www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

சேர்ப்பியல் மற்றும் கணித தொகுத்தறிதல் — அத்தியாயம் - 4. (குறிப்புகள்)

எண்ணுதலின் அடிப்படை கொள்கைகள்.

1) **கூட்டல் விதி**: ஒரே நேரத்தில் செய்ய இயலாத இரண்டு பணிகளில் முதல் பணியை m வழிகளிலும் இரண்டாவது பணியினை n வழிகளிலும் செய்யலாம் எனில் இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றை (either, or) $m+n$ வழிகளில் செய்யலாம்.

2. **பெருக்கல் விதி**: ஒரு செயலை செய்ய இருபடி நிலைகள் உள்ளன எனில் முதல் படிநிலையை m வெவ்வேறான வழிகளிலும் முடித்தபின் இரண்டாவது படிநிலையை செய்ய n வெவ்வேறான வழிகளும் உள்ளன எனில் மொத்தமாக (this and that) (or) (one after another) அந்த செயலை $m \times n$ வழிகளில் செய்து முடிக்க இயலும். இதனை இரண்டிற்கும் மேலான படி நிலைகளுக்கும் விரிவுபடுத்தலாம்.

3) **சேர்த்தல், நீக்கல் கொள்கை**: A, B என்பன இருபணிகள் ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனியே $n(A)$, $n(B)$ வழிகளில் செய்யலாம் எனவும் மேலும் A, B ஒரே நேரத்தில் சேர்ந்து $n(A\cap B)$ வழிகளில் செய்யலாம் எனில் இவற்றில் ஏதேனும் ஒரு பணியை செய்யும் வழிகளின் எண்ணிக்கையை $n(A\cup B) = n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ பயன்படுத்தி காணலாம்.

4) **புறாக்கூடு கொள்கை**: பொதுவாக k பெட்டிகளில் $k+1$ பொருட்கள் இருந்தால் குறைந்தபட்சம் ஒரு பெட்டியிலாவது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பொருட்கள் இருக்க வேண்டும் என்பதாகும்.

5) பொதுவாக n நாணயங்களை சுண்டும் போது ஏற்படும் விளைவுகளின் (பொருட்களின் எண்ணிக்கை) எண்ணிக்கை 2^n (நிகழ்ச்சி) = (event) object.

6) பொதுவாக n வெவ்வேறான பொருட்களை m இடங்களில் வைக்க மொத்தம் m^n வழிகள் உள்ளன.

7) **காரணிய பெருக்கம்**: முதல் n இயல் எண்களின் தொடர்ச்சியான பெருக்கல் n காரணிய பெருக்கம் எனப்படும். இதை $n!$ (அ) $\lfloor n$ என குறிப்பிடலாம்.

$$n! = 1.2.3.4 \ldots n.$$
$$(n+1)! = (n+1)n!$$
$$n! = n(n-1)!$$
$$n! = n(n-1)(n-2)!$$
$$0! = 1.$$

8) n வெவ்வேறான பொருட்களில் இருந்து r பொருட்களை கொண்டு உருவாக்கும் வரிசை மாற்றங்களின் (arrangements) எண்ணிக்கை $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ஆகும். (or) $nP_r = n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

9) n, r ஆகியவை மிகை முழு எண்கள் மேலும் $r \leq n$ எனில் n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரே சமயத்தில் r பொருட்கள் கொண்டு உருவாக்கும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ ஆகும்.

10) $n \geq 1$ மற்றும் $0 \leq r \leq n$ எனில் $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

11) n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்களை திரும்ப வரும் முறையில் n^r வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

12) வரிசை மாற்றங்களின் பண்புகள்

1. $nP_n = nP_{n-1}$ 2) $nP_r = n \times {}^{n-1}P_{r-1}$

3) $nP_r = {}^{(n-1)}P_r + r \times {}^{(n-1)}P_{(r-1)}$

13) பொருட்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றாக வருதல்

n வெவ்வேறான பொருட்களில் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான m பொருட்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றாக வரும் வகையில் உள்ள வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $m! \times (n-m+1)!$

14) எந்த இரண்டு பொருட்களும் ஒன்றாக வராதிருத்தல்.

n வெவ்வேறான பொருட்களில் கொடுக்கப்பட்ட எந்த இரு k பொருட்களும் ஒன்றாக வராமலும் மீதமுள்ள $m = n-k$ பொருட்களின் மீது எவ்வித கட்டுப்பாடும் இல்லாமலும் உருவாகும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $m! \times {}^{(m+1)}P_k$.

15) ஆங்கில அகராதியில் வார்த்தையின் தரம் (Rank of a word) அந்த வார்த்தை வரும் இடத்தை குறிக்கும்.

16) n பொருட்களில் p பொருட்கள் ஒரே மாதிரியாகவும் மற்றவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாகவும் உள்ள பொருட்களின் வரிசை மாற்றங்கள் $= \frac{n!}{p!}$

17) பொதுவாக n பொருட்களில் P_1 பொருட்கள் முதல் வகையாகவும், P_2 பொருட்கள் இரண்டாம் வகையாகவும் ... P_k பொருட்கள் k வது வகையாகவும் இருந்தால் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{P_1!\,P_2!\cdots P_k!}$.

18) n பூச்சியமற்ற இலக்கங்களை கொண்டு உருவாகும் எல்லா r இலக்க எண்களின் கூடுதல் ${}^{n-1}P_{r-1} \times$ (இலக்கங்களின் கூடுதல்) $\times 111\cdots$ (r முறை)

19) கொடுக்கப்பட்ட n இலக்கங்களில் 0 ஒரு இலக்கமெனில் அவற்றை கொண்டு உருவாகும் எல்லா r இலக்க எண்களின் கூடுதல்

$\left[{}^{(n-1)}P_{(r-1)} \times (\text{இலக்கங்களின் கூடுதல்}) \times 111\cdots \text{r முறை}\right] - \left[{}^{n-2}P_{r-2} \times \text{இலக்கங்களின் கூடுதல்} \times 111\cdots (r-1) \text{முறை}\right]$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

சேர்வுகள். (Combinations)

20) n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்களை தேர்வு செய்யும் சேர்வுகளின் எண்ணிக்கை $nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ $0 \le r \le n$

21) nP_r, nC_r க்கு உள்ள தொடர்பு $nC_r = \frac{nP_r}{r!}$

22) பண்புகள் 1) $nC_0 = 1$, 2) $nC_n = 1$,

3) $nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$, 4) $nC_r = nC_{n-r}$

5) $nC_x = nC_y$ எனில் $x = y$ (அ) $x + y = n$.

6) $nC_r + nC_{r-1} = (n+1)C_r$

7) $nC_r = \frac{n}{r} \times {}^{(n-1)}C_{(r-1)}$

23) n பக்கங்கள் உள்ள ஒரு பலகோணத்திற்கு உள்ள மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை $nC_2 - n$ (அ) $\frac{n(n-3)}{2}$

24) கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறை:

1) $n = 1$ க்கு கூற்று உண்மை என நிறுவுக.

2) $n = K$ க்கு கூற்று உண்மை என கொண்டு அதை பயன்படுத்தி

3) $n = K+1$ க்கு கூற்று உண்மை என நிறுவுக.

∴ $P(n)$ என்ற கூற்று உண்மையாகும்.

இதனை கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறை என்கிறோம்.

25) m இணையான கோடுகளின் ஒரு தொகுப்பு மற்றொரு n இணையான கோடுகளின் தொகுப்பை வெட்டும் போது உருவாகும் பின்னல் அமைப்பில் உள்ள இணைகரங்களின் எண்ணிக்கை $mC_2 \times nC_2$

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

எண்ணுதலின் அடிப்படை கொள்கைகள்:

எ.கா. 4.1) 17 மாணவர்கள், 29 மாணவிகள் உள்ள ஒரு வகுப்பிலிருந்து ஒரு போட்டிக்கு ஒரு மாணவியோ அல்லது மாணவனையோ எத்தனை வெவ்வேறுபட்ட வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

தீர்வு:
மாணவனை தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 17
மாணவிகளை தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 29
மொத்த வழிகள் = 17+29 = 46

(அல்லது) எனில் கூட்டல் தேற்றம்.

4.2) சென்னை, திருச்சி மற்றும் திருநெல்வேலி என்ற 3 நகரங்களை எடுத்துக் கொள்வோம். சென்னையிலிருந்து திருச்சி வழியாகத்தான் திருநெல்வேலி செல்ல முடியும் என்க. சென்னை மற்றும் திருச்சிக்கு இடையே 2 சாலைகளும் திருச்சியிலிருந்து திருநெல்வேலி செல்ல 3 சாலைகளும் உள்ளன. சென்னையிலிருந்து திருநெல்வேலிக்கு எத்தனை வழிகளில் செல்லலாம்.

தீர்வு
சென்னையிலிருந்து திருச்சி செல்ல = 2 வழிகள்
திருச்சியிலிருந்து திருநெல்வேலி செல்ல = 3 வழிகள்
∴ மொத்த வழிகள் = 2×3 = 6

(ஒன்றன் பின் ஒன்றாக செயல் எனவே பெருக்கல் விதி)

4.3). ஒரு பள்ளி நூலகத்தில் 75 கணித புத்தகங்களும், 35 இயற்பியல் புத்தகங்களும் உள்ளன. ஒரு மாணவன் இதில் ஏதேனும் ஒரே ஒரு புத்தகத்தை தேர்ந்தெடுக்கலாம் கணிதம் மற்றும் இயற்பியல் புத்தகங்களில் ஏதாவது ஒன்றை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

தீர்வு
கணித புத்தகங்கள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 75
இயற்பியல் புத்தகங்கள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 35
மொத்த வழிகள் = 75+35 = 110.

மற்றும் (and) பெருக்கல் விதி.

4.4) ஒரு மின் நுகர்வோரின் மின் அட்டை எண் 238:110:29 என உள்ளது. 238 வது அதிக மின் திறன் கொண்ட மின்மாற்றியில் இந்த 29 வது நுகர்வோர் எண் வரை உள்ள மின் இணைப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறைந்த மின்திறனுடைய மின்மாற்றியால் அதிகபட்சம் 100 மின் இணைப்புகள் மட்டுமே இணைக்க முடியும் என்ற நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு காண்க.

தீர்வு: குறைந்த மின்திறனுடைய மின்மாற்றிகள் 109 ல் 100 நுகர்வோர்கள் வீதம் மொத்தம்
= 100×109 = 10900 நுகர்வோர்கள் உள்ளனர்
மீதமுள்ள நுகர்வோர்கள் 29 பேர் 110 வது மின்மாற்றியில் உள்ளனர்
∴ மொத்த நுகர்வோர்கள் = 10900+29 = 10929.

4.5) ஒருவர் ஒரு மகிழுந்து வாங்க விரும்புகிறார். சந்தையில் இரண்டு விதமான வியாபார முத்திரை (Brand) மகிழுந்துகள் உள்ளன. மேலும் ஒவ்வொரு வியாபார முத்திரை மகிழுந்திலும் 3 வெவ்வேறு வகைகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு வகையிலும் 5 வெவ்வேறு நிறங்களில் மகிழுந்துகள் உள்ளன. எத்தனை வழிகளில் அவரால் மகிழுந்துகளை தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

(ஒன்றன்பின் ஒன்றான செயல் பெருக்கல் விதி)

வியாபார முத்திரை தேர்ந்தெடுக்கும் வழி = 2.

மகிழுந்து வகைகளை தேர்ந்தெடுக்கும் வழி = 3.

நிறங்களை தேர்ந்தெடுக்கும் வழி = 5

மொத்த வழிகள் $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

4.6) காஞ்சிபுரத்தில் உள்ள ஜவுளிக்கடையில் ஒரு பெண் ஒரு பட்டுப்புடவையையும் ஒரு சுங்கிடி புடவையையும் வாங்க நினைக்கிறார். கடையில் 20 வெவ்வேறு வகையான பட்டுபுடவைகளும் 8 வெவ்வேறு வகையான சுங்கிடி புடவைகளும் உள்ளன. புடவைகளை எத்தனை வகையில் அவரால் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

(ஒன்றன் பின் ஒன்றானசெயல் ∴ பெருக்கல் விதி)

பட்டுப்புடவைகள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 20

சுங்கிடி புடவைகள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = 8.

மொத்தவழிகள் $= 20 \times 8 = 160$.

4.7) ஒரு கிராமத்தில் உள்ளவர்களில் 80% பேர் தென்னந் தோப்பையும் 65% பேர் நெல் வயலையும் வைத்துள்ளனர். குறைந்த பட்சம் எத்தனை சதவீதம் பேர் இரண்டையும் வைத்திருப்பார்கள்.

மொத்தம் $n(A \cup B) = 100\%$

தென்னந்தோப்பு $n(A) = 80\%$

நெல்வயல் $n(B) = 65\%$

$n(A \cap B) = ?$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$
$$= 80 + 65 - 100$$
$$= 45\%$$

4.8) i) BIRD என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள 4 எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி திரும்ப வராமல் எத்தனை எழுத்து சரங்களை உருவாக்கலாம்

ii) PRIME என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள 5 எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி எழுத்துக்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை எழுத்து சரங்களை உருவாக்கலாம்.

1) [4] [3] [2] [1]

BIRD என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை மேலே கூறியபடி அத்தனை வழிகளில் நிரப்பலாம்

∴ எழுத்துசரங்களின் எண்ணிக்கை: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

2) [5] [4] [3] [2] [1]

PRIME என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை கொண்டு மேலே கூறியபடி அத்தனை வழிகளில் நிரப்பலாம்

∴ எழுத்துச்சரங்களின் எண்ணிக்கை: $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120.$

4.9) FLOWER என்ற வார்த்தையில் உள்ள 6 எழுத்துக்களைகொண்டு கீழ் காணும் கட்டுப்பாடுகளுடன் எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்.

1) F ல் தொடங்க வேண்டும் (அ) R ல் முடிக்க வேண்டும்

2) F ல் தொடங்கவோ R ல் முடிக்கவோ கூடாது.

I

1) F ல் தொடங்க. [F] [5] [4] [3] [2] [1]

F ல் தொடங்கும் வழிகள் $1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2) R ல் முடிக்க [5] [4] [3] [2] [1] [R] (அல்லது) கூட்டல்விதி

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 120$

F ல் தொடங்க (அ) R ல் முடிக்க வழிகள் $120 + 120 = 240$

II மொத்த சரங்களின் எண்ணிக்கை: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

F ல் தொடங்க (அ) R ல் முடிக்கும் சரங்கள் 240

F ல் தொடங்காமலும் R ல் முடிக்காமலும் உள்ள சரங்கள்: 480

4.10) முதலில் இரண்டு வெவ்வேறான ஆங்கில எழுத்துக்களையும் அதனைத் தொடர்ந்து நான்கு வெவ்வேறான எண்களையும் கொண்டு எத்தனை வெவ்வேறான உரிமைத் தட்டுகளை (Licence plate) உருவாக்கலாம். (அ) முதலில் இரண்டு எண்களையும் அடுத்து 4 எழுத்துகளையும் கொண்டு

1. இரண்டு வெவ்வேறான ஆங்கில எழுத்து அடுத்த 4 எண்களை கொண்டும் உருவாக்கும் plate: $26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 327600$

2) முதலில் இரண்டு எண்களையும் அடுத்த 4 எழுத்துகளையும் பயன்படுத்த

$= 10 \times 9 \times 26 \times 25 \times 24 \times 23$

$= 3,2292000$

∴ மொத்த plate களின் எண்ணிக்கை: $3229200 + 327600$

$= 3556800$

4.11) 7000 த்தை விட அதிகமாகவும் 8000 ஐ விட குறைவாகவும் உள்ள எண்களில் இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு உள்ள 5 ஆல் வகுபடும் எண்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

தேவையான எண்கள் 7 ல் துவங்கும் 0 அல்லது 5 ல் முடியும் நான்கு இலக்க எண்கள் ஆகும்.

