

$CE = 796.18$

$CD + DE = 796.18$

$452.15 + DE = 796.18$ [$\because$ (1) -லிருந்து]

$DE = 796.18 - 452.15$

$AB = 344.03$ [$\because$ AB = DE]

344.03 மீ தூரத்தை விமானம் 175 மீ / வி வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $= \frac{\text{தொலைவு}}{\text{வேகம்}}$

$= \frac{344.03}{175}$

$= 1.9659$

நேரம் $= 1.97$ வி

எனவே , 1.97 வினாடிகளில் விமானத்தின் ஏற்றக்கோணம் 37° -லிருந்து 53° ஆக அதிகரிக்கிறது.

7. ஒரு பறவை A என்ற இடத்திலிருந்து 30 கி.மீ தொலைவில் B என்ற இடத்திற்கு 55° கோணத்தில் பறக்கிறது. B -ல் 48° கோணத்தைத் தாங்கி 32 கி.மீ தொலைவில் உள்ள C என்ற இடத்திற்குச் செல்கிறது,

(i).A-யின் வடக்குப்புறமாக B-ன் தொலைவு எவ்வளவு ?

(ii).A-யின் மேற்குப்புறமாக B-ன் தொலைவு எவ்வளவு ?

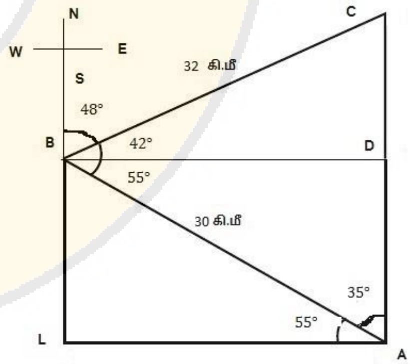
(iii).B-யின் வடக்குப்புறமாக C -ன் தொலைவு எவ்வளவு ?

(iv).B-யின் கிழக்குப்புறமாக C -ன் தொலைவு எவ்வளவு ?

($\sin 55° = 0.8192$, $\cos 55 = 0.5736$,

$\sin 42° = 0.6691$, $\cos 42° = 0.7431$)

தீர்வு :



பறவையின் ஆரம்ப நிலை A என்க.

A-யிலிருந்து 35° கோணத்தில் 30 கி.மீ தொலைவில் பறவையின் நிலை B என்க.

B-யிலிருந்து 48° கோணத்தில் 32 கி.மீ தொலைவில் பறவையின் நிலை C என்க.

