www.Padasalai.Net

வெற்றி வாகை சூட

வெற்றிக்கு வழி

10

கணக்கு

இயல் 1 – உறவுகளும் சார்புகளும்

மேலும் பல படிப்புதவி குறிப்பேடுகளுக்கு
www.waytosuccess.org
என்ற இணையதளத்திற்கு செல்லவும்

www.Padasalai.Net

படங்களை தொடுக! பாடசாலை வலைதளத்தை சமூக ஊடகங்களில் பின்தொடர்க!! உடனுக்குடன் புதிய செய்திகளை Notifications-ல் பெறுக!

Zoom Touch Below Links Download!

12th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

11th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	Centum Questions	Creative Questions	
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

10th Standard	Syllabus	Books	Study Materials - EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NTSE	SLAS	

9th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Annual Exam	RTE		

8th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A	NMMS	Periodical Test

7th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

6th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

1st to 5th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	Periodical Test	SLAS	
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A		

Exams	TET	TNPSC	PGTRB	Polytechnic	Police	Computer Instructor
	DEO	BEO	LAB Asst	NMMS	RTE	NTSE

Portal	Matrimony	Mutual Transfer	Job Portal

Volunteers	Centum Team	Creative Team	Key Answer Team

Downloads	LESSON PLAN	Department Exam	Income Tax	Forms & Proposals	Fonts	Downloads
	Proceedings	GO's	Regulation Orders	Pay Orders	Panel	

Padasalai – Official Android App – Download Here

Kindly Send Your Study Materials, Q&A to our Email ID – Padasalai.net@gmail.com

10ஆம் வகுப்பு முழுமைக்கையேட்டில் உள்ளவை...

- பாடபுத்தகத்தில் உள்ள எல்லா பயிற்சி கணக்குகளுக்கும் **எளிமையான தீர்வு**.
- தேர்வு அடிப்படையிலான **தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்**.
- சுய மதிப்பீடு செய்ய "**உங்கள் பயிற்சிக்காக...**"
- பயிற்சியின் அறிமுகத்திற்கு "**நினைவில் கொள்ள...**"
- **முன்னேற்றச்சோதனை, சிந்தனைக்களம்** ஆகியவற்றிற்கான விடைகள்
- **பாடபுத்தகத்தில் உள்ள பலவுள் தெரிவு** மற்றும் தேர்வு அடிப்படையிலான கூடுதல் பலவுள் தெரிவு வினாக்கள் (**QR CODE & தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்**) ஆகியவற்றிற்கான சுருக்கமான விடைகள்

அரசு மாதிரி வினாத்தாள் - 2019 மற்றும் 6 PTA வினாத்தாள்களில் கேட்க்கப்பட்ட வினாக்கள் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் குறிப்பிட்டுக்காட்டப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி புத்தகத்தில் உள்ளவை...

பாடவாரியான பயிற்சி வினாக்கள், அலகு & மாதத்தேர்வு வினாத்தாள்கள், காலாண்டு, அரையாண்டு, அரசு மாதிரி, *PTA & WTS* வினாத்தாள்கள்

இலவச பாட உதவிக்குறிப்புகளுக்கு www.waytosuccess.org

- இந்த இணையதளத்தில், 6 முதல் 12 வகுப்பு வரை ஆசிரியர்கள் மற்றும் மாணக்கர்கள் பயன்பெரும் வகையில்
  - பாட உதவிக்குறிப்புகள்
  - வினாத்தாள்கள் மற்றும் விடைக்குறிப்புகள்
  - வீடியோ மற்றும் ஆடியோ வடிவிலான பயிற்சிகள்
  - தலைசிறந்த ஆசிரியர்களின் வழிகாட்டுதல்கள்
- *Career, Life Skills, Co-curricular...* முதலியவற்றுக்கான சிறந்த வழிகாட்டுதல்கள்
- மாணக்கர்களுக்கு தேவையான செய்திகள் மற்றும் நிகழ்வுகள்
- மாணக்கர்கள் எந்த நேரத்திலும் எமது படிப்புதவி குறிப்புகளை இலவசமாக பதிவிறக்கம் செய்து கொள்ளலாம்.

------ புத்தகங்கள் வாங்க ------

மின்னஞ்சல் : way2s100@gmail.com
தொடர்பு எண் : 9787609090, 9787201010
இணையதளம் : www.bookade.com
(ஆன்லைன் மூலம் புத்தகங்கள் வாங்க)

--- பாடம் சார்ந்த சந்தேகங்களுக்கு ----

மின்னஞ்சல் : wtsteam100@gmail.com
தொடர்பு எண் : 7397774508,7418865975
இணையதளம்: www.waytosuccess.org
(இலவச பாட உதவி குறிப்புகளை பதிவிறக்கம் செய்ய)

VPP மூலம் புத்தகங்களை பெற : **9787104040** என்ற எண்ணுக்கு *SMS* செய்யவும்

Way to Success புத்தகங்கள் வேண்டுவோர் இப்புத்தகத்தின் கடைசிப் பக்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைபேசி எண்களில் உங்கள் **மாவட்ட ஒருங்கிணைப்பாளரை** அழைத்து பேசுங்கள், அல்லது **9787609090, 9787201010** எண்களைத் தொடர்புகொள்ளுங்கள்.

1. உறவுகளும் சார்புகளும்

பயிற்சி 1.1 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

வரையறை:

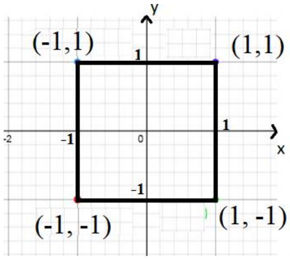
- ✓ ஒரு கணமானது, நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட, பொருள்களின் தொகுப்பு ஆகும்.
- ✓ A மற்றும் B என்பன இரண்டு வெற்றில்லா கணங்கள் எனில், இவற்றின் வரிசைச் சோடிகளின் கணமானது (a,b) $a \in A, b \in B$ என இருக்கும். இதை A மற்றும் B யின் **கார்டீசியன் பெருக்கல்** என்கிறோம். எனவே $A \times B = \{(a,b)|a \in A, b \in B\}$

குறிப்பு:

- ✓ $A \times B$ ஆனது, A மற்றும் B என்ற கணங்களுக்கிடையேயான அனைத்து வரிசைச் சோடிகளின் கணம் எனில், அதன் முதல் உறுப்பு A யின் உறுப்பாகவும், இரண்டாவது உறுப்பு B யின் உறுப்பாகவும் இருக்கும்.
- ✓ $B \times A$ ஆனது, A மற்றும் B என்ற கணங்களுக்கிடையேயான அனைத்து வரிசைச் சோடிகளின் கணம் எனில், முதல் உறுப்பு B யின் உறுப்பாகவும் இரண்டாவது உறுப்பு A யின் உறுப்பாகவும் இருக்கும்.
- ✓ பொதுவாக $(a,b) \neq (b,a)$ குறிப்பாக $a = b$ எனில் $(a,b) = (b,a)$.
- ✓ கார்டீசியன் பெருக்கலைக் குறுக்கு பெருக்கல் (Cross product) எனவும் குறிப்பிடலாம்
- ✓ பொதுவாக $A \times B \neq B \times A$, ஆனால் $n(A \times B) = n(B \times A)$
- ✓ $A \times B = \emptyset$ எனில் $A = \emptyset$ அல்லது $B = \emptyset$
- ✓ $n(A) = p$ மற்றும் $n(B) = q$ எனில் $n(A \times B) = pq$
- ✓ கார்டீசியன் தளத்தில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளின் கணத்தை (x,y) என்ற வரிசைச் சோடிகளின் கணமாக அறியலாம். இதில் x, y ஆகியவை மெய்யெண்கள். $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ என்ற கணத்தில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளையும் நாம் கார்டீசியன் தளம் என அழைக்கிறோம்.
- ✓ **கார்டீசியன் பெருக்கலின் சேர்ப்பு மற்றும் வெட்டுகளின் மீதான பங்கீட்டு பண்புகள்:**
  (i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
  (ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- ✓ $A \times B$ என்பது இரு பரிமாணத்தில் சதுரத்தின் புள்ளிகளைக் குறிக்கிறது. $A \times B \times C$ என்பது முப்பரிமாணத்தில் கனசதுரத்தின் புள்ளிகளை குறிக்கிறது.

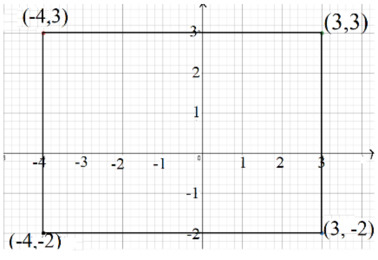
முன்னேற்றச் சோதனை புத்தக பக்க எண்: 4

1. A மற்றும் B ஆகியன ஏதேனும் இரண்டு வெற்றில்லா கணங்கள் எனில், $A \times B$ ஐ <u>**கார்டீசியன் பெருக்கல்**</u> எனலாம்
2. $n(A \times B) = 20$ மற்றும் $n(A) = 5$ எனில், $n(B)$ ஆனது **4.**
3. $A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B = \{-1, 1\}$ எனில், வடிவியல் முறையில் $A \times B$ கணத்தின் புள்ளிகள் யாவை?



$A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B = \{-1, 1\}$

$A \times B = \{-1,1\} \times \{-1,1\}$
$= \{(-1,-1)(-1,1)(1,-1)(1,1)\}$



4. A, B என்பவை முறையே $[-4, 3]$ மற்றும் $[-2, 3]$க்கு இடைவெளியில் உள்ள அனைத்து எண்கள் எனில், A மற்றும் B ன் கார்டீசியன் பெருக்கலை குறிப்பிடுக.

$A \times B = \{-4,3\} \times \{-2,3\}$
$= \{(-4,-2), (-4,3), (3,-2), (3,3)\}$

www.Padasalai.Net

சிந்தனைக் களம்

புத்தக பக்க எண்: 3

எப்பொழுது $A \times B$ ஆனது $B \times A$ விற்கு சமம்?
$A \times B = B \times A$, A மற்றும் B **சமகணம்** ஆக இருக்கும்போது $A \times B = B \times A$ ஆகும்.

Shortcut corner

$\boldsymbol{A = \{2, -2, 3\}}$ மற்றும்
$\boldsymbol{B = \{1, -4\}}$ எனில் $\boldsymbol{A \times B} = ?$

$A \times B$		B 1	B -4
A	2	(2,1)	(2,−4)
	−2	(−2,1)	(−2,−4)
	3	(3,1)	(3,−4)

$A \times B = \{(2,1), (2,-4), (-2,1), (-2,-4), (3,1), (3,-4)\}$

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு $\boldsymbol{A \times B, A \times A}$ மற்றும் $\boldsymbol{B \times A}$ ஐக் காண்க.

(i) $\boldsymbol{A = \{2, -2, 3\}}$ மற்றும் $\boldsymbol{B = \{1, -4\}}$

$A \times B = \{2, -2, 3\} \times \{1, -4\}$
$= \{(\boldsymbol{2,1}), (\boldsymbol{2,-4}), (\boldsymbol{-2,1}), (\boldsymbol{-2,-4}), (\boldsymbol{3,1}), (\boldsymbol{3,-4})\}$

$A \times A = \{2, -2, 3\} \times \{2, -2, 3\}$
$= \{(\boldsymbol{2,2}), (\boldsymbol{2,-2}), (\boldsymbol{2,3}), (\boldsymbol{-2,2}), (\boldsymbol{-2,-2}), (\boldsymbol{-2,3}), (\boldsymbol{3,2}), (\boldsymbol{3,-2}), (\boldsymbol{3,3})\}$

$B \times A = \{1, -4\} \times \{2, -2, 3\} = \{(\boldsymbol{1,2}), (\boldsymbol{1,-2}), (\boldsymbol{1,3}), (\boldsymbol{-4,2}), (\boldsymbol{-4,-2}), (\boldsymbol{-4,3})\}$

(ii) $\boldsymbol{A = B = \{p, q\}}$

$A \times B = \{p, q\} \times \{p, q\}$
$= \{(\boldsymbol{p,p}), (\boldsymbol{p,q}), (\boldsymbol{q,p}), (\boldsymbol{q,q})\}$

$A \times A = \{p, q\} \times \{p, q\}$
$= \{(\boldsymbol{p,p}), (\boldsymbol{p,q}), (\boldsymbol{q,p}), (\boldsymbol{q,q})\}$

$B \times A = \{p, q\} \times \{p, q\}$
$= \{(\boldsymbol{p,p}), (\boldsymbol{p,q}), (\boldsymbol{q,p}), (\boldsymbol{q,q})\}$

(iii) $\boldsymbol{A = \{m, n\}; B = \emptyset}$ PTA-1

$A \times B = \{\ \}$
$A \times A = \{m, n\} \times \{m, n\} = \{(m,m), (m,n), (n,m), (n,n)\}$
$B \times A = \{\ \}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
1. $A \times B$, $B \times A$ மற்றும் $B \times B$ ஆகியவற்றை காண்க.
   i) $A = \{a, b, c\}$ மற்றும் $B = \{a, e\}$
   ii) $A = B = \{1, 3\}$
   iii) $A = \{\ \}$ மற்றும் $B = \{2, 5\}$

விடை:
1. (i) $A \times B = \{(a,a)\ (a,e)\ (b,a)\ (b,e)\ (c,a)\ (c,e)\}$
   $B \times A = (a,a), (a,b), (a,c), (e,a), (e,b), (e,c)$
   $B \times B = \{(a,a), (a,e), (e,a)(e,e)\}$
   (ii) $A \times B = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3)\}$
   $B \times A = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3)\}$
   $B \times B = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3)\}$
   (iii) $A \times B$ காண முடியாது. ஏனெனில் A என்பது வெற்று கணம்

2. $\boldsymbol{A = \{1, 2, 3\}}$ மற்றும் $\boldsymbol{B = \{x | x}$ **என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}** எனில், $\boldsymbol{A \times B}$ மற்றும் $\boldsymbol{B \times A}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

$A = \{1,2,3\}$
$B = \{x | x$ என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்$\}$
$= \{2,3,5,7\}$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{2,3,5,7\}$
$= \{(\boldsymbol{1,2}), (\boldsymbol{1,3}), (\boldsymbol{1,5}), (\boldsymbol{1,7}), (\boldsymbol{2,2}), (\boldsymbol{2,3}), (\boldsymbol{2,5}), (\boldsymbol{2,7}), (\boldsymbol{3,2}), (\boldsymbol{3,3}), (\boldsymbol{3,5}), (\boldsymbol{3,7})\}$

$B \times A = \{2,3,5,7\} \times \{1,2,3\}$
$= \{(\boldsymbol{2,1}), (\boldsymbol{2,2}), (\boldsymbol{2,3}), (\boldsymbol{3,1}), (\boldsymbol{3,2}), (\boldsymbol{3,3}), (\boldsymbol{5,1}), (\boldsymbol{5,2}), (\boldsymbol{5,3}), (\boldsymbol{7,1}), (\boldsymbol{7,2}), (\boldsymbol{7,3})\}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
2. $A = \{1,2,5\}$ மற்றும் $B = \{x/x$ ஆனது 10ஐ விடக் குறைவான ஒரு இரட்டை பகா எண்$\}$ எனில் $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ஐக் காண்க.

விடை: $A \times B = \{(1,2), (2,2), (5,2)\}$,
$B \times A = \{(2,1), (2,2), (2,5)\}$

3. $\boldsymbol{B \times A = \{(-2,3), (-2,4), (0,3), (0,4), (3,3), (3,4)\}}$ எனில், $\boldsymbol{A}$ மற்றும் $\boldsymbol{B}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

$B = \{ B \times A$ யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$
$\boldsymbol{B = \{-2, 0, 3\}}$
$A = \{ B \times A$ யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$
$\boldsymbol{A = \{3, 4\}}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
3. $B \times A = \{(1,2)\ (1,3)\ (3,2)\ (3,3)\ (5,2)\ (5,3)\}$ எனில் A மற்றும் B ஐ காண்க.

விடை: . $A = \{2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}$

www.Padasalai.Net

4. $A = \{5,6\}, B = \{4,5,6\}, C = \{5,6,7\}$ எனில் $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக

$A = \{5,6\}, B = \{4,5,6\}, C = \{5,6,7\}$

LHS: $A \times A = \{5,6\} \times \{5,6\}$

$= \{(\mathbf{5},\mathbf{5}), (\mathbf{5},\mathbf{6}), (\mathbf{6},\mathbf{5}), (\mathbf{6},\mathbf{6})\}$ ....(1)

RHS: $B \times B = \{4,5,6\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(4,4), (4,5), (4,6), (5,4), (\mathbf{5},\mathbf{5}), (\mathbf{5},\mathbf{6}), (6,4), (\mathbf{6},\mathbf{5}), (\mathbf{6},\mathbf{6})\}$

$C \times C = \{5,6,7\} \times \{5,6,7\}$

$= \{(\mathbf{5},\mathbf{5}), (\mathbf{5},\mathbf{6}), (5,7), (\mathbf{6},\mathbf{5}), (\mathbf{6},\mathbf{6}), (6,7), (7,5), (7,6), (7,7)\}$

$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(\mathbf{5},\mathbf{5}), (\mathbf{5},\mathbf{6}), (\mathbf{6},\mathbf{5}), (\mathbf{6},\mathbf{6})\}$..........(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)}$

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 4. $A = \{1,2\}$ $B = \{1,2,3\}$ $C = \{1,2,4\}$ எனில் $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.
>
> விடை: $A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$
> $B \times B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$
> $C \times C = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (2,4), (4,1), (4,2), (4,4)\}$
> $(B \times B) \cap (C \times C) = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$

5. $A = \{1,2,3\}, B = \{2,3,5\}, C = \{3,4\}$ மற்றும் $D = \{1,3,5\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

$A \cap C = \{1,2,\mathbf{3}\} \cap \{\mathbf{3},4\}$

$= \{3\}$

$B \cap D = \{2,\mathbf{3},\mathbf{5}\} \cap \{1,\mathbf{3},\mathbf{5}\} = \{3,5\}$

LHS: $(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3,5\}$

$= \{(3,3), (3,5)\}$ ....(1)

RHS: $A \times B = \{1,2,3\} \times \{2,3,5\}$

$= \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (\mathbf{3},\mathbf{3}), (\mathbf{3},\mathbf{5})\}$

$C \times D = \{3,4\} \times \{1,3,5\}$

$= \{(3,1), (\mathbf{3},\mathbf{3}), (\mathbf{3},\mathbf{5}), (4,1), (4,3), (4,5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3,3), (3,5)\}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)}$ என்பது உண்மையாகும்.