7	8	7	0/5
1 வழி	8 வழி	7 வழி	2 வழி

∴ தேவையான எண்களின் எண்ணிக்கை $= 1 \times 8 \times 7 \times 2$
$= 112.$

4.12) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை 4 இலக்க இரட்டைப்படை எண்களை 0, 1, 2, 3, 4 ஆகிய எண்களைக் கொண்டு அமைக்கலாம்.

இரட்டைப்படை எண் என்பதால்

4	3	2	0
			1

ஒன்றாம் இலக்கத்தில் 0 வந்தால்
கிடைக்கும் எண்கள் $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24.$

3	3	2	2/4
			2

ஒன்றாம் இலக்கத்தில் 2/4 வந்தால் 2 வழி
1000 வது இலக்கத்தில் 0 வராது ∴ 3 வழி
100 வது இலக்கத்தில் 0 வரும் ∴ 3 வழி
10 வது இலக்கத்தில் = 2 வழி
மொத்த எண்கள் $3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$
∴ 4 இலக்க இரட்டை எண்கள் $24 + 36 = 60$

4.13) 4 நாணயங்களை ஒரு முறை சுண்டும் போது ஏற்படும் விளைவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை காண்க.

மொத்த விளைவுகளின் எண்ணிக்கை : $2^5 = 32.$

4.14) 1. 5 பந்துகளை எத்தனை வழிகளில் 3 பெட்டிகளில் விநியோகிக்கலாம்.
2. 3 பந்துகளை எத்தனை வழிகளில் 5 பெட்டிகளில் விநியோகிக்கலாம்.

1) $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ (கிடைக்கும்) வழிகள்.

2) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125.$

4.15) ஒரு அறையில் 10 விளக்குகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனியாக இயக்க முடியும். அந்த அறையை எத்தனை வழிகளில் ஒளியூட்டலாம்.

தீர்வு: ஒவ்வொரு விளக்கிற்கும் ஒளியூட்டுதல் அணைத்தல் இரண்டு வேண்டும்
∴ மொத்தம் 2^{10} ஆனால் ஒரு விளக்கை அணைக்க கூடாது
∴ மொத்த வழிகள் $2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$

www.Padasalai.Net

4.16) மதிப்பை காண்க

1) $5!$ 2) $6!-5!$ 3) $\frac{8!}{5!\,3!}$

1. $5! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 120$

2) $6!-5! = 6\cdot5!-5!$

$= 5!\,(6-1) = 120\times5 = 600$

3) $\frac{8!}{5!\,3!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5!}{5!\,3!} = 56$.

4.17. சுருக்குக: $\frac{7!}{2!}$ $\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2!} = 2520$

4.18) மதிப்பிடுக: 1) $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ இங்கு i) $n=7, r=5$

2) $n=50, r=47$

3) $r=3$ எனும்போது.

1) $n=7, r=5$ $\frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{7!}{5!(7-5)!} = \frac{7\cdot6\cdot5!}{5!\,2!} = 21$.

2) $n=50, r=47$ $= \frac{50!}{47!\,(50-47)!} = \frac{50\times49\times48\times47!}{47!\times3!}$

$= 19600$

3) $n, r=3$. $\frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!\;3!}$

$= \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

4.19) N என்பது நாட்களின் எண்ணிக்கை. N நாட்களில் உள்ள மணி நேரங்களின் எண்ணிக்கை N! எனக்கொண்டால் N ன் மதிப்பு காண்க.

$N! = 24\times N$

$N\cdot(N-1)! = 24\times N$

$(N-1)! = 4! \Rightarrow N-1=4$

$N=5$.

$24 = 2\times12$, $12 = 3\times4$

4.20) $\frac{6!}{n!} = 6$ எனில் மதிப்பு காண்க.

$\frac{6\cdot5!}{6} = n! \Rightarrow n=5$.

4.16) 15! 2) 15–19! 3) $\frac{15\times12}{18}$

4.21) $n! + (n-1)! = 30$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்க.

$$n(n-1)! + (n-1)! = (n-1)!\,(n+1) = 30$$

$$= 3!\,5$$

2 | 30
3 | 15
  5

$$\Rightarrow n+1 = 5$$

$$n = 4.$$

4.22) $2!+3!+4!+\cdots+22!$ ன் ஒன்றாம் இலக்க எண் என்ன?

$2! = 2$

$3! = 6$

$4! = 24$

$5! = 120$

$- - - - - 0$

$- - - - - 0$

$\overline{\quad 2 \quad}$

ஒன்றாம் இலக்க எண் = 2.

5! லிருந்து ஒன்றாம் இலக்க எண் = 0 வரும்.

4.23) $\frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} = \frac{A}{9!}$ எனில் A ன் மதிப்பு காண்க.

$$\frac{1}{7!} + \frac{1}{8.7!} = \frac{A}{9.8.7!}$$

$$\frac{8+1}{8} = \frac{A}{9\times 8}$$

$$81 = A.$$

4.24) $\frac{(2n)!}{n!} = 2^n(1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1))$ என நிறுவுக.

$$(2n)! = 2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)(2n-4)\cdots 8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$$

$$= \left(2n(2(n-1))(2(n-2))\cdots 2\cdot4\cdot2\cdot3\cdot2\cdot2\right)(2n-1)(2n-3)\cdots7\cdot5\cdot3\cdot1.$$

$$\frac{(2n)!}{n!} = \frac{2^n[n(n-1)(n-2)\cdots4\cdot3\cdot2\cdot1]}{n!}(2n-1)(2n-3)\cdots7\cdot5\cdot3\cdot1.$$

$$= 2^n[(2n-1)(2n-3)\cdots7\cdot5\cdot3\cdot1]$$

www.Padasalai.Net

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

பயிற்சி – 4.1

1) i. ஒருவர் இரவு விருந்திற்காக ஒரு உணவு விடுதிக்குச் சென்றார். அங்கிருந்த உணவுப் பட்டியலில் 10 இந்திய மற்றும் 7 சீன உணவு வகைகள் இருந்தன. ஒரு இந்திய அல்லது ஒரு சீன உணவை அவர் எத்தனை வகைகளில் தேர்ந்தெடுக்க இயலும்.

இந்திய உணவை தேர்வு செய்யும் விதம் = 10

சீன உணவை தேர்வு செய்யும் விதம் = 7

∴ மொத்த வழிகள் = 10+7 = 17.

2) ஒரு கடையில் 3 விதமான மகிழுந்து பொம்மைகளும் 2 விதமான தொடர்வண்டி பொம்மைகளும் உள்ளன. ஒரு குழந்தை ஒரு மகிழுந்து பொம்மையையும் மற்றும் ஒரு தொடர்வண்டி பொம்மையையும் எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

தொடர்வண்டி பொம்மை வாங்கும் வழிகள் = 2.

மகிழுந்து பொம்மை வாங்கும் வழிகள் = 3.

மொத்த வழிகள் = $2 \times 3 = 6$.

3) 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை திரும்ப வராத முறையில் பயன்படுத்தி எத்தனை இரண்டு-இலக்க எண்களை உருவாக்கலாம். (NCERT)

[5] [4]

10வது இலக்கம் அமையும் வழிகள் = 5

1 வது இலக்கம் அமையும் வழிகள் = 4

மொத்த வழிகள் = $5 \times 4 = 20$

4) 10 இருக்கைகள் உள்ள அரங்கில் மூன்று நபர்கள் நுழைகிறார்கள் எத்தனை வழிகளில் அவர்கள் அந்த இருக்கைகளில் அமரலாம்.

முதலாமவர் 10 வழிகளிலும்

இரண்டாமவர் 9 வழிகளிலும்

மூன்றாமவர் 8 வழிகளிலும் உட்காரலாம்.

∴ மொத்த வழிகள் = $10 \times 9 \times 8 = 720$

5) 5 நபர்களை ஒருவரிசையில் எத்தனை வழிகளில் அமரவைக்கலாம்.

மொத்த வழிகள் = $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

2) 1) ஒரு அலைபேசியின் 6 வெவ்வேறான இலக்கங்களைக் கொண்ட கடவுச்சொல் உள்ளது. அந்த கடவுச்சொல்லை மீட்டெடுக்க அதிகபட்சம் எத்தனை முயற்சிகளை செய்ய வேண்டும்.

2) வெவ்வேறு நிற கொடிகளில் 3 கொடிகளை ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக அமைத்து எத்தனை வெவ்வேறு விதமான சமிக்கைகளை உருவாக்கலாம்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

1) மிக அதிகமான பெயர்கள் = 10 × 9 × 8 × 7 × 6 × 5
= 1,51,200.

2) மேலே உள்ள சுவிட்சை இடக்கும் வழி = 4
இடையில் " " = 3
கீழுள்ள " " = 2

மொத்த வழிகள் = 4 × 3 × 2 = 24.

3) நான்கு குழந்தைகள் ஒரு ஓட்ட பந்தயத்தில் ஓடுகிறார்கள்
1) முதல் இரண்டு இடங்களை எத்தனை வழிகளில் நிரப்பலாம்.
2) அந்த பந்தயத்தை எத்தனை வழிகளில் முடிக்கலாம்.

1. முதல் இடத்தை நிரப்பும் வழிகள் = 4
இரண்டாம் இடத்தை நிரப்பும் வழிகள் = 3.
மொத்த வழிகள் = 4 × 3 = 12

2) பந்தயத்தை முடிக்க மொத்த வழிகள் = 4 × 3 × 2 × 1
= 24.

4) 2, 4, 6, 8 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி எத்தனை 3 இலக்க எண்கள்
1) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு
2) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு காணலாம்.

[4] [4] [4]

1) திரும்ப வருமாறு மூன்று இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை = 4 × 4 × 4
= 64.

2) திரும்ப வராதவாறு [4] [3] [2]

மூன்று இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை: 4 × 3 × 2 = 24.

5) எத்தனை 3 இலக்க எண்களை 3 ஆனது ஒன்றாம் இலக்கத்தில் வருமாறு
1) இலக்கங்கள் திரும்பி வரும் நிலையில்
2) இலக்கங்கள் திரும்பி வராதவாறு காணலாம்.

திரும்பி வராதவாறு [8] [8] [3]

எண்களின் எண்ணிக்கை = 8 × 8 × 1 = 64

திரும்பி வரும் நிலையில் [9] [10] [3] = 10 × 9 × 1 = 90

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

7) சாத்தியமான மூன்று இலக்க தொலைபேசி எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5 பயன்படுத்தி

1) இலக்கங்கள் திரும்பி வரும் நிலையில்

2) இலக்கங்கள் திரும்பி வராத நிலையில் காணலாம்.

[5] [6] [3]

திரும்பி வரும் நிலையில்

கிடைக்கும் எண்களின் எண்ணிக்கை : $5 \times 6 \times 3 = 90$

திரும்பி வராத நிலையில் [4] [4] [3]

கிடைக்கும் எண்களின் எண்ணிக்கை : $4 \times 4 \times 3 = 48$

b) 100க்கும் 500க்கும் இடையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5 பயன்படுத்தி

1) இலக்கங்கள் திரும்பி வரும் நிலையில்

2) இலக்கங்கள் திரும்பி வராத நிலையில் காணலாம்.

(100ம் இல்லை 500ம் இல்லை)

4 6 6

[ ] [ ] [ ]

இலக்கங்கள் திரும்பி வரும் நிலையில்,

வரும் எண்களின் எண்ணிக்கை :

$4 \times 6 \times 6 = 144$

இலக்கங்கள் திரும்பி வராத நிலையில் $= 4 \times 5 \times 4 = 80$

8) கீழ்காணும் நிபந்தனைகளுக்குட்பட்டு 999 மற்றும் 10,000 க்கு இடையே உள்ள எண்களை எண்ணுக.

1) எந்த நிபந்தனையும் இல்லாமல்

2) எந்த இலக்கமும் திரும்ப வராமல்

3) குறைந்த பட்சம் ஒரு இலக்கம் திரும்ப வருமாறு.

1. மொத்த எண்களின் எண்ணிக்கை ~~10,000~~ $9999 - 999 = 9000$

2. எந்த இலக்கமும் திரும்பி வராமல் [9] [9] [8] [7]

$= 4536$

81×8

648×7

4536

3) குறைந்தபட்சம் ஒரு இலக்கம் திரும்பி வருமாறு [ ] [ ] [ ] [ ] $9000 - 4536 = 4464$

9) 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி 5 ஆல் வகுபடும் மூன்று இலக்க எண்கள் கீழ்காணும் நிபந்தனைகளுக்குட்பட்டு காண்க.

1) இலக்கங்கள் திரும்பி வராமல்

2) இலக்கங்கள் திரும்பி வருமாறு.

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

1) திரும்பிவராத முறையில் □ □ □

ஒன்றாவது இலக்கம் 0 எனில் 1 வழி

100வது இலக்கம் 5 வழி

10வது இலக்கம் 4

மொத்தவழிகள் = $5 \times 4 \times 1 = 20$

(அ) ஒன்றாவது இலக்கம் 5 எனில் — 1 வழி

100வது இலக்கம் 4 வழி (0 தவிர)

10வது இலக்கம் 4 வழி (0 உட்பட)

மொத்த வழிகள் $20 + 16 = 36$.

2) திரும்ப வரும் முறையில்

ஒன்றாவது இலக்கம் 0 — 1 வழி

100வது இலக்கம் — 5 வழி.

10வது இலக்கம் — 6 வழி மொத்த வழிகள் $5 \times 6 = 30$ வழிகள்

(அ) ஒன்றாவது இலக்கம் 5 எனில் 1 வழி.

100வது இலக்கம் — 5 வழி.

10வது இலக்கம் — 6 வழி மொத்தவழிகள் $5 \times 6 = 30$.

∴ இலக்கம் மொத்த எண்கள் $= 30 + 30 = 60$

10) A என்ற இடத்திலிருந்து B என்ற இடத்திற்கு செல்ல B_1, B_2 என்ற இரு வழிகளும் T_1, T_2 என்ற இரண்டு இரயில் வழித்தடங்களும் மேலும் A_1 என்ற வான்வழித் தடமும் உள்ளது. B என்ற இடத்திலிருந்து C என்ற இடத்திற்கு B_1' என்ற ஒரு பேருந்து வழித்தடமும் T_1' T_2' என்ற இரு ரயில் வழித்தடங்களும் A_1' என்ற ஒரு வான் வழித்தடமும் உள்ளது. A யிலிருந்து C க்கு B வழியாக ஒரே இடத்தை மீண்டும் பயன்படுத்தாமல் எத்தனை வழிகளில் செல்லலாம்.

$A \rightarrow B = 2 + 2 + 1 = 5$

$B \rightarrow C \quad 1 + 2 + 1 = 4$

மொத்த வழித்தடங்கள் $= 5 \times 4 = 20$.

$B_1 \rightarrow B_1'$ ——— $= 2 \times 1 = 2$

$T_1, T_2 \rightarrow T_1' T_2'$ ——— $2 \times 2 = 4$

$A_1' \longrightarrow A_2' = 1 \times 1 = 4$

$\underline{\quad 7.}$

தேவையான வழித்தடங்கள் $20 - 7 = 13$.

11) 1க்கும் 1000க்கும் இடையேயுள்ள (இரண்டையும் உள்ளடக்கிய) எண்களில் 2 ஆலும் 5 ஆலும் வகுபடாத எண்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

2ல் வகுபடும் எண் $n(A) = 500$

5ல் வகுபடும் எண் $n(B) = 200$

2, 5 ஆல் வகுபடும் எண் $n(A \cap B) = 100$

$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$= 500 + 200 - 100$
$= 600$

மொத்த எண்கள் 1000

2, 5 ல் வகுபடும் எண்கள் 600

2, 5 ல் வகுபடாத எண்கள் $1000 - 600 = 400$.

12) LOTUS என்ற வார்த்தையிலுள்ள எழுத்துக்களை பயன்படுத்தி

1) L ல் ஆரம்பித்து (அ) S ல் முடிக்கும் வகையில் எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உள்ளன

2. L ல் துவங்கவோ, மற்றும் S ல் முடிக்கவோ கூடாத எழுத்துச்சரங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

L ல் துவங்கும் வார்த்தைகள் $= 1\times4\times3\times2\times1 = 24$

S ல் " $= 1\times4\times3\times2\times1 = 24$

L ல் துவங்கி S ல் முடியும் வார்த்தைகள் $= 1\times3\times2\times1 = 6$

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

$= 24 + 24 - 6 = 42$.