(i). செங்கோண முக்கோணம் ABD -ல்

$\sin 55° = \frac{AD}{AB}$

$0.8192 = \frac{AD}{30}$

$AD = 30 \times 0.8192$

$AD = 24.58$ கி.மீ

$\therefore$ A-யின் வடக்குப்புறமாக B-ன் தொலைவு $= 24.58$ கி.மீ

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

(ii). செங்கோண முக்கோணம் ALB -ல்

$$\cos 55° = \frac{AL}{AB}$$

$$0.5736 = \frac{AL}{30}$$

$$AL = 30 \times 0.5736$$

$$AL = 17.21 \text{ கி.மீ}$$

∴ A-யின் மேற்குப்புறமாக B-ன் தொலைவு $= 17.21$ கி.மீ

(iii). செங்கோண முக்கோணம் BDC -ல்

$$\sin 42° = \frac{CD}{BC}$$

$$0.6691 = \frac{CD}{32}$$

$$CD = 32 \times 0.6691$$

$$CD = 21.41 \text{ கி.மீ}$$

∴ B-யின் வடக்குப்புறமாக C -ன் தொலைவு $= 21.41$ கி.மீ

(iv). செங்கோண முக்கோணம் BCD -ல்

$$\cos 42° = \frac{BD}{BC}$$

$$0.7431 = \frac{BD}{32}$$

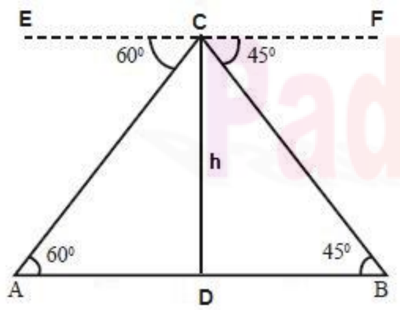
$$BD = 32 \times 0.7431$$

$$BD = 23.78$$

∴ B-யின் கிழக்குப்புறமாக C -ன் தொலைவு $= 23.78$ கி.மீ

8.கலங்கரைவிளக்கம் இருக்கும் இடத்திலிருந்து கடலில் எதிரெதிர்திசையில் இருகப்பல்கள் பயணம் செய்கின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியில் இருந்து இரு கப்பல்களின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே $60°$ மற்றும் $45°$. கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $200\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\right)$ மீ எனில், கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் காண்க.

தீர்வு :



கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $CD = h$ என்க.

A , B என்பன கப்பல்கள் என்க.

கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் $AB = 200\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\right)$ மீ

படத்திலிருந்து $\angle ECA = 60° = \angle CAD$ மற்றும் $\angle FCB = 45° = \angle CBD$

செங்கோண முக்கோணம் CBD -ல்

$$\tan 45° = \frac{CD}{DB}$$

$$1 = \frac{h}{DB}$$

$$DB = h \quad ....(1)$$

செங்கோண முக்கோணம் CAD -ல்

$$\tan 60° = \frac{CD}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{AD}$$

$$AD = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad ....(2)$$

(1). மற்றும் (2) -ஐக் கூட்ட

$$AD + DB = \frac{h}{\sqrt{3}} + h$$

$$AB = h\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right) \quad [\because AD + DB = AB]$$

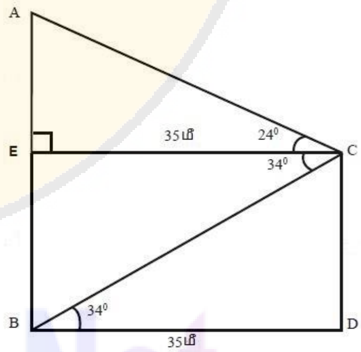
$$200\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\right) = h\left(\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$

$$h = 200$$

∴ கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $CD = 200$ மீ

9. ஒரு தெருவில் கட்டடமும் , சிலையும் எதிரெதிர்த் திசையில் 35 மீ இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து சிலை உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் $24°$ மற்றும் சிலை அடியின் இறக்கக்கோணம் $34°$ எனில் சிலையின் உயரம் என்ன?. ($\tan 24° = 0.4452$, $\tan 34° = 0.6745$)

தீர்வு :



கட்டடத்தின் உயரம் CD என்க.

சிலையின் உயரம் AB என்க.

BD = 35 மீ = EC

படத்திலிருந்து

$\angle ACE = 24°$ மற்றும் $\angle ECB = 34° = \angle CBD$

செங்கோண முக்கோணம் BEC -ல்

$$\tan 34° = \frac{EB}{EC}$$

$$0.6745 = \frac{EB}{35}$$

$$EB = 35 \times 0.6745$$

$$EB = 23.61 \text{ மீ} \quad ....(1)$$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

செங்கோண முக்கோணம் AEC -ல்

$$\tan 24° = \frac{AE}{EC}$$

$$0.4452 = \frac{AE}{35}$$

$$AE = 35 \times 0.4452$$

$AE = 15.58$ மீ ....(2)

(1). மற்றும் (2) -ஐக் கூட்ட

$$AE + EB = 15.58 + 23.61$$

$AB = 39.19$ மீ [$\because AE + EB = AB$]

எனவே , சிலையின் உயரம் $AB = 39.19$ மீ

அளவியல்

அலகுப் பயிற்சி - 7

1. 7 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளை வடிவ மை குடுவையின் விட்டம் 5 மி.மீ ஆகும். மை முழுமையாகவுள்ள உருளையைக் கொண்டு சராசரியாக 330 வார்த்தைகள் எழுதலாம். ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மை ஒரு பாட்டிலில் உள்ளது எனில் , அதனைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வார்த்தைகள் எழுதலாம் ?