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 5. $A = \{a,b,c\}, B = \{b,c,d\}, C = \{c,d\}$ மற்றும் $D = \{a,c,d\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பதை சரிபார்க்க.
>
> விடை: $A \cap C = \{c\}$, $B \cap D = \{c,d\}$
> $(A \cap C) \times (B \cap D) = \{(c,c), (c,d)\}$
> $A \times B = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (b,c), (b,d), (c,b), (c,c), (c,d)\}$
> $C \times D = \{(c,a), (c,c), (c,d), (d,a), (d,c), (d,d)\}$
> $(A \times B) \cap (C \times D) = \{(c,c)\ (c,d)\}$

6. $A = \{x \in \mathbb{W} | x < 2\}, B = \{x \in \mathbb{N} | 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ எனில், கீழேக்கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க PTA-2

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A = \{x \in \mathbb{W} |\ x < 2\} = \{0,1\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} |\ 1 < x \leq 4\} = \{2,3,4\}$, $C = \{3,5\}$

LHS: $B \cup C = \{2,3,4\} \cup \{3,5\} = \{2,3,4,5\}$

$A \times (B \cup C) = \{0,1\} \times \{2,3,4,5\}$

$= \{(\mathbf{0},\mathbf{2}), (\mathbf{0},\mathbf{3}), (\mathbf{0},\mathbf{4}), (\mathbf{0},\mathbf{5}), (\mathbf{1},\mathbf{2}), (\mathbf{1},\mathbf{3}), (\mathbf{1},\mathbf{4}), (\mathbf{1},\mathbf{5})\}$ ....(1)

RHS:

$A \times B = \{0,1\} \times \{2,3,4\} = \{(0,2), (0,3), (0,4), (1,2), (1,3), (1,4)\}$

$A \times C = \{0,1\} \times \{3,5\} = \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0,2), (0,3), (0,4), (1,2), (1,3), (1,4)\} \cup \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$= \{(\mathbf{0},\mathbf{2}), (\mathbf{0},\mathbf{3}), (\mathbf{0},\mathbf{4}), (\mathbf{0},\mathbf{5}), (\mathbf{1},\mathbf{2}), (\mathbf{1},\mathbf{3}), (\mathbf{1},\mathbf{4}), (\mathbf{1},\mathbf{5})\}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ii) $\boldsymbol{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$ PTA-5

LHS: $B \cap C = \{2,3,4\} \cap \{3,5\} = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{0,1\} \times \{3\}$

$= \{(\mathbf{0},\mathbf{3}),(\mathbf{1},\mathbf{3})\}$ ....(1)

RHS: $A \times B = \{0,1\} \times \{2,3,4\}$

$= \{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A \times C = \{0,1\} \times \{3,5\}$

$= \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C)$

$= \{(0,2),(\mathbf{0},\mathbf{3}),(0,4),(1,2),(\mathbf{1},\mathbf{3}),(1,4)\} \cap \{(\mathbf{0},\mathbf{3}),(0,5),(\mathbf{1},\mathbf{3}),(1,5)\}$

$= \{(0,3),(1,3)\}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$\boldsymbol{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$

(iii) $\boldsymbol{(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)}$

LHS: $A \cup B = \{0,1\} \cup \{2,3,4\} = \{0,1,2,3,4\}$

$(A \cup B) \times C = \{0,1,2,3,4\} \times \{3,5\}$

$= \{(\mathbf{0},\mathbf{3}),(\mathbf{0},\mathbf{5}),(\mathbf{1},\mathbf{3}),(\mathbf{1},\mathbf{5}),(\mathbf{2},\mathbf{3}),(\mathbf{2},\mathbf{5}),(\mathbf{3},\mathbf{3}),(\mathbf{3},\mathbf{5}),(\mathbf{4},\mathbf{3}),(\mathbf{4},\mathbf{5})\}$ ....(1)

RHS: $A \times C = \{0,1\} \times \{3,5\} = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$B \times C = \{2,3,4\} \times \{3,5\} = \{(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\} \cup \{(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$

$= \{(\mathbf{0},\mathbf{3}),(\mathbf{0},\mathbf{5}),(\mathbf{1},\mathbf{3}),(\mathbf{1},\mathbf{5}),(\mathbf{2},\mathbf{3}),(\mathbf{2},\mathbf{5}),(\mathbf{3},\mathbf{3}),(\mathbf{3},\mathbf{5}),(\mathbf{4},\mathbf{3}),(\mathbf{4},\mathbf{5})\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)}$

7. $\boldsymbol{A}$ என்பது 8-ஐவிடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், $\boldsymbol{B}$ என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் $\boldsymbol{C}$ என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

$A =$ 8-ஐவிடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம் $= \{1,2,3,4,5,6,7\}$

$B =$ 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் $= \{2,3,5,7\}$

$C =$ இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் $= \{2\}$

(i) $\boldsymbol{(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)}$

LHS: $A \cap B = \{1,2,3,4,5,6,7\} \cap \{2,3,5,7\} = \{2,3,5,7\}$

$(A \cap B) \times C = \{2,3,5,7\} \times \{2\}$

$= \{(\mathbf{2},\mathbf{2}),(\mathbf{3},\mathbf{2}),(\mathbf{5},\mathbf{2}),(\mathbf{7},\mathbf{2})\}$ ....(1)

RHS: $A \times C = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{2\}$

$= \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$B \times C = \{2,3,5,7\} \times \{2\}$

$= \{(2,2),(3,2),(5,2),(7,2)\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(\mathbf{2},\mathbf{2}),(\mathbf{3},\mathbf{2}),(\mathbf{5},\mathbf{2}),(\mathbf{7},\mathbf{2})\}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)}$

(ii) $\boldsymbol{A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)}$

LHS: $B - C = \{2,3,5,7\} - \{2\} = \{3,5,7\}$

$A \times (B - C) = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{3,5,7\}$

$= \{\mathbf{(1,3),(1,5),(1,7),(2,3),(2,5),(2,7),(3,3),(3,5),(3,7),(4,3),(4,5),(4,7),}$
$\mathbf{(5,3),(5,5),(5,7),(6,3),(6,5),(6,7),(7,3),(7,5),(7,7)}\}$............(1)

RHS: $A \times B = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{2,3,5,7\}$

$= \{(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),(3,3),(3,5),(3,7),(4,2),(4,3),$
$(4,5),(4,7),(5,2),(5,3),(5,5),(5,7),(6,2),(6,3),(6,5),(6,7),(7,2),(7,3),(7,5),(7,7)\}$

$A \times C = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{2\} = \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$(A \times B) - (A \times C)$

$= \{(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),(3,3),(3,5),(3,7),(4,2),(4,3),$
$(4,5),(4,7),(5,2),(5,3),(5,5),(5,7),(6,2),(6,3),(6,5),(6,7),(7,2),(7,3),(7,5),(7,7)\}$
$- \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$= \{\mathbf{(1,3),(1,5),(1,7),(2,3),(2,5),(2,7),(3,3),(3,5),(3,7),(4,3),(4,5),(4,7),}$
$\mathbf{(5,3),(5,5),(5,7),(6,3),(6,5),(6,7),(7,3),(7,5),(7,7)}\}$**............(2)**

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)}$

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. $\boldsymbol{A = \{x \in W / 0 < x < 5\}}$, $\boldsymbol{B = \{x \in W / 0 \le x \le 2\}}$, $\boldsymbol{C = \{x \in W / x < 3\}}$ **எனில்** PTA-3
$\boldsymbol{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$**ஐச் சரிபார்க்க.**

$A = \{x \in W | 0 < x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in W | 0 \le x \le 2\} = \{0, 1, 2\}$,

$C = \{x \in W | x < 3\} = \{0, 1, 2\}$

$B \cap C = \{0, 1, 2\} \cap \{0, 1, 2\} = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$... (1)

$A \times B = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$

$A \times C = \{1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$
$\cap \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$
$= \{(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2),(4,0),(4,1),(4,2)\}$ ...(2)

(1)மற்றும் (2) லிருந்து, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

2. $\boldsymbol{A \times B = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}}$ **எனில் A மற்றும் B ஐ காண்க.**

$A \times B = \{(1,3)\ (1,4)\ (2,3)\ (2,4)\}$

$A = \{$ $A \times B$ யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம் $\}$

$A = \{1, 2\}$

$B = \{$ $A \times B$ யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம் $\}$

$B = \{3,4\}$

எனவே $A = \{1, 2\}$ மற்றும் $B = \{3, 4\}$

www.Padasalai.Net

3. $A = \{x \in N / 2 < x \leq 4\}$, $B = \{x \in W / x < 2\}$, $C = \{x \in N / x \leq 2\}$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை சரிபார்க்க.

i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$A = \{x \in N/2 < x \leq 4\}$
$= \{3, 4\}$

$B = \{x \in W/x < 2\}$
$= \{0, 1\}$

$C = \{x \in N/x \leq 2\}$
$= \{1, 2\}$

i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$B \cup C = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cup C) = \{3, 4\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(3, 0), (3, 1), (3, 2),$
$(4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$......... (1)

$A \times B = \{3, 4\} \times \{0, 1\}$

$= \{(3, 0), (3, 1), (4, 0), (4,1)\}$

$A \times C = \{3, 4\} \times \{1, 2\}$

$= \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$..... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது

ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$B \cap C = \{0,1\} \cap \{1,2\} = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{3,4\} \times \{1\}$

$= \{(3, 1) (4, 1)\}$............ (1)

$A \times B = \{(3, 0), (3, 1), (4, 0), (4, 1)\}$

$A \times C = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(3, 1), (4, 1)\}$....... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

4. $A = \{2, 4, 6\}$ மற்றும் $B = \{3, 4\}$ எனில்

i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

ii) $A \times B = B \times A$ என்பது சரியா? இல்லையெனில் ஏன் எனக் கூறு.

iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக.

$A = \{2,4,6\}$ மற்றும் $B = \{3,4\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

i) $A \times B = \{2,4,6\} \times \{3,4\}$

$= \{(2,3), (2,4), (4,3),$
$(4,4), (6,3), (6,4)\}$ .... (1)

$B \times A = \{3,4\} \times \{2,4,6\}$

$= \{(3,2), (3,4), (3,6),$
$(4,2), (4,4), (4,6)\}$...... (2)

ii) (1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$A \times B \neq B \times A$

ஏனெனில் $(2,3) \neq (3,2)$ மற்றும்

$(2,4) \neq (4,2)$

iii) $n(A) = 3; \quad n(B) = 2$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

$= 3 \times 2 = 6$

$n(B \times A) = n(B) \times n(A)$

$= 2 \times 3$

$= 6$

$n(A) \times n(B) = 3 \times 2$

$= 6$

$\therefore n(A \times B) = n(B \times A)$

$= n(A) \times n(B)$

$= 6$

5. $A=\{x\in N/x<5\}$, B= 6ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம், $C=\{2,3\}$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை சரிபார்க்க.
i) $(A\cap B)\times C=(A\times C)\cap(B\times C)$ ii) $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$

i) $(A\cap B)\times C=(A\times C)\cap(B\times C)$

$A\cap B=\{1,2,3,4\}\cap\{2,3,5\}=\{2,3\}$

$(A\cap B)\times C=\{2,3\}\times\{2,3\}$

$=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ .... (1)

$A\times C=\{1,2,3,4\}\times\{2,3\}$

$=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,2),(4,3)\}$

$B\times C=\{2,3,5\}\times\{2,3\}$

$=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(5,2),(5,3)\}$

$(A\times C)\cap(B\times C)=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ .... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $(A\cap B)\times C=(A\times C)\cap(B\times C)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

ii) $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$

$B-C=\{2,3,5\}-\{2,3\}=\{5\}$

$A\times(B-C)=\{1,2,3,4\}\times\{5\}$

$=\{(1,5),(2,5),(3,5),(4,5)\}$ .... (1)

$A\times B=\{1,2,3,4\}\times\{2,3,5\}$

$=\{(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3),(2,5),(3,2),(3,3),(3,5),(4,2),(4,3),(4,5)\}$

$A\times C=\{1,2,3,4\}\times\{2,3\}$

$=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,2),(4,3)\}$

$(A\times B)-(A\times C)=\{(1,5),(2,5),(3,5),(4,5)\}$ .... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$ என சரிபார்க்கப்பட்டது

பயிற்சி 1.2 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

வரையறை: A மற்றும் B என்பன இரண்டு வெற்றில்லா கணங்கள் என்க. A யிலிருந்து B க்கு உள்ள உறவு R ஆனது சில விதிமுறைகளை நிறைவு செய்து, $A\times B$ யின் உட்கணமாக இருக்கும். $x\in A$ விற்கும் $y\in B$ க்குமான உறவு R ன் வழியாக இருந்தால் xRy என எழுதலாம். xRy என இருந்தால் மட்டுமே $(x,y)\in R$.

உறவு R யின் **மதிப்பகம்** $=\{x\in A|xRy$, ஏதேனும் ஒரு $y\in B\}$

உறவு R ன் **துணை மதிப்பகம்** $=B$ ஆகும்

உறவு R ன் **வீச்சகம்** $=\{y\in B|xRy$, ஏதேனும் ஒரு $x\in A\}$

குறிப்பு:

- ✓ ஓர் உறவை, பட்டியல் முறையிலோ அல்லது கணக்கட்டமைப்பு முறையிலோ குறிக்கலாம்.
- ✓ உறவைக் காட்சிப்படுத்தி அறிய அம்புக்குறி படத்தை பயன்படுத்தலாம்.
- ✓ ஓர் உறவில் உறுப்புகள் இல்லை என்றால் அது **இன்மை உறவு** (Null relation) எனப்படும்.
- ✓ $n(A)=p, n(B)=q$ எனில், A மற்றும் B க்கு இடையே கிடைக்கும் மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கையானது 2^{pq} ஆகும்.

www.Padasalai.Net

முன்னேற்றச் சோதனை புத்தக பக்க எண்: 7

$A=\{1,2,3,4\}, B=\{a,b,c\}$ எனில்

1. பின்வருவனவற்றில் எவை Aயிலிருந்து B க்கான உறவாகும்?	2. பின்வருவனவற்றில் எவை Bயிலிருந்து A க்கான உறவாகும்?
(i) $\{(1,b), (1,c), (3,a), (4,b)\}$	(i) $\{(c,a), (c,b), (c,1)\}$
(ii) $\{(1,a), (b,4), (c,3)\}$	(ii) $\{(c,1), (c,2), (c,3), (c,4)\}$
(iii) $\{(1,a), (a,1), (2,b), (b,2)\}$	(iii) $\{(a,4), (b,3), (c,2)\}$

1. பின்வருவனவற்றில் எவை Aயிலிருந்து B க்கான உறவாகும்?

$$A\times B=\{1,2,3,4\}\times\{a,b,c\} = \begin{Bmatrix}(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)\\(3,a),(3,b),(3,c),(4,a),(4,b),(4,b)\end{Bmatrix}$$

(i) $\{(1,b)(1,c)(3,a)(4,b)\}$ ஆம். இது Aயிலிருந்து B க்கான **உறவாகும்.**

(ii) $\{(1,a)(b,4)(c,3)\}$ இல்லை. இது Aயிலிருந்து B க்கான **உறவல்ல.**

(iii) $\{(1,a)(a,1)(2,b)(b,2)\}$ இல்லை. இது Aயிலிருந்து B க்கான **உறவல்ல.**

2. பின்வருவனவற்றில் எவை Bயிலிருந்து A க்கான உறவாகும்?

$$B\times A=\{a,b,c\}\times\{1,2,3,4\} = \begin{Bmatrix}(a,1)(a,2)(a,3)(a,4)(b,1)(b,2)\\(b,3)(b,4)(c,1)(c,2)(c,3)(c,4)\end{Bmatrix}$$

(i) $\{(c,a)(c,b)(c,1)\}$ இல்லை. இது Bயிலிருந்து A க்கான **உறவல்ல.**

(ii) $\{(c,1)(c,2)(c,3)(c,4)\}$ ஆம். இது Bயிலிருந்து A க்கான **உறவாகும்.**

(iii) $\{(a,4)(b,3)(c,2)\}$ ஆம். இது Bயிலிருந்து A க்கான **உறவாகும்.**

பயிற்சி 1.2

1. $A=\{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B=\{3,0,-1,7\}$ எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A லிருந்து B க்கான உறவுகளாகும்?

$A\times B=\{1,2,3,7\}\times\{3,0,-1,7\}$

$=\{(1,3),(1,0),(1,-1),(1,7),(2,3),(2,0),(2,-1),(2,7),(3,3),(3,0),(3,-1),(3,7),(7,3),(7,0),(7,-1),(7,7)\}$

(i) $R_1=\{(2,1),(7,1)\}$

$(2,1)$ மற்றும் $(7,1)\in R_1$ ஆனால்

$(2,1),(7,1)\notin A\times B$

R_1 ஆனது ***A* லிருந்து *B* க்கான உறவு இல்லை**

(ii) $R_2=\{(-1,1)\}$

இங்கு $(-1,1)\in R_2$ ஆனால் $(-1,1)\notin A\times B$

R_2 ஆனது ***A* லிருந்து *B* க்கான உறவு இல்லை**

(iii) $R_3=\{(2,-1),(7,7),(1,3)\}$

இங்கு $R_3\subseteq A\times B$

R_3 ஆனது ***A* லிருந்து *B* க்கான உறவு ஆகும்.**

(iv) $R_4=\{(7,-1),(0,3),(3,3),(0,7)\}$

இங்கு $(0,3)$ மற்றும் $(0,7)\in R_4$ ஆனால்

$(0,3)$ மற்றும் $(0,7)\notin (A\times B)$

R_4 ஆனது ***A* லிருந்து *B* க்கான உறவு இல்லை**

2. $A=\{1,2,3,4,\dots,45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு "A - யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால், R – ஐ $A\times A$ - யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R - க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டது: $A=\{1,2,3,4,\dots,45\}$

$A\times A=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\dots\dots(45,45)\}$

R என்ற உறவு "A - யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கபடுகிறது.

$R=\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),(5,25),(6,36)\}$

$R\subseteq A\times A$

R - க்கான மதிப்பகம் $=\{\mathbf{1,2,3,4,5,6}\}$

R - க்கான வீச்சகம் $=\{\mathbf{1,4,9,16,25,36}\}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

1. $A=\{1,2,3,4\dots\dots\dots\dots 25\}$ மற்றும் தொடர்பு R ஆனது "5ன் மடங்கு" என வரையறுக்கப்பட்டால் Rஐ $A\times A$ யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் Rக்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

விடை:

$A\times A=\{(1,1)\ (1,2)\ (1,3)\ (1,4)\dots\dots(25,25)\}$

$R=\{(1,5)\ (2,10)\ (3,15)\ (4,20)\ (5,25)\}$

$R\subseteq A\times A.$

மதிப்பகம் $=\{1,2,3,4,5\}$

வீச்சகம் $R=\{5,10,15,20,25\}$

www.Padasalai.Net

3. **R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y)/y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.**

PTA-5

$R = \{(x, y)/y = x + 3, x \in \{0,1,2,3,4,5\}\}$

மதிப்பகம் $(x) = \{0,1,2,3,4,5\}$, வீச்சகம் $(y) = x + 3$

$y_0 = 0 + 3 = 3$

$y_1 = 1 + 3 = 4$

$y_2 = 2 + 3 = 5$

$y_3 = 3 + 3 = 6$

$y_4 = 4 + 3 = 7$

$y_5 = 5 + 3 = 8$

$R = \{(0,3), (1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8)\}$

மதிப்பகம் $= \{\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, 5}\}$

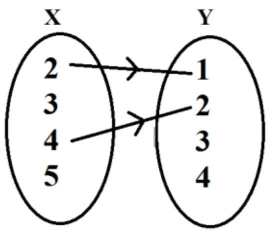
வீச்சகம் $= \{\mathbf{3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 2. $A = \{1,2,3,4\}$ மற்றும் $B = \{-1,2,3,4,5,6,7,9,10\}$ தொடர்பு $R = \{(1,3)\ (2,6)\ (3,10)\ (4,9)\}$ எனில் வீச்சகத்தை காண்க.
> விடை: வீச்சகம் $= \{3,6,10,9\}$

4. **கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.**

(i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

(1) அம்புக்குறி படம்

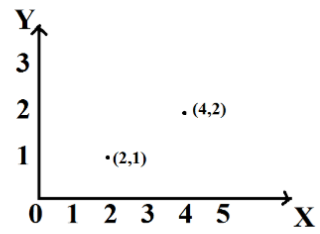


கொடுக்கப்பட்டது, $x = 2y$

$y = 1$ எனில், $x = 2$

$y = 2$ எனில், $x = 4$

(2) வரைபடம்



(3) பட்டியல் முறை

$R = \{(2,1), (4,2)\}$

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 3. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக் குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க
> i) $R = \{(x, y)/\ x = 2^y,$ $x = \{1,2,3,4,5\}, y = \{0,1,2,3\}\}$
> ii) $R = \{(x, y)/\ y = x + 1,$ x, y ஆகியன இயல் எண்கள் $< 10\}$

(ii) $\{(x, y) | y = x + 3, x, y$ **ஆகியவை இயல் எண்கள்** $<10\}$

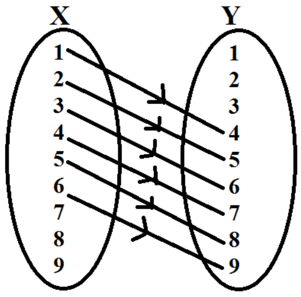
கொடுக்கப்பட்டது: x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10

$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $Y = x + 3$

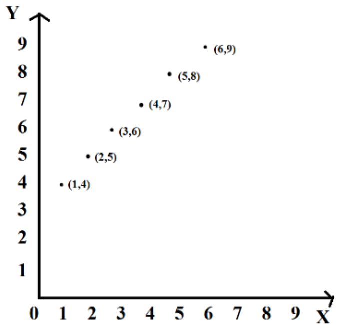
இங்கு $R(1) = 4, R(2) = 5, R(3) = 6,$

$R(4) = 7, R(5) = 8, R(6) = 9$

(1) அம்புக்குறி படம்



(2) வரைபடம்



(3) பட்டியல் முறை

$R = \{(1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8), (6,9)\}$

5. ஒரு நிறுவனத்தின் உதவியாளர்கள் (A) எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹ 25,000, ₹50,000, ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள். C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள். M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள். மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x\mathbb{R}y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R - என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