மொத்த வார்த்தைகள் $5\times4\times3\times2\times1 = 120$

தேவையான வார்த்தைகள் $120 - 42 = 78$

13) 1) ஒவ்வொரு இருக்கோள் வினாவிற்கும் 4 வாய்ப்புகள் உள்ளன 6 வினாக்களுக்கு எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்கலாம்.

2) 3 புறாக்கூடுகளில் 10 புறாக்களை எத்தனை வழிகளில் தங்க வைக்கலாம்

3) 10 மாணவர்களுக்கு 12 வெவ்வேறான பரிசுகளை எத்தனை வழிகளில் பகிர்ந்தளிக்கலாம்.

1) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 4 வாய்ப்புகள் எனில் விடையளிக்கும் எண்ணிக்கை : 4^6

2) 3 கூடுகளில் 10 புறாக்கள் தங்கும் முறை $= 3^{10}$

3) 12 பரிசுகளை 10 பேருக்கு பகிர்ந்தளிக்கும் வழிகள் $= 10^{12}$

காரணிய பெருக்கம்: முதல் n இயல் எண்களின் பெருக்கம் n காரணிய பெருக்கம் எனப்படும்

$n! = 1\cdot2\cdot3\cdots n$.

$= n(n-1)!$

$= n(n-1)(n-2)!$

எ.கா: 4.16. மதிப்பு காண்க 1) $5!$ 2) $6! - 5!$ 3) $\frac{8!}{5!\,2!}$

$5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120$

$6! - 5! = 6\cdot5! - 5! = 5!(6-1) = 120\times5 = 600$

$\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5!}{5!\,2!} = 168$

4.17. மதிப்பிடுக: $\frac{7!}{2!}$ $\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot\cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 2520$

4.18 மதிப்பிடுக: $\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ when 1) $n=7, r=5$ 2) $n=50$ $r=47$ 3) ஏதேனும் ஒரு n $r=3$.

1) $n=7, r=5$ $\frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \frac{7!}{2!\,5!} = \frac{7\cdot\cancel{6}^{3}\cdot\cancel{5!}}{1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5!}} = 21.$

2) $n=50, r=47.$ $\frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \frac{50!}{47!\,3!} = \frac{50\cdot49\cdot48\cdot\cancel{47!}}{\cancel{47!}\times1\cdot2\cdot3} = 19600$

3) ஏதேனும் ஒரு $n, r=3$ $= \frac{n!}{(n-3)!\,3!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}\,3!}$

$= \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

4.19) N என்பது நாட்களின் எண்ணிக்கை. N நாட்களில் உள்ள மணி நேரங்களின் எண்ணிக்கை N! என்று கொண்டால் N ன் மதிப்பு காண்க.

$N! = 24N.$

$\cancel{N}(N-1)! = 24\cancel{N}$

$(N-1)! = 4! \Rightarrow N-1 = 4$

$N = 5$

$2\,|\,24$, $3\,|\,12$, 4

4.20) $\frac{6!}{n!} = 6$ எனில் n காண்க.

$\frac{6!}{6} = n! \Rightarrow \frac{\cancel{6}\cdot5!}{\cancel{6}} = n! \Rightarrow n=5$

4.21) $n! + (n-1)! = 30$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்க.

$n(n-1)! + (n-1)! = 30$

$(n-1)!\,[n+1] = 30$

$3! \times 5 = 30 \Rightarrow n+1 = 5$

$n = 4.$

$2\,|\,30$, $3\,|\,15$, 5

4.22) $2!+3!+4!+5!+\dots+22!$ ன் ஒன்றாம் இலக்க எண் யாது.

$2! = 2$

$3! = 6$

$4! = 24$

$5! = 120$

$\dots\dots\ 0$

5! லிருந்து 1ம் இலக்கம் 0 வரும்

∴ 1ம் இலக்க எண் = 2.

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

4.23) $\frac{1}{7!}+\frac{1}{8!}=\frac{A}{9!}$ எனில் A ன் மதிப்பு காண்க.

$$\frac{1}{7!}+\frac{1}{8\cdot 7!}=\frac{A}{9\cdot 8\cdot 7!}$$

$$\frac{8+1}{8}=\frac{A}{9\cdot 8}\Rightarrow A=81.$$

4.24) $\frac{(2n)!}{n!}=2^n(1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1))$

$$(2n)!=2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)\cdots 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\,4\,3\,2\,1.$$

$$=((2n-1)(2n-3)\cdots 7\cdot 5\cdot 3\cdot 1)\,2n(2n-2)(2n-4)\cdots 8\,6\,4\,2$$

$$\frac{(2n)!}{n!}=\frac{((2n-1)(2n-3)\cdots 7\cdot 5\cdot 3\cdot 1)\,2^n[n(n-1)(n-2)\cdots 4\,3\,2\,1]}{n!}$$

$$=2^n(2n-1)(2n-3)\cdots 3\cdot 1)$$

Exercise 4.1

14) மதிப்பு காண்க: 1) $6!$ 2) $4!+5!$ 3) $3!-2!$ 4) $3!\times 4!$ 5) $\frac{12!}{9!\times 3!}$ 6) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}$

1) $6!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6=720$ 2) $4!+5!=4!+5\cdot4!=4!(1+5)=144.$

3) $3!-2!=6-2=4$ 4) $3!\times4!=1\cdot2\cdot3\times1\cdot2\cdot3\times4=144$

5) $\frac{12!}{9!\times3!}=\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9!}{9!\times3!}=110$

6) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}=\frac{(n+3)(n+2)(n+1)!}{(n+1)!}=(n+3)(n+2)$

15) மதிப்பு காண்க: $\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ 1) $n=6, r=2$, 2) $n=10$ $r=3$, 3) ஏதேனும் n $r=2$

1) $\frac{6!}{4!\,2!}=\frac{6\cdot5\times4!}{4!\,2!}=15$ 2) $\frac{10!}{7!\,3!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7!}{7!\,3!}=120.$

3) $\frac{n!}{(n-2)!\,2!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!\,2!}=\frac{n(n-1)}{2}$

16) $(n+1)!=20(n-1)!$ எனில் n காண்க.

$(n+1)(n)(n-1)!=20(n-1)!$

$n^2+n-20=0$

$(n-4)(n+5)=0$

$n=\cancel{-5},4$

2) $\frac{1}{8!}+\frac{1}{9!}=\frac{n}{10!}$

$\frac{1}{8!}+\frac{1}{9\cdot8!}=\frac{n}{10\cdot9\cdot8!}$

$\frac{9+1}{9}=\frac{n}{10\cdot9}\Rightarrow n=100$

தேற்றம் 4.1: n, r ஆகிய மிகை முழு எண்கள் மேலும் $r<n$ எனில் n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரே சமயத்தில் r பொருட்களை எடுத்து உருவாக்கும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ ஆகும்.

n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரே சமயத்தில் r பொருட்கள் எடுத்து உருவாக்கும் வரிசை மாற்றத்தினை n பொருட்களை r இடங்களில் அமைத்து பெறலாம்.

1	2	3	4	...	r
n	$n-1$	$n-2$	$n-3$	...	$n-r+1$

பெருக்கல் விதிப்படி $^nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

தேற்றம் 4.2: $n\geq 1$, $0\leq r\leq n$ எனில் $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

$$^nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots(n-r+1)$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)(n-r)(n-r-1)\cdots 2\times 1}{(n-r)(n-r-1)(n-r-2)\cdots 2\times 1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}$$

www.Padasalai.Net

குறிப்பு: 1) $^nP_r = \begin{cases} \frac{n!}{(n-r)!} & r\leq n \\ 0 & r>n \end{cases}$

2) $^nP_r = {}^nP_n = n!$ $\quad r=n$

$^nP_0 = 1$ $\quad r=0$.

தேற்றம் 4.3 n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரே சமயத்தில் r பொருட்களை திரும்பி வரும் n^r வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

பண்புகள்:
1) $^nP_n = {}^nP_{n-1}$
2) $^nP_r = n \cdot {}^{n-1}P_r$
3) $^nP_r = {}^{(n-1)}P_r + {}^{(n-1)}P_{r-1}$

எ.கா. 4.25 மதிப்பிடுக: $^4P_4 = 4\times 3\times 2\times 1 = 24$

$^5P_3 = 5\times 4\times 3 = 60$

$^8P_4 = 8\times 7\times 6\times 5 = 1680$

$^6P_5 = 6\times 5\times 4\times 3\times 2 = 720$.

எ.கா. 4.26 $^{(n+2)}P_4 = 42\times {}^nP_2$ எனில் n காண்க.

Sol: $(n+2)P_4 = 42 \times nP_2$

$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 42 \times n(n-1)$

$n^2+3n+2-42=0$ $\quad 8, -5$

$n^2+3n-40=0$

$(n+8)(n-5)=0 \Rightarrow n = 5$

$\therefore n=5.$

4.27) $10P_r = 7P_{r+2}$ எனில் r காண்க.

$10P_r = 7P_{r+2}$

$\frac{10!}{(10-r)!} = \frac{7!}{(7-r-2)!}$

$\frac{10!}{(10-r)!} = \frac{7!}{(5-r)!}$

$\frac{10.9.8.7!}{(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)(5-r)!} = \frac{7!}{(5-r)!}$

$10.9.8 = (10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)$

$6\times5\times4\times3\times2 =$ "

$10-r=6$

$r=4.$

4.28) VOWELS என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை கொண்டு பின்வரும் நிபந்தனைகளுக்குட்பட்டு எத்தனை சரங்களை உருவாக்கலாம். 1) E ல் தொடங்கும் வகையில் 2) E ல் தொடங்கி W ல் முடியும் வகையில்

1) E ல் தொடங்கக்கூடிய சரங்களின் எண்ணிக்கை $= 5\times4\times3\times2\times1 = 120$

E	5	4	3	2	1

2) E ல் தொடங்கி W ல் முடியும் சரங்களின் எண்ணிக்கை

E	4	3	2	1	W

$= 4\times3\times2\times1 =$

$= 24.$

எ.கா 4.29) நான்கு வெவ்வேறான இலக்கங்களைக் கொண்ட 4 இலக்க எண்களை 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி உருவாக்கும் போது கீழ்கண்டவற்றை காண்க.

1. இவ்வாறான எத்தனை எண்கள் உருவாக்கலாம்

2) இவற்றில் எத்தனை எண்கள் இரட்டைப்படை

3) இவற்றில் எத்தனை எண்கள் சரியாக 4ல் வகுபடும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

4 இலக்க எண்கள்

5	4	3	2

1) நான்கு இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை : $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

2) 2 ல் வகுபடும் எண்களின் (காட்டை) எண்ணிக்கை }

4	3	2	2/4
			2

$= 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48.$

3) 4 ல் வகுபடும் எண்களின் எண்ணிக்கை :

3	2	12/24/32/52
		4

$= 3 \times 2 \times 4$

$= 24.$

4.30) EQUATION என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை பயன்படுத்தி
1) உயிரெழுத்துக்கள் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை எழுத்து சரங்கள் உருவாக்கலாம்
2. உயிரெழுத்துகள் ஒன்றாக வராத நிலையில் எத்தனை எழுத்து சரங்கள் உருவாக்கலாம்.

1. EQUATION — 8 = n
AEIOU — 5 = m.

www.Padasalai.Net

உயிரெழுத்துக்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றாக வரும் சரங்களின் எண்ணிக்கை

$= m! \times (n-m+1)!$

$= 5! \times (8-5+1)!$

$= 5! \times 4!$

$= 120 \times 24 = 2880.$

உயிரெழுத்துக்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றாக வராத நிலை

$= n! - m! \times (n-m+1)!$

$= 8! - 2880$

$= 40320 - 2880$

$= 37440.$

4.31) 15 மாணவர்கள் எழுதும் தேர்வில் 7 மாணவர்கள் கணிதத் தேர்வையும் மீதமுள்ள 8 மாணவர்கள் வெவ்வேறு பாடங்களுக்கான தேர்வையும் எழுதுகின்றனர். கணிதத் தேர்வு எழுதும் எந்த இருமாணவரும் அடுத்தடுத்து இல்லாத வகையில் எத்தனை வழிகளில் அமரவைக்கலாம்.

$n = 15$ $\quad m = n - k$
$k = 7$ $\quad = 8$

தேவையான வழிகள் $m! \times (m+1)P_k$

$= 8! \times 9P_7$

$= 8! \times \frac{9!}{(9-7)!} = 8! \times \frac{9!}{2!}$

4.32) In how many ways 5 boys and 4 Girls can be seated in a row so that no two girls are together.

$n = 9, \quad k = 4 \quad m = n-k$
$= 5.$

5 மாணவர்கள் மற்றும் 4 மாணவிகள் ஒரே வரிசையில் எந்த இரு மாணவிகளும் அடுத்தடுத்து வராமல் எத்தனை வழிகளில் அமரவைக்கலாம்.

தேவையான வழிகள் $= m! \times (m+1)P_k$

$5! \times 6P_4 = 120 \times 360 = 43200$

4.33) 4 மாணவர்கள் 4 மாணவிகள் ஒரே வரிசையில் மாணவனும் மாணவியும் அடுத்தடுத்து வருமாறு எத்தனை வழிகளில் நிற்கவைக்கலாம்

முதலில் மாணவன் வருமாறு நிற்கவைத்தல்

$B_1 - B_2 - B_3 - B_4 - \quad = 4! \times 4!$

முதலில் மாணவி நிற்கவைத்தல் $= 4! \times 4!$

$G_1 - G_2 - G_3 - G_4 -$

மொத்தவழிகள் $= (24 \times 24) \times 2 = 1152$

4.35) TABLE என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை வரிசை மாற்றம் செய்து கிடைக்கும் எல்லா எழுத்து சரங்களையும் ஆங்கில அகராதியில் உள்ளபடி வரிசையாக அமைத்தால் கீழ்கண்ட வார்த்தைகளின் தரம் காண்க.

1) TABLE 2) BLEAT

1)
```
5 1 2 4 3
T A B L E
```
$4 \times 4! + 0 \times 3! + 0 \times 2! + 1 \times 1! + 0 \times 0!$

$= 96 + 1 + 1 = 98$

2)
```
2 4 3 1 5
B L E A T
```
$1 \times 4! + 2 \times 3! + 1 \times 2! + 0 \times 1! + 0 \times 0!$

$= 24 + 12 + 2 + 1$

$= 39$

4.36) BANANA என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை எத்தனை வகைகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

BANANA − 6

B − 1

A − 3

N − 2

வகைகளின் எண்ணிக்கை : $\frac{6!}{2!\,3!}$

$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = 60$

4.37) RAMANUJAN என்ற வார்த்தையில் உள்ள உயிர் மற்றும் மெய் எழுத்துக்களின் இடம் மாறாமல் எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

Vowels : A A A V

Can be arranged in : $\frac{4!}{3!} = 4$ ways.

Consonants R M N J N } Can be arranged in } $\frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 60$.

மொத்த வழிகள் = 4×60 = 240 வழிகள்

4.38) ஒரு புகைப்படத்திற்காக ஒரு வரிசையில் மூன்று ஜோடி இரட்டையர்கள் நிற்கிறார்கள் கீழ்கண்ட நிபந்தனைகளைக் கொண்டு எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்

1) எந்த ஒரு கட்டுப்பாடும் இல்லை.

2) ஒவ்வொருவரும் அவரின் இரட்டையர்க்கு அருகில் நிற்க வேண்டும்

1) கட்டுப்பாடு ஏதும் இல்லை எனில்:

6 பேரை வரிசைப்படுத்தும் வழிகள் = 6! = 6×5×4×3×2×1 = 720.

2) 3 ஜோடி இரட்டையர்கள் 3! வழிகளில் நிற்கலாம்.

ஒவ்வொரு ஜோடியும் 2! வழிகளில் நிற்கலாம்

∴ மொத்த வழிகள் 3!×2!×2!×2! = 48.