தீர்வு :

உருளை வடிவ குடுவையின் உயரம் $h = 7$ செ.மீ ,

விட்டம் $d = 5$ மி.மீ , ஆரம் $r = 2.5$ மி.மீ $= 0.25$ செ.மீ

உருளை குடுவையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

$$= \frac{22}{7} \times 0.25 \times 0.25 \times 7$$

$= 1.375$ க.செ.மீ

ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு என்பது 200 க.செ.மீ .

1.375 க.செ.மீ மை கொண்டு எழுதப்படும்

வார்த்தைகள் $= 330$

200 க.செ.மீ மை கொண்டு எழுதப்படும்

வார்த்தைகள் $= \frac{330}{1.375} \times 200$

$= 48000$ வார்த்தைகள்

2. ஆரம் 1.75 மீ உள்ள ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டி முற்றிலும் நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. ஒரு குழாயின் மூலம் வினாடிக்கு 7 லிட்டர் வீதம் தொட்டியிலிருந்து நீர் வெளியேற்றப்படுமானால் , தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் முழுவதுமாகக் காலி செய்யலாம் ?

தீர்வு :

அரைக்கோள வடிவத்தொட்டியின் ஆரம் $r = 1.75 = \frac{7}{4}$ மீ

அரைக்கோள வடிவத்தொட்டியின் கனஅளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3$ க.அ

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$$

$$= \frac{539}{48}$$

$= 11.229$ க.மீ

$= 11.229 \times 1000$ [1க.மீ = 1000லி]

$= 11229$ லிட்டர்

குழாய் வழியே வெளியேறும் நீரின் வேகம்

$= 7$ லிட்டர் / வினாடி

தொட்டி நீர் முழுவதும் வெளியேற ஆகும் நேரம்

$= \frac{\text{தொட்டியின் கன அளவு}}{\text{வெளியேறும் நீரின் வேகம்}}$

$$= \frac{11229}{7}$$

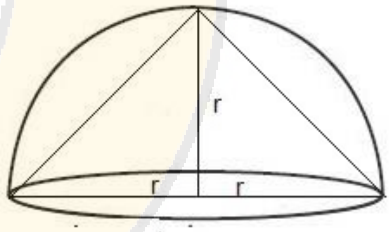
$= 1604$ வினாடிகள்

$= 27$ நிமிடங்கள் (தோராயமாக)

எனவே , தொட்டி தோராயமாக 27 நிமிடங்களில் காலி ஆகும்.

3. r அலகுகள் ஆரம் கொண்ட ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்திலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படும் கூம்பின் மீப்பெரு கனஅளவு என்ன ?

தீர்வு :



திண்ம அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $= r$ அலகுகள்

திண்ம அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = கூம்பின் ஆரம்.

எனவே கூம்பின் ஆரம் $= r$ அலகுகள்

திண்ம அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = கூம்பின் உயரம்.

எனவே கூம்பின் உயரம் $h = r$ அலகுகள்

கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ க.அ

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 \times r$$

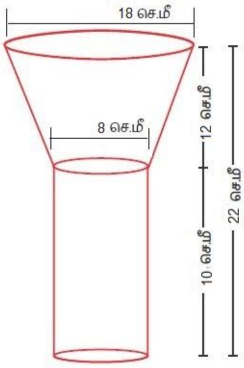
$= \frac{1}{3}\pi r^3$ க.அ

$\therefore$ கூம்பின் மீப்பெரு கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^3$ க.அ ஆகும்.

4. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டம் , 10 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளையுடன் இணைக்கப்பட்ட எண்ணெய்ப் புனலின் மொத்த உயரம் 22 செ.மீ ஆகும்.உருளையின் விட்டம் 8 செ.மீ மற்றும் புனலின் மேற்புற விட்டம் 18 செ.மீ எனில்,புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பைக் காண்க.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

தீர்வு :



உருளை :

$D = 8$ செ.மீ, $r = 4$ செ.மீ, $h_1 = 10$ செ.மீ

இடைக்கண்டம் :

மேல் விட்டம் $D = 18$ செ.மீ , மேல் ஆரம் $R = 9$ செ.மீ

கீழ் விட்டம் $d = 8$ செ.மீ , கீழ் ஆரம் $r = 4$ செ.மீ

உயரம் $h_2 = 12$ செ.மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{{h_2}^2 + (R-r)^2}$