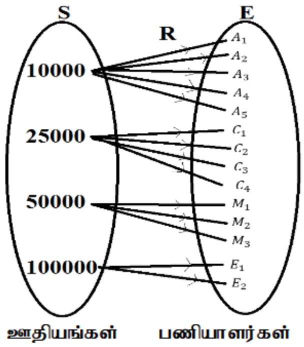
ஊதியங்கள் $(S) = \{10000, 25000, 50000, 100000\}$

பணியாளர்கள் $(E) = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, C_1, C_2, C_3, C_4, M_1, M_2, M_3, E_1, E_2\}$

(a) வரிசைச் சோடிகள்

$R = \{(10000, A_1), (10000, A_2), (10000, A_3), (10000, A_4), (10000, A_5), (25000, C_1), (25000, C_2), (25000, C_3), (25000, C_4), (50000, M_1), (50000, M_2), (50000, M_3), (100000, E_1), (100000, E_2)\}$

(b) அம்புக்குறி படம்



தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x^2 + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக. PTA-2

$R = \{(x,\ y)/y\ = x^2 + 3,\ x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$

மதிப்பகம் $(x) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,

துணை மதிப்பகம்$(y) = x^2 + 3$

$y_0 = 0 + 3 = 3$

$y_1 = 1 + 3 = 4$

$y_2 = 4 + 3 = 7$

$y_3 = 9 + 3 = 12$

$y_4 = 16 + 3 = 19$

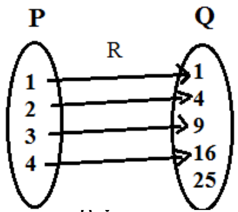
$y_5 = 25 + 3 = 28$

$R = \{(0,3), (1,4), (2,7), (3,12), (4,19), (5,28)\}$

மதிப்பகம் $= \{0,1,2,3,4,5\}$

வீச்சகம் $= \{3,4,7,12,19,28\}$

2. அருகிலுள்ள அம்புக்குறிப்படம் P மற்றும் Qக்கான உறவைக் குறிக்கும் எனில் அவற்றின் உறவை



i) கணக்கட்டமைப்பு முறையில் எழுதுக
ii) பட்டியல் முறையில் எழுதுக.
iii) R ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

i) கணக்கட்டமைப்பு முறை R

$R = \{(x, y) /\ y = x^2, x \in P,\ \ y \in Q\}$

ii) பட்டியல் முறை

$R = \{(1,1), (2,2), (3,9), (4,16)\}$

iii) R ன் மதிப்பகம் $= \{1,2,3,4\}$

R ன் வீச்சகம் $= \{1,4,9,16\}$

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A லிருந்து B க்கான உறவுகளாகும்? **i)** $R_1 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 3), (4, 3), (5, 5)\}$
ii) $R_2 = \{(3, 1), (3, 7), (4, 9), (5, 10)\}$ **iii)** $R_3 = \{(1, 3), (2, 5), (4, 7), (5, 9), (3, 1)\}$

$A \times B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (1,7), (1,9), (2,1), (2,3), (2,5), (2,7), (2,9), (3,1), (3,3), (3,5), (3,7), (3,9), (4,1), (4,3), (4,5), (4,7), (4,9)(5,1), (5,3), (5,5), (5,7), (5,9)\}$

i) $R_1 \subseteq A \times B$, R_1 ஆனது A லிருந்து B க்கான உறவாகும்.

ii) இங்கு $(5,10) \in R_2$ ஆனால் $(5,10) \notin (A \times B)$

R_2 ஆனது A லிருந்து B க்கான உறவல்ல

iii) $R_3 \subseteq A \times B$, R_3 ஆனது A லிருந்து B க்கான உறவாகும்.

4. $X = \{1, 2, 3, 4\}$ **எனில் பின்வருவனவற்றில் எவை** X **லிருந்து** X **க்கான உறவுகளாகும்?**

i) $R_1 = \{(2,3), (1,4), (2,1), (3,2), (4,4)\}$ **ii)** $R_2 = \{(3,1), (4,2), (2,1)\}$

iii) $R_3 = \{(2,1), (3,5), (1,4), (5,3)\}$

$X \times X = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4),$
$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

i) $R_1 = \{(2,3), (1,4), (2,1), (3,2), (4,4)\}$

நமக்கு தெரிவது, $R_1 \subseteq X \times X$

எனவே, R_1 ஆனது X லிருந்து X க்கான உறவாகும்.

ii) $R_2 = \{(3,1)\ (4,2)\ (2,1)\}$

$R_2 \subseteq X \times X$

R_2 ஆனது X லிருந்து X க்கான உறவாகும்

iii) $R_3 = \{(2,1), (3,5), (1,4), (5,3)\}$

இங்கு $(3,5)$ மற்றும் $(5,3) \in R_3$ ஆனால் $(3,5)$ மற்றும் $(5,3) \notin X \times X$.

R_3 ஆனது X லிருந்து X க்கான உறவல்ல.

5. ஒரு செல்போன் நிறுவனம் மூன்று வகையான செல்போன்களை விற்கிறது. அவற்றை C_1, C_2 **மற்றும்** C_3 **என அழைக்கலாம்.** C_1 **ன் விலை ₹ 1200,** C_2 **ன் விலை ₹ 2500 ,** C_3 **ன் விலை ₹ 3000 மற்றும் தொடர்பு** R **ஆனது** xRy **என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு** x **என்பது y என்ற செல்போனின் விலை. இந்த தொடர்பு** R **ஐ வரிசைசோடிகளாகவும், அம்புக்குறி படமாகவும் காண்க.**

R ஆனது xRy என வரையறுக்கப்படுகிறது.

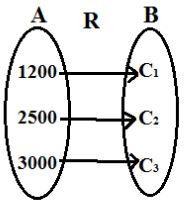
செல்போன்களின் விலை$(A) = \{1200, 2500,\ 3000\}$

மூன்று வகை செல்போன்கள்$(B) = \{C_1,\ C_2,\ C_3\}$

a) வரிசை சோடிகள்

$R = \{(1200,\ C_1)\ \ (2500,\ C_2)\ \ (3000,\ C_3)\}$

b) அம்புக்குறிபடம்



பயிற்சி 1.3 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

வரையறை: X மற்றும் Y என்ற வெற்றில்லா கணங்களுக்கிடையேயான ஒரு உறவு f-ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ கிடைக்கிறது எனில் f ஐ நாம் **"சார்பு"** என்கிறோம்.

அதாவது, $f = \{(x, y)/$ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும், ஒரே ஒரு $y \in Y$இருக்கும்$\}$

ஒரு சார்பை, தொடர்புபடுத்துதல் அல்லது உருமாற்றம் செய்தல் என கருதலாம்.

குறிப்பு: $f : X \to Y$ ஆனது ஒரு சார்பு எனில்,

- ✓ கணம் Xஐ, சார்பு f ன் மதிப்பகம் எனவும் கணம் Y ஐ, அதன் துணை மதிப்பகம் எனவும் அழைக்கிறோம்.
- ✓ $f(a) = b$ ஆக இருந்ததால் சார்பு f ல் b ஆனது a யின் **நிழல் உரு** எனவும் மற்றும் a ஆனது b யின் **முன் உரு** எனவும் அழைக்கிறோம்.
- ✓ X யின் அனைத்து நிழல் உருக்களையும் கொண்ட கணத்தை f-யின் வீச்சகம் என்கிறோம்.
- ✓ $f : X \to Y$ ஆனது ஒரு சார்பு எனில்,
  i) மதிப்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் நிழல் உரு இருக்கும்.
  ii) ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உருதான் இருக்கும்.
- ✓ முடிவுறு கணங்கள் A மற்றும் B யில் $n(A) = p$, $n(B) = q$ எனில், A மற்றும் B க்கு இடையேயான மொத்தச் சார்புகளின் எண்ணிக்கை q^p ஆகும்.

✓ சார்பின் மதிப்பகத்தை விளக்கும் போது,

(i) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ யில் $x = -1$ எனில் $f(-1)$ வரையறுக்க முடியாது. எனவே f ஆனது $x = -1$ ஐ தவிர அனைத்து மெய்யெண்களுக்கும் வரையறுக்கப்படுகின்றது. ஆகையால் f ன் மதிப்பகமானது $\mathbb{R} - \{-1\}$

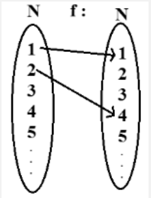
(ii) $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}$ ல் $x = 2,3$ ஆக இருந்தால் $f(2)$ மற்றும் $f(3)$ ஐ வரையயறுக்க முடியாது. எனவே f ஐ $x = 2$ மற்றும் 3 தவிர அனைத்து மெய்யெண்களுக்கு வரையறுக்கலாம். ஆகையால் f யின் மதிப்பகம் $= \mathbb{R} - \{2,3\}$

முன்னேற்றச் சோதனை

புத்தக பக்க எண்: 12

1. உறவுகள் **கார்டீசியன் பெருக்கலின்** உட்கணமாகும். சார்புகள் **உறவின்** உட்கணமாகும்.
2. சரியா அல்லது தவறா: ஓர் உறவின் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் நிழல் உரு இருக்கும். – **தவறு**
   [$f: A \to B$ என்பது A லிருந்து B க்கான உறவாகும்.
   உறவில், f ஆனது சார்பு இல்லை எனில், அதன் மதிப்பகம் A க்கு சமம் இல்லை. எனவே A ல் உள்ள உறுப்புகளுக்கு நிழல் உரு B ல் இல்லை]
3. சரியா அல்லது தவறா: ஒரு சார்பின் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் நிழல் உரு இருக்கும் - **சரி**
   [ஒரு சார்பில் உறவானது A லிருந்து B க்கு தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது. A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B ல் உள்ள உறுப்புடன் தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது. எனவே சார்பில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் நிழல் உரு இருக்கும்]
4. சரியா அல்லது தவறா: $R: A \to B$ ஆனது ஒரு உறவு எனில், Rன் மதிப்பகம் A ஆகும். - **தவறு**
5. $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால், $f(x) = x^2$ ல் 1 மற்றும் 2 முன் உரு(க்கள்) **1** மற்றும் **முன் உரு இல்லை**

$f(x) = x^2$
$f(1) = 1$
$f(2) = 4$
$f(3) = 9$
$f(4) = 16$



6. உறவிற்கும் சார்பிற்கும் இடையேயான வேறுபாடு என்ன?
   ஒவ்வொரு உள்ளீடுக்கும் ஒரு தனித்த வெளியீடு இருக்குமெனில் அது சார்பு, இல்லையெனில் அது உறவு
7. A மற்றும் B ஆகியவை இரண்டு வெற்றில்லா முடிவற்ற கணங்கள் என்க. பின்வருவனவற்றுள் எந்தத்தொகுப்பு பெரியதாக இருக்கும்?
   (i) A மற்றும் B க்கு இடையேயான உறவுகளின் எண்ணிக்கை
   (ii) A மற்றும் B க்கு இடையேயான சார்புகளின் எண்ணிக்கை

சிந்தனைக் களம்

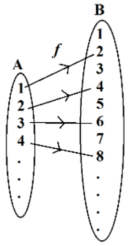
புத்தக பக்க எண்: 13

கோள்களுக்கும் அதன் துணைக்கோள்களுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு சார்பாகுமா?
இல்லை. இது **சார்பாகாது**. ஏனெனில் புதனுக்கும் வெள்ளிக்கும் துணைக்கோள் இல்லை.ஆனால் பூமிக்கு ஒரு துணைக்கோள் உள்ளது. மற்ற கோள்களுக்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட துணைக்கோள்கள் உள்ளன.

பயிற்சி 1.3

1. $f = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$ - ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

$y = f(x) = 2x$
$f(1) = 2(1) = 2$
$f(2) = 2(2) = 4$
$f(3) = 2(3) = 6$
$f(4) = 2(4) = 8$
$\vdots$



உங்கள் பயிற்சிக்காக....
1. $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = N$, தொடர்பு $y = x^2$ என வரையறுக்கப்பட்டால், துணை மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க.
விடை: வீச்சகம் $f = \{1,4,9,16,25\}$
துணை மதிப்பகம் $= \{1,2,3,........\}$

f ஆனது Nன் மீதான ஓர் உறவு
f ன் மதிப்பகம் $= \{1,2,3,4,...\}$, f ன் துணை மதிப்பகம் $= \{1,2,3,4,...\}$
f ன் வீச்சகம் $= \{2,4,6,8,...\}$
f ன் அம்புகுறி படத்திலிருந்து, $x \in A$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in B$ இருக்கும். **ஆம்,** f ஒரு சார்பு ஆகும்.

www.Padasalai.Net

2. $X = \{3, 4, 6, 8\}$. என்க. $\mathbb{R} = \{(x, f(x)) | x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X -லிருந்து $\mathbb{N}$ - க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

கொடுக்கப்பட்டது, $X = \{3,4,6,8\}$

$Y = \{1,2,3,4, \ldots.\}$

$R = \{(x, f(x)/x \in X, f(x) = x^2 + 1)\}$

$y = f(x) = x^2 + 1$

$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

$f(4) = 4^2 + 1 = 17$

$f(6) = 6^2 + 1 = 37$

$f(8) = 8^2 + 1 = 65$

$R = \{(3,10), (4,17), (6,37), (8,65)\}$

மதிப்பகம் X ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் N ல் ஒரு நிழல் உரு உள்ளது.

ஆம், R ஆனது X லிருந்து N க்கு ஒரு சார்பாகும்.

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 2. $A = \{0,1,2,3\}$ மற்றும் $B = \{1,3,5,7,9\}$ எனில் A லிருந்து B க்கு $R = \{(x, f(x)/x \in A, f(x) = 2x + 1\}$ என்ற தொடர்பை வரையறுக்க
>
> **விடை:** A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புடன் தொடர்பு படுத்தப்பட்டுள்ளது. A லிருந்து B ஆனது சார்பாகும்

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f: x \to x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$

$f(x) = x^2 - 5x + 6$

(i) $f(-1)$

$f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6$

$= 1 + 5 + 6 = \mathbf{12}$

(ii) $f(2a)$

$f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6$

$= \mathbf{4a^2 - 10a + 6}$

(iii) $f(2)$

$f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

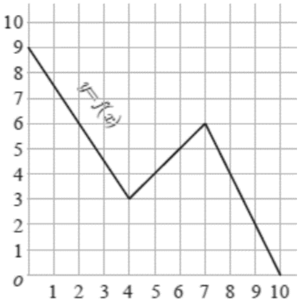
(iv) $f(x-1)$

$f(x-1) = (x-1)^2 - 5(x-1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6$

$= \mathbf{x^2 - 7x + 12}$

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
> 3. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ எனில் பின்வருவனவற்கை காண்க
> i) $f(1)$ ii) $f(-3)$ iii) $f(2a)$ iv) $f(x+1)$
>
> **விடை:**
> i) $f(1) = 4$ ii) $f(-3) = 4$
> iii) $f(2a) = 4a^2 + 4a + 1$ iv) $f(x+1) = x^2 + 4x + 4$



4. படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட வரைபடம் $f(x)$ – ன் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.

(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$ (இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x – ன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

(iii) $f(x)$ - ன் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6 -ன் நிழல் உரு என்ன?

(i) படத்திலிருந்து, (அ) $f(0) = \mathbf{9}$ (ஆ) $f(7) = \mathbf{6}$ (இ) $f(2) = \mathbf{6}$ (ஈ) $f(10) = \mathbf{0}$

(ii) $f(x) = 1 \Rightarrow x = \mathbf{9.5}$

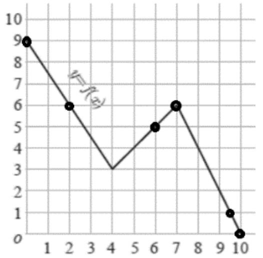
(iii) (1) f ன் மதிப்பகம் $= \{\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}\}$ அல்லது

$\boldsymbol{f = \{x/0 \le x \le 10, x \in R\}}$

(2) f ன் வீச்சகம் $= \{\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}\}$ அல்லது

$\boldsymbol{f = \{x/0 \le x \le 9, x \in R\}}$

(iv) f என்ற சார்பில் 6 -ன் நிழல் உரு $= \mathbf{5}$



5. $f(x) = 2x + 5$ **என்க.** $x \neq 0$ **எனில்** $\frac{f(x+2)-f(2)}{x}$ **ஐக் காண்க.**

கொடுக்கப்பட்டது: $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$

$$f(x+2) = 2(x+2) + 5$$
$$= 2x + 4 + 5$$
$$= 2x + 9$$

$$f(2) = 2(2) + 5$$
$$= 4 + 5$$
$$= 9$$

எனவே, $\frac{f(x+2)-f(2)}{x} = \frac{2x+9-9}{x} = \frac{2x}{x} = \mathbf{2}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

4. $f(x) = 2x - 1, \{2 \leq x \leq 4, \quad x \in R\}$ எனில் $\frac{f(2)+f(4)}{f(3)}$ ஐக் காண்க. விடை: 2

6. **ஒரு சார்பு** f **ஆனது** $f(x) = 2x - 3$ **என வரையறுக்கப்பட்டால்**

(i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$ **- ஐக் காண்க. (ii)** $f(x) = 0$ **எனும்பொழுது,** x **ஐக் காண்க.**

(iii) $f(x) = x$ **எனில்** x **ஐக் காண்க. (iv)** $f(x) = f(1-x)$ **எனில்** x **ஐக் காண்க.**

(i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$

$$f(0) = 2(0) - 3 = -3$$
$$f(1) = 2(1) - 3 = -1$$
$$\frac{f(0)+f(1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = -\frac{4}{2} = \mathbf{-2}$$

(ii) $f(x) = 0$

$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3$$
$$x = \mathbf{\frac{3}{2}}$$

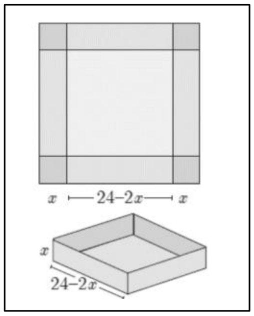
(iii) $f(x) = x$

$$2x - 3 = x$$
$$2x - x = 3$$
$$x = \mathbf{3}$$

(iv) $f(x) = f(1-x)$

$$2x - 3 = 2(1-x) - 3 = 2 - 2x - 3 = -2x - 1$$
$$2x + 2x = 3 - 1$$
$$4x = 2$$
$$x = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

7. **24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்த பெட்டியின் கன அளவு** V **எனில்,** V **ஐ** $x-$ **யின் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.**



சதுர வடிவ துண்டின் பக்க அளவு $= 24$ செ.மீ

மூலைகளில் வெட்டப்படும் பகுதியின் பக்க அளவு $= x$ செ.மீ

மேல்புறம் திறந்த பெட்டியின் பக்க அளவு $= 24 - 2x$ செ.மீ

உயரம் $= x$ செ.மீ

மேல்புறம் திறந்த பெட்டியின் கன அளவு $V = lbh$ கன அலகுகள்.

$$= (24-2x)(24-2x)(x)$$
$$= (24-2x)^2(x)$$
$$= (576 - 96x + 4x^2)x$$
$$= \mathbf{4x^3 - 96x^2 + 576x}$$

8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க

கொடுக்கப்பட்டது: $f(x) = 3 - 2x$

காண வேண்டியது x, $f(x^2) = (f(x))^2$

$$3 - 2x^2 = (3 - 2x)^2$$
$$3 - 2x^2 = 9 - 12x + 4x^2$$
$$4x^2 + 2x^2 - 12x + 6 = 0$$
$$6x^2 - 12x + 6 = 0$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$(x-1)^2 = 0$$
$$x - 1 = 0$$
$$\boldsymbol{x = 1}$$

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t(மணியில்)ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

கொடுக்கப்பட்டது :

வேகம்(S)= 500 கி.மீ/மணி

வேகம் $= \frac{\text{தூரம்}}{\text{நேரம்}}$

$S = \frac{d}{t}$, $\boldsymbol{d = 500t}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

5. ஒரு பேருந்து மணிக்கு 50கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இதை தூரம் d, மணி t ல் சார்பாக எழுதுக.

விடை: $d = 50\,t$

10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் பெண்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) –க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள்.

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

(i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.

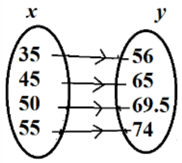
(ii) a மற்றும் b –ஐக் காண்க. PTA-4

(iii) முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ எனில், அந்த பெண்ணின் உயரத்தைக் காண்க.

(iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்தப் பெண்ணின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டது $y = ax + b$

(i) அம்புக்குறிப்படம்



x ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் y ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு கொண்டுள்ளது.

ஆம், எனவே இந்த உறவு சார்பாகும்.

(ii) a மற்றும் b –ஐக் காண

அட்டவணையிலிருந்து

$35a + b = 56$ ....(1)

$45a + b = 65$ ....(2)

(−) (−) (−) (−)

$-10a = -9$

$$a = \frac{9}{10} = 0.9$$

$a = 0.9$ என (1) ல் பிரதியிட

$$35(0.9) + b = 56$$
$$31.5 + b = 56$$
$$b = 56 - 31.5 = 24.5$$

$\boldsymbol{a = 0.9}$ மற்றும் $\boldsymbol{b = 24.5}$

(iii) நீளம் = 40செ.மீ, $a = 0.9, b = 24.5$

$$y = ax + b$$
$$= (0.9)(40) + 24.5$$
$$= 60.5$$

முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ எனில், அந்த பெண்ணின் உயரம் **= 60.5 அங்குலம்**

(iv) உயரம் = 53.3 அங்குலம்

$$y = ax + b$$
$$53.3 = (0.9)x + 24.5 \quad = 0.9x + 24.5$$
$$0.9x = 53.3 - 24.5 = 28.8$$
$$x = \frac{28.8}{0.9}$$

$\boldsymbol{x = 32}$ **செ.மீ**

அந்தப் பெண்ணின், முன்னங்கையின் நீளம் **= 32 செ.மீ**

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

6.

x	1	4	9	16
y	2	5	10	17

$y = ax + b$, இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகளாகும்.

i) இந்த தொடர்பு சார்பாகுமா? என சோதிக்க

ii) a மற்றும் b ஐக் காண்க.

iii) $x = 2$ எனும் போது y ன் மதிப்பை காண்க.

விடை: i) f ஒரு சார்பாகும் ii) $a = 1, b = 1$ iii) $y = 3$

www.Padasalai.Net

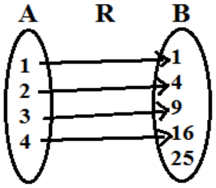
தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$ மற்றும் $R = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$ எனில் R ஆனது தொடர்பு எனக் காட்டுக. மேலும் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம், வீச்சகம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

$A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{1,4,9,16,25\}$

$R = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$



அம்புக்குறிபடத்திலிருந்து, A ல் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும் B ல் ஒவ்வொரு நிழல் உரு கொண்டுள்ளது.

$\therefore$ R ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

மதிப்பகம் $A = \{1,2,3,4\}$

துணை மதிப்பகம் $B = \{1,4,9,16,25\}$

வீச்சகம் $f = \{1,4,9,16\}$

2. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x + 3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$ ஐக் காண்க. ii) $f(x) = 0$ எனில் x ஐக் காண்க.

iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க. iv) $f(x) = f(1-x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டது: $f(x) = 2x + 3$

i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$

$f(0) = 2(0) + 3 = 3$

$f(1) = 2(1) + 3 = 2 + 3 = 5$

$\frac{f(0)+f(1)}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

ii) $f(x) = 0$

$2x + 3 = 0$

$2x = -3$

$x = \frac{-3}{2}$

iii) $f(x) = x$

$2x + 3 = x$

$2x - x = -3$

$x = -3$

iv) $f(x) = f(1-x)$

$2x + 3 = 2(1-x) + 3$

$= 2 - 2x + 3$

$2x + 2x = 5 - 3$

$4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3. $f(x) = 2x - 1$ எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

i) $f(1)$ ii) $f(x+1)$ iii) $f(x) + f(1)$

i) $f(1) = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$

ii) $f(x+1) = 2(x+1) - 1 = 2x + 2 - 1 = 2x + 1$

iii) $f(x) + f(1) = (2x-1) + (1) = 2x - 1 + 1 = 2x$

4. f ஆனது $f(x) = 1 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. மேலும் $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x ன் மதிப்பைக் காண்க.

$f(x) = 1 - 2x$

$f(x^2) = (f(x))^2$

$1 - 2x^2 = (1-2x)^2$

$1 - 2x^2 = 1 - 4x + 4x^2$

$4x^2 + 2x^2 - 4x + 1 - 1 = 0$

$6x^2 - 4x = 0$

$x(6x - 4) = 0$

$x = 0$ (அல்லது) $6x - 4 = 0$

$x = \frac{4}{6}$

$x = \frac{2}{3}$

$x = 0, \frac{2}{3}$

www.Padasalai.Net

5. ஒரு உறவு f ஆனது $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,
i) f ன் உறுப்புகளை காண்க. ii) f ஒரு சார்பா?

$f(x) = 2x - 1$ இங்கு $x \in \{2,3,4,5\}$

i) $f(2) = 2(2) - 1 \quad = 4 - 1 \quad = 3$

$f(3) = 2(3) - 1 \quad = 6 - 1 \quad = 5$

$f(4) = 2(4) - 1 \quad = 8 - 1 \quad = 7$

$f(5) = 2(5) - 1 \quad = 10 - 1 \quad = 9$

$f = \{(2,3), (3,5), (4,7), (5,9)\}$

ii) f யின் ஒவ்வொரு மதிப்பக உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே f ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

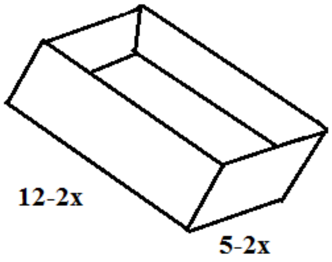
6. 12செ.மீ × 5செ.மீ பக்க அளவுள்ள செவ்வக வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்த பெட்டியின் கன அளவு V எனில், V ஐ $x-$ யின் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.

செவ்வக பெட்டியின் நீளம் = 12 செ.மீ

செவ்வக பெட்டியின் அகலம் = 5 செ.மீ

நான்கு மூலைகளிலும் வெட்டப்படும் சதுரத்தின் அளவு

$= x$ செ.மீ



தற்போது திறந்த பெட்டியின் அளவுகளை காண்போம்

திறந்த பெட்டியின் நீளம் = $12 - 2x$ செ.மீ

திறந்த பெட்டியின் அகலம்= $5 - 2x$ செ.மீ

உயரம் $= x$ செ.மீ

திறந்த பெட்டியின் கன அளவு

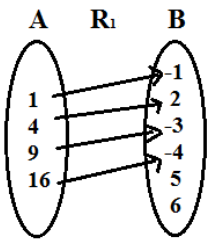
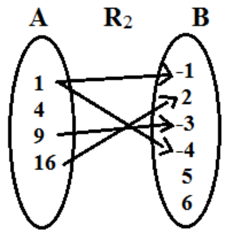
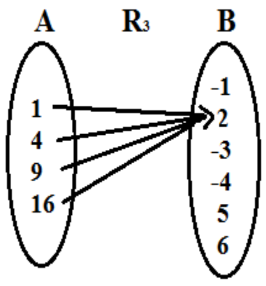
$V = lbh$

$= (12 - 2x)\,(5 - 2x)\,(x)$

$= (60 - 24x - 10x + 4x^2)\,(x)$

$V = 4x^3 - 34x^2 + 60x$

7. $A = \{1, 4, 9, 16\}$ மற்றும் $B = \{-1, 2, -3, -4, 5, 6\}$ எனில், A லிருந்து B க்கு பின்வரும் உறவுகளில் எவை சார்பாகும்? i) $R_1 = \{(1,-1), (4,2), (9,-3), (16,-4)\}$
ii) $R_2 = \{(1,-4), (1,-1), (9,-3), (16,2)\}$ iii) $R_3 = \{(4,2), (1,2), (9,2), (16,2)\}$

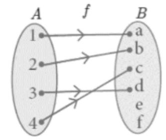
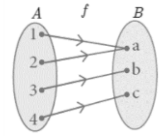
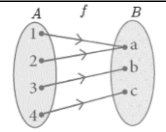
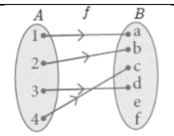
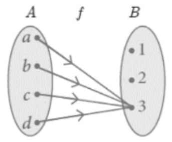
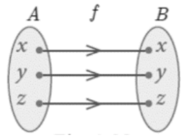
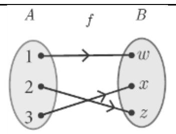
i) R_1 $= \{(1,-1), (4,2), (9,-3), (16,-4)\}$  அம்புக்குறி படத்திலிருந்து, A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் B ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. **R_1 ஆனது ஒரு சார்பாகும்.**	ii) R_2 $= \{(1,-4), (1,-1), (9,-3), (16,2)\}$  அம்புக்குறி படத்திலிருந்து, R_2 **ஆனது சார்பல்ல.** ஏனெனில் 1 ஆனது -1 மற்றும் -4 ஆகிய நிழல் உருக்களை கொண்டுள்ளது. மேலும் 4 க்கு நிழல் உரு இல்லை	iii) R_3 $= \{(4,2), (1,2), (9,2), (16,2)\}$  அம்புக்குறி படத்திலிருந்து, A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் B ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. **R_3 ஆனது ஒரு சார்பாகும்.**

www.Padasalai.Net

பயிற்சி 1.4 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள…

- ✓ சார்புகளை குறிக்கும் முறை
  (i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை முறை (iii) அம்புக்குறி படம் (iv) வரைபடம்
- ✓ **குத்துக்கோட்டுச் சோதனை (Vertical line test):** வளைவரையை ஒவ்வொரு குத்துக்கோடும் அதிகபட்சம் ஒரு புள்ளியில் வெட்டினால் அவ்வளைவரை ஒரு சார்பினைக் குறிக்கும்.
- ✓ **கிடைமட்டக்கோட்டுச் சோதனை (Horizontal line test):** வளைவரை ஒன்றுக்கொன்றான சார்பைக் குறித்தால், வரையப்படும் கிடைமட்டக்கோடு வளைவரையை அதிகபட்சமாக ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே வெட்டும்.
- ✓ ஒவ்வொரு சார்பையும், ஒரு வளைவரையாக (curve) வரைபடத்தில் குறிப்பிடலாம். ஆனால் வரைபடத்தில் வரையப்படும் அனைத்து வரைளவரைகளும் சார்பாகாது.

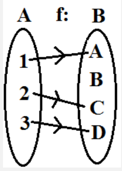
வ.எண்	பெயர்	வரையறை	விளக்கம்
1	**ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு (ஒரு புறச் சார்பு)**	$f: A \to B$ என்பது சார்பு என்க. Aன் வெவ்வேறான உறுப்புகளை B ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுத்துமானால், f என்பது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு** ஆகும்.	
2	**பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு**	சார்பு $f: A \to B$ ஐ **பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு** எனில், அச்சார்பில் A-ன் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு, B -ல் ஒரே நிழல் உரு இருக்கும்.	
3	**மேல் சார்பு (மேல்புறச் சார்பு)**	$f: A \to B$ என்ற ஒரு சார்பு, **மேல் சார்பு** எனில் f -ன் வீச்சகமானது, f -ன் துணை மதிப்பகத்திற்குச் சமமாக இருக்கும். $f(A) = B$	
4	**உட்சார்பு**	ஒரு சார்பு $f: A \to B$ ஆனது **உட்சார்பு** எனில், B -ல் குறைந்தபட்சம் ஓர் உறுப்பிற்காவது, A -ல் முன் உரு இருக்காது.	
5	**மாறிலிச் சார்பு**	சார்பு $f: A \to B$ ஆனது **மாறிலிச் சார்பு** எனில், f -ன் வீச்சகமானது ஒரே ஓர் உறுப்பைக் கொண்டதாகும். அதாவது, $f(x) = c$, அனைத்து $x \in A$ ஏதேனும் ஒரு நிலையான $c \in B$.	
6	**சமனிச் சார்பு**	A ஒரு வெற்றிலா கணம் என்க. சார்பு $f: A \to A$ ஆனது $f(x) = x$ அனைத்து $x \in A$, என வரையறுக்கப்பட்டால், அந்த சார்பு A -யின் **சமனிச் சார்பு** எனப்படும். இதை I_A எனக் குறிக்கலாம்.	
7	**இருபுறச் சார்பு**	$f: A \to B$ என்ற சார்பு, ஒன்றுக்கு ஒன்றாகவும் மற்றும் மேல்சார்பாகவும் இருந்தால், f -ஐ A -லிருந்து -B க்கான இருபுறச்சார்பு என்கிறோம்.	
8	**மெய் மதிப்புச் சார்பு**	சார்பு $f: A \to B$ ஆனது **மெய் மதிப்புச் சார்பு** எனில், f-யின் வீச்சகமானது, R எனும் மெய்யெண்களின் உட்கணமாக இருக்கும். அதாவது $f(A) \subseteq R$	

முன்னேற்றச் சோதனை புத்தக பக்க எண்: 24

சரியா அல்லது தவறா?

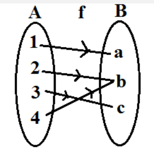
1. எல்லா ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்புகளும் மேல் சார்பாகும். - **தவறு**

அருகிலுள்ள சார்பு $f:A\to B$ ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆனால் மேல்சார்பு அல்ல. ஏனெனில் f ன் வீச்சு f ன் துணைமதிப்பகத்திற்கு சமமல்ல.



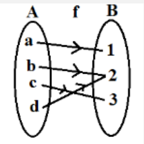
2. $n(A)=4, n(B)=3$ ஆக இருக்கும்பொழுது A லிருந்து B க்கு அமையும் சார்பு ஒன்றுக்கொன்றாக இருக்காது – **சரி**

f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். A ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B-ல் நிழல் உரு உள்ளது. ஆனால் 2 மற்றும் 4 க்கு ஒரே நிழல் உரு உள்ளது.
இங்கு $n(A)=4$ $n(B)=3$



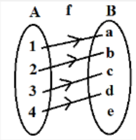
3. எல்லா மேல்சார்புகளும் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்புகளாகும். – **தவறு**

f ன் வீச்சகம் B ஆகும். எனவே இது மேல் சார்பாகும். ஆனால் 'b' மற்றும் 'd' ஆகியவற்றிற்கு ஒரே நிழல் உரு உள்ளது. எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.



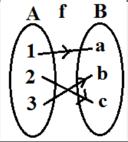
4. $n(A)=4, n(B)=5$ ஆக இருக்கும்போது A யிலிருந்து B க்கான சார்பு மேல் சார்பாக இருக்க முடியாது. – **சரி**

f ன் வீச்சகம் B க்கு சமமாக இல்லை.
$n(A)\neq n(B)$
இங்கு, $n(A)=4, n(B)=5$



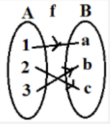
5. A லிருந்து B க்கான சார்பு f ஆனது, ஓர் இருபுறச்சார்பு எனில் $n(A)=n(B)$- **சரி**

$f:A\to B$ ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல்புறச்சார்பாகும்.(இருபுறச்சார்பு)
இங்கு $n(A)=3,\ n(B)=3$



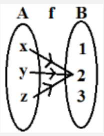
6. $n(A)=n(B)$ எனில் f ஆனது, A யிலிருந்து B க்கு ஓர் இருபுறச்சார்பு – **சரி**

$f:A\to B$ ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல்புறச்சார்பாகும்.(இருபுறச்சார்பு)
இங்கு $n(A)=3,\ n(B)=3$



7. எல்லா மாறிலிச் சார்புகளும் இருபுறச் சார்புகளாகும். – **தவறு**

வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு வெவ்வேறு நிழல் உரு இல்லை. இது ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பு அல்ல.
எனவே இது இருபுறச்சார்பு அல்ல.
$n(A)\neq n(B)$



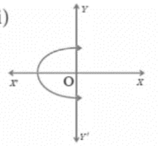
சிந்தனைக் களம்

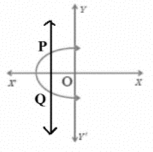
ஒன்றிற்குப் பல என்ற சார்பு இருக்க முடியுமா?	**புத்தக பக்க எண்:** 21
அவ்வாறு இருக்க **வாய்ப்பில்லை.** அவ்வாறு இருப்பின், வரையறையின் படி, அவ்வுறவு சார்பாகாது.	
சமனிச் சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா?	**புத்தக பக்க எண்:** 24
ஆம். சமனிச் சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்	

பயிற்சி 1.4

1. **கீழேக் கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும். விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்**

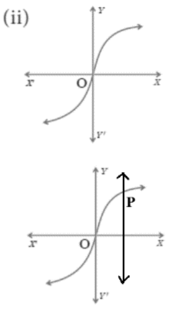
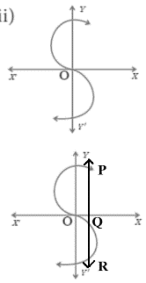
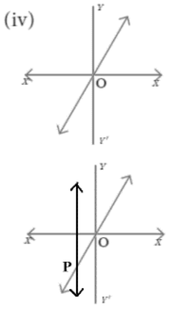
(i)





குத்துக்கோட்டுச் சோதனையிலிருந்து கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையானது, **சார்பை குறிக்கவில்லை** என தெளிவாகிறது. ஏனெனில் வளைவரையை குத்துக்கோடு P மற்றும் Q ஆகிய இரு புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

www.Padasalai.Net

(ii)	(iii)	(iv)
		
கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையானது, **சார்பை குறிக்கிறது.** ஏனெனில் வளைவரையை குத்துக்கோடு P என்ற ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே சந்திக்கிறது.	கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையானது, **சார்பை குறிக்கவில்லை.** ஏனெனில் வளைவரையை குத்துக்கோடு P,Q மற்றும் R ஆகிய மூன்று புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.	கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோடானது, **சார்பை குறிக்கிறது.** ஏனெனில் நேர்க்கோட்டை குத்துக்கோடு, P என்ற ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே சந்திக்கிறது.

2. $\boldsymbol{f: A \to B}$ **என்ற சார்பானது** $\boldsymbol{f(x) = \frac{x}{2} - 1}$**, என வரையறுக்கப்படுகிறது.இங்கு,** $\boldsymbol{A = \{2, 4, 6, 10, 12\}}$, $\boldsymbol{B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}}$**. ஆக இருக்கும் பொழுது சார்பு** $\boldsymbol{f}$**-ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க**
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறி படம் (iv) வரைபடம்

$A = \{2,4,6,10,12\}, B = \{0,1,2,4,5,9\}$

$f(x) = \frac{x}{2} - 1$

எனவே, $f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$

$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$

$f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 5 - 1 = 4$

$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 6 - 1 = 5$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

1. $A = \{6,9,15,18,21\}$; $B = \{1,2,4,5,6\}$ மற்றும் $f: A \to B$ ஆனது $f(x) = \frac{x-3}{3}$ என வரையறுக்கப்பட்டால், f ஐ
   i) அம்புக்குறிப்படம்
   ii) வரிசைச்சோடிகளின் கணம்
   iii) அட்டவணை
   iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க.

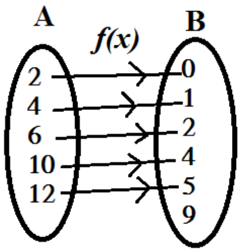
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$f = \{(2,0), (4,1), (6,2), (10,4), (12,5)\}$

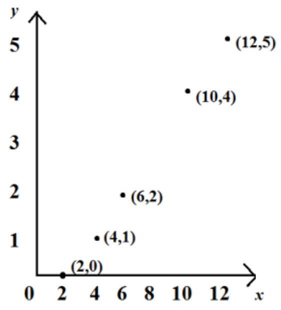
(ii) **அட்டவணை**

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii) **அம்புக்குறி படம்**



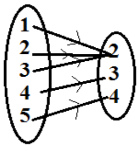
(iv) **வரைபடம்**



3. $f = \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,3),(5,4)\}$ என்ற சார்பினை (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

$f = \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,3),(5,4)\}$

(i) **அம்புக்குறி படம்**

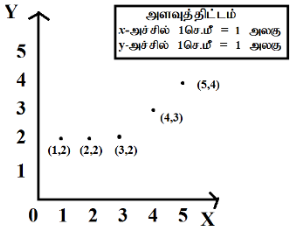


உங்கள் பயிற்சிக்காக....
2. $f = \{(-1,2),(-3,1),(-5,6),(-4,3)\}$ என்ற சார்பை
i) அட்டவணை
ii) அம்புக்குறிப்படம்
ஆகியவற்றால் குறிக்க

(ii) **அட்டவணை**

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

(iii) **வரைபடம்**



4. $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

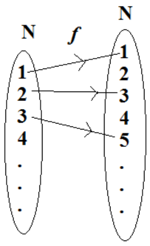
$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$x = 1$ எனில், $f(1) = 2(1) - 1 = 1$

$x = 2$ எனில், $f(2) = 2(2) - 1 = 3$

$x = 3$ எனில், $f(3) = 2(3) - 1 = 5$

அம்புக்குறிபடம்



உங்கள் பயிற்சிக்காக....
3. $f: N \to N$ என்ற சார்பு $f(x) = 3x - 2$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.
விடை: வினா எண் 4இன் முடிவே இந்த வினாவிற்கும் பொருந்தும்

$f: N \to N$ என்ற சார்பில் N ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் N ல் வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. எனவே f **ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.** ஆனால் துணைமதிப்பகத்தில் உள்ள இரட்டைப்படை எண்களுக்கு மதிப்பகத்தில் முன்உரு இல்லை எனவே f **ஆனது மேல் சார்பு இல்லை.**

5. $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.