4.39) 1, 2, 3, 4, 2, 1 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி இரட்டை எண்கள் இரட்டை இடத்தில் வருமாறு எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்.

இரட்டை எண்கள்: 2, 4, 2.

3 இரட்டை எண்கள் வரிசைப்படுத்தும் விதம் = $\frac{3!}{2!} = 3$.

மற்ற 1, 3, 1 வரிசைப்படுத்தும் விதம்: $\frac{3!}{2!} = 3$.

மொத்த வழிகள் = 3×3 = 9.

4.41. BHASKRA என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளபடி வரிசைமாற்றம் செய்யும் போது S ல் துவங்கும் வார்த்தைகளுக்கு முன்னதாக எத்தனை எழுத்து சரங்கள் கிடைக்கும்.

A A A B H K R S.

A ல் துவங்கும் சரங்கள்: $\frac{7!}{2!} = 2520$.

4.42: IITJEE ல் உள்ள எழுத்துக்கள் ஆங்கில அகராதி வரிசையில் உள்ளவாறு வரிசைப்படுத்தும் போது உருவாக்கப்படும் எழுத்துச்சரங்களில் IITJEE வார்த்தையின் தரம் காண்க.

- $\overset{2}{I}\ \overset{2}{I}\ \overset{4}{T}\ \overset{3}{J}\ \overset{1}{E}\ \overset{1}{E}$

$$\frac{2\times 5!}{2!\,2!} + \frac{2\times 4!}{2!} + \frac{3\times 3!}{2!} + \frac{2\times 2!}{2!} + 0\times 1! + 0\times 0!$$

$$= \frac{240}{4} + \frac{48}{2} + \frac{18}{2} + 2 + 1 = 96.$$

4.43) 1, 2, 4, 6, 8 இலக்கங்களை கொண்டு உருவாக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூடுதலைக் காண்க.

$n = 5$

$SD = 1+2+4+6+8 = 21$

$r = 4$ இலக்க எண்.

கூடுதல் $(n-1)P_{r-1} \times SD \times 1111\ldots$ r வரை

$= 4P_3 \times 21 \times 1111$

$= 4\times 3\times 2\times 21\times 1111$

$= 559944.$

பயிற்சி - 4.2

1. $(n-1)P_3 : nP_4 = 1:10$ எனில் n காண்க.

$$\frac{(n-1)P_3}{nP_4} = \frac{1}{10} \Rightarrow 10(n-1)P_3 = nP_4$$

$(n-1)(n-2)(n-3)\times 10 = n(n-1)(n-2)(n-3)$

$n = 10$

2. $10P_{r-1} = 2\times 6P_r$ எனில் r காண்க.

$$\frac{10!}{(10-r+1)!} = 2\times\frac{6!}{(6-r)!} \Rightarrow \frac{10!}{(11-r)!} = \frac{2\times 6!}{(6-r)!}$$

$$= \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6!}{(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)!} = \frac{2\times 6!}{(6-r)!}$$

$5\cdot 9\cdot 8\cdot 7 = (10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$

$(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r) = 2\times 2\times 5\times 3\times 3\times 8\times 7$

$= 3\times 4\times 5\times 6\times 7$

$11-r = 7 \Rightarrow r = 4$

www.Padasalai.Net

3) ஒரு நீச்சல் போட்டியில் 8 பேர் கலந்து கொள்கின்றனர், தங்கம் வெள்ளி, வெண்கலம் பரிசுகளை எத்தனை வழிகளில் வழங்கலாம்.

8 பேர் 3 பரிசுகள்

மொத்த வழிகள் $= 8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$.

2) மூன்று சகோதரர்களிடம் 4 சட்டை 5 மேல் சட்டை 6 தொப்பிகள் உள்ளன அவற்றை அவர்கள் எத்தனை வழிகளில் அணியலாம்.

மொத்த வழிகள் $= 4P_3 \times 5P_3 \times 6P_3$

$= 4 \times 3 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 6 \times 5 \times 4$

$= 172800$

4) SIMPLE என்ற வார்த்தையில் உள்ள அனைத்து எழுத்துகளையும் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தி எத்தனை வரிசை மாற்றங்கள் உருவாக்கலாம்

SIMPLE $\Rightarrow n = 6$.

$nP_n = n!$

$6P_6 = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 720$

5) ஒரு தேர்வில் 10 பல்வாய்ப்பு விடையளி வினாக்கள் உள்ளன. கீழ்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் தேர்வுக்கு விடையளிக்கலாம்.

1. ஒவ்வொரு வினாவிற்கு நான்கு வாய்ப்புகள் உள்ளன.
2. முதல் நான்கு வினாக்களுக்கு மூன்று வாய்ப்புகளும் மீதமுள்ள வினாக்களுக்கு ஐந்து வாய்ப்புகளும் உள்ளன
3. n வது வினாவிற்கு $n+1$ வாய்ப்புகள் உள்ளன.

1. மொத்த வழிகள் $= 4^{10}$
2. 〃 $= 3^4 \times 5^6$
3. 10 வினாக்களின் வழிகள் $= 11!$

6) ஒரு மாணவன் 5 பல்வாய்ப்பு விடையளி வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் உள்ள நான்கு வாய்ப்புகளில் ஒன்று சரியானது

1) அதிகபட்சமாக எத்தனை வெவ்வேறான விடைகளை ஒரு மாணவன் தர முடியும்
2) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஒன்றிற்கு மேலான வாய்ப்புகள் சரியானதாக இருக்கிறது எனில் இந்த விடை எவ்வாறு மாற்றமடையும்.

1. மிக அதிகபட்ச விடைகள் : 4^5
2. ஒரு வினாவில் 1 or 2 or 3 or 4 or 5 விடைகள் சரியாக இருக்கலாம்

$\therefore$ மொத்த சரியான விடைகள் $1+2+3+4+5 = 15$

$\therefore$ மொத்த மாற்றமடையும் விதம் $= 15^5$

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

7) ARTICLE என்ற வார்த்தையில் உள்ள மெய்யெழுத்துக்கள் இரட்டை இலக்க இடத்தில் வருமாறு எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உருவாக்க முடியும்

ARTICLE

மெய்யெழுத்துக்கள் : AEI.

உயிர்மெய் எழுத்துக்கள் : RTCL

□ ☒ □ ☒ □ ☒ □

மெய்யெழுத்துக்கள் 3! வழிகளில் நிறைவு செய்யும்

மற்ற எழுத்துக்கள் 4! "

∴ மொத்த வழிகள் : $3! \times 4! = 144$.

8) 8 பெண்கள் மற்றும் 6 ஆண்கள் ஒரு வரிசையில் நிற்கிறார்கள்

1) எவரும் எந்த இடத்திலும் நிற்கலாம்

2) 6 ஆண்கள் அடுத்தடுத்து வருமாறு எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்

3) எந்த இரு ஆண்களும் ஒன்றாக நிற்காமல் எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்.

1) மொத்தம் 14 பேர் 14! வழிகளில் நிற்கலாம்

2) $n=14$ $m=6$

மொத்த வழிகள் $m! \times (n-m+1)!$

$= 6! \times (8+1)!$

$= 6!\,9!$

3) $n=14$ $k=6$

$m = n-k = 8$

மொத்த வழிகள் $m!\,(m+1)P_k$

$8!\,9P_6$.

9) MISSISSIPPI என்ற வார்த்தையில் எழுத்துக்களை பயன்படுத்தி எத்தனை வெவ்வேறு விதமான வரிசை மாற்றங்கள் உருவாக்கலாம்.

MISSISSIPPI ⟹ $n = 11$

I − 4

S − 4

P − 2

M − 1

தேவையான வரிசை மாற்றங்கள்

$$= \frac{11!}{4!\,4!\,2!}$$

$= 34650$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

10) $a^2b^3c^4$ என்ற பெருக்கலின் அடுக்குகளை பயன்படுத்தினால் எத்தனை வழிகளில் எழுதலாம்.

Total மொத்த எழுத்துக்கள் – 9

$a=2$
$b=3$
$c=4$

∴ மொத்த வழிகள் : $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$.

11) 4 கணிதப் புத்தகங்கள் 3 இயற்பியல் 2) வேதியியல் 1 உயிரியல் புத்தகங்கள் ஒரு அலமாரியில் ஒரே பாடப் புத்தகங்கள் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை வரிசைகளில் அடுக்கலாம்.

M	P	C	B
4	3	2	1

4 வகை புத்தகங்கள் 4! வழிகளில் அடுக்கலாம்
4 கணித புத்தகங்கள் 4! வழிகளில் அடுக்கலாம்
3 இயற்பியல் புத்தகங்கள் 3! வழிகளில் அடுக்கலாம்
2 வேதியியல் புத்தகங்கள் 2! வழிகளில் அடுக்கலாம்
1 உயிரியல் புத்தகம் 1 வழியில் அடுக்கலாம்

∴ மொத்த வழிகள் $4!4!3!2!1!$
$= 6912$

12) SUCCESS என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை எல்லா S களும் ஒன்றாக வரும் வகையில் வரிசைப்படுத்தினால் எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்த முடியும்.

SUCCESS — $n=7$

$S=3$ $m=3$.
$c=2$
$u=1$
$E=1$

மொத்த வழிகள் $\frac{m!(n-m+1)!}{3!2!}$

$= \frac{3!5!}{3!2!} = 60$

13) ஒரு நாணயம் 8 முறை சுண்டப்படுகிறது
1) வெவ்வேறான தலைகள் மற்றும் பூக்களை கொண்ட வரிசைமாற்றங்கள்
2. ஆறு தலைகள் மற்றும் இரண்டு பூக்கள் கொண்ட வெவ்வேறான வரிசைகள் எத்தனை அமைக்கலாம்

1) மொத்த வழிகள் $= 2^8$

2) தே. வழிகள் $= \frac{8!}{6!2!} = 28$.

14) INTERMEDIATE என்ற வார்த்தைகளை பயன்படுத்தி கீழ்காணும் நிபந்தனை கொடுக்கப்பட்ட எத்தனை எழுத்து சொற்கள் உருவாக்கலாம்.

1) உயிர் எழுத்துக்கள் மற்றும் மெய்யெழுத்துக்கள் அடுத்தடுத்து வருமாறு

2) எல்லா உயிரெழுத்துகளும் ஒன்றாக வருமாறு

3) உயிரெழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராதவாறு

4) எந்த இரு உயிரெழுத்துக்களும் ஒன்றாக வராத வகையில்

1) முதல் எழுத்து உயிர் எழுத்தில் ஆரம்பித்தால் $= \frac{6!}{2!3!} \times \frac{6!}{2!}$

முதல் எழுத்து மற்ற எழுத்துகளில் ஒன்று வந்தால் $\frac{6!}{2!} \times \frac{6!}{2!3!}$

ஆக எழுத்துக்கள் மாறி மாறி வந்தால் $= 2\left(\frac{6!}{2!3!} \times \frac{6!}{2!}\right)$

$= 2(360 \times 60) = 43200$

2) உயிரெழுத்துக்கள் ஒன்றாக வந்தால் $n=12,\ m=6$

$= m!(n-m+1)!$

$= \frac{6!\,7!}{2! \times 2! \times 3!} = 151200$

3) இரண்டு உயிரெழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராமல்

$n=12,\ k=6 \quad m=n-k=6$

$\therefore (m+1)P_k = \frac{7P_6}{2!2!3!} = 1,51,200$

4) உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராத நிலையில்

$= n! - m!(n-m+1)!$

$= \frac{12!}{2!2!3!} - 151200 =$

$= 19958400 - 151200 = 19807200$

www.Padasalai.Net

15) 1, 1, 2, 3, 3 மற்றும் 4 என்ற இலக்கங்கள் தனித்தனியாக அட்டையில் எழுதப்பட்டுள்ளது. ஒரு 6 இலக்க எண்ணை அமைக்க இந்த ஆறு அட்டைகளையும் வரிசைப்படுத்தும்போது

1) எத்தனை வெவ்வேறு 6 இலக்க எண்கள் உருவாக்கலாம்

2) இவற்றில் எத்தனை இரட்டைப்படை

3) இவற்றில் எத்தனை 4ல் வகுபடும்.

1 1 2 3 3 4

1) மொத்த 6 இலக்க எண்கள் $= \frac{6!}{2!2!} = 180$

2) இரட்டைப்படை எண்கள்

ஒன்றாம் இலக்கத்தில் 2 வந்தால் $= \frac{5!}{2!2!} = 30$

4 ஒன்றாம் இலக்கத்தில் வந்தால் $\frac{5!}{2!2!} = 30$

∴ மொத்த இரட்டைப்படை எண்கள் $= 30 + 30$
$= 60$

3) நான்கால் வகுபடும் எண்கள்

6 இலக்க எண்ணில் 12ல் முடியும் எண்கள் $\frac{4!}{2!} = 12$ (1334)

" 24ல் முடியும் எண்கள் $\frac{4!}{2!2!} = 6$ (1133)

" 32ல் முடியும் எண்கள் $\frac{4!}{2!} = 12$ (1134)

∴ மொத்த 4ல் வகுபடும் எண்கள் $= 12 + 6 + 12$
$= 30$.

16) GARDEN என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை வரிசைமாற்றத்தின் மூலம் கிடைக்கும் எழுத்துச் சரங்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளவாறு வரிசைப்படுத்தும் போது கீழ் காணும் வார்த்தைகளின் தரம் காண்க: 1) GARDEN 2) DANGER.

1)
```
4 1 6 2 3 5
G A R D E N

3  0  3  0  0  0
×  ×  ×  ×  ×  ×
5! 4! 3! 2! 1! 0!
```

தரம் $= 3 \times 5! + 3 \times 2!$
$= 360 + 18 + 1 = 37$

2)
```
2 1 5 4 3 6
D A N G E R

1  0  2  1  0  0
5! 4! 3! 2! 1! 0!
```

தரம் $= 1 \times 5! + 2 \times 3! + 1 \cdot 2!$
$= 120 + 12 + 2 + 1 = 135$

18) FUNNY என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு வரிசைமாற்றத்துக்குட்படுத்தி கிடைக்கும் எழுத்துச் சரங்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளவாறு FUNNY ன் தரம் காண்க.

```
1 3 2 2 4
F U N N Y

0  2/2!  0  0  0
×  ×     ×  ×  ×
4! 3!    2! 1! 0!
```

$= \frac{2}{2!} \times 3! = 6 + 1 = 7$.

(19) 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் திரும்ப வராத வகையில் உருவாகும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகை காண்க.

www.Padasalai.Net

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

$1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow n = 5$

$SD = 1+2+3+4+5 = 15$

$n = 15, \quad r = 4$ digits.

$\text{Sum} = (n-1)P_{r-1} \times S.D \times 1111 \cdots r \text{ times}$

$= 4P_3 \times 15 \times 1111$

$4 \times 3 \times 2 \times 15 \times 1111$

$= 399960$

---

20) 0, 2, 5, 7, 8 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் வராத வகையில் உருவாக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகையை காண்க.

$0, 2, 5, 7, 8 \Rightarrow n = 5$

$S.D : 0+2+5+7+8 = 22$

$r = 4$ digits.

$\text{Sum} = \left[(n-1)P_{r-1} \times SD \times 1111\right] - \left[{}^{n-2}P_{r-2} (SD) \times 111\right]$

$= (4P_3 \times 22 \times 1111) - (3P_2 \times 22 \times 111)$

$= 586608 - 14652 = 571956.$

---

17) THING என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை வரிசைமாற்றத்திற்கு உட்படுத்தி எழுத்துச் சரங்களை பெறலாம். மேலும் இவற்றை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளது போன்று வரிசைப்படுத்தும் போது 85 வது எழுத்துச்சரம் என்னவாக இருக்கும்.

5	2	3	4	1
T	H	I	N	G

		மொத்தம்
G _ _ _ _	4! = 24	
H _ _ _ _	4! = 24	48
I _ _ _ _	4! = 24	72
N G _ _ _	3! = 6	78
N H _ _ _	3! = 6	84
N I G H T	0! = 1	85

85 வது எழுத்துச்சரம் = NIGHT.