$= \sqrt{12^2 + (9-4)^2} = \sqrt{144+25}$

$= \sqrt{169} = 13$ செ.மீ

புனலின் வெளிப்புற பரப்பு

= உருளையின் வளைபரப்பு + இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$= 2\pi r h_1 + \pi\,(R+r)l$

$= \pi\,[\ 2rh_1 + (R+r)l\ ]$

$= \frac{22}{7} \times [\ 2\times 4\times 10 + (9+4)\times 13\ ]$

$= \frac{22}{7} \times [\ 80 + 169\ ]$

$= \frac{22}{7} \times 249$

$= 782.57$ ச.செ.மீ

எனவே , புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பு 782.57 ச.செ.மீ ஆகும்.

5. உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை ?

தீர்வு :

உருளை :

$D = 4.5$ செ.மீ , $R = \frac{4.5}{2} = \frac{9}{2}$ செ.மீ , $H = 10$ செ.மீ

வட்ட வில்லை (உருளை) :

$d = 1.5$ செ.மீ , $r = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{2}$ செ.மீ ,

தடிமன் = உயரம் $h = 2$ மி.மீ $= \frac{2}{10}$ செ.மீ

வட்ட வில்லைகளின் எண்ணிக்கை

$= \frac{\text{உருளையின் கன அளவு}}{\text{ஒரு வட்ட வில்லையின் கன அளவு}}$

$= \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h}$

$= \frac{\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times 10}{\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{10}}$

$= \frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times 10\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{10}{2}$

$= 450$

எனவே , வட்ட வில்லைகளின் எண்ணிக்கை $= 450$

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் 4.3 செ.மீ , உட்புற ஆரம் 1.1 செ.மீ மற்றும் நீளம் 4 செ.மீ . உலோக உருளையை உருக்கி 12 செ.மீ நீளமுள்ள வேறொரு திண்ம உருளை உருவாக்கப்பட்டால் புதிய உருளையின் விட்டத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற உருளை :

$R = 4.3$ செ.மீ , $r = 1.1$ செ.மீ , $h = 4$ செ.மீ

திண்ம உருளை :

$h_1 = 12$ செ.மீ , r_1 செ.மீ என்க.

திண்ம உருளையின் கன அளவு

= உள்ளீடற்ற உருளையின் கனஅளவு

$\pi {r_1}^2 h_1 = \pi\,(R^2 - r^2)h$

${r_1}^2 \times 12 = (4.3^2 - 1.1^2)\times 4$

${r_1}^2 = \frac{(18.49-1.21)}{12}\times 4$

${r_1}^2 = \frac{17.28}{3}$

${r_1}^2 = 5.76$

ஆரம் $r_1 = 2.4$ செ.மீ

விட்டம் $d = 4.8$ செ.மீ

எனவே , புதிய உருளையின் விட்டம் 4.8 செ.மீ .

7.ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இருமுனைகளின் சுற்றளவுகள் 18 மீ ,16 மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 4 மீ ஆகும். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ.100 வீதம் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பில் வர்ணம் பூச ஆகும் மொத்தச் செலவு என்ன ?

தீர்வு :

இடைக்கண்டம் :

மேற்புற சுற்றளவு $= 18$ மீ , $2\pi R = 18$,

எனவே , மேற்புற ஆரம் $R = \frac{9}{\pi}$ மீ

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

அடிப்புற சுற்றளவு $= 16$ மீ , $2\pi r = 16$,

எனவே , கீழ்ப்புற ஆரம் $r = \frac{8}{\pi}$ மீ

சாயுயரம் $l = 4$ மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $= \pi\ (R + r)l$ ச.அ

$= \pi \times \left(\frac{9}{\pi} + \frac{8}{\pi}\right) \times 4$

$= \pi \times \frac{17}{\pi} \times 4$

$= 68$ ச.மீ

ஒரு ச.மீ-க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ரூ. 100 / -

68 ச.மீ-கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = 68×100

= ரூ. 6800 / -

எனவே , வர்ணம் பூச ஆகும் மொத்த செலவு ரூ. 6800 / -

8. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோளக் கிண்ணத்தை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு $\frac{436\pi}{3}$ க.செ.மீ ஆகும். கிண்ணத்தின் வெளிவிட்டம் 14 செ.மீ எனில் , அதன் தடிமனைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம் :

வெளிவிட்டம் $D = 14$ செ.மீ , வெளி ஆரம் $R = 7$ செ.மீ

உள் ஆரம் r செ.மீ என்க.