$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$m = 1, f(1) = (1)^2 + 1 + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$

$m = 2, f(2) = (2)^2 + 2 + 3 = 4 + 2 + 3 = 9$

$m = 3, f(3) = (3)^2 + 3 + 3 = 9 + 3 + 3 = 15$

$m = 4, f(4) = (4)^2 + 4 + 3 = 16 + 4 + 3 = 23$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
4. $f: N \to N$என்ற சார்பு $f(x) = x^2 + x + 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது மேல் சார்பு எனக் காட்டுக.
விடை: N -ன் வெவ்வேறான உறுப்புகளை N ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுத்துவதால், f ஆனது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு** ஆகும்.

N -ன் வெவ்வேறான உறுப்புகளை N ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுத்துவதால், f ஆனது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு** ஆகும்.

6. $A = \{1,2,3,4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f: A \to B$ ஆனது, $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f- யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க

$A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{1,2,3, \dots\}$

கொடுக்கப்பட்டது: $f: A \to B$ மற்றும் $f(x) = x^3$

(i) $f(1) = 1^3 = 1, f(3) = 3^3 = 27$

$f(2) = 2^3 = 8,\ f(4) = 4^3 = 64$

f- ன் வீச்சகம் $= \{1,8,27,64\}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
5. $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = N$ மற்றும் $f: A \to B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,
i) f ன் வீச்சகம் ii) சார்பின் வகையைக் காண்க.
விடை: i) f ன் வீச்சகம் $= \{1,8,27,64,125\}$
ii) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு.

(ii) A யின் வெவ்வேறான உறுப்புகளை B ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுத்துவதால், f என்பது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு** ஆகும். $2 \in B$ க்கு A ல் முன்உரு இல்லாததால் இது ஒரு **உட்சார்பு** ஆகும்.

www.Padasalai.Net

www.Padasalai.Net

7. கீழேக் கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

<table>
<tr>
<td>

(i) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ஆனது $f(x)=2x+1$

$f(x)=2x+1$

$f(0)=2(0)+1=1$

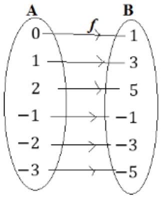
$f(1)=2(1)+1=3$

$f(2)=2(2)+1=5$

$f(-1)=2(-1)+1=-1$

$f(-2)=2(-2)+1=-3$

$f(-3)=2(-3)+1=-5$



f- ன் வீச்சகம்= $\{1,3,5,-1,-3,-5\}$

A ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B ல் வெவ்வேறு நிழல் உரு உள்ளது மற்றும் B ன் ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் A ல் முன்உரு உள்ளது. எனவே f **இருபுறச் சார்பு** ஆகும்.

</td>
<td>

(ii) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ஆனது $f(x)=3-4x^2$

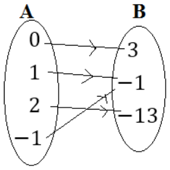
$f(x)=3-4x^2$

$f(0)=3-4(0)^2=3$

$f(1)=3-4(1)^2=-1$

$f(2)=3-4(2)^2=-13$

$f(-1)=3-4(-1)^2=-1$



A ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகள் 1 மற்றும் -1 க்கு B ல் ஒரே நிழல் உரு உள்ளது. **எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.** ஆனால் B ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் A ல் முன்உரு உள்ளது எனவே f **ஆனது மேல்சார்பு ஆகும்.**

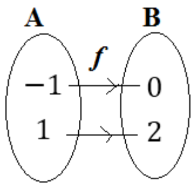
எனவே f **இருபுறச் சார்பு அல்ல.**

</td>
</tr>
</table>

8. $A=\{-1,1\}$ மற்றும் $B=\{0,2\}$ என்க. மேலும், $f:A\to B$ ஆனது $f(x)=ax+b$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல்சார்பு எனில், a மற்றும் $b-$ ஐக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டது. $A=\{-1,1\}$ மற்றும் $B=\{0,2\}$

$f:A\to B$ ஆனது $f(x)=ax+b$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல்சார்பு



[f ன் வீச்சகம் = துணைமதிப்பகம்]

$f(-1)=0\Rightarrow a(-1)+b=0$

$f(1)=2\Rightarrow a(1)+b=2$

$-a+b=0$ ....(1)

$a+b=2$ ......(2)

(1)+(2) $\quad 2b=2$

$b=1$

$b=1$ என (2) ல் பிரதியிட

$a+1=2$

$a=2-1=1$

எனவே, **$a=1$ மற்றும் $b=1$**

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
>
> 6. $A=\{0,1\}$ மற்றும் $B=\{1,3\}$. $f:A\to B$ ஆனது $ax+b$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. மேலும் இது மேல் சார்பு ஆகும் எனில் a மற்றும் bயை காண்க.
>
> **விடை:** $a=2\,, b=1$

9. f என்ற சார்பானது $f(x)=\begin{cases} x+2\,; & x>1 \\ 2\,; & -1\le x\le 1 \\ x-1; & -3<x<-1\end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2)+f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & ;\ x>1 \quad \text{இங்கு } x=2,3,4 \\ 2 & ;-1\le x\le 1 \quad \text{இங்கு } x=\{-1,0,1\} \\ x-1 & ;-3<x<-1 \quad \text{இங்கு } x=-2\end{cases}$$

> **உங்கள் பயிற்சிக்காக....**
>
> 7. f என்ற சார்பானது
> $f(x)=\begin{cases} 4x^2-1; & -3\le x<2 \\ 3x-2; & 2\le x\le 4 \\ 2x-3; & 4<x<7\end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
> (i) $f(5)+f(6)$ (ii) $f(1)-f(-3)$
> (iii) $f(-2)-f(4)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.
>
> **விடை:** (i) $f(5)+f(6)=16$
> (ii) $f(1)-f(-3)=-32$
> (iii) $f(-2)-f(4)=5$

(i) $f(3)$ $x=3$ எனில், $f(x)=x+2$ $f(3)=3+2=\mathbf{5}$	(ii) $f(0)$ $x=0$ எனில், $f(x)=2$ $f(0)=\mathbf{2}$
(iii) $f(-1.5)$ $x=-1.5$ எனில், $f(x)=x-1$ $f(-1.5)=-1.5-1=\mathbf{-2.5}$	(iv) $f(2)+f(-2)$ $x=2$ எனில், $f(x)=x+2\Rightarrow f(2)=2+2=4$ $x=-2$ எனில், $f(x)=x-1\Rightarrow f(-2)=-2-1=-3$ $f(2)+f(-2)=4+(-3)=\mathbf{1}$

www.Padasalai.Net

10. $f: [-5, 9] \to \mathbb{R}$ **என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது**

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & ; -5 \le x < 2 \\ 5x^2-1 & ; 2 \le x < 6 \\ 3x-4 & ; 6 \le x \le 9 \end{cases}$$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.**

(i) $f(-3)+f(2)$ **(ii)** $f(7)-f(1)$ **(iii)** $2f(4)+f(8)$ **(iv)** $\frac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}$

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & if\ -5 \le x < 2 & ;\text{ இங்கு } x = -5,-4,-3,-2,-1,0,1 \\ 5x^2-1 & if\ 2 \le x < 6 & ;\text{ இங்கு } x = 2,3,4,5 \\ 3x-4 & if\ 6 \le x \le 9 & ;\text{ இங்கு } x = 6,7,8,9 \end{cases}$$

(i) $f(-3)+f(2)$ $x=-3$ எனில், $f(x)=6x+1$ $f(-3)=6(-3)+1=-18+1=-17$ $x=2$ எனில், $f(x)=5x^2-1$ $f(2)=5(2)^2-1=20-1=19$ $f(-3)+f(2)=-17+19=\mathbf{2}$	(ii) $f(7)-f(1)$ PTA-4 $x=7$ எனில், $f(x)=3x-4$ $f(7)=3(7)-4=21-4=17$ $x=1$ எனில், $f(x)=6x+1$ $f(1)=6(1)+1=6+1=7$ $\therefore f(7)-f(1)=17-7=\mathbf{10}$
(iii) $2f(4)+f(8)$ $x=4$ எனில், $f(x)=5x^2-1$ $f(4)=5(4)^2-1$ $=80-1$ $=79$ $x=8$ எனில், $f(x)=3x-4$ $f(8)=3(8)-4$ $=24-4=20$ $2f(4)+f(8)=2(79)+20$ $=158+20 = \mathbf{178}$	(iv) $\frac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}$ PTA-4 $x=-2$ எனில், $f(x)=6x+1$ $f(-2)=6(-2)+1=-12+1=-11$ $x=6$ எனில், $f(x)=3x-4$ $f(6)=3(6)-4$ $=18-4=14$ $x=4$ எனில், $f(x)=5x^2-1$ $f(4)=5(4)^2-1=80-1=79$ $\frac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}=\frac{2(-11)-14}{79+(-11)}$ $=\frac{-22-14}{79-11}=\frac{-36}{68}=-\mathbf{\frac{9}{17}}$

11. **புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக** t **வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது** $S(t)=\frac{1}{2}gt^2+at+b$ **எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு** a, b **ஆகியவை மாறிலிகள் (**g **ஆனது புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்).** $S(t)$ **ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க.**

கொடுக்கப்பட்டது: $S(t)=\frac{1}{2}gt^2+at+b$ (a, b ஆகியவை மாறிலிகள்) PTA-3

$t = 1,2,3,\ldots$ வினாடிகள் என எடுத்துக்கொள்ள

$t=1$, $S(1)=\frac{1}{2}g(1)^2+a(1)+b = \frac{1}{2}g+a+b = \mathbf{0.5g+a+b}$

$t=2$, $S(2)=\frac{1}{2}g(2)^2+a(2)+b = \mathbf{2g+2a+b}$

$t=3$, $S(3)=\frac{1}{2}g(3)^2+a(3)+b = \mathbf{4.5g+3a+b}$

ஆம், A யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B ல் வெவ்வேறு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே **இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.**

12. t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$). (i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$ (iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது C –ன் மதிப்பு (v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

t என்ற சார்பானது $t(C) = F$ என வரையறுக்கபடுகிறது. இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$ PTA-1

(i) $t(0) = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32°F$ (ii) $t(28) = \frac{9}{5}(28) + 32$ $= 9(5.6) + 32$ $= 50.4 + 32$ $= \mathbf{82.4°F}$ (iii) $t(-10) = \frac{9}{5}(-10) + 32$ $= -18 + 32$ $= \mathbf{14°F}$ (iv) $t(C) = 212$ எனில் $\frac{9}{5}C + 32 = 212$ $\frac{9}{5}C = 212 - 32 = 180$ $C = \frac{180\times5}{9} = \mathbf{100°C}$	(v) $t(C) = F$ இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$ $t(F) = C$ இங்கு $C = \frac{9}{5}F + 32$ செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலையை t என கொள்ள $t = \frac{9}{5}t + 32°$ $t - \frac{9}{5}t = 32°$ இருபுறமும் $\left(-\frac{5}{4}\right)$ ஆல் பெருக்க $-\frac{5}{4}\left(t - \frac{9}{5}t\right) = 32° \times \left(-\frac{5}{4}\right)$ $-\frac{5}{4}t + \frac{9}{4}t = -40°$ $\frac{-5t+9t}{4} = -40°$ $\frac{4t}{4} = -40° \Rightarrow \mathbf{t = -40°}$

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. $\mathbf{R = \{(x, -2), (-5, y)\}}$ **என்பது சமனிச் சார்பைக் குறிக்குமெனில் x மற்றும் y ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.** PTA-6

R என்பது சமனிச் சார்பைக் குறிப்பதால்,

$x = -2, y = -5$

2. $\mathbf{A = \{1, 2, 3, 4\}}$ **மற்றும்** $\mathbf{B = \mathbb{N}}$ **என்க. மேலும் ஆனது என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f- யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க** PTA-5

$A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{1,2,3, \dots\}$

கொடுக்கப்பட்டது: $f: A \to B$ மற்றும் $f(x) = x^3$

$f(1) = 1^2 = 1$, $f(3) = 3^2 = 9$

$f(2) = 2^2 = 4$, $f(4) = 4^2 = 16$

(i) f ன் வீச்சகம் $= \{1, 4, 9, 16\}$

(ii) A –யின் வெவ்வேறான உறுப்புகளை B ல் உள்ள வெவ்வேறு உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுவதால், f என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும். $2 \in B$ க்கு A ல் முன்உரு இல்லாததால் இது ஒரு உட்சார்பு ஆகும்.

3. $\mathbf{A = \{1, -2, -3, 4. -5\}}$ **மற்றும்** $\mathbf{f: A \to B}$ **ஆனது** $\mathbf{f(x) = x^2 + x + 1}$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது. மேலும் இது மேல்சார்பாகும். எனில் B ஐ காண்க.**

கொடுக்கப்பட்டது: $A = \{1, -2, -3, 4, -5\}$

$f(x) = x^2 + x + 1$

$f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$

$f(-2) = (-2)^2 - 2 + 1$
$= 4 - 2 + 1 = 3$

$f(-3) = (-3)^2 - 3 + 1$
$= 9 - 3 + 1 = 7$

$f(4) = (4)^2 + 4 + 1$
$= 16 + 4 + 1 = 21$

$f(-5) = (-5)^2 - 5 + 1$
$= 25 - 5 + 1 = 21$

f என்பது மேல்சார்பு ஆகும்.

$f = B = f$ ன் துணை மதிப்பகம்

$B = \{3,7,21\}$

www.Padasalai.Net

4. $\boldsymbol{A = \{0, 1, 2, 3\}}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{B = \{1, 3, 5, 7, 9\}}$ **என்பன இரு கணங்கள் என்க.** $\boldsymbol{f: A \to B}$ **எனும் சார்பு** $\boldsymbol{f(x) = 2x + 1}$ **எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை i) அம்புக்குறி படம் ii) அட்டவணை iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க.**

$A = \{0,1,2,3\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$

$f(a) = 2x + 1$

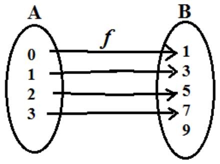
$f(0) = 2(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

$f(1) = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$

$f(2) = 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5$

$f(3) = 2(3) + 1 = 6 + 1 = 7$

i) அம்புக்குறி படம்:



ii) அட்டவணை:

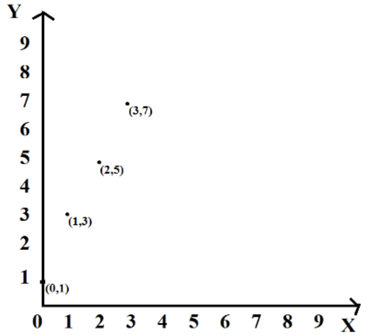
x	0	1	2	3
$f(x)$	1	3	5	7

iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்:

$f = \{(0,1), (1,3), (2,5), (3,7)\}$

iv) வரைபடம்:

புள்ளிகள் $(0,1), (1,3), (2,5), (3,7)$



5. $\boldsymbol{f}$ **ஆனது** $\boldsymbol{R}$ **லிருந்து** $\boldsymbol{R}$ **க்கு ஆன சார்பு. மேலும் அது** $\boldsymbol{f(x) = 3x - 2}$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது.** $\boldsymbol{(a, 4)}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{(1, b)}$ **எனக் கொடுக்கப்பட்டால்** $\boldsymbol{a}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{b}$ **யின் மதிப்புகளைக் காண்க.**

$f(x) = 3x - 2; f = \{(x, 3x - 2) / x \in R\}$.

$(a, 4)$ எனில் a ன் நிழல் உரு 4 ஆகும்.

$f(a) = 4 \Rightarrow 3a - 2 = 4 \Rightarrow 3a = 4 + 2 = 6$

$a = 2.$

$(1, b)$ எனில் 1 ன் நிழல் உரு b

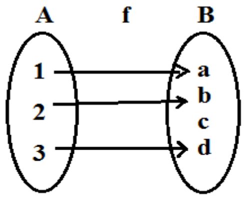
$f(1) = b$

$3(1) - 2 = b \Rightarrow b = 1$

6. $\boldsymbol{A = \{1, 2, 3\}}$, $\boldsymbol{B = \{a, b, c, d\}}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{f = \{(1, a)\ (2, b)\ (3, d)\}}$ **ஆனது** $\boldsymbol{A}$ **லிருந்து** $\boldsymbol{B}$ **க்கான சார்பு** $\boldsymbol{f}$ **ஆகும்.** $\boldsymbol{f}$ **ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.**

$A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{a, b, c, d\}$,

$f = \{(1, a)\ (2, b)\ (3, d)\}$



A லிருந்து B க்கு ஆன சார்பு f ல் A யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு, B ல் வெவ்வேறு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே, f ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும். துணை மதிப்பகத்தில் உள்ள உறுப்பு c க்கு, மதிப்பகத்தில் முன் உரு இல்லை. எனவே f ஆனது மேல் சார்பு இல்லை.

எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றானது, ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை.

7. $\boldsymbol{A = \{5, 6, 7, 8\}, B = \{-11, 4, 7, -10, -9, -7, -13\}}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{f = \{(x, y) / y = 3 - 2x,\ x \in A, y \in B\}}$

i) $\boldsymbol{f}$ **ன் உறுப்புகளை காண்க.**

ii) துணை மதிப்பகம் காண்க.

iii) வீச்சகம் காண்க.

iv) சார்பின் வகையை காண்க.

v) $\boldsymbol{-9}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{-13}$ **ஆகியவற்றின் முன் உருக்களை காண்க.**

சார்பு $f: A \to B$ ஆனது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$f(x) = 3 - 2x$

i) $x = 5$ எனில், $f(5) = 3 - 2(5) = -7$

$x = 6$ எனில், $f(6) = 3 - 2(6) = -9$

$x = 7$ எனில், $f(7) = 3 - 2(7) = -11$

$x = 8$ எனில், $f(8) = 3 - 2(8) = -13$

f ன் உறுப்புகள்

$f = \{(5, -7)\ (6, -9)\ (7, -11)\ (8, -13)\}$

ii) துணை மதிப்பகம்

$= \{-11, 4, 7, -10, -9, -7, -13\}$

iii) f ன் வீச்சகம் $= \{-7, -9, -11, -13\}$

iv) A ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளது. எனவே f ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

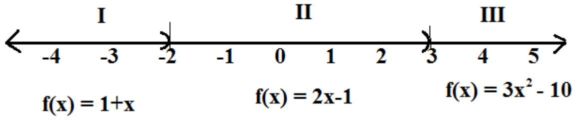
v) -9 மற்றும் -13 ஆகியவற்றின் முன் உருக்கள் முறையே 6 மற்றும் 8 ஆகும்.