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

சேர்வுகள்

தேற்றம்: n வெவ்வேறான பொருட்களிலிருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்கள் தேர்வு செய்யும் சேர்வுகளின் எண்ணிக்கை

$$nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad 0 \le r \le n$$

$$nP_r = nC_r \cdot r! \Rightarrow nC_r = \frac{nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

பண்புகள்:

1) $nC_0 = 1$
2) $nC_n = 1$
3) $nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$
4) $nC_r = nC_{n-r}$
5) $nC_x = nC_y$ எனில் $x = y$ அல்லது $x+y = n$.
6) $nC_r + nC_{r-1} = (n+1)C_r$.
7) $nC_r = \frac{n}{r}(n-1)C_{r-1}$

4.44) மதிப்பிடுக:

1) $10C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$
2) $15C_{13} = 15C_2 = \frac{15 \times 14}{1 \cdot 2} = 105$
3) $100C_{99} = 100C_1 = 100$
4) $50C_{50} = 1$.

4.45) $nC_4 = 495$ எனில் n மதிப்பு காண்க.

$$nC_4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 495$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 495 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$= 3 \times 3 \times 5 \times 11 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 12 \times 11 \times 10 \times 9$$

$$\Rightarrow n = 12.$$

4.47) $nP_r = 11880$ மேலும் $nC_r = 495$ எனில் r காண்க.

$$\frac{nP_r}{nC_r} = r!$$

$$\frac{11880}{495} = r! \Rightarrow r! = 24$$

$$r! = 4!$$

$$\therefore r = 4.$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

4.48) P.T $24C_{24} + \sum_{r=0}^{4} (28-r)C_3 = 29C_4$.

LHS: $24C_4 + \sum_{r=0}^{4} (28-r)C_3 = 24C_4 + 28C_3 + 27C_3 + 26C_3 + 25C_3 + 24C_3$.

$= 24C_4 + 24C_3 + 25C_3 + 26C_3 + 27C_3 + 28C_3$

$= 25C_4 + 25C_3 + 26C_3 + 27C_3 + 28C_3$

$= 26C_4 + 26C_3 + 27C_3 + 28C_3$

$= 27C_4 + 27C_3 + 28C_3$

$= 28C_4 + 28C_3$

$= 29C_4$.

4.49) P.T $10C_2 + 2 \times 10C_3 + 10C_4 = 12C_4$

LHS: $10C_2 + 10C_3 + 10C_3 + 10C_4$

$= 11C_3 + 11C_4$

$= 12C_4$

4.50) $(n+2)C_7 : (n-1)P_4 = 13 : 24$ எனில் n மதிப்பு காண்க.

$$\frac{(n+2)C_7}{(n-1)P_4} = \frac{13}{24} \Rightarrow \frac{\frac{(n+2)!}{(n-5)!\,7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-5)!}} = \frac{13}{24}$$

$$= \frac{(n+2)!}{(n-1)!\,7!} = \frac{13}{24}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)(n)(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{13 \times 7!}{24}$$

$n(n+1)(n+2) = 13 \times 14 \times 15$

$\Rightarrow n = 13$.

பயிற்சி - 4.3

1) $nC_{12} = nC_9$ எனில் $21C_n$ காண்க.

$nC_x = nC_y$ எனில் $x+y=n$ ∴ $21C_{21} = 1$.

$nC_{12} = nC_9$ எனில் $n = 21$

2) $15C_{2r-1} = 15C_{2r+4}$ எனில் r காண்க.

$$15C_{15-2r+1} = 15C_{2r+4}$$

$$\therefore 15-2r+1 = 2r+4$$

$$12 = 4r \Rightarrow r = 3.$$

3) $nP_r = 720$, $nC_r = 120$ எனில் n, r மதிப்பு காண்க.

$$\frac{nP_r}{nC_r} = r! \qquad \frac{720}{120} = r!$$

$$3! = r! \Rightarrow r = 3.$$

4) P.T $15C_3 + 2 \times 15C_4 + 15C_5 = 17C_5$

LHS: $15C_3 + 15C_4 + 15C_4 + 15C_5$

$$= 16C_4 + 16C_5$$

$$= 17C_5$$

5) P.T $35C_3 + \sum_{r=0}^{4} {}^{(39-r)}C_4 = 40C_5$ Same as Ex – 4.48

6) $(n+1)C_8 : (n-3)P_4 = 57 : 16$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்க.

$$\frac{(n+1)C_8}{(n-3)P_4} = \frac{57}{16} \Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n-7)!\,8!} \times \frac{(n-7)!}{(n-3)!} = \frac{57}{16}$$

$$\frac{(n+1)\,n\,(n-1)(n-2)(n-3)!}{8!\,(n-3)!} = \frac{57}{16}$$

$$(n+1)(n)(n-1)(n-2) = \frac{57 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{16}$$

$$= 21 \times 20 \times 19 \times 18$$

$$\Rightarrow n = 20.$$

7) P.T $2nC_n = \frac{2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{n!}$

$$2nC_n = \frac{2n!}{(2n-n)!\,n!} = \frac{2n!}{n!\,n!}$$

$$= \frac{2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)\cdots 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{n! \cdot n!}$$

$$= \frac{2^n[n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1][(2n-1)(2n-3)\cdots 3 \cdot 1]}{n! \cdot n!}$$

$$= \frac{2^n[(2n-1)(2n-3)\cdots 3 \cdot 1]}{n!}$$

8) $1 \le r \le n$ எனில் P.T $n \times {}^{n-1}C_{r-1} = (n-r+1)\, {}^{n}C_{r-1}$.

$$n \times {}^{n-1}C_{r-1} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(n-1-r+1)!\,(r-1)!}$$

$$= \frac{n\,(n-1)!}{(n-r)!\,(r-1)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!}$$

$$= \frac{n!\,(n-r+1)}{(n-r)(n-r+1)\,(r-1)}$$

$$= \frac{n!\,(n-r+1)}{(n-r+1)!\,(r-1)!}$$

$$= (n-r+1) \cdot {}^{n}C_{r-1}$$

9) ஒரு கேப்டி பயிற்சியாளரிடம் 14 விளையாட்டு வீரர்கள் விளையாடுபவர் நிலையில் உள்ளனர். 7 விளையாட்டு வீரர்களை கொண்ட எத்தனை வெவ்வேறான குழுக்களை அவர் அமைக்கலாம்.

2) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள 20 புள்ளிகள் வழியே எத்தனை நாண்கள் வரைய முடியும்

3) ஒரு விருந்தில் 15 நபர்கள் உள்ளனர் எந்த இரு நபர்களும் தங்களுக்குள் கை குலுக்கி கொள்கிறார்கள் எனக் கொண்டால் அந்த விருந்தில் எத்தனை கை குலுக்கல் நிகழும்

4. ஒரு மருந்து கிடங்கில் ஒருவகை பழைய மாத்திரைகள் 100 நிறுத்தப்பட்டுள்ளன. அந்த மாத்திரைகளின் மாசுகட்டுப்பாடு கருவிகள் எவ்வாறு செயல்படுகின்றன. அதனை சோதனை செய்ய ஏதேனும் ஐந்து மாத்திரைகளை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் எத்தனை விதமாக இந்த ஐந்து மாத்திரைகளை தேர்ந்தெடுக்கலாம்

5) 3 ஆண்கள் 2 பெண்கள் மற்றும் 1 திருநங்கை ஆகியோர்களை 5 ஆண்கள், 2 பெண்கள், 2 திருநங்கைகளில் இருந்து எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

1) தேர்ந்தெடுக்கும் மொத்த வழிகள் ${}^{14}C_7$

$$= \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$= 3432.$$

2) கைகுலுக்கல்களின் எண்ணிக்கை $= {}^{15}C_2 = \frac{15 \cdot 14}{1 \cdot 2} = 105$

3) 20 புள்ளிகளில் கிடைக்கும் நாண்களின் எண்ணிக்கை: $20C_2 = \frac{20 \times 19}{1 \cdot 2} = 190$

4. தேர்வுகளின் எண்ணிக்கை = $100C_5 = \frac{100!}{95!\,5!}$

5.

மொத்தம்	மாணவர்கள்	மாணவிகள்	ஆசிரியர்கள்
	5	4.	2
தேர்வு செய்பவர் எண்ணிக்கை	3	2.	1

மொத்த தேர்வுகளின் எண்ணிக்கை: $5C_3 \times 4C_2 \times 2C_1$

$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} \times 2$

$= 120.$

10) கீழ் காணும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை உள்ள கணங்களின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

1. 4 உறுப்புகள் 2) 5 உறுப்புகள் 3) n உறுப்புகள்

1) உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை = 2^4

2) உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை = 2^5

3) உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை = 2^n.

11) ஒர் அறக்கட்டளையில் 25 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர்.

1) இவர்களில் 3 அதிகாரிகளை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

2) ஒரு தலைவர், உபதலைவர், ஒரு செயலர் எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

1) 25 உறுப்பினர்களில் 3 அதிகாரிகளை தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் $= 25C_3 = \frac{25 \times 24 \times 23}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

$= 2300$

2) தலைவர், உபதலைவர், செயலர் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் $= 25C_3 = 2300.$

12) ஒரு குழுவில் உள்ள 10 நபர்களில் ஒரு தலைவர் மற்றும் செயலர் உட்பட 6 நபர்களை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் $= 10C_2 \times 8C_4$

$= \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \times \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

$= 3150$

13) 12 வெவ்வேறான புத்தகங்களில் 5 புத்தகங்களை கீழ் காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

1) இரண்டு புத்தகங்கள் எப்பொழுதுமே தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும்

2) இரண்டு புத்தகங்கள் எப்பொழுதுமே தேர்ந்தெடுக்கபடக்கூடாது.

www.Padasalai.Net

1) குறிப்பிட்ட இருபுத்தகங்கள் தேர்வு செய்யும் முறை : $10C_3 = \frac{10\times9\times8}{1\cdot2\cdot3}$

$= 120.$

2) குறிப்பிட்ட இருபுத்தகங்கள் தேர்வு செய்யாத முறை $= 10C_5$

$= \frac{10\times9\times8\times7\times6}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}$

$= 252$

14) 5 ஆசிரியர்கள் மற்றும் 20 மாணவர்களில் 2 ஆசிரியர்கள் 3 மாணவர்கள் கொண்ட குழு ஒன்று அமைக்கப்படுகின்றது. எத்தனை வழிகளில் இதனை செய்யலாம். மேலும் இவற்றில் கீழ்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்ட எத்தனை குழுக்களை காணலாம். 1) அக்குழுவில் 1 குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் இருக்குமாறு
2) அக்குழுவில் 1 குறிப்பிட்ட மாணவர் வராதவாறு.

	ஆசிரியர்கள்	மாணவர்கள்
	5	20
தேர்வு செய்பவர்கள்	2	3

தேர்வு செய்யும் மொத்த வழி : $5C_2 \times 20C_3$

$= \frac{5\times4}{1\cdot2} \times \frac{20\times19\times18}{1\cdot2\cdot3}$

$= 11400$

1) குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் இருக்குமாறு $= 4C_1 \times 20C_3$

$= 4 \times \frac{20\times19\times18}{1\cdot2\cdot3} = 4560$

2) குறிப்பிட்ட மாணவர் இல்லாதவாறு $= 4C_2 \times 19C_3$

$= \frac{4\times3}{1\cdot2} \times \frac{19\cdot18\cdot17}{1\cdot2\cdot3} = 9690$

15) ஒரு மாணவர் ஒரு தேர்வில் 9 வினாக்களில் 2 வினாக்களுக்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்க வேண்டும் என்ற நிபந்தனையுடன் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். எத்தனை வழிகளில் அந்த வினாக்களுக்கு ஒரு மாணவர் விடையளிக்கலாம்.

மொத்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை = 9.

கட்டாய கணக்கு = 2

தேர்வு செய்ய வேண்டியவை 3 மீதமுள்ள 7ல்

$\therefore$ தேவையான வழிகள் $= 7C_3 = \frac{7\cdot6\cdot5}{1\cdot2\cdot3} = 35.$

16) 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து 5 சீட்டுகளை தேர்வு செய்ய ஒவ்வொரு சேர்விலும் சரியாக 3 ஏஸ்கள் (aces) உள்ளவாறு எத்தனை சேர்வுகள் இருக்கும்.

மொத்த சீட்டுகள் = 52
ஏஸ்கள் = 4
ஏஸ் இல்லாதவை = 48

தேர்வு செய்யும் மொத்த வழிகள் $4C_3 \times 48C_2$

$= \frac{4\times3\times2}{1\cdot2\cdot3} \times \frac{48\cdot47}{1\cdot2}$

$= 4512.$

www.Padasalai.Net

(17) 7 இந்தியர்கள் 5 அமெரிக்கர்கள் இவர்களிலிருந்து இந்தியர்கள் அதிக அளவில் இருக்கும்படி 5 நபர்கள் கொண்ட எத்தனை விதமான குழுக்களை அமைக்கலாம்.

மொத்தம்	இந்தியர்கள்	அமெரிக்கர்கள்		
	7	5		
தேர்வு முறை	5	0	$= 7C_5$	$= 21$
	4	1	$= 7C_4 \times 5C_1$	$= 175$
	3	2	$= 7C_3 \times 5C_2$	$= 350$
	2	3	=	(546)

மொத்த தேர்வுகளின் எண்ணிக்கை.

18) 8 ஆண்கள் மற்றும் 4 பெண்களில் இருந்து 7 பேர் கொண்ட குழு அமைக்கப்படுகின்றது. கீழ்காணும் நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யும் வகையில் எத்தனை குழுக்களை அமைக்கலாம்.

1) சரியாக 3 பெண்கள் இருக்க வேண்டும்
2) குறைந்தபட்சம் 3 பெண்கள்
3) அதிகபட்சம் 3 பெண்கள்.

	ஆண்கள்	பெண்கள்	வழிகள்	
இருப்பவர்கள்	8	4		
1) தேர்ந்தெடுப்பவர்கள் பெண்கள் சரியாக 3 பேர்	4	3	$8C_4 \times 4C_3$	$= 280$
2) குறைந்தபட்சம் 3 பேர் பெண்கள்	4	3	$8C_4 \times 4C_3 =$	280
	3	4	$8C_3 \times 4C_4$	56
				336.
3) அதிகபட்சம் 3 பேர் பெண்கள்	4	3	$8C_4 \times 4C_3$	280
	5	2	$8C_5 \times 4C_2$	336
	6	1	$8C_6 \times 4C_1$	112
	7	0	$8C_7 \times 4C_0$	8
				736

19) ஒரு ஆணுக்கு 4 பெண்கள் 3 ஆண்கள் என 7 உறவினர் உள்ளனர். அவரது மனைவிக்கு 3 பெண்கள் 4 ஆண்கள் என 7 உறவினர்கள் உள்ளனர். ஒரு இரவு விருந்துக்கு 3 பெண்கள் 3 ஆண்கள் அழைக்கப்படும் போது ஆணின் உறவினர்கள் 3 பேர் அவரது மனைவியின் உறவினர்கள் 3 பேர் என்றவாறு வாரத்தில் கலந்துகொள்ள எத்தனை வழிகளில் அழைக்கலாம்.

ஆண் உறவினர்		பெண் உறவினர்		மொத்த வழிகள்
ஆண்கள்	பெண்கள்	ஆண்கள்	பெண்கள்	
3	—	—	3	$3C_3 \times 3C_3 = 1$
2	1	1	2	$3C_2 \times 4C_1 \times 4C_1 \times 3C_2 = 144$
1	2	2	1	$3C_1 \times 4C_2 \times 4C_2 \times 3C_1 = 324$
—	3	3	—	$4C_3 \times 4C_3$ 16

485

20) ஒரு பெட்டியில் இரண்டு வெள்ளை பந்துகள் 3 கருப்பு பந்துகள் மற்றும் 4 சிவப்பு பந்துகள் உள்ளன பெட்டியிலிருந்து 3 பந்துகள் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவற்றில் குறைந்தது ஒரு கருப்பு பந்து இருக்குமாறு எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

2W	3B	4R	மொத்தவழிகள்	
2	1	–	$2C_2 \times 3C_1$	3
1	1	1	$2C_1 \times 3C_1 \times 3C_1$	24
–	1	2	$3C_1 \times 4C_2$	18
1	2		$3C_2 \times 2C_1$	6
	2	1	$3C_2 \times 4C_1$	12
	3		$3C_3$	1

மொத்தம் 64

21) EXAMINATION என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை கொண்டு எத்தனை 4 எழுத்து சரங்கள் ஏற்படுத்தலாம்.