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு $= \frac{436\pi}{3}$ க.செ.மீ

$\frac{2}{3}\pi\ (R^3 - r^3) = \frac{436\pi}{3}$

$\frac{2}{3} \times (7^3 - r^3) = \frac{436}{3}$

$343 - r^3 = 218$

$r^3 = 125$

$r^3 = 5^3$

$r = 5$ செ.மீ

தடிமன் $= R - r = 7 - 5 = 2$ செ.மீ

எனவே , தடிமன் 2 செ.மீ ஆகும்.

9. ஒரு கூம்பின் கன அளவு $1005\frac{5}{7}$ க.செ.மீ மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச.செ.மீ எனில் அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு : கூம்பின் கீழ் வட்டப்பரப்பு $= 201\frac{1}{7}$ ச.செ.மீ

$\pi r^2 = \frac{1408}{7}$ ....(1)

$\frac{22}{7} \times r^2 = \frac{1408}{7}$

$r^2 = \frac{1408}{7} \times \frac{7}{22} = 64$

$r = 8$ செ.மீ

ஒரு கூம்பின் கன அளவு $= 1005\frac{5}{7}$ க.செ.மீ

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{7040}{7}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1408}{7} \times h = \frac{7040}{7}$ [(1)- லிருந்து]

$h = \frac{7040}{7} \times \frac{7}{1408} \times 3$

$h = 15$ செ.மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{8^2 + 15^2}$

$= \sqrt{64 + 225}$

$= \sqrt{289}$

$l = 17$ செ.மீ

எனவே , கூம்பின் சாயுயரம் 17 செ.மீ ஆகும்.

10. ஒரு வட்டக்கோணவடிவில் உள்ள உலோகத்தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக்கோணம் $216°$ ஆகும். வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

வட்ட கோண பகுதியின் ஆரம் $R = 21$ செ.மீ ,

மையக்கோணம் $\theta = 216°$

வட்ட கோண பகுதியின் ஆரம் = கூம்பின் சாயுயரம்

$\therefore$ கூம்பின் சாயுயரம் $l = 21$ செ.மீ

கூம்பின் சுற்றளவு

= வட்டக்கோண பகுதியின் வில்லின் நீளம்

$2\pi r = \frac{\theta}{360} \times 2\pi R$

கூம்பின் ஆரம் $r = \frac{216}{360} \times 21$

$= \frac{63}{5}$

$= 12.6$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{21^2 - (12.6)^2}$

$= \sqrt{441 - 158.76}$

$= \sqrt{282.24}$

$= 16.8$ செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ க.அ

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12.6 \times 12.6 \times 16.8$

$= 22 \times 4.2 \times 1.8 \times 16.8$

$= 2794.18$ செ.மீ ^{3}

எனவே , கூம்பின் கன அளவு 2794.18 செ.மீ ^{3} .

புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

அலகுப் பயிற்சி - 8

1..பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவலின் சராசரியானது 62.8 மற்றும் அனைத்து நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் 50. விடுபட்ட நிகழ்வெண்கள் f_1 மற்றும் f_2 -ஐக் கணக்கிடுக.