8. சார்பு $f: R \to R$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x < -2 \\ 2x - 1, & -2 \le x < 4 \\ 3x^2 - 10 & x \ge 4 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,

i) $f(3)$ ii) $f(-4)$ iii) $f(3) + 2f(1)$ iv) $\frac{2f(3)-3f(-2)}{f(5)}$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

f ன் மதிப்பை 3 இடைவெளிகளில் பின்வருமாறு குறித்து கொள்ள



(i) $x = 3$ என்பது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகவே

$f(x) = 2x - 1$

$f(3) = 2(3) - 1$

$= 6 - 1 = 5$

(ii) $x = -4$ என்பது முதலாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகவே

$f(x) = 1 + x$

$= 1 + (-4) = -3.$

(iii) (i) லிருந்து $f(3) = 5$

$x = 1$ என்பது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகவே

$f(x) = 2x - 1$

$f(1) = 2(1) - 1$

$= 2 - 1 = 1$

$f(x) + 2f(1) = 5 + 2(1)$

$= 5 + 2 = 7$

(iv) $f(3) = 5$

$f(-2)$ ஐக்காண,

$x = -2$ என்பது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகவே

$f(x) = 2x - 1$

$f(-2) = 2(-2) - 1$

$= -4 - 1 = -5$

$x = 5$ என்பது மூன்றாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகவே

$f(x) = 3x^2 - 10$

$= 3(5)^2 - 10$

$= 75 - 10$

$= 65$

$\frac{2f(3)-3f(-2)}{f(5)} = \frac{2(5)-3(-5)}{f(5)}$

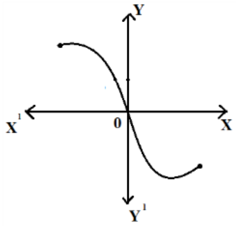
$= \frac{10+15}{65}$

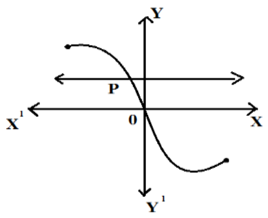
$= \frac{25}{65}$

$= \frac{5}{13}$

9. கிடைமட்டக்கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட சார்புகளில் எவை ஒன்றுக்கொன்றானவை எனக்காண்க.

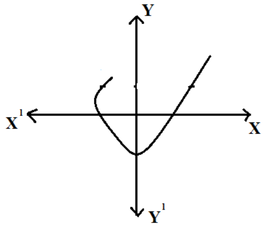
i)

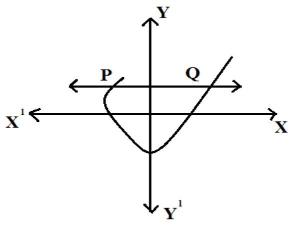




கிடைமட்டக்கோடு அதிகபட்சமாக ஒரே ஒரு புள்ளியில் (P) வெட்டுவதால், இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

ii)



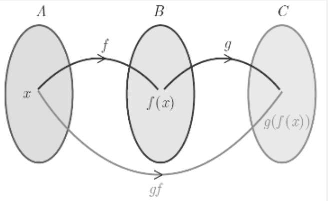


கிடைமட்டக்கோடு P மற்றும் Q ஆகிய இரு புள்ளிகளில் வெட்டு வதால், கொடுக்கப்பட்ட வளைவரை ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பைக் குறிக்காது.

www.Padasalai.Net

பயிற்சி 1.5 க்கான அறிமுகம்

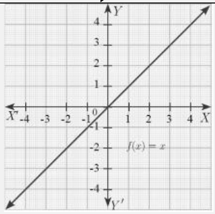
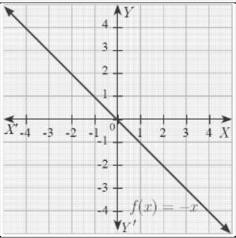
நினைவில் கொள்ள...



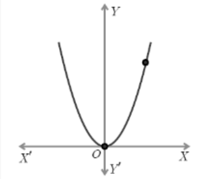
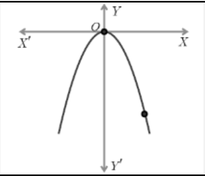
வரையறை:: $f: A \to B$ மற்றும் $g: B \to C$ ஆகியன இரண்டு சார்புகள் எனில் f மற்றும் g ன் சார்புகளின் சேர்ப்பு $g \circ f$ ஐ $g \circ f(x) = g(f(x))$ அனைத்து $x \in A$ என வரையறுக்கலாம்.

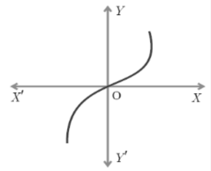
- ✓ பொதுவாக, ஏதேனும் இரு சார்புகள் f மற்றும் g க்கு, $f \circ g \neq g \circ f$ ஆகும்.எனவே சார்புகளின் சேர்ப்பு செயலி பரிமாற்று விதியை பூர்த்தி செய்வதில்லை.
- ✓ மதிப்பகம் g யின் உட்கணமாக, gயின் வீச்சகம் f ஆக இருந்தால் மட்டுமே சார்புகளின் சேர்ப்பு $g \circ f(x)$ இருக்கும்.
- ✓ மூன்று சார்புகளின் சேர்ப்பானது எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதியை பூர்த்தி செய்யும். அதாவது, $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.
- ✓ $f: R \to R$ என்ற சார்பானது, $f(x) = mx + c,\ m \neq 0$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அது **நேரிய சார்பாகும்.**

ஒரு சில குறிப்பிட்ட நேரிய சார்புகளும் அதன் வரைபடங்களும் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

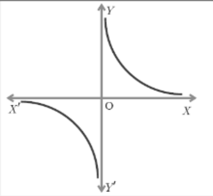
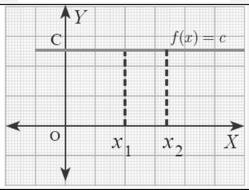
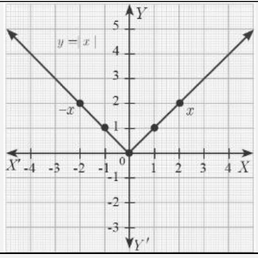
எண்	சார்பு	மதிப்பகம் மற்றும் வரையறை	வரைபடம்
1	சமனிச்சார்பு	$f: R \to R$ ஆனது $f(x) = x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.	
2	கூட்டல் தலைகீழிச்சார்பு	$f: R \to R$ ஆனது $f(x) = -x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.	

- ✓ ஒரு சார்பு $f: R \to R, f(x) = ax^2 + bx + c,\ (a \neq 0)$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அதை **இருபடிச் சார்பு** என்கிறோம்.

சார்பு, மதிப்பகம், வீச்சகம் மற்றும் வரையறை	வரைபடம்
$f: R \to R$ ஆனது $f(x) = x^2, x \in R$, $f(x) \in [0, \infty)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.	
$f: R \to R$ ஆனது $f(x) = -x^2, x \in R$. $f(x) \in (-\infty, 0]$ என வரையறுக்கபடுகிறது.	

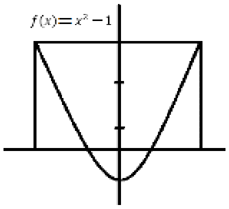
ஒரு சார்பு $f: R \to R, f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ \ (a \neq 0)$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அதைக் **கனச் சார்பு** அல்லது **முப்படி சார்பு** என அழைக்கிறோம்.	

www.Padasalai.Net

ஒரு சார்பு $f: R-\{0\} \to R$, $f(x)=\frac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அது **தலைகீழ்ச்சார்பு** எனப்படும்.	
ஒரு சார்பு $f: R \to R$ ஐ $f(x)=c, \forall x \in R$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது **மாறிலிச்சார்பு** எனப்படும்.	
மட்டு அல்லது மிகை மதிப்புச் சார்பு: $f: R \to [0,\infty)$ ஆனது $f(x)=\lvert x\rvert=\begin{cases} x\,; x\geq 0 \\ -x\,; x<0\end{cases}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.	

மட்டுச்சார்பானது ஒரு நேரிய சார்பு இல்லை. ஆனால் அது இரு நேரிய சார்புகள் x மற்றும் $-x$ கலந்த கலவையாகும்.

முன்னேற்றச் சோதனை

புத்தக பக்க எண்: 30	புத்தக பக்க எண்: 32
பின்வரும் வினாக்களுக்குச் சரியானவற்றைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலமாக விடை கூறுக. 1. சார்புகளின் சேர்ப்பானது பரிமாற்று விதிக்கு உட்பட்டது. (அ) எப்பொழுதும் உண்மையே (ஆ) ஒரு பொழுதும் உண்மையில்லை **(இ) சில சமயங்களில் உண்மை** உதாரணம்: $f(x)=3+x$, $g(x)=x-4$ $f\circ g=f(g(x))$ $=f(x-4)$ $=3+x-4$ $=x-1$ $g\circ f=g(f(x))$ $=g(3+x)=3+x-4=x-1$ இங்கு, $f\circ g=g\circ f$ 2. சார்புகளின் சேர்ப்பானது பரிமாற்று விதிக்கு உட்பட்டது. **(அ) எப்பொழுதும் உண்மையே** (ஆ) ஒரு பொழுதும் உண்மையில்லை (இ) சில சமயங்களில் உண்மை சார்புகளின் சேர்ப்பானது பரிமாற்று விதிக்கு உட்பட்டது அதாவது $f\circ(g\circ h)=(f\circ g)\circ h$	1. ஒரு மாறிலிச் சார்பு நேரிய சார்பாகுமா? **ஆம்.** ஒரு மாறிலிச் சார்பு நேரிய சார்பாகும் 2. இருபடிச் சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா? **இல்லை.** $f(x)=x^2-1$ இங்கு, -2 மற்றும் 2 ஆகியவற்றிற்கு ஒரே நிழல் உரு உள்ளது.  3. கனச்சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா? **ஆம்.** கனச்சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். 4. தலைகீழ்ச் சார்பு இருபுறச்சார்பாகுமா? **ஆம்.** தலைகீழ்ச் சார்பு இருபுறச்சார்பாகும். 5. $f: A\to B$ ஆனது மாறிலிச் சார்பு எனில் f-யின் வீச்சகத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை **ஒன்று** ஆகும்.

www.Padasalai.Net

சிந்தனைக் களம்

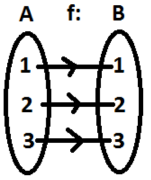
புத்தக பக்க எண்: 28

$f(x) = x^m$ மற்றும் $g(x) = x^n$ எனில் $f \circ g = g \circ f$?

$f \circ g = f(g(x)) = f(x^n) = (x^n)^m = x^{nm}$

$g \circ f = g(f(x)) = g(x^m) = (x^m)^n = x^{mn}$

இங்கு, $f \circ g = g \circ f$



பயிற்சி 1.5

1. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ – ஐக் காண்க. $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா சோதிக்க.

(i) $f(x) = x - 6,\ g(x) = x^2$

$f \circ g = f \circ g(x)$

$= f(g(x))$

$= f(x^2)$

$= x^2 - 6$..............(1)

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(x - 6)$

$= (x - 6)^2$...............(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$, **சமமில்லை**

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = 2x^2 - 1$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(2x^2 - 1)$

$= \frac{2}{2x^2 - 1}$ ....(1)

$g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x}\right)$

$= 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1 = \frac{8}{x^2} - 1$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$, **சமமில்லை**

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}$, $g(x) = 3 - x$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(3 - x)$

$= \frac{3 - x + 6}{3} = \frac{9 - x}{3}$ ....(1)

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g\left(\frac{x+6}{3}\right)$

$= 3 - \left(\frac{x+6}{3}\right) = \frac{9 - x - 6}{3} = \frac{3 - x}{3}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$, **சமமில்லை**

(iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(x - 4)$

$= 3 + x - 4$

$= x - 1$ ....(1)

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(3 + x)$

$= 3 + x - 4$

$= x - 1$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $f \circ g = g \circ f$, **சமம்**

(v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(1 + x) \quad = 4(1 + x)^2 - 1$

$= 4 + 8x + 4x^2 - 1$

$= 4x^2 + 8x + 3$ ....(1)

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(4x^2 - 1)$

$= 1 + 4x^2 - 1 \quad = 4x^2$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$, **சமமில்லை**

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க. $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா எனச் சோதிக்க.

   (i) $f(x) = 1 + x; g(x) = 2x - 1$

   (ii) $f(x) = 3x - 2\ ; g(x) = 2x - 1$

விடை: (i) $f \circ g \neq g \circ f$ (ii) $f \circ g = g \circ f$

2. $f \circ g = g \circ f$ எனில் k –யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = 6x - k$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(6x - k)$

$= 3(6x - k) + 2 = 18x - 3k + 2$

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(3x + 2)$

$= 6(3x + 2) - k = 18x + 12 - k$

கொடுக்கப்பட்டது: $f \circ g = g \circ f$

$18x - 3k + 2 = 18x + 12 - k$

$18x - 18x - 3k + k = 12 - 2$

$-2k = 10$

$\boldsymbol{k = -5}$

(ii) $f(x) = 2x - k$, $g(x) = 4x + 5$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(4x + 5)$

$= 2(4x + 5) - k = 8x + 10 - k$

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(2x - k)$

$= 4(2x - k) + 5 = 8x - 4k + 5$

கொடுக்கப்பட்டது: $f \circ g = g \circ f$

$8x + 10 - k = 8x - 4k + 5$

$8x - 8x - k + 4k = 5 - 10$

$3k = -5$

$\boldsymbol{k = -\frac{5}{3}}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
2. $f \circ g = g \circ f$ எனில் k யின் மதிப்பைக் காண்க. $f(x) = 3x + k$ மற்றும் $g(x) = 6x + 5$ விடை: $k = 2$

3. $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \frac{x+1}{2}$ எனில், $f \circ g = g \circ f = x$ எனக் காட்டுக.

$f(x) = 2x - 1$,

$g(x) = \frac{x+1}{2}$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f\left(\frac{x+1}{2}\right)$

$= 2\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1$

$= x + 1 - 1 = x$ ....(1)

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(2x - 1) = \frac{2x-1+1}{2} = \frac{2x}{2} = x$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{f \circ g = g \circ f = x}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
3. $f(x) = 3 + x$, $g(x) = x - 3$ எனில் $f \circ g = g \circ f = x$ எனக் காட்டுக
விடை: $f \circ g = g \circ f = x$

4. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$ மற்றும் $g \circ f(a) = 1$ எனில், a –ஐக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டது: $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$

PTA-2

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(x^2 - 1) = x^2 - 1 - 2 = x^2 - 3$

கொடுக்கப்பட்டது: $g \circ f(a) = 1$

$a^2 - 3 = 1$

$a^2 = 1 + 3$

$a^2 = 4$

$\boldsymbol{a = \pm 2}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....
4. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 7$ மற்றும் $g \circ f(a) = 1$ எனில் aன் மதிப்பைக்காண்க.
விடை: $. a = \pm 3$

5. $A, B, C \subseteq N$ மற்றும் $f: A \to B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g: B \to C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ –ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

$f: A \to B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g: B \to C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது மற்றும் $A, B, C \subseteq N$

$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2) = \boldsymbol{2x^2 + 1}$

$f \circ g$ யின் வீச்சகம்$= \{y/y = 2x^2 + 1, x \in N\}$

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(2x + 1) = \boldsymbol{(2x + 1)^2}$

$g \circ f$யின் வீச்சகம்

$= \{y/y = (2x + 1)^2, x \in N\}$

6. $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 1}$ **எனில் (i)** $\boldsymbol{f \circ f}$ **(ii)** $\boldsymbol{f \circ f \circ f}$ **–ஐக் காண்க.**

(i) $\boldsymbol{f \circ f}$

$f \circ f(x) = f(f(x))$

$= f(x^2 - 1)$

$= (x^2 - 1)^2 - 1$

$= x^4 - 2x^2 + 1 - 1$

$= \boldsymbol{x^4 - 2x^2}$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

5. $f(x) = 2x + 1$ எனில் (i) $f \circ f$ (ii) $f \circ f \circ f$ ஐக் காண்க.

விடை:

(i) $f \circ f = 4x + 3$

(ii) $f \circ f \circ f = 8x + 7$

(ii) $\boldsymbol{f \circ f \circ f}$

$f \circ f \circ f(x) = f\left(f(f(x))\right)$

$= f(f(x^2 - 1))$

$= f((x^2 - 1)^2 - 1)$

$= f(x^4 - 2x^2 + 1 - 1)$

$= f(x^4 - 2x^2)$

$= \boldsymbol{[x^4 - 2x^2]^2 - 1}$

7. $\boldsymbol{f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}}$ **ஆனது முறையே,** $\boldsymbol{f(x) = x^5}$**,** $\boldsymbol{g(x) = x^4}$ **என வரையறுக்கப்பட்டால்,** $\boldsymbol{f, g}$ **ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும்** $\boldsymbol{f \circ g}$ **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என்று ஆராய்க**

PTA-6

$f: R \to R$ ஆனது $f(x) = x^5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$f \circ f(x) = f(f(x))$

$= f(x^5)$

$= (x^5)^5$

$= x^{25}$

$f \circ f(1) = (1)^{25}$

$= 1$

$f \circ f(2) = (2)^{25}$

$f \circ f(3) = (3)^{25}$

f ல் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் வெவ்வேறான நிழல் உரு உள்ளது. எனவே $\boldsymbol{f}$ **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.**

$g: R \to R$ ஆனது $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$g \circ g(x) = g(g(x))$

$= g(x^4)$

$= (x^4)^4$

$= x^{16}$

$g \circ g(-1) = (-1)^{16} = 1$

$g \circ g(1) = (1)^{16} = 1$

$g \circ g(2) = (2)^{16}$

-1 மற்றும் 1 ஆகியவை ஒரே நிழல் உருவை கொண்டுள்ளன. எனவே g ஆனது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.**

$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^4)$

$= (x^4)^5 \quad = x^{20}$

$f \circ g(1) = (1)^{20} = 1$

$f \circ g(-1) = (-1)^{20} = 1$

-1 மற்றும் 1 ஆகியவை ஒரே நிழல் உருவை கொண்டுள்ளன. எனவே $f \circ g$ ஆனது **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.**

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

6. $f: R \to R$ மற்றும் $g: R \to R$ ஆகியன $f(x) = x^3$ மற்றும் $g(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f, g ஆகியன ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பா எனவும் $f \circ g$ ஆனதும் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பா என சோதிக்க.

விடை: f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு,
g ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு அல்ல.
$f \circ g$ ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு.

8. கொடுக்கப்பட்ட $\boldsymbol{f(x), g(x), h(x)}$ **ஆகியவற்றை கொண்டு** $\boldsymbol{(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)}$ **எனக் காட்டுக.**
(i) $\boldsymbol{f(x) = x - 1, g(x) = 3x + 1}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{h(x) = x^2}$

$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x + 1)$

$= 3x + 1 - 1 = 3x$

$(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)(h(x))$

$= (f \circ g)(x^2)$

$= 3x^2$................(1)

$g \circ h(x) = g(h(x)) = g(x^2) = 3x^2 + 1$

எனவே, $f \circ (g \circ h)x = f(3x^2 + 1)$

$= 3x^2 + 1 - 1$

$= 3x^2$....................(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$\boldsymbol{(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)}$

(ii) $f(x)=x^2, g(x)=2x$ மற்றும் $h(x)=x+4$

$f\circ g(x)=f(g(x))$

$=f(2x)$

$=(2x)^2=4x^2$

$(f\circ g)\circ h(x)=(f\circ g)(h(x))$

$=(f\circ g)(x+4)$

$=4(x+4)^2$

$=4(x^2+8x+16)$

$=4x^2+32x+64\ldots(1)$

$g\circ h(x)=g(h(x))$

$=g(x+4)=2(x+4)=2x+8$

$f\circ(g\circ h)x=f(2x+8)$

$=(2x+8)^2$

$=4x^2+32x+64\ldots\ldots\ldots(2)$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$$(\boldsymbol{f\circ g})\circ \boldsymbol{h}=\boldsymbol{f}\circ(\boldsymbol{g\circ h})$$

(iii) $f(x)=x-4, g(x)=x^2$ மற்றும் $h(x)=3x-5$

PTA-2

$f\circ g(x)=f(g(x))$

$=f(x^2)=x^2-4$

$(f\circ g)\circ h(x)=f\circ g(h(x))$

$=f\circ g(3x-5)$

$=(3x-5)^2-4$

$=9x^2-30x+25-4$

$=9x^2-30x+21\ldots(1)$

$g\circ h(x)=g(h(x))$

$=g(3x-5)=(3x-5)^2$

$=3x^2-30x+25$

$f\circ(g\circ h)(x)=f(9x^2-30x+25)$

$=9x^2-30x+25-4$

$=9x^2-30x+21\ldots\ldots\ldots(2)$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$$(\boldsymbol{f\circ g})\circ \boldsymbol{h}=\boldsymbol{f}\circ(\boldsymbol{g\circ h})$$

உங்கள் பயிற்சிக்காக....

7. கொடுக்கப்பட்ட $f(x), g(x), h(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ எனக் காட்டுக.
   (i) $f(x)=2x+1; g(x)=x^2-2; h(x)=3x$
   (ii) $f(x)=3x+1; g(x)=x+3, h(x)=2x$
   விடை: (i) $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ (ii) $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$

9. $f=\{(-1,3),(0,-1),(2,-9)\}$ ஆனது $\mathbb{Z}$-லிருந்து $\mathbb{Z}$-க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில், $f(x)$ –ஐக் காண்க.