எழுத்துக்கள்		தேர்வுகள்	வரிசைபடுத்துதல்
4 வெவ்வேறான எழுத்துக்கள்	EXMTO	$8C_4$	$8C_4 \times 4! = 1680$
2 செட் ஒரேமாதிரியான எழுத்துக்கள்	(AA II NN)	$3C_2$	$3C_2 \times \frac{4!}{2!\,2!} = 18$
ஒரேமாதிரி உள்ளவையில் 1 செட் 2 வெவ்வேறானவை	AA II NN EXMTONI	$3C_1 \times 7C_2$	$= 3C_1 \times 7C_2 \times \frac{4!}{2!} = 756$
			மொத்தம் - 2454

22) அந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரு கோட்டில் அமையாதவாறு 15 புள்ளிகளை கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்கள் அமைக்கலாம்.

தேவையான முக்கோணங்கள் $= 15C_3 = \frac{15 \times 14 \times 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$

23) 15 புள்ளிகளில் 7 புள்ளிகள் ஒரு கோட்டிலும் 8 புள்ளிகள் இணை கோட்டிலும் உள்ளது எனில் இந்த 15 புள்ளிகளைக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்கள் அமைக்கலாம்.

முதல் கோட்டில் ஒருபுள்ளியும் இரண்டாவது கோட்டில் 2 புள்ளியும் தேர்ந்தெடுத்தால் $7C_1 \times 8C_2 = 168$

முதல் கோட்டில் இரண்டு புள்ளியும் இரண்டாவது கோட்டில் 1 புள்ளியும் தேர்ந்தெடுத்தால் $7C_2 \times 8C_1 = 196$

மொத்த முக்கோணங்கள் 364

www.Padasalai.Net

24) ஒரு தளத்தில் 11 புள்ளிகள் உள்ளன. இவற்றில் 4 புள்ளிகளைத் தவிர மற்ற எந்த 3 புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையவில்லை எனில் கீழ்கண்டவற்றைக் காண்க.

1) இப்புள்ளிகளில் ஒரு சோடி புள்ளிகளினால் அமையும் கோடுகள் எத்தனை.

2) இந்த புள்ளிகளை முனைப் புள்ளிகளாக கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்

1) 11 புள்ளிகளைக் கொண்டு 2 புள்ளிகளை சேர்த்தால் கிடைக்கும் கோடுகளின் எண்ணிக்கை : $^{11}C_2$

ஆனால் 4 புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைவதால் : $-{}^{4}C_2+1$

$\therefore$ தேவையான கோடுகளின் எண்ணிக்கை

$$^{11}C_2-{}^{4}C_2+1=50$$

2). தேவையான முக்கோணத்தின் எண்ணிக்கை $\Big\}$ $= {}^{11}C_3-{}^{4}C_3$

$= 165-4 = 161$

25) 90 மூலைவிட்டங்கள் கொண்ட பலகோணத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன.

n பக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்தின் மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{n(n-3)}{2} = 90$

$n^2-3n-180=0$

$(n-15)(n+12)=0$

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை. $n = \cancel{-12}, 15$

எ.கா: 4.51) ஒரு உணவு விடுதியில் பழக் கலவை (Fruit Salad) செய்ய ஆப்பிள், வாழை, கொய்யா, மாதுளை, திராட்சை, பப்பாளி மற்றும் அன்னாசி பழங்களில் இருந்து 4 பழங்களைக் கொண்டு பழக்கலவைகள் மொத்தம் எத்தனை வழிகளில் செய்ய முடியும்

பழங்களின் எண்ணிக்கை $=7$

தேவையான பழங்களின் எண்ணிக்கை $=4$

$\therefore$ கலவைகளின் எண்ணிக்கை: $^{7}C_4 = {}^{7}C_3 = 35$

எ.கா: 4.52) ஒரு கணித மன்றத்தில் 15 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர். இதில் 8 உறுப்பினர்கள் பெண்கள். பாதி பெண்களாக இருக்குமாறு ஒரு போட்டிக்கு 6 நபர்களை தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

	ஆண்கள்(7)	பெண்கள்(8)	வழிகள்
தேர்ந்தெடுப்பவர்கள்	3	3	$^{7}C_3 \times {}^{8}C_3 = 56\times 35 = 1960$

4.53) 20 வியாபார முத்திரை மகிழுந்துகளில், மகிழுந்துகளை மதிப்பீடு செய்யும் நிறுவனம் 5 முத்திரை மகிழுந்துகளை முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது மற்றும் ஐந்தாவது மிகச் சிறந்த வியாபார முத்திரை மகிழுந்துகள் எனவும் மேலும் மீதமுள்ள 15ல் 7ஐ தேர்ந்தெடுக்க ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய வகையிலுள்ளவை எனக்கூற எத்தனை வழிகள் உள்ளன.

20 ல் 5 தேர்வு செய்யும் முறை = $^{20}C_5$

15ல் 7 தேர்வு செய்யும் முறை = $^{15}C_7$

∴ மொத்த வழிகள் = $^{20}C_5 \times {}^{15}C_7$

4.54) 25 மாணவர்கள் கொண்ட வகுப்பறையில் 10 மாணவர்களை சுற்றுலாவுக்குத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இதில் 4 மாணவர்கள் எல்லோரும் ஒன்றாக வருவது அல்லது ஒன்றாக வராமல் இருப்பது என்று முடிவெடுக்கிறார்கள். சுற்றுலாவிற்கு எத்தனை வழிகளில் மாணவர்களை தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

4 மாணவர்கள் சேர்ந்து கிடைக்கும் வழிகள் $^{21}C_6 = \frac{21!}{15!\,6!}$

4 மாணவர்கள் சேர்க்காமல் கிடைக்கும் வழிகள் $^{21}C_{10} = \frac{21!}{11!\,10!}$

∴ மொத்த வழிகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{21!}{15!\,6!} + \frac{21!}{11!\,10!}$

www.Padasalai.Net

4.55) ஒரு டசன் ஆப்பிள் பழங்கள் உள்ள ஒரு பெட்டியில் ஒரு அழுகிய ஆப்பிள் உள்ளது. இவற்றில் 3 ஆப்பிள்கள் ஒரே சமயத்தில் எடுக்கும் போது எத்தனை வழிகளில் நல்ல ஆப்பிள்கள் பெறமுடியும்.

12 ஆப்பிள்களிலிருந்து 3 பழங்கள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = $^{12}C_3$.

11 நல்ல ஆப்பிள்களிலிருந்து 2 நல்ல ஆப்பிள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = $^{11}C_2$

நல்ல பழங்களை தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் $^{12}C_3 - {}^{11}C_2$

$= 220 - 55 = 165$

4.56) ஒரு வினாத்தாளில் உள்ள 8 வினாக்களில் 4 வினாக்கள் பகுதி அ விலும் 4 வினாக்கள் பகுதி ஆ விலும் உள்ளன. தேர்வு எழுதுபவர் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். கீழ்க்கண்ட நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யும் வகையில் எத்தனை வழிகளில் இதனை செய்யலாம்.

1. இரண்டு பகுதிகளிலிருந்தும் எந்த கட்டுப்பாடும் இல்லாமல் எத்தனை வினாக்கள் வேண்டுமானாலும் தேர்வு செய்யலாம்
2. பகுதி அ விலிருந்து குறைந்தது 2 வினாக்களாவது தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

1. கட்டுப்பாடு இல்லாமல் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் = $^{8}C_5 = {}^{8}C_3 = 56$.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

அ (4)	ஆ(4)	மொத்த வழிகள்
2	3	$4C_2 \times 4C_3 = 24$
3	2	$4C_3 \times 4C_2 = 24$
4	1	$4C_4 \times 4C_1 = 4$

மொத்த வழிகள். 52

4.57) 7 மெய் எழுத்துகள் மற்றும் 4 உயிரெழுத்துகளில் இருந்து 3 மெய் எழுத்துகள் 2 உயிரெழுத்துகள் உள்ள எழுத்து சரங்கள் எத்தனை உருவாக்கலாம்.

7 மெய் எழுத்துகளில் 3 உயிரெழுத்துகள் தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் } : $7C_3$

4 உயிரெழுத்துகளில் 2 உயிரெழுத்துகள் தேர்ந்தெடுக்கும் விதம் } = $4C_2$

ஒவ்வொரு எழுத்துசரத்திலும் உள்ள 5 எழுத்துகள் செய்யும் வரிசை மாற்றங்கள் = 5!

∴ மொத்த வழிகள் $7C_3 \times 4C_2 \times 5! = 35 \times 6 \times 120 = 25200$

4.59) m இணையான கோடுகளின் ஒரு தொகுப்பு மற்றொரு n இணையான கோடுகளின் ஒரு தொகுப்பை (முதல் தொகுப்பில் உள்ள கோடுகளுக்கு இணையில்லாத) வெட்டும்போது உருவாகும் பின்னல் அமைப்பில் உள்ள இணைகரங்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

முதல் தொகுப்பில் உள்ள 2 கோடுகளும் இரண்டாவது தொகுப்பில் உள்ள 2 கோடுகளும் ஒரு இணைகரத்தை ஏற்படுத்தும்

∴ மொத்த இணைகரங்களின் எண்ணிக்கை = $mC_2 \times nC_2$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

Mathematical Induction - கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறை

எடுத்துக்காட்டு 4.61 கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கையை பயன்படுத்தி, எல்லா முழு எண்கள் $n \geq 1$-க்கு என $1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$ நிறுவுக.

Sol Let $P(n) = 1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$

For $n=1$ $P(1) = 1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n=K$ $P(K) = 1+2+3+...+K = \frac{K(K+1)}{2}$ is True

T.P.T For $n=K+1$ $P(K+1) = 1+2+3+...+K+(K+1) = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$

LHS $1+2+3+...+K+(K+1) = \frac{K(K+1)}{2} + (K+1)$

$= \frac{K(K+1)+2(K+1)}{2}$

$= \frac{(K+1)(K+2)}{2}$ is True.

$\therefore P(n) = 1+2+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$

எடுத்துக்காட்டு 4.62 முதல் n ஒற்றை மிகை எண்களின் கூடுதல் n^2 என தொகுத்தறிதல் முறையில் நிறுவுக.

Sol: Let $P(n) = 1+3+5+...+(2n-1) = n^2$

For $n=1$ $P(1) = 1 = 1^2 = 1$ $\therefore P(1)$ is True

For $n=K$ $P(K) = 1+3+...+(2K-1) = K^2$ is True.

P.T For $n=K+1$ $P(K+1) = 1+3+...+(2K-1)+(2(K+1)-1) = (K+1)^2$

LHS $1+3+...(2K-1)+2(K+1)-1$

$= K^2+2(K+1)-1$

$= K^2+2K+2-1$

$= (K+1)^2$ $\therefore P(K+1)$ is True.

$\therefore P(n) = 1+3+...+(2n-1) = n^2$.

எடுத்துக்காட்டு 4.63 கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம், எல்லா முழு எண்கள் $n \geq 1$-க்கு $1^2+2^2+3^2+...+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ என நிறுவுக.

Sol: Let $P(n) = 1^2+2^2+3^2+...+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

For $n=1$ $P(1) = 1^2 = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} = \frac{1\times2\times3}{6} = 1$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n=K$ $P(K) = 1^2+2^2+3^2+...+K^2 = \frac{K(K+1)(2K+1)}{6}$ is True.

www.Padasalai.Net

For $n = K+1$

TPT $P(K+1) = 1^2+2^2+3^2+ \dots + K^2 + (K+1)^2 = \frac{(K+1)(K+2)(2(K+1)+1)}{6}$

$= \frac{(K+1)(K+2)(2K+3)}{6}$.

LHS: $1^2+2^2+3^2+ \dots + K^2 + (K+1)^2$

$= \frac{K(K+1)(2K+1)}{6} + (K+1)^2$

$2K^2+4K+3K+6$
$= 2K(K+2)+3(K+2)$
$(K+2)(2K+3)$

$= \frac{K(K+1)(2K+1)+6(K+1)^2}{6}$

$= \frac{(K+1)[K(2K+1)+6(K+1)]}{6} = \frac{(K+1)(2K^2+K+6K+6)}{6}$

$= \frac{(K+1)(2K^2+7K+6)}{6}$

$\therefore P(K+1)$ is True.

$= \frac{(K+1)(K+2)(2K+3)}{6}$

Hence $P(n) = 1^2+2^2+3^2+ \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

எடுத்துக்காட்டு 4.64 கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம், எல்லா இயல் எண்கள் n–க்கும் $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\dots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$ என நிறுவுக.

Sol: Let $P(n) = \frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+ \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

For $n=1$ $\frac{1}{1\cdot2} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ $\therefore P(1)$ is True.

for $n=K$ $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+ \dots + \frac{1}{K(K+1)} = \frac{K}{K+1}$ is True.

for $n=K+1$

T.P.T $P(K+1) = \frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+ \dots + \frac{1}{K(K+1)} + \frac{1}{(K+1)(K+2)} = \frac{K+1}{K+2}$

LHS: $\frac{K}{(K+1)} + \frac{1}{(K+1)(K+2)}$

$= \frac{K(K+2)+1}{(K+1)(K+2)}$

$= \frac{K^2+2K+1}{(K+1)(K+2)}$

$= \frac{(K+1)^2}{(K+1)(K+2)} = \frac{K+1}{K+2}$.

எடுத்துக்காட்டு 4.65 எந்த ஒரு இயல் எண் n-க்கும், $a > b$ எனில் $a^n - b^n$ ஆனது $a - b$ ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = a^n - b^n$ is divisible by $a-b$.

For $n=1$ $P(1) = a-b$ which is divisible by $a-b$ ∴ P(1) is True

For $n=k$ $P(k) = a^k - b^k$ is divisible by $a-b$ is True.

(ie) $P(k) = \lambda(a-b)$.

For $n = k+1$ $P(k+1) = a^{k+1} - b^{k+1}$ is divisible by $a-b$.

T.P.T : (ie) $a^{k+1} - b^{k+1} = \lambda_1(a-b)$

$LHS = a^{k+1} - b^{k+1}$

$= a^{k+1} - ab^k + ab^k - b^{k+1}$

$= a(a^k - b^k) + b^k(a-b)$

$= a(\lambda(a-b)) + b^k(a-b)$

$= (a-b)(\lambda a + b^k)$

$= (a-b)\lambda_1$ where $\lambda_1 = \lambda a + b^k$

∴ $a^{k+1} - b^{k+1}$ is divisible by $a-b$.

∴ P(k+1) is True.

Hence $P(n) = a^n - b^n$ is divisible by $a-b$.

எடுத்துக்காட்டு 4.66 $n \geq 1$-க்கு $3^{2n+2} - 8n - 9$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும் என்பதை நிறுவுக.

Let $P(n) = 3^{2n+2} - 8n - 9$ which is divisible by 8.

For $n=1$ $P(1) = 3^{2+2} - 8 - 9 = 81 - 8 - 9$

$= 64$ which is divisible by 8

∴ P(1) is True.

For $n=k$ $P(k) = 3^{2k+2} - 8k - 9$ which is divisible by 8 is True

(ie) $3^{2k+2} - 8k - 9 = 8\lambda$

T.P.T

For $n=k+1$ $P(k+1) = 3^{2(k+1)+2} - 8(k+1) - 9$ is divisible by 8.

$= 3^2 3^{2(k+1)} - 8k - 8 - 9$

$= 3^2 3^{2(k+1)} - 8k - 17$

$= 3^2(8\lambda + 8k + 9) - 8k - 17$

$= (72\lambda + 72k + 81 - 8k - 17$

$= 72\lambda + 64k + 56$

$= 8(9\lambda + 8k + 7)$

$= 8 * \lambda_1 \Rightarrow$ which is divisible by 8.