பிரிவு இடைவெளி	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
நிகழ்வெண்	5	f_1	10	f_2	7	8

தீர்வு :

சராசரி $\bar{x} = 62.8$,

நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் $\sum f = 50$

$$f_1 + f_2 + 30 = 50$$

$$f_1 + f_2 = 20$$

$$f_2 = 20 - f_1 \text{ .... } (1)$$

$$A = 50 \quad , \quad C = 20$$

பிரிவு இடைவெளி	நடுப் புள்ளி (x)	நிகழ்வெண் (f)	$d = \frac{x-A}{c}$	fd
0 – 20	10	5	−2	−10
20 – 40	30	f_1	−1	$-f_1$
40 – 60	50	10	0	0
60 – 80	70	$20 - f_1$	1	$20 - f_1$
80 – 100	90	7	2	14
100 – 120	110	8	3	24
		$\sum f = 50$		$\sum fd = 48 - 2f_1$

சராசரி $\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \times c$

$$62.8 = 50 + \frac{48-2f_1}{50} \times 20$$

$$62.8 - 50 = \frac{2}{5} \times 48 - 2f_1$$

$$12.8 \times \frac{5}{2} = 48 - 2f_1$$

$$32 = 48 - 2f_1$$

$$2f_1 = 48 - 32 = 16$$

$$f_1 = 8$$

$(1) \Rightarrow \quad f_2 = 12$

2.ஒரு வடிவமைப்பில் வரையப்பட்ட வட்டங்களின்விட்ட அளவுகள் (மி.மீ-ல்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

விட்டங்கள்	33 – 36	37 – 40	41 – 44	45 – 48	49 – 52
விட்டங்களின் எண்ணிக்கை	15	17	21	22	25

திட்டவிலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

ஊகச் சராசரி $A = 42.5$ என்க. $c = 4$

பிரிவு இடைவெளி	x	f	$d = \frac{x-A}{c}$	d^2	fd	fd^2
32.5 – 36.5	34.5	15	−2	4	−30	60
36.5 – 40.5	38.5	17	−1	1	−17	17
40.5 – 44.5	42.5	21	0	0	0	0
44.5 – 48.5	46.5	22	1	1	22	22
48.5 – 52.5	50.5	25	2	4	50	100
		$N = 100$			$\sum fd = 25$	$\sum fd^2 = 199$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times c$

$$= \sqrt{\frac{199}{100} - \left(\frac{25}{100}\right)^2} \times 4$$

$$= \sqrt{\frac{19900 - 625}{10000}} \times 4$$

$$= \sqrt{\frac{19275}{10000}} \times 4$$

$$= \frac{138.83}{1000} \times 4$$

$$= 1.3883 \times 4$$

$$\sigma \simeq 5.55$$

3. ஒரு நிகழ்வெண் பரவல் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

x	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$
f	2	1	1	1	1	1

அட்டவணையில் k ஒரு மிகை முழு . விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது 160 எனில் , k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

ஊகச் சராசரி $A = 4k$ என்க. $c = k$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

x	f	$d=\frac{x-A}{c}$	d^2	fd	fd^2
k	2	-3	9	-6	18
$2k$	1	-2	4	-2	4
$3k$	1	-1	1	-1	1
$4k$	1	0	0	0	0
$5k$	1	1	1	1	1
$6k$	1	2	4	2	4
	$N=7$			$\sum fd = -6$	$\sum fd^2 = 28$

விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma^2 = 160$

$$\left(\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2\right) \times c^2 = 160$$

$$\left(\frac{28}{7} - \left(\frac{-6}{7}\right)^2\right) \times k^2 = 160$$

$$\left(4 - \frac{36}{49}\right) \times k^2 = 160$$

$$\frac{160}{49} \times k^2 = 160$$

$$k^2 = 160 \times \frac{49}{160}$$

$$k^2 = 49$$

$$k = 7$$

4. செல்சியஸில் குறிக்கப்பட்ட வெப்பநிலை தரவின் திட்டவிலக்கமானது 5 . இந்த வெப்பநிலை தரவை ∴பாரன்ஹீட் ஆக மாற்றும் பொழுது கிடைக்கும் தரவின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு :

செல்சியஸில் குறிக்கப்பட்ட வெப்பநிலை தரவின் திட்டவிலக்கமானது $C = \sigma = 5$

செல்சியசை ∴பாரன்ஹீட் ஆக மாற்றும்பொழுது

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

∴பாரன்ஹீட்டில் குறிக்கப்பட்ட வெப்பநிலை தரவின் திட்டவிலக்கமானது $\sigma = F = \frac{9}{5} \times 5 = 9$