$f=\{(-1,3),(0,-1),(2,-9)\}$ ஆனது Z லிருந்து Z க்கான நேரிய சார்பு ஆகும்.

$f(x)=mx+c$ ஐ

$f=\{(x,mx+c)/\ x\in Z\}$ என எழுத

$f(-1)=3$

$-m+c=3\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$f(0)=-1$

$c=-1\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

$c=-1$ என (1) ல் பிரதியிட

$-m+c=3$

$-m-1=3$

$m=-1-3=-4$

$\therefore \boldsymbol{f(x)=-4x-1}$

10. ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின் படி, $C(t)$ என்ற ஒரு நேரிய சுற்று, $C(at_1+bt_2)=aC(t_1)+bC(t_2)$-ஐக் பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t)=3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

$C(t_1)=t$

$C(t_2)=2t$ இங்கு $t=t_1+t_2$

$C(t)=C(t_1+t_2)=C(t_1)+C(t_2)$

$t+2t=3t$

$\therefore$ **$C(t)=3t$ ஆனது நேரிய சுற்று ஆகும்.**

www.Padasalai.Net

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 1 - x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ எனில், $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ என நிறுவுக.

$f(x) = 2x + 1,\quad g(x) = 1 - x,\quad h(x) = 3x$

$(g \circ h)(x) = g(h(x)) \quad = g(3x) \quad = 1 - 3x$

$f \circ (g \circ h)\,(x) = f(1 - 3x)$

$= 2(1 - 3x) + 1$

$= 2 - 6x + 1$

$= 3 - 6x$ .... (1)

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(1 - x)$

$= 2(1 - x) + 1$

$= 2 - 2x + 1$

$= 3 - 2x$

$(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)\,(h(x))$

$= (f \circ g)\,(3x)$

$= 3 - 2(3x)$

$= 3 - 6x$ .... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

2. $f(x) = 2x - 1$ மற்றும் $g(x) = x^2 + 2$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ ஐ காண்க.

$f(x) = 2x - 1; \qquad g(x) = x^2 + 2$

$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 2)$

$= 2(x^2 + 2) - 1$

$= 2x^2 + 4 - 1$

$= 2x^2 + 3$

$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x - 1)$

$= (2x - 1)^2 + 2$

$= 4x^2 - 4x + 1 + 2$

$= 4x^2 - 4x + 3$

$f \circ g = 2x^2 + 3$

$g \circ f = 4x^2 - 4x + 3$

$f \circ g \neq g \circ f$

3. $f(x) = 3x - 1$ மற்றும் $g(x) = x + 2$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fg\,g(x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

$gf\,f(x) = g[f\{f(x)\}]$

$= g[f(3x - 1)]$

$= g[3(3x - 1) - 1]$

$= g(9x - 4)$

$g(9x - 4) = [9x - 4 + 2]$

$= 9x - 2$

$fg\,g(x) = f[g\{g(x)\}]$

$= f[g(x + 2)]$

$= f[(x + 2) + 2]$

$= f(x + 4)$

$f(x + 4) = [3(x + 4) - 1]$

$= 3x + 12 - 1$

$= 3x - 11$

கொடுக்கப்பபடட்டது: $gff(x) = fgg(x)$

$9x - 2 = 3x - 11$

$9x - 3x = 2 - 11$

$6x = -9$

$x = \frac{-9}{6}$

$x = \frac{-3}{2}$

4. $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = 2x + k$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$ எனில் kயின் மதிப்பைக் காண்க.

$f(x) = 3x - 1 \qquad g(x) = 2x + k$

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$= f(2x + k)$

$= 3(2x + k) - 1$

$f \circ g(x) = 6x + 3k - 1$

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(3x - 1)$

$= 2\,(3x - 1) + k$

$= 6x - 2 + k$

$g \circ f(x) = 6x - 2 + k$

$f \circ g = g \circ f$

$6x + 3k - 1 = 6x - 2 + k$

$6x - 6x + 3k - k = 1 - 2$

$2k = -1$

$\Rightarrow \quad k = \frac{-1}{2}$

www.Padasalai.Net

5. $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ **ஐ இரு சார்புகளின் சேர்ப்பாகக் குறிக்கவும்** $f_2(x)=x^2-5x+6$ $f_1(x)=\sqrt{x}$ என்க $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ $=\sqrt{f_2(x)}$ $=f_1(f_2(x))$ $=f_1\, f_2(x)$	**6.** $f(k)=2k-1$ மற்றும் $f\circ f(k)=5$ **எனில், k–ஐக் காண்க.** $f\circ f(k)=f(f(k))$ $=f(2k-1)$ $=2(2k-1)-1$ $=4k-2-1$ $=4k-3$ ஆனால் $f\circ f(k)=5$ $4k-3=5$ $4k=5+3=8$ $k=\frac{8}{4}=2$	**7.** $f\circ f(k)=15, f(k)=2k+1$ **எனில் k யின் மதிப்பைக் காண்க.** $f\circ f(k)=f(f(k))$ $=2(2k+1)+1$ $=4k+2+1$ $=4k+3$ $f\circ f(k)=4k+3$ $f\circ f(k)=15$ $\therefore\quad 4k+3=15$ $4k=15-3=12$ $k=\frac{12}{4}=3$

பயிற்சி 1.6

1. $n(A\times B)=6$ மற்றும் $A=\{1,3\}$ எனில், $n(B)$ ஆனது

(அ) 1 (ஆ) 2 **(இ) 3** (ஈ) 6

$n(A\times B)=6, n(A)=2$

$n(A\times B)=n(A)\times n(B)$

$\Rightarrow n(B)=\frac{n(A\times B)}{n(A)}=\frac{6}{2}=3$

2. $A=\{a,b,q\}, B=\{2,3\}, C=\{p,q,r,s\}$ எனில், $n[(A\cup C)\times B]$ ஆனது PTA-3

(அ) 8 (ஆ) 20 **(இ) 12** (ஈ) 16

$A\cup C=\{a,b,q\}\cup\{p,q,r,s\}=\{a,b,p,q,r,s\}$

$n(A\cup C)=6,\ \ n(B)=2$

$n[(A\cup C)\times B]=n(A\cup C)\times n(B)=6\times 2=12$

3. $A=\{1,2\}, B=\{1,2,3,4\}, C=\{5,6\}$ மற்றும் $D=\{5,6,7,8\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?

(அ) $(A\times C)\subset(B\times D)$ (ஆ) $(B\times D)\subset(A\times C)$

(இ) $(A\times B)\subset(A\times D)$ (ஈ) $(D\times A)\subset(B\times A)$

$A\times C=\{1,2\}\times\{5,6\}=\{(1,5),(1,6),(2,5),(2,6)\}$

$B\times D=\{1,2,3,4\}\times\{5,6,7,8\}$

$=\{(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(3,5),(3,6),(3,7),(3,8),(4,5),(4,6),(4,7),(4,8)\}$

$A\times B=\{1,2\}\times\{1,2,3,4\}$

$=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4)\}$

$A\times D=\{1,2\}\times\{5,6,7,8\}$

$=\{(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8)\}$

$(A\times C)\subset(B\times D)$ என்பது சரியான கூற்றாகும்.

www.Padasalai.Net

4. $A = \{1,2,3,4,5\}$ –லிருந்து, B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B –ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 3 **(ஆ) 2** (இ) 4 (ஈ) 8 PTA-2

உறவுகளின் எண்ணிக்கை $= 2^{mn}$	$2^{5n} = 2^{10}$
$2^{mn} = 1024$	$5n = 10$
$2^{5n} = 1024$	$n = \frac{10}{2} = 2$

5. $R = \{(x, x^2) \mid x$ ஆனது $13-$ ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது

(அ) $\{2,3,5,7\}$ (ஆ) $\{2,3,5,7,11\}$ **(இ) $\{4,9,25,49,121\}$** (ஈ) $\{1,4,9,25,49,121\}$

$R = \{(x, x^2) \mid x$ ஆனது $13-$ ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்$\}$	$f(5) = 5^2 = 25$, $f(7) = 7^2 = 49$ PTA-4
$f(x) = x^2$	$f(11) = 11^2 = 121$
$f(2) = 2^2 = 4$, $f(3) = 3^2 = 9$	R ன் வீச்சகம் $= \{4,9,25,49,121\}$

6. $(a+2, 4)$ மற்றும் $(5, 2a+b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a, b) என்பது PTA-6

(அ) $(2, -2)$ (ஆ) $(5,1)$ (இ) $(2,3)$ **(ஈ) $(3, -2)$**

கொடுக்கப்பட்டது, $(a+2, 4) = (5, \ 2a+b)$

$a + 2 = 5 \Rightarrow a = 5 - 2 = 3$

எனவே, $2a + b = 4 \Rightarrow 2(3) + b = 4 \ \Rightarrow 6 + b = 4$

$b = 4 - 6 = -2$

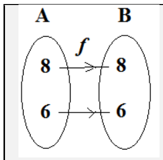
$(a, b) = (3, -2)$

7. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A –லிருந்து B –க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.

(அ) m^n (ஆ) n^m (இ) $2^{mn} - 1$ **(ஈ) 2^{mn}**

8. $\{(a, 8), (6, b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில், a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே PTA-1

(அ) (8,6) (ஆ) (8,8) (இ) (6,8) (ஈ) (6,6)



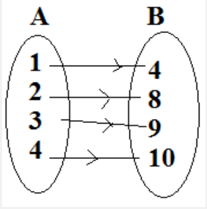
$f(x) = x, x \in A$

$\therefore (a, b) = (8,6)$

9. $A = \{1,2,3,4\}, B = \{4,8,9,10\}$ என்க. சார்பு $f: A \to B$ ஆனது $f = \{(1,4),(2,8),(3,9),(4,10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f -என்பது PTA-4

(அ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு (ஆ) சமனிச் சார்பு

(இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு (ஈ) உட்சார்பு



A யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு B ல் வெவ்வேறு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{3x}$, எனில் $f \circ g$ ஆனது

(அ) $\frac{3}{2x^2}$ (ஆ) $\frac{2}{3x^2}$ **(இ) $\frac{2}{9x^2}$** (ஈ) $\frac{1}{6x^2}$

$$f \circ g = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{3x}\right) = 2\left(\frac{1}{3x}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{9x^2}\right) = \frac{2}{9x^2}$$

11. $f: A \to B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் $n(B) = 7$, எனில் $n(A)$ ஆனது PTA-2

(அ) 7 (ஆ) 49 (இ) 1 (ஈ) 14

$f: A \to B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு எனில், அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு மற்றும் மேல் சார்பு ஆகும். எனவே $n(A) = 7$

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும்

$f = \{(0,1), (2,0), (3,-4), (4,2), (5,7)\}$

$g = \{(0,2), (1,0), (2,4), (-4,2), (7,0)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் $f \circ g$ –ன் வீச்சகமானது

(1) $\{0,2,3,4,5\}$ (ஆ) $\{-4,1,0,2,7\}$ (இ) $\{1,2,3,4,5\}$ **(ஈ) $\{0,1,2\}$**

x	$f(x)$	x	$g(x)$
0	1	0	2
2	0	1	0
3	-4	2	4
4	2	-4	2
5	7	7	0

(i) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(g(0)) = f(2) = 0$

(ii) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(g(1)) = f(0) = 1$

(iii) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(g(2)) = f(4) = 2$

(iv) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(g(-4)) = f(2) = 0$

(v) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(g(7)) = f(0) = 1$

$f \circ g$ ன் வீச்சகம் $= \{0,1,2\}$

13. $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ எனில்

(அ) $f(xy) = f(x).f(y)$ (ஆ) $f(xy) \geq f(x).f(y)$

(இ) $f(xy) \leq f(x).f(y)$ (ஈ) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

$x = 1, y = -1$ என கொள்ள

$f(x) = \sqrt{1 + x^2}$

$f(x) = f(1)$

$= \sqrt{1 + 1^2} = \sqrt{2}$

$f(y) = f(-1)$

$= \sqrt{1 + (-1)^2}$

$= \sqrt{2}$

$xy = (1)(-1) = -1$

$f(xy) = f(-1)$

$= \sqrt{1 + (-1)^2}$

$= \sqrt{2}$

$f(xy) \leq f(x).f(y)$

14. $g = \{(1,1), (2,3), (3,5), (4,7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β –வின் மதிப்பு PTA-6

(அ) $(-1,2)$ **(ஆ) $(2,-1)$** (இ) $(-1,-2)$ (ஈ) $(1,2)$

$f = \{(x, \alpha x + \beta) / x \in R\}$

$x = 1$ எனில், $f(x) = 1$

$\alpha + \beta = 1$ ....(1)

$x = 2$ எனில், If, $f(x) = 3$

$2\alpha + \beta = 3$.......(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து

$\alpha + \beta = 1$

$2\alpha + \beta = 3$

$(-)\ (-)\ (-)$

$\alpha = 2$

$\alpha = 2$ என (1) ல் பிரதியிட

$\alpha + \beta = 1$

$2 + \beta = 1$

$\beta = 1 - 2 = -1$

$(\alpha, \beta) = (2, -1)$

www.Padasalai.Net

15. $f(x) = (x+1)^3 - (x-1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது PTA-5

(அ) நேரிய சார்பு (ஆ) ஒரு கனச் சார்பு (இ) தலைகீழ்ச் சார்பு **(ஈ) இருபடிச் சார்பு**

$f(x) = (x+1)^3 - (x-1)^3$

$= (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$

$= \cancel{x^3} + 3x^2 + \cancel{3x} + 1 - \cancel{x^3} + 3x^2 - \cancel{3x} + 1$

$= 6x^2 + 2$

இது ஒரு இருபடிச் சார்பாகும்.

GPK1TC

விரைவு குறியீடு (QR Code) வினாக்கள்

1. $f : R \to R$ ஆனது $f(x) = x^2 + 2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், 27 ன் முன் உருக்களை காண்க.

(அ) $5, -5$ (ஆ) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ (இ) $5, 0$ (ஈ) $0, 5$

$f(x) = x^2 + 2$

$f(5) = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$

$f(-5) = (-5)^2 + 2 = 25 + 2 = 27$

27 ன் முன் உருக்கள் $5, -5$

2. $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, எனில $f(x) =$ ________ .

(அ) $x^2 + 2$ (ஆ) $x^2 - 2$ (இ) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (ஈ) $x^2 - \frac{1}{x^2}$

$f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$x^2 + 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$

$= \left[x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \times \frac{1}{x}\right] + 2$

$= x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + 2$

$= x^2 + \frac{1}{x^2}$

$\therefore f(x) = x^2 + 2$

3. $A = \{a, b, c\}, B = \{2, 3\}$ மற்றும் $C = \{a, b, c, d\}$ எனில் $n[(A \cap C) \times B]$ ஆனது

(அ) 4 (ஆ) 8 **(இ) 6** (ஈ) 12

$A = \{a, b, c\}, \; B = \{2, 3\}, \; c = \{a, b, c, d\}$

$A \cap C = \{a, b, c\} \cap \{a, b, c, d\}$

$= \{a, b, c\}$

$(A \cap C) \times B = \{a, b, c\} \times \{2, 3\}$

$= \{(a, 2)\ (a, 3)\ (b, 2)\ (b, 3)\ (c, 2)\ (c, 3)\}$

$n[(A \cap C) \times B] = 6$

www.Padasalai.Net

4. $\{(x,y)/y = 2x+3\}$ என்பதன் வரிசை சோடிகள் $(a,-1)$ மற்றும் $(5,b)$ எனில் a மற்றும் b ன் மதிப்புகள்

(அ) $-13, 2$ (ஆ) $2, 13$ (இ) $2, -13$ **(ஈ) $-2, 13$**

$\{(x,y)/y = 2x+3\}, (a,-1)\ (5,b); a, b = ?$

$y = 2x + 3$

$(a,-1) \Rightarrow -1 = 2a + 3$
$2a = -1 - 3$
$2a = -4$
$a = \frac{-4}{2} = -2$
$a = -2$

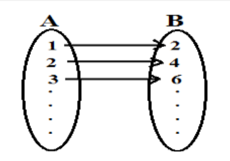
$(5,b) \Rightarrow b = (2\times 5) + 3$
$b = 10 + 3$
$b = 13$

$\therefore a = -2,\ b = 13$

5. சார்பு $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ஆனது $f(x) = 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் f ஆனது எவ்வகைச் சார்பு?

(அ) ஒன்றுக்கு ஒன்றானது ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை
(ஆ) ஒன்றுக்கு ஒன்றானதும் இல்லை மற்றும் மேல்சார்பும் இல்லை
(இ) ஒன்றுக்கு ஒன்றானது இல்லை ஆனால் மேல் சார்பு
(ஈ) ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல்சார்பு

$f(x) = 2x;\quad f: N \to N$
$f(1) = 2(1) = 2$
$f(2) = 2(2) = 4$
$f(3) = 2(3) = 6$



ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல்சார்பு

6. $f(x) = x + 1$, எனில் $f\Big(f\big(f(y+2)\big)\Big)$ ஆனது

(அ) $y + 3$ **(ஆ) $y + 5$** (இ) $y + 7$ (ஈ) $y + 9$

$f(y+2) = y + 2 + 1 = y + 3$
$f\big(f(y+2)\big) = f(y+3) = y + 3 + 1 = y + 4$
$f\Big(f\big(f(y+2)\big)\Big) = f(y+4) = y + 4 + 1 = y + 5$

7. ஒரு சார்பு t ஆனது செல்சியஸ் வெப்பநிலையிலிருந்து ஃபாரன்ஹீட் வெப்பநிலைக்கு $t(c) = \frac{9}{5}(c) + 32$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஃபாரன்ஹீட் வெப்பநிலை $95°$க்கு c ன் மதிப்பானது

(அ) 37 (ஆ) 36 **(இ) 35** (ஈ) 29

$t(c) = \frac{9}{5}(c) + 32$
$t(35) = \frac{9}{5} \times 35 + 32 = 63 + 32 = 95$
c ன் மதிப்பு $= 35$

8. f என்ற மாறிலிச் சார்பை $\frac{1}{10}$ என்க. $f(1) + f(2) + \ldots\ldots\ldots + f(100)$ ன் மதிப்பானது

(அ) $\frac{1}{10}$ **(ஆ) 10** (இ) 100 (ஈ) $\frac{1}{100}$

f என்பது மாறிலி சார்பு என்பதால், x ன் மதிப்பும் மாறாது

$f(1) + f(2) + \ldots\ldots\ldots + f(100) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{10}$
$= \frac{1+1+\ldots\ldots+1}{10} = \frac{100}{10}$
$= 10$

www.Padasalai.Net

9. $f(x) = mx + n$, இங்கு m மற்றும் n ஆகியவை முழுக்கள். மேலும் $f(-2) = 7$ மற்றும் $f(3) = 2$, எனில், m மற்றும் n ஆகியவற்றிற்குச் சமமானது

(அ) $-1, 5$ (ஆ) $-1, -5$ (இ) $1, -9$ (ஈ) $1, 9$

$f(x) = mx + n,\ f(-2) = 7,\ f(3) = 2,$ $m, n = ?$ $f(-2) \Rightarrow m(-2) + n = 7$ $f(3) \Rightarrow m(3) + n = 2$ $-2m + n = 7$ .... (1) $3m + n = 2$ .... (2) (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க $-2m + n = 7$ $3m + n = 2$ $(-)\quad(-)\quad(-)$ $-5m = 5$	$m = \frac{5}{-5} \Rightarrow m = -1$ $m = -1$ என (2) ல் பிரதியிட $3m + n = 2$ $3(-1) + n = 2$ $-3 + n = 2$ $n = 2 + 3$ $n = 5$ $(m, n) = (-1, 5)$

10. $f(x) = ax - 2,\ g(x) = 2x - 1$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$, எனக் கொடுக்கப்பட்டால், a-ன் மதிப்பானது

(அ) -3 **(ஆ) 3** (இ) $\frac{1}{3}$ (ஈ) 13

$f(x) = ax - 2,\ g(x) = 2x - 1$ $\Rightarrow f \circ g = g \circ f \quad a = ?$ $f \circ g = f[g(x)] = f(2x - 1)$ $= a(2x - 1) - 2$ $= 2ax - a - 2$ .... (I) $g \circ f = g[f(x)] = g(ax - 2)$ $= 2(ax - 2) - 1$	$= 2ax - 4 - 1$ $= 2ax - 5$ .... (II) $(I) = (II) \Rightarrow 2ax - a - 2 = 2ax - 5$ $2ax - 2ax - a - 2 = -5$ $-a = -3$ $a = 3$