$\therefore P(k+1)$ is True.

Hence $P(n) = 3^{2n+2} - 8n - 9$ is divisible by 8.

2

எடுத்துக்காட்டு 4.67 கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 2$ என உள்ள எந்த ஒரு முழு எண்ணுக்கும் $3n^2 > (n+1)^2$ என நிறுவுக.

Sol: Let $P(n)$ $3n^2 > (n+1)^2$

$\because n \geq 2$.

For $n = 2$ $P(2) =$ $3 \times 4 > (2+1)^2$ is True $\therefore P(2)$ is True.

$12 > 9$

For $n = k$ $P(k)$ $3k^2 > (k+1)^2$ is True.

TPT

For $n = k+1$, $P(k+1)$ $3(k+1)^2 > (k+2)^2$

$= 3(k^2 + 2k + 1)$

$= 3k^2 + 6k + 3$

$> (k+1)^2 + 6x + 3$

$= k^2 + 2k + 1 + 6k +$

$= k^2 + 8k + 4$

$= k^2 + 4k + 4 + 4k$ (x)

$= (k+2)^2 + 4k$

$> (k+2)^2$ $\because k > 0$.

$\therefore P(k+1)$ is True.

Hence $P(n)$ $3n^2 > (n+1)^2$

எடுத்துக்காட்டு 4.68 கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம் என உள்ள எந்த ஒரு முழு எண்ணுக்கும் $n \geq 2$, $3^n > n^2$ என நிரூபி. $n \geq 2$

Sol: Let $P(n)$ $3^n > n^2$ $\because n \geq 2$

For $n = 2$, $P(2)$: $3^2 > 2^2$

$9 > 4$ is True $\therefore P(2)$ is True.

For $n = k$ $P(k) = 3^k > k^2$ is True

For $n = k+1$, T.PT $P(k+1)$ $3^{k+1} > (k+1)^2$

$= 3^{k+1} = 3^k \cdot 3$

$> k^2 \cdot 3$

$> (k+1)^2$ (by 4.67)

$\therefore P(k+1)$ is True

Hence $3^n > n^2$.

எடுத்துக்காட்டு 4.69 எந்த ஒரு இயல் எண் $n \in \mathbb{N}$-க்கும் கணிதத் தொகுத்தறிதலின்படி

$$\cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \dots + \cos(\alpha+(n-1)\beta) = \cos\left(\alpha + \frac{(n-1)\beta}{2}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

எனக் காட்டு.

Sol: Let $P(n) = \cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \dots + \cos(\alpha+(n-1)\beta) = \cos\left(\alpha + \frac{(n-1)\beta}{2}\right) \times \frac{\sin\frac{n\beta}{2}}{\sin\beta/2}$

For $n=1$ $\quad P(1) = \cos\alpha = \cos\alpha \cdot \frac{\sin\beta/2}{\sin\beta/2} = \cos\alpha$ $\quad \therefore P(1)$ is True.

For $n=k$ $\quad P(k) = \cos\alpha + (\cos\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \dots + \cos(\alpha+(k-1)\beta) = \cos\left(\alpha + \frac{(k-1)\beta}{2}\right) \frac{\sin\frac{k\beta}{2}}{\sin\beta/2}$ is True

For $n=k+1$ T.P.T $P(k+1) = \cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \dots + \cos(\alpha+(k-1)\beta) + \cos(\alpha+k\beta) = \cos\left(\alpha + \frac{k\beta}{2}\right) \frac{\sin\frac{(k+1)\beta}{2}}{\sin\beta/2}$

LHS $\cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \dots + \cos(\alpha+(k-1)\beta) + \cos(\alpha+k\beta)$

$$= \cos\left(\alpha + \frac{(k-1)\beta}{2}\right) \frac{\sin\frac{k\beta}{2}}{\sin\beta/2} + \cos(\alpha+k\beta)$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos\left(\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right) - \beta/2\right) \cdot \sin\frac{k\beta}{2} + \cos(\alpha+k\beta)\sin\beta/2\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left\{\left[\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\beta/2 + \sin\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\sin\beta/2\right]\sin\frac{k\beta}{2} + \cos(\alpha+k\beta)\sin\beta/2\right\}$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \sin\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\sin\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \cos(\alpha+k\beta)\sin\beta/2\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \sin\beta/2\left(\sin\alpha+\frac{k\beta}{2}\sin\frac{k\beta}{2} + \cos(\alpha+k\beta)\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \frac{\sin\beta/2}{2}\left(2\sin\alpha+\frac{k\beta}{2}\sin\frac{k\beta}{2} + 2\cos(\alpha+k\beta)\right)\right]$$

$\rightarrow (\because 2\sin\ldots = \cos(D\ldots$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \frac{\sin\beta/2}{2}\left[\cos\alpha - \cos(\alpha+k\beta) + 2\cos(\alpha+k\beta)\right]\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left\{\cos(\alpha+k\beta/2)\cos\beta/2 \sin\frac{k\beta}{2} + \frac{\sin\beta/2}{2}\left[\cos\alpha + \cos(\alpha+k\beta)\right]\right\}$$

$\longrightarrow \left(\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2} \cos\ldots\right.$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\left[\cos(\alpha+k\beta/2)\cos\beta/2 \sin k\beta/2 + \frac{\sin\beta/2}{2}\left(2\cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\cos\frac{k\beta}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\beta/2}\cos(\alpha+k\beta/2)\left[\sin\frac{k\beta}{2}\cos\beta/2 + \cos\frac{k\beta}{2}\sin\beta/2\right] = \cos\left(\alpha+\frac{k\beta}{2}\right)\sin\frac{(k+1)\beta}{2}$$

$\therefore P(k+1)$ is True.

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

எடுத்துக்காட்டு 4.70 கணிதத் தொகுத்தறிதலின்படி $i^2 = -1$ எனக் கொண்டு எந்த ஒரு இயல் எண் n-க்கும் $(r(\cos\theta + i\sin\theta))^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ எனக் காட்டுக.

De Moivres Theorem

Sol: Let $P(n) = (r(\cos\theta + i\sin\theta))^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

For $n=1$ $P(1) = r(\cos\theta + i\sin\theta) = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = (r(\cos\theta + i\sin\theta))^k = r^k(\cos k\theta + i\sin k\theta)$ is True.

For $n=k+1$ T.P.T $P(k+1) = (r(\cos\theta + i\sin\theta))^{k+1} = r^{k+1}(\cos(k+1)\theta + i\sin(k+1)\theta)$

LHS $(r(\cos\theta + i\sin\theta))^{k+1} = r^{k+1}(\cos\theta + i\sin\theta)^{k+1}$

$= r^{k+1}(\cos\theta + i\sin\theta)^k(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= r^{k+1}(\cos k\theta + i\sin k\theta)(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= r^{k+1}(\cos k\theta\cos\theta + i\cos k\theta\sin\theta + i\sin k\theta\cos\theta + i^2\sin k\theta\sin\theta)$

$= r^{k+1}[(\cos k\theta\cos\theta - \sin k\theta\sin\theta) + i(\sin k\theta\cos\theta + \cos k\theta\sin\theta)]$

$= r^{k+1}[\cos(k+1)\theta + i\sin(k+1)\theta]$ $\therefore P(k+1)$ is True

$\therefore P(n) = (r(\cos\theta + i\sin\theta))^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

1. 1. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$-க்கு $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

For $n=1$ $P(1) = 1 = \left[\frac{1(1+1)}{2}\right]^2 = 1^2 = 1$ $\therefore P(1)$ is True

For $n=k$ $P(k) = 1^3 + 2^3 + \cdots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$ is True

For $n=k+1$ TPT $P(k+1) = 1^3 + 2^3 + \cdots + k^3 + (k+1)^3 = \left[\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right]^2$

LHS: $\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 + (k+1)^3 = \frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^3}{4}$

$= \frac{(k+1)^2(k^2+4k+4)}{4}$

$= \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4} = $ RHS.

$\therefore P(k+1)$ is True.

Hence $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

2. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$-க்கு $1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = 1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.

For $n=1$ $P(1) = 1 = \frac{1(2-1)(2+1)}{3} = 1$ ∴ $P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = 1^2+3^2+5^2+\ldots+(2k-1)^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}$ is True

For $n=k+1$ T.P.T $P(k+1) = 1^2+3^2+5^2+\ldots+(2k-1)^2+(2(k+1)-1)^2$

$= \frac{(k+1)(2(k+1)-1)(2k+3)}{3}$

$= \frac{(k+1)(2k+1)(2k+3)}{3}$

LHS: $1^2+3^2+5^2+\ldots+(2k-1)^2+(2(k+1)-1)^2$

$= \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}+(2k+1)^2$

$= \frac{k(2k-1)(2k+1)+3(2k+1)^2}{3}$

$= \frac{(2k+1)(k(2k-1)+3(2k+1))}{3}$

$= \frac{(2k+1)(2k^2+5k+3)}{3}$

$= \frac{(2k+1)(k+1)(2k+3)}{3} = RHS$

$2k^2+5k+3 = 2k^2+2k+3k+3$
$= 2k(k+1)+3(k+1)$
$= (k+1)(2k+3)$

∴ $P(k+1)$ is True.

∴ $1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

3. பூஜ்ஜியமற்ற முதல் n இரட்டை எண்களின் கூடுதல் n^2+n என நிரூபிக்க.

Sol: $P(n)$: $2+4+6+\ldots+2n = n^2+n$.

For $n=1$ $P(1) = 2 = 1^2+1 = 2$ ∴ $P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = 2+4+6+\ldots+2k = k^2+k$.

For $n=k+1$
TPT $P(k+1) = 2+4+6+\ldots+2k+2(k+1) = (k+1)^2+(k+1)$
$= (k+1)(k+2)$

LHS $= k^2+k+2(k+1)$
$= k(k+1)+2(k+1)$
$= (k+1)(k+2)$

∴ $P(k+1)$ is True.

Hence $2+4+6+\ldots+2n = n^2+n$.

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

4. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$-க்கு

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n.(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = 1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \ldots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

For $n = 1$ $P(1) = 1\cdot2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} = 2$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n = k$ $P(k) = 1\cdot2 + 2\cdot3 + \ldots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$.

For $n = k+1$

TPT $P(k+1) = 1\cdot2 + 2\cdot3 + \ldots + k(k+1) + (k+1)(k+2)$

$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$.

LHS: $\frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$

$= \frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{3}$

$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$ $\therefore P(k+1)$ is True.

$\therefore 1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \ldots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

5. கணிதத்தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி $n \geq 2$ எனக் கொண்ட எந்த ஒரு இயல் எண்ணுக்கும்

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$.

For $n = 2$ $P(2) = 1 - \frac{1}{2^2} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n = k$ $P(k) = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k}$ is True.

For $n = k+1$

TPT $P(k+1) = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+2}{2(k+1)}$

LHS: $\left(\frac{k+1}{2k}\right)\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right) = \left(\frac{k+1}{2k}\right)\left(\frac{k^2+2k+1-1}{(k+1)^2}\right)$

$= \frac{k(k+2)}{2k(k+1)} = \frac{k+2}{2(k+1)} =$ RHS

$\therefore P(k+1)$ is True

Hence $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$.

6. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி $n \geq 2$ எனக் கொண்ட எந்த ஒரு இயல் எண்ணுக்கும் $\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+n}=\frac{n-1}{n+1}$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = \frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots\frac{1}{1+2+3+\cdots+n} = \frac{n-1}{n+1}$

For $n=2$ $P(2) = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ RHS $= \frac{2-1}{2+1} = 1/3$ ∴ P(1) is True

For $n=k$ $P(k) = \frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+k} = \frac{k-1}{k+1}$ is True.

For $n=k+1$ T.P.T $P(k+1) = \frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+k}+\frac{1}{1+2+\cdots+k+1} = \frac{k+1-1}{k+1+1} = \frac{k}{k+2}$

$1+2+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

LHS $: \frac{k-1}{k+1}+\frac{1}{1+2+\cdots+k+1}$

$= \frac{k-1}{k+1}+\frac{1}{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}$

$= \frac{k-1}{k+1}+\frac{2}{(k+1)(k+2)}$

$= \frac{(k-1)(k+2)+2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+k-2+2}{(k+1)(k+2)}$

$= \frac{k(k+1)}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+2}$

∴ P(k+1) is True.

∴ $\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+n} = \frac{n-1}{n+1}$

7. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n–க்கும் $\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+\ldots+\frac{1}{n.(n+1).(n+2)}=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = \frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

For $n=1$ $P(1) = \frac{1}{1\cdot2\cdot3} = \frac{1(1+3)}{4(1+1)(1+2)} = \frac{1\times4}{4\times2\times3}$

$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ ∴ P(1) is True.

For $n=k$

$P(k) = \frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)}$ is True.

For $n = k+1$

T.P.T $P(k+1) = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} = \frac{(k+1)(k+4)}{4(k+2)(k+3)}$

LHS: $\frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$

$= \frac{k(k+3)^2 + 4}{4(k+1)(k+2)(k+3)} = \frac{k(k^2+6k+9)+4}{4(k+1)(k+2)(k+3)}$

$= \frac{k^3+6k^2+9k+4}{4(k+1)(k+2)(k+3)}$

$-1 \,|\, 1 \quad 6 \quad 9 \quad 4$
$\quad\;\; -1 \;\; -5 \;\; -4$
$\quad\;\; 1 \quad 5 \quad 4 \quad 0$

$(k+1)(k^2+5k+4)$
$= (k+1)(k+1)(k+4)$

$= \frac{(k+1)^2(k+4)}{4(k+1)(k+2)(k+3)}$

$= \frac{(k+1)(k+4)}{4(k+2)(k+3)}$ $\therefore P(k+1)$ is True.

$\therefore \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

8. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n–க்கும் ... any natural number n

$\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$ என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$.

For $n=1$ $P(1) = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{6+4}$

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{k}{6k+4}$. is True.

For $n = k+1$

T.P.T $P(k+1) = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} + \frac{1}{(3(k+1)-1)(3(k+1)+2)}$

$= \frac{k+1}{6(k+1)+4}$

$= \frac{k+1}{6k+10}$

LHS: $\frac{k}{6k+4} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$

$\frac{k}{2(3k+2)} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$

$$\frac{k(3k+5)+2}{2(3k+2)(3k+5)} = \frac{3k^2+5k+2}{2(3k+2)(3k+5)}$$

$$= \frac{(k+1)(3k+2)}{2(3k+2)(3k+5)}$$

$$= \frac{k+1}{6k+10} = RHS.$$

$3k^2+3k+2k+2$

$=3k(k+1)+2(k+1)$

$(k+1)(3k+2)$

$\therefore P(k+1)$ is True

Hence $\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\cdots+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$.

9. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் நிறுவுக.

$$1!+(2\times2!)+(3\times3!)+\ldots+(n\times n!)=(n+1)!-1$$

Sol: Let $P(n) = 1!+(2\times2!)+(3\times3!)+\cdots+(n\times n!) = (n+1)!-1$.

For $n=1$ $P(1) = 1 = (1+1)!-1$

$= 2-1$

$1 = 1$ $\therefore P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = 1!+(2\times2!)+(3\times3!)+\cdots+(k\times k!) = (k+1)!-1$ is True.

For $n=k+1$

TPT: $P(k+1) = 1!+(2\times2!)+\cdots+(k\times k!)+((k+1)\times(k+1)!)$

$= (k+2)!-1$.

LHS: $[(k+1)!-1]+[(k+1)\cdot(k+1)!]$

$=(k+1)!\{1+(k+1)\}-1$

$=(k+1)!(k+2)-1$

$=(k+2)!-1$

12. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n-க்கும் n^3-7n+3 ஆனது 3ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = n^3-7n+3$.

For $n=1$ $P(1) = 1-7+3 = -3$ which is divisible by 3.

$\therefore P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = k^3-7k+3$ which is divisible by 3

(ie) $k^3-7k+3 = 3t$.