($+32$ என்பது திட்டவிலக்கத்தில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தாது)

எனவே , விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma^2 = 9^2 = 81$

5. ஒரு பரவலில் $\sum(x-5) = 3$, $\sum(x-5)^2 = 43$, மற்றும் மொத்த தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 18 எனில் சராசரி , திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$\sum(x-5) = 3$, $\sum(x-5)^2 = 43$, $n = 18$

$$\sum(x-5) = 3$$

$$\sum x - \sum 5 = 3$$

$$\sum x - 5\sum 1 = 3$$

$$\sum x - 5 \times 18 = 3 \qquad [\because \sum 1 = n = 18]$$

$$\sum x - 90 = 3$$

$$\sum x = 93$$

$$\sum(x-5)^2 = 43$$

$$\sum(x^2 - 10x + 25) = 43$$

$$\sum x^2 - 10\sum x + 25\sum 1 = 43$$

$$\sum x^2 - 10 \times 93 + 25 \times 18 = 43$$

$$\sum x^2 - 930 + 450 = 43$$

$$\sum x^2 - 480 = 43$$

$$\sum x^2 = 523$$

சராசரி $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{93}{18} = 5.17$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{523}{18} - \left(\frac{93}{18}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{9414 - 8649}{324}}$$

$$= \sqrt{\frac{765}{324}}$$

$$= \frac{27.66}{18}$$

$$\sigma \simeq 1.54$$

6.இரண்டு நகரங்களின் பல்வேறு இடங்களில் விற்பனை செய்யும் நிலக்கடலை பொட்டலங்களின் விலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன . எந்த நகரத்தில் விலையானது மிகவும் நிலையானதாக உள்ளது ?

நகரம் A -ன் விலைகள்	20	22	19	23	16
நகரம் B -ன் விலைகள்	10	20	18	12	15

தீர்வு :

நகரம் A- ன் விலைகள் :

சராசரி $\bar{x_1} = \frac{20+22+19+23+16}{5} = \frac{100}{5} = 20$

x	$d_1 = x - \bar{x_1} = x - 20$	${d_1}^2$
16	-4	16
19	-1	1
20	0	0
22	2	4
23	3	9
	$\sum d = 0$	$\sum {d_1}^2 = 30$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

திட்ட விலக்கம் $\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum d_1^2}{n}} = \sqrt{\frac{30}{5}}$

$= \sqrt{6} = 2.45$

மாறுபாட்டுக் கெழு $CV_1 = \frac{\sigma_1}{\overline{x_1}} \times 100\ \%$

$= \frac{2.45}{20} \times 100$

$= \frac{245}{20}$

$= 12.25\ \%$

நகரம் B- ன் விலைகள் :

சராசரி $\overline{x_2} = \frac{10+20+18+12+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$

x	$d_2 = x - \overline{x_2} = x - 15$	$d_2^{\ 2}$
10	−5	25
12	−3	9
15	0	0
18	3	9
20	5	25
	$\sum d = 0$	$\sum d_2^{\ 2} = 68$

திட்ட விலக்கம் $\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum d_2^2}{n}} = \sqrt{\frac{68}{5}}$

$= \sqrt{13.6} = 3.69$

மாறுபாட்டுக் கெழு $CV_2 = \frac{\sigma_2}{\overline{x_2}} \times 100\ \%$

$= \frac{3.69}{15} \times 100$

$= \frac{369}{15}$

$= 24.6\ \%$

$\therefore \quad CV_1 < CV_2$

எனவே , நகரம் A –ன் விலைகள் அதிக நிலையானதாக உள்ளது.