11. $f(x) = \frac{1}{x}$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{x^3}$ எனில், $f \circ g \circ f(y)$ ன் மதிப்பு

(அ) $\frac{1}{y^8}$ (ஆ) $\frac{1}{y^6}$ (இ) $\frac{1}{y^4}$ **(ஈ) $\frac{1}{y^3}$**

$f(x) = \frac{1}{x},\ g(x) = \frac{1}{x^3}$ $f \circ g \circ f(y) = ?$ $f \circ g \circ f(y) \Rightarrow g \circ f(y)$ $f(x) = \frac{1}{x}; f(y) = \frac{1}{y}$ $g(x) = \frac{1}{x^3}$ $\therefore g\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{y}\right)^3} = y^3$ $g \circ f(y) = y^3$ $f \circ g \circ f(y) \Rightarrow f(y^3) = \frac{1}{y^3}$

www.Padasalai.Net

12. $f(x) = 2 - 3x$ எனில் $f \circ f(1-x) = ?$

(அ) $9x - 5$ (ஆ) $5x - 9$ (இ) $5x + 9$ **(ஈ) $5 - 9x$**

$$f(x) = 2 - 3x,\ f \circ f(1-x) = ?$$
$$f \circ f(1-x) = f[f(1-x)]$$
$$= f(2-3x)$$
$$= 2 - 3(3x - 1)$$
$$= 2 - 9x + 3$$
$$= 5 - 9x$$

13. $f(x) + f(1-x) = 2$ எனில் $f\left(\frac{1}{2}\right) = ?$

(அ) 1 (ஆ) -1 (இ) 5 (ஈ) -9

$$x = \frac{1}{2}$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$
$$2f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

14. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ மற்றும் $g(x) = \frac{1+2x}{x-1}$ எனில் $f \circ g(x)$ ஆனது

(அ) சமனிச்சார்பு (ஆ) இருபடிச்சார்பு

(இ) முப்படிச்சார்பு (ஈ) மாறிலிச்சார்பு

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2},\ g(x) = \frac{1+2x}{x-1},\ f \circ g(x)$$
$$f \circ g(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{1+2x}{x-1}\right)$$
$$= \frac{\frac{1+2x}{x-1} + 1}{\frac{1+2x}{x-1} - 2}$$
$$= \frac{\frac{1+2x+x-1}{x-1}}{\frac{1+2x-2x+2}{x-1}}$$
$$= \frac{3x}{3}$$
$$= x$$

15. f ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில், $f(1) - 2f(2) + f(3)$ -ன் மதிப்பானது

(அ) 1 **(ஆ) 0** (இ) -1 (ஈ) -3

$$f(1) - 2f(2) + f(3) = ?$$
$$x = x;\ f(1) = 1,\ f(2) = 2,\ f(3) = 3$$
$$f(1) - 2f(2) + f(3) = 1 - (2 \times 2) + 3$$
$$= 4 - 4 = 0$$

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்

1. $n(A) = p, n(B) = q$ எனில் A மற்றும் B க்கு இடையே கிடைக்கும் மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 2^p (ஆ) 2^q (இ) 2^{p+q} **(ஈ) 2^{pq}** PTA-1

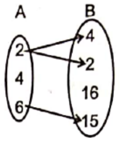
www.Padasalai.Net

2. $f(x) = (-1)^x$ என்பது $\mathbb{N}$ லிருந்து $\mathbb{Z}$ க்கு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. எனில் f-ன் வீச்சகம் PTA-3

(அ) $\{1\}$ (ஆ) $\mathbb{N}$ **(இ) $\{1, -1\}$** (ஈ) $\mathbb{Z}$

$x \in \mathbb{N}$ எனில், $f(x) = (-1)^x$ $= \pm 1$

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் குறிக்கும் சார்பு, ஒரு



PTA-6

(அ) மேல்சார்பு (ஆ) மாறிலி சார்பு

(இ) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு **(ஈ) சார்பு அல்ல**

2 ஆனது 4, 2 என்ற இரண்டு நிழல் உருக்களை கொண்டுள்ளதால், இது சார்பு அல்ல.

4. $A = \{1,2,3\}$ மற்றும் $B = \{a, b\}$ எனில் $B \times A$

(அ) $\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b)\}$ (ஆ) $\{(1,a),(2,a),(2,b)\}$

(இ) $\{(a,b),(a,2),(b,1),(b,2)\}$ **(ஈ) $\{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$**

$B \times A = \{a,b\} \times \{1,2,3\} = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

5. $n(A) = 3$ மற்றும் $n(B) = 4$ எனில் $n(B \times A)$

(அ) 5 (ஆ) 7 (இ) 6 **(ஈ) 12**

$n(A) = 3$ மற்றும் $n(B) = 4$ எனில் $n(B \times A) = 4 \times 3 = 12$

6. மெய்யெண்களின் கணம் $R =$

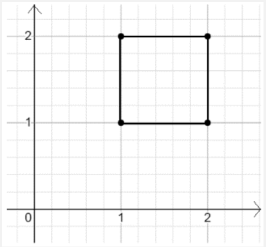
(அ) $N \cup W$ **(ஆ) $Q \cup Q'$** (இ) $W \cup Z$ (ஈ) $Z \cup Q$

7. $f: A \to B$ என்ற சார்பானது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் மேல்சார்பு எனில் அது

(அ) ஒரு புறச்சார்பு (ஆ) மேல்புறச்சார்பு **(இ) இருபுறச்சார்பு** (ஈ) உட்சார்பு

8. $A = \{1,2\}$ எனில் $B = \{1,2\}$ வடிவியல் முறையில் $A \times B$ குறிப்பது

(அ) ஒரு செவ்வகம் **(ஆ) ஒரு சதுரம்** (இ) ஒரு வட்டம் (ஈ) ஒரு முக்கோணம்

$A = \{1,2\}, B = \{1,2\}$ $A \times B = \{(1,1),(1,2),(2,1),(22)\}$ 

9. $B \times A = \{(1,2),(1,3),(3,2),(3,3),(5,2),(5,3)\}$ எனில் $A =$

(அ) $\{2,3\}$ (ஆ) $\{1,2,3,5\}$ (இ) $\{1,3,5\}$ (ஈ) $\{2,3,5\}$

$B = \{1,3,5\}$, $A = \{2,3\}$

10. $A \times B = \{(3,2),(3,4),(5,2),(5,4)\}$ எனில் $A \cup B =$

(அ) $\{3,5\}$ **(ஆ) $\{2,3,4,5\}$** (இ) $\{2,4\}$ (ஈ) $\{\ \}$

$A = \{3,5\}$, $B = \{2,4\}$, $A \cup B = \{2,3,4,5\}$

11 $A = \{1,2,3,4\}$ மற்றும் $B = \{a,b,c\}$ எனில் கீழ்கண்டவற்றில் எது B லிருந்து A க்கு தொடர்பாகும்?

(அ) $\{(c,a),(c,b),(c,1)\}$ **(ஆ) $\{(a,4),(b,3),(c,2)\}$**

(இ) $\{(1,a),(b,4),(c,3)\}$ (ஈ) $\{(1,b),(1,c),(3,a),(4,b)\}$

12. $f(x) = \frac{1}{1+x}$, f ஆனது x இன் எம்மதிப்பை தவிர எல்லா மெய்யெண்களுக்கும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

(அ) $x = 1$ (ஆ) $x = 0$ **(இ) $x = -1$** (ஈ) $x = 2$

$1 + x \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq -1$

13. $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}$ எனில் f இன் மதிப்பகம்

(அ) $R - \{2, 3\}$ (ஆ) R (இ) N (ஈ) Z

$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

$x = 2,3$, எனவே $f(2), f(3)$ ஆகியவை வரையறுக்கப்படவில்லை. f ஆனது $x = 2$ மற்றும் 3 ஆகிய மதிப்புகளை தவிர மற்ற அனைத்து மெய்யெண்களுக்கும் வரையறுக்கபடுகிறது.

f ன் மதிப்பகம்= $R - \{2,3\}$

14. $f(x) = 2x - x^3$ எனில் $f(-1) =$

(அ) 1 **(ஆ) -1** (இ) 3 (ஈ) -3

$f(-1) = 2(-1) - (-1)^3 \quad = -2 + 1 \quad = -1$

15. $f(x) = x^m$ மற்றும் $g(x) = x^n$ எனில் $f \circ g =$

(அ) x^{m+n} (ஆ) x^{m-n} **(இ) x^{mn}** (ஈ) 1

$f \circ g = f(g(x)) \quad = f(x^n) = (x^n)^m = x^{mn}$

16. $f(x) = x^3$ மற்றும் $g(x) = x^2$ எனில் $g \circ f =$

(அ) x^6 (ஆ) x^5 (இ) x (ஈ) x^{-1}

$g \circ f = g(f(x)) = g(x^3) = (x^3)^2 = x^6$

17. $f(1) = -1$ எனில் -1 ன் முன் உரு

(அ) 1 (ஆ) -1 (இ) 0 (ஈ) 2

18. $f(x) = \sqrt{x}$ எனில் $f(4) =$

(அ) 4 (ஆ) $\sqrt{2}$ **(இ) 2** (ஈ) இவற்றில் ஏதுமில்லை

$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$

அலகுப் பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, \ y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2,5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், x மற்றும் y –ஐக் காண்க.

$(x^2 - 3x, \ y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2,5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம்

எனவே, $x^2 - 3x = -2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)\ (x-2) = 0$

$x = 1$ (அல்லது) $x = 2$

$x = 1, 2$

மேலும் $y^2 + 4y = 5$

$y^2 + 4y - 5 = 0$

$(y-1)\ (y+5) = 0$

$y = 1$ (அல்லது) $y = -5$

$\boldsymbol{y = -5, 1}$

2. $A \times A$ கார்டீசியன் பெருக்கல் பலனின் 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் $(-1, 0)$ மற்றும் $(0, 1)$ –ம் இருக்கிறது எனில், A –ல் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் $A \times A$ –ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

$n(A \times A) = n(A) \times n(A) = 9$

$n(A) = 3$

கார்டீசியன் பெருக்கலில் உள்ள உறுப்புகள் $(-1, 0)$ $(0,1)$

எனவே $A = \{-1, 0, 1\}$

$A \times A$ –ன் மீதமுள்ள உறுப்புகள்

$= \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\}$

$= \{(-1, -1), (-1,0), (-1, 1), (0, -1),$
$(0, 0), (0,1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$

3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால், i) $f(0)$ ii) $f(3)$ iii) $f(a+1)$ ($a \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றை காண்க.

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, x \geq 1, x = 1,2,3, .. \\ 4, x < 1, x = 0, -1, -2, -3... \end{cases}$

i) $f(0) = \mathbf{4}$

ii) $f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{\mathbf{2}}$

iii) $f(a+1) = \sqrt{a+1-1} = \sqrt{\boldsymbol{a}}$

4. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ என்க. மற்றும் $f: A \to N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி ($n \in A$) என வரையறுக்கப்பட்டால் f –ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f –ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

$A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$

$f: A \to N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி ($n \in A$) என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$f = \{(9, 3), (10, 5), (11, 11), (12, 3), (13, 13),$
$(14, 7), (15, 5), (16, 2), (17, 17)\}$

f ன் வீச்சகம் $= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

$9 = 3 \times 3$	$10 = 5 \times 2$
$11 = 1 \times 11$	$12 = 3 \times 4$
$13 = 1 \times 13$	$14 = 2 \times 7$
$15 = 5 \times 3$	$16 = 2 \times 8$
$17 = 1 \times 17$	

5. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க

$f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ எனில், $f(x)$ ஆனது மெய் அல்ல.

$x \in [-1, 1]$எனில், $f(x)$ ஆனது மெய் ஆகும்.

$\therefore$ மதிப்பகம் $\{\mathbf{-1, 0, 1}\}$, $\mathbf{-1 \leq x \leq 1}$

6. $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிறுவுக.

$f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ $h(x) = x - 2$

$f \circ g(x) = f(g(x))$
$= f(3x)$
$= (3x)^2 = 9x^2$

$(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)\ (h(x))$
$= (f \circ g)\ (x - 2)$
$= 9(x-2)^2$
$= 9(x^2 - 4x + 4)$
$= 9x^2 - 36x + 36 ...(1)$

$(g \circ h)\ (x) = g(h(x))$
$= g(x-2)$
$= 3(x-2) = 3x - 6$

$f \circ (g \circ h)\ (x) = f(3x - 6)$
$= (3x-6)^2$
$= 9x^2 - 36x + 36 ......(2)$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து

$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

7. $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில், $A \times C$ ஆனது $B \times D$ உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{5, 6\}, D = \{5, 6, 7, 8\}$

$A \times C = \{1, 2\} \times \{5, 6\}$
$= \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)\}$ ..... (1)

$B \times D = \{1, 2, 3, 4\} \times \{5, 6, 7, 8\}$
$= \{(1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8),$
$(2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8),$
$(3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8),$
$(4,5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)\}$ ...... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \times C \subseteq B \times D$.

8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq 1$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $f(f(x)) = -\frac{1}{x}$, எனக் காட்டுக.

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq 1$

$f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

$= \frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{x-1}{x+1}+1} = \frac{\frac{x-1-x-1}{x+1}}{\frac{x-1+x+1}{x+1}} = \frac{-2}{2x}$

$= \frac{-1}{x}$, $x \neq 0$

எனவே, நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில்,

i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ – யின் மதிப்பைக் காண்க.

ii) $gf(x)$ –ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

$f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$

i) $gg\left(\frac{1}{2}\right) = g \cdot g\left(\frac{1}{2}\right)$

$= g\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

$= g\left(\frac{\frac{-1}{2}-2}{3}\right)$

$= g\left(\frac{-3}{2\times3}\right)$

$= g\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{\frac{-1}{2}-2}{3}$

$= \frac{-1-4}{2\times3}$

$= \frac{-5}{6}$

ii) $gf(x) = g \cdot f(x)$

$= g(f(x))$

$= g(6x + 8)$

$= \frac{6x+8-2}{3} = \frac{6x+6}{3}$

$= \frac{6\,(x+1)}{3}$

$= 2(x + 1)$

10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$ iv) $h(x) = x + 6$

i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

$x = 9$ எனில் $f(9)$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

எனவே, f ஆனது $x = 9$ஐ தவிர எல்லா மெய்யெண்களுக்கும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

f ன் மதிப்பகம் $= \boldsymbol{R} - \{9\}$

ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

p ஆனது எல்லா இயல் எண்களுக்கும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

எனவே, மதிப்பகம் $= \boldsymbol{R}$

iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$

$x \in (-\infty, 2)$ எனில் $g(x)$ ஆனது மெய் அல்ல

$x \in [2, \infty)$ எனில் $g(x)$ ஆனது மெய்

∴ எனவே மதிப்பகம் $[2, \infty)$

iv) $h(x) = x + 6$

h ஆனது எல்லா இயல் எண்களுக்கும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

எனவே, மதிப்பகம் $= \boldsymbol{R}$

முக்கியமான எடுத்துக்காட்டு வினாக்கள்:

2 மதிப்பெண்கள்: எ.கா.1.7 (PTA-1), எ.கா..1.15(ii) (PTA-2), எ.கா..1.22(PTA-4), எ.கா.1.17 (PTA-6)

5 மதிப்பெண்கள்: எ.கா. 1.11 (PTA -3), எ.கா.1.23 (PTA-5), எ.கா.1.15 (MDL)

www.Padasalai.Net

For Orders Please Contact Our District Co-Ordinators

Ariyalur: 7094441952, 9843427724	**Ramanathapuram:** 7094441959, 9150854043
Chennai: 7094441953, 7868911969	**Salem:** 7397774511, 9952499928
Coimbatore: 7397774501, 8973711777	**Sivaganga:** 7397774512, 7639682894
Cuddalore: 7397774502, 9003557799	**Thanjavur:** 7094441960, 9787609090
Dharmapuri: 7397774503, 9787144519	**Theni:** 7397774513, 9092794793
Dindigul: 7094441954, 9150078022	**Thoothukudi:**7397774507, 7598011962
Erode: 7397774504, 9788831237	**Thiruvarur:**7094441962, 7598868760
Kanchipuram: 7397774505, 9600526295	**Tirunelveli:** 7397774515, 9500806359
Kanniyakumari:7397774506, 9488582088	**Tiruchirappalli:** 9626053030, 9787609090
Karur: 7094441955, 9842964646	**Thottiam:** 9344322007, 8667686395
Krishnagiri:7094441956, 9994394610	**Thiruvallur:** 7397774514, 8667604216
Madurai: 7094441957, 9843349892	**Tiruppur:** 7397774524 9788776767
Nagapattinam: 7094441966, 7598868760	**Tiruvannamalai:** 7094441963, 9952782495
Namakkal: 7094441958, 7094807585	**Vellore:** 7094441964, 9994311090
Nilgiris: 9787609090, 9787201010	**Thirupathur:**7094441961, 9786315453
Perambalur: 7397774509, 9003557799	**Villuppuram:** 7094441965, 9943153202
Pudukottai: 7397774510, 9787609090	**Virudhunagar:** 7397774516, 8189844465

(OR) Please call **9787609090 or 9787201010 or 0431 2703031**

You can buy our products from our Retailers (Book Shops)

Chennai: Paris-Bunder Street–MK Stores, Kings, MSK, Limra books, FA Stores **Coimbatore:** Majestic book House, Cheran Book House, Raja Ganapathi Books, Radhamani books **Cuddalore:** Bell book house, Emborium book shop **Ariyalur:** Tamilkalam Books (Sendhurai Road) **Dharmapuri:** Sri Krishna School needs **Dindigul:** Ayyanar Books (bus stand), Jai Books (no.28, Solai Hall Road). KV Narayana Iyyar, JK Books Palani-Vinoth, Elumalayan Books **Erode:** Dhana, Senthil, Palaniyappa, Selvam Books, Amirthalingam Book House Pallipalayam-Amman Sanjeevi **Kanchipuram:** VBC Books **Kanniyakumari:** Nagarkoil – New India Book House **Karur:** Udhayam Solar Systems, Krishna Traders, SPN Note books, Vani Books **Krishnagiri:** Sri Ramana Book House, Vijaya Books, **Madurai:** Pudumandapam: Mano, Jayam, Bharath Book House **Nagapattinam:** Vinayaga papers, Mayiladuthurai: Balaji Seerkazhi-Semmalar Vedharanyam: Nandhini books **Namakkal:** Saravana Books(Bus stand), Rasipuram-Sakthi, Babu Books Tiruchengode-Chola Books. Thottiam-Arun, Janani books **Nilgiris:** Kothagiri-Bharani traders **Perambalur:** Chandra Stores **Pudukottai:**Tamilnadu paper mart **Ramanathapuram:** Aruna Stores. **Salem:** AKC, Rajaganapthi, Vignesh, Saraswathi, Pattu, Palaniappa Attur-Saraswathi Books **Sivaganga:** New Ayyanar Books (thondi road) **Thanjavur:**LKR, Murugan, Pattukottai-Arasu, Arasi, Vinayaga Balaji Books, Kumbakonam- Balaji, Markandeya Books **Theni:** Maya books **Thoothukudi:** Eagle Books, Sri Durga Stores, **Thiruvarur:** Anand papers, Enbajothy Vilas, Manonmani Books, Mannargudi-Balaji, Thiruthuraipoondi-Jolly, Nannilam-Mullai, **Tirunelveli:** Eagle Books, Sri Shyamala Puthaga Angadi, Tenkasi: Maheswari Books **Tiruchirappalli:** Rasi, Sumathi, Murugan Books, P.R.Sons, Kumaran, Viswas, Market-Mani Puthaga Nilyam, Raghavendra, Gayathri, Manapparai: Jothies **Thiruvallur:** Gumidipoondi-Jaya books **Tiruppur:** Chola book house, **Tiruvannamalai:** APM Stores, Saraswathi Book Stall, **Vellore:**Vellore Books, Thirupattur: Sri Sai Book Shop, **Villuppuram:** Sabarinathan Books, Book Park, Kallakurichi-Sri Kirubha Stationary**, Virudhunagar:** Sethu Books. **Pondicherry**: Balaji Books

For updated version of this list Visit us: **www.waytosuccess.org** Mail us: **way2s100@gmail.com**