7. ஒரு புள்ளிவிவரத்தின் வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு முறையே 20 மற்றும் 0.2 எனில் , விவரங்களின் மிகப்பெரிய மதிப்பு மற்றும் மிகச்சிறிய மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

வீச்சு $L - S = 20$ .... (1)

வீச்சுக்கெழு $\frac{L-S}{L+S} = 0.2$ ....(2)

(2) $\Rightarrow \quad \frac{20}{L+S} = 0.2$

$\frac{20}{0.2} = L + S$

$L + S = 100$ .... (3)

(1) + (3) $\Rightarrow \quad 2L = 120 \quad \Rightarrow \quad L = 60$

$\therefore$ மிகப்பெரிய மதிப்பு $= 60$

(1) $\Rightarrow \quad 60 - S = 20 \quad \Rightarrow \quad S = 40$

$\therefore$ மிகச்சிறிய மதிப்பு $= 40$

8.இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது , முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு :

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளி

S = { (1 , 1) , (1 , 2) , (1 , 3) , (1 , 4) , (1 , 5) , (1 , 6)
(2 , 1) , (2 , 2) , (2 , 3) , (2 , 4) , (2 , 5) , (2 , 6)
(3 , 1) , (3 , 2) , (3 , 3) , (3 , 4) , (3 , 5) , (3 , 6)
(4 , 1) , (4 , 2) , (4 , 3) , (4 , 4) , (4 , 5) , (4 , 6)
(5 , 1) , (5 , 2) , (5 , 3) , (5 , 4) , (5 , 5) , (5 , 6)
(6 , 1) , (6 , 2) , (6 , 3) , (6 , 4) , (6 , 5) , (6 , 6) }

$n(S) = 36$

A என்பது முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் 6 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = { (1 , 6) , (2 , 3) , (3 , 2) , (6 , 1) } ; $n(A) = 4$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$

B என்பது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

B = { (6 , 1) } ; $n(B) = 1$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$

$A \cap B = \{\ (6,\ 1)\ \}$; $n(A \cap B) = 1$

$P(A \cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{4}{36} + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}$

$= \frac{4}{36}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{9}$

9. இரண்டு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில் , குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு :

கூறுவெளி $S = \{ BB, BG, GB, GG \}$; $n(S) = 4$

A என்பது குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{ BG, GB, GG \}$; $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$

10. ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் சில கருப்பு பந்துகள் உள்ளன. பையிலிருந்து கருப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது வெள்ளைப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் இரு மடங்கு எனில் , கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு :

வெள்ளை பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(W) = 5$

கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(B) = x$ என்க.

மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(S) = 5 + x$

கொடுக்கப்பட்டது $P(B) = 2 \times P(W)$

$$\frac{n(B)}{n(S)} = 2 \times \frac{n(W)}{n(S)}$$

$$\frac{x}{5+x} = 2 \times \frac{5}{5+x}$$

$$x = 2 \times 5$$

$$x = 10$$

எனவே , கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 10$

11. ஒரு மாணவன் இறுதித்தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5 , ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1 ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில் , தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

தீர்வு :

ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $P(E \cap T) = 0.5$

ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு $P(E) = 0.75$

ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(E^{|} \cap T^{|}) = 0.1$

$$P(E \cup T)^{|} = 0.1$$

$$1 - P(E \cup T) = 0.1$$

$$P(E \cup T) = 0.9$$

தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(E \cup T) = P(E) + P(T) - P(E \cap T)$$

$$0.9 = 0.75 + P(T) - 0.5$$

$$P(T) = 0.9 + 0.5 - 0.75$$

$$P(T) = 0.65 = \frac{65}{100}$$

$$P(T) = \frac{13}{20}$$

12. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா , இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன.மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i). ஒரு டையமண்ட் (ii). ஓர் இராணி (iii). ஒரு ஸ்பேடு (iv). 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு ஆகியனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு :

நீக்கப்படும் சிட்டுகள் : ஸ்பேடு இராசா , இராணி மற்றும் மந்திரி

மொத்த சீட்டுகள் $n(S) = 52 - 3 = 49$

(i). A என்பது ஒரு டையமண்ட் சீட்டு தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 13$; $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{49}$

(ii). B என்பது ஓர் இராணி சீட்டு தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 3$; $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{49}$

(iii). C என்பது ஒரு ஸ்பேடு சீட்டு தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(C) = 10$; $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{49}$

(iv) . D என்பது 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(D) = 1$; $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{1}{49}$

ALL THE BEST

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com