For $n=k+1$

T.P.T $P(k+1) = (k+1)^3-7(k+1)+3$ which must be divisible by 3.

(ie) $(k+1)^3-7(k+1)+3 = 3\cdot\text{Const}$.

$k^3+3k^2+3k+1-7k-4$

$(k^3-7k+3)+3(k^2+k)-3$

$= 3t + 3(k^2+k) + 3$

$= 3(t + k^2 + k + 1)$ which is divisible by 3.

$\therefore n^3 - 7n + 3$ is divisible by 3.

14. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n-க்கும் $10^n + 3 \times 4^{n+2} + 5$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க. $\forall n \in N$

Let $P(n) = 10^n + 3 \times 4^{n+2} + 5$

$\frac{64 \times 3}{192}$

For $n = 1$

$P(1) = 10 + 3 \times 4^3 + 5$

$= 207$ which is divisible by 9 $\therefore P(1)$ is True

For $n = k$

$P(k) = 10^k + 3 \times 4^{k+2} + 5$ is divisible by 9.

(ie) $10^k + 3 \times 4^{k+2} + 5 = 9t.$

For $n = k+1$

TPT $P(k+1) = 10^{k+1} + 3 \times 4^{k+3} + 5 = 9 \times (\text{const})$

$= 10 \cdot 10^k + 3 \cdot 4 \cdot 4^{k+2} + 5$

$= 10 \cdot 10^k + 3 \cdot 4 \cdot 4^{k+2} + \ldots 4^{k+2} + 5$

$= 10(10^k + 3 \cdot 4^{k+2} + 5) - 18 \cdot 4^{k+2} - 45$

$= 10 \cdot 9t - 18\, 4^{k+2} - 45$ which is divisible by 9.

$= 9(10t - 2\, 4^{k+2} - 5)$

$= 9\lambda$ $\therefore P(k+1)$ is True.

Hence $10^n + 3 \times 4^{n+2} + 5$ is divisible by 9 $\forall n \in N$.

13. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n-க்கும் $5^{n+1} + 4 \times 6^n$ ஐ 20 ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி 9 என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = 5^{n+1} + 4 \times 6^n$ when divided by 20 leaves the remainder 9

For $n = 1$ $5^2 + 4 \times 6 = 25 + 24$

$= 49$ when divided by leaves 9 reminder $\therefore P(1)$ is True

For $n = k$ $P(k) = 5^{k+1} + 4 \times 6^k$ when divided by 20 leaves 9

(ie) $5^{k+1} + 4 \times 6^k = 20q + 9.$

For $n = k+1$

T-P-T when $P(k+1)$ is divided by 20 leaves reminder 9.

(ie) $5^{k+2} + 4\times 6^{k+1} = 20\lambda + 9$.

$5 \cdot 5^{k+1} + 4\times 6 \cdot 6^k = 5(5^{k+1} + 4\cdot 6^k) + 4\cdot 6^k$.

$= 5(20q + 9) + 4\times 6^k$.

$= 100q + 45 + 4\cdot 6^k$.

$= 100q + 49 + 4\cdot 6^k - 4$

$= 100q + 49 + 4(6^k - 1)$ —(*)

$= (100q + 40) + 9 + 4(6^k-1)$

Now we have to prove that $6^n - 1$ is divisible by 5.

$n=1$ $P(1) = 6-1 = 5$ which is divisible by 5

$n=k$ $P(k)$ $6^k - 1$ is divisible by 5 is True.

(ie) $6^k - 1 = 5t \Rightarrow 6^k = 5t+1$

$n = k+1$ T-P-T $6^{k+1} - 1$ is divisible by 5

$6 \cdot 6^k - 1 = 6(5t+1) - 1$

$= 6\cdot 5t - 5$

$= 5(6t - 1)$ which is divisible by 5

by (*)

∴ $P(k+1)$ is True Hence $5^{n+1} + 4\cdot 6^n$ when divided by 20 leaves reminder 9

11. கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கையின்படி $n \geq 1$–க்கு

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ என நிரூபிக்க.

Let $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 > n^3/3$.

For $n=1$ $P(1) = 1 > \frac{1}{3}$ ∴ $P(1)$ is True.

For $n=k$ $P(k) = 1^2 + 2^2 + \cdots + k^2 > k^3/3$ is True.

For $n = k+1$ TPT $P(k+1) = 1^2 + 2^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$

LHS: $1^2 + 2^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{k^3}{3} + (k+1)^2$

$> \frac{k^3 + 3(k+1)^2}{3}$

$> \frac{k^3 + 3k^2 + 6k + 3}{3}$

$> \frac{(k+1)^3}{3}$ ∴ $P(k+1)$ True

∴ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 > \frac{n^3}{n}$.

10. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n-க்கும் $x^{2n}-y^{2n}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

Sol: Let $P(n) = x^{2n}-y^{2n}$ is divisible by $x+y$.

For $n=1$ $P(1) = x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$ which is divisible by $x+y$

$\therefore P(1)$ is True.

for $n=k$ $P(k) = x^{2k}-y^{2k}$ is divisible by $x+y$.

(ie) $x^{2k}-y^{2k} = (x+y)t \Rightarrow x^{2k} = (x+y)t+y^{2k}$.

For $n=k+1$ $P(k+1) = x^{2(k+1)} - y^{2(k+1)}$ is divisible by $x+y$.

T.P.T

$= x^{2k}\cdot x^2 - y^{2k}\cdot y^2$

$= x^2\left[t(x+y)+y^{2k}\right]-y^{2k}\cdot y^2$

$= tx^2(x+y)+x^2y^{2k}-y^2y^{2k}$

$= tx^2(x+y)+y^{2k}(x^2-y^2)$

$= tx^2(x+y)+y^{2k}(x+y)(x-y)$

$= (x+y)(tx^2+y^{2k}(x-y)) \Rightarrow$ divisible by $x+y$.

$\therefore P(k+1)$ is True $\therefore x^{2n}-y^{2n}$ is divisible by $x+y$

www.Padasalai.Net

பயிற்சி - 4.5 (One Mark)

1) 2, 4, 5, 7 ஆகிய அனைத்து எண்களையும் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படும் நான்கு இலக்க எண்களில் 10வது இடத்திலுள்ள அனைத்து எண்களின் கூடுதல்

1) 432 2) 108 3) 36 4) 18

Answer: 2) 108

மொத்த எண்களின் எண்ணிக்கை : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

10ம் இடத்தில் (இலக்கத்தில்) 2 என்பது 6 முறை வரும்

" 4 " 6 முறை வரும்

" 5 " 6 முறை வரும்

" 7 " 6 முறை வரும்.

10வது இலக்கில் உள்ள எண்களின் கூடுதல் $= (2\times6+4\times6+5\times6+7\times6)$

$= 6(2+4+5+7)$

$= 6\times18 = 108$

2) ஒரு தேர்வில் 5 வாய்ப்புகளையுடைய மூன்று பல்வாய்ப்பு வினாக்கள் உள்ளன. ஒரு மாணவன் எல்லா வினாக்களுக்கும் சரியாக விடையளிக்க தவறிய வழிகளின் எண்ணிக்கை.

1) 125 2) 124 3) 64 4) 63

Answer: 2) 124

மொத்த வழிகள் $= 5^3 = 125$

சரியானது 1

(124)

சரியாக விடையளிக்க தவறிய வழிகள்

3) 30 மாணவர்களைக் கொண்ட வகுப்பில் கணிதத்தில் முதலாவது மற்றும் இரண்டாவது, இயற்பியலில் முதலாவது மற்றும் இரண்டாவது, வேதியியலில் முதலாவது மற்றும் ஆங்கிலத்தில் முதலாவது எனப் பரிசுகளை வழங்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

1) $30^4\times29^2$ 2) $30^3\times29^3$ 3) $30^2\times29^4$ 4) 30×29^5

Answer: 1) $30^4\times29^2$

கணிதத்தில் முதலாவது = 30 வழிகள்

" இரண்டாவது = 29 வழிகள்

இயற்பியல் முதலாவது = 30 "

" இரண்டாவது = 29 "

வேதியியல் முதலாவது = 30 "

ஆங்கிலத்தில் " = 30 "

மொத்த வழிகள் $30^4\times29^2$

4) எல்லாம் ஒற்றை எண்களாகக் கொண்ட 5 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை

1) 25 2) 5^5 3) 5^6 4) 625

Answer: 2) 5^5

ஒற்றை எண்கள் 1, 3, 5, 7, 9.

$5\times5\times5\times5\times5 = 5^5$

5) 3 விரல்களில் 4 மோதிரங்களை அணியும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

1) 4^3-1 2) 3^4 3) 68 4) 64

3 விரல்களில் 4 மோதிரங்கள் அணியும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $\} = 3^4$

6) $(n+5)P_{n+1} = \frac{11(n-1)}{2}(n+3)P_n$ எனில் n ன் மதிப்பு.

1) 7 மற்றும் 11   2) 6 மற்றும் 7 ✓   3) 2 மற்றும் 11   4) 2 மற்றும் 6

$$\frac{(n+5)!}{4!} = \frac{11(n-1)}{2} \times \frac{(n+3)!}{3!}$$

$$\frac{(n+5)(n+4)(n+3)!}{4\times 3!} = \frac{11(n-1)(n+3)!}{2\times 3!}$$

$$n^2+9n+20 = 22n-22 \Rightarrow n^2-13n+42=0$$

$$(n-6)(n-7)=0 \quad n=6,7$$

7) அடுத்தடுத்த r மிகை முழு எண்களின் பெருக்கற்பலன் எதனால் வகுபடும்

1) $r!$ ✓   2) $(r-1)!$ 3) $(r+1)!$ 4) r^r.

தேற்றம்: அடுத்தடுத்த r மிகை முழு எண்களின் பெருக்கற்பலன் $r!$ ல் வகுபடும்.

8) குறைந்தபட்சம் ஒரு இலக்கம் மீண்டும் வருமாறு 5 இலக்க தொலைபேசி எண்களின் எண்ணிக்கை.

1) 90,000   2) 10,000   3) 30240   4) 69760 ✓

0, 1, 2, ... 9.

0 தொடக்கத்தில் அனுமதிக்கப்பட்டால் மொத்த 5 இலக்க எண்கள் 10^5

5 இலக்க எண்ணில் எந்த எண்ணும் திரும்ப வராமல் இருந்தால் எண்ணிக்கை $= 10C_5 = 30240$

தேவையான எண்களின் எண்ணிக்கை: $100000 - 30240$

$= 69760$

9) $a^2 - aC_2 = a^2 - aC_4$ எனில் a ன் மதிப்பு.

1) 2   2) 3 ✓   3) 4   4) 5

$$nC_x = nC_y \Rightarrow x+y=n.$$

$$2+4 = a^2-a \Rightarrow a^2-a-6=0$$

$$(a-3)(a+2)=0$$

$$a=-2, 3$$

10) ஒரு தளத்தில் 10 புள்ளிகள் உள்ளன. அவற்றில் 4 ஒரே கோட்டமைவன ஏதேனும் 2 புள்ளிகளை இணைத்து கிடைக்கும் கோடுகளின் எண்ணிக்கை

1) 45   2) 40 ✓   3) 39   4) 38

$$10C_2 - 4C_2 + 1 = \frac{10\cdot 9}{1\cdot 2} - \frac{4\times 3}{1\cdot 2} + 1$$

$$= 40$$

www.Padasalai.Net www.TrbTnps.com

11) ஒரு விழாவிற்கு 12 நபர்களில் 8 நபர்களை ஒரு பெண் அழைக்கிறார் இதில் இருவர் ஒன்றாக விழாவிற்கு வரமாட்டார்கள் எனில் அவர்களை அழைக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை.

1) $2 \times {}^{11}C_7 + {}^{10}C_8$ 2) ${}^{11}C_7 + {}^{10}C_8$ 3) ${}^{12}C_8 - {}^{10}C_6$ ✓ 4) ${}^{10}C_6 + 2!$

12ல் 8பேர் தேர்வுகளின் எண்ணிக்கை $= {}^{12}C_8$

ஒன்றாக 2 வர் விழாவிற்கு வரமாட்டார்கள் எனில் ${}^{10}C_6$

தேவையான தேர்வுகள் $= {}^{12}C_8 - {}^{10}C_6$

12) நான்கு இணையான கோடுகளின் தொகுப்பானது 3 இணையான கோடுகளின் தொகுப்பை வெட்டும்போது கிடைக்கும் இணைகரங்களின் எண்ணிக்கை 1) 6 2) 9 3) 12 4) 18 ✓

$${}^4C_2 \times {}^3C_2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} \times \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 18 \qquad {}^mC_2 \times {}^nC_2$$

13) ஓர் அறையில் உள்ள ஒவ்வொருவரும் மற்றவருடன் கை குலுக்குகிறார்கள் 66 கை குலுக்கல்கள் நிகழ்கின்றது எனில் அந்த அறையில் உள்ளவர்கள் எண்ணிக்கை

1) 11 2) 12 ✓ 3) 10 4) 6

n நபர்களில் கை குலுக்கல்களின் எண்ணிக்கை } ${}^nC_2 = 66$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 66$$

$$n^2 - n - 132 = 0$$

$$(n-12)(n+11) = 0$$

$$n = \cancel{-11}, 12$$

14) 44 மூலை விட்டங்கள் கொண்ட ஒரு பல கோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 1) 4 2) 4! 3) 11 ✓ 4) 22

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44 \Rightarrow n^2 - 3n - 88 = 0,$$

$$(n-11)(n+8) = 0 \Rightarrow n = \cancel{-8}, 11$$

15) எந்த இரண்டு கோடுகளும் இணையாக இல்லாமலும் மற்றும் எந்த மூன்று கோடுகளும் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாமலும் இருக்குமாறு ஒரு தளத்தின் மீது 10 நேர் கோடுகள் வரையப்பட்டால் கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

1) 45 ✓ 2) 40 3) 10! 4) 2^{10}.

$${}^{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

16) ஒரு தளத்தில் உள்ள 10 புள்ளிகளில் 4 புள்ளிகள் ஒரு கோட்டமைவானவை அவற்றை கொண்டு உருவாகும் முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை

1) 110 2) ${}^{10}C_3$ 3) 120 4) 116 ✓.

$$= {}^{10}C_3 - {}^4C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} - 4 = 116$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/06/latest-plus-one-11th-study-materials-tamil-medium-english-medium-new-syllabus-based.html

17) $2nC_3 : nC_3 = 11:1$ எனில் n-ன் மதிப்பு
1) 5 2) 6 3) 11 4) 7.

$$\frac{2nC_3}{nC_3} = \frac{11}{1} : \frac{\frac{2n(2n-1)(2n-2)}{1.2.3}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}} = 11$$

$$\frac{2^2 n(2n-1)(n-1)}{n(n-1)(n-2)} = 11 \Rightarrow 8n-4 = 11n-22$$

$3n = 18$

$n = 6$

18) $(n-1)C_r + (n-1)C_{r-1}$ என்பது
1) $(n+1)C_r$ 2) $(n-1)C_r$ 3) nC_3 4) nC_{r-1}

பண்பு: $(n-1)C_r + (n-1)C_{r-1} = nC_r$

19) 52 சீட்டுகள் உள்ள சீட்டு கட்டிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படும் 5 சீட்டுகளில் குறைந்தபட்சம் ஒரு சீட்டு ராஜா இருக்குமாறு உள்ள வழிகளின் எண்ணிக்கை
1) $52C_5$ 2) $48C_5$ 3) $52C_5 + 48C_5$ 4) $52C_5 - 48C_5$

மொத்த தேர்வுகளின் எண்ணிக்கை = $52C_5$

ராஜா இல்லாத தேர்வு $48C_5$ $\therefore 52C_5 - 48C_5$

20) ஒரு சதுரங்க அட்டையில் உள்ள செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கை
1) 81 2) 9^9 3) 1296 4) 6561

$9C_2 \times 9C_2 = 1296.$

21) 2 மற்றும் 3 என்ற இலக்கங்களை கொண்டு உருவாக்கப்படும் 10 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை 1) $10C_2 + 9C_2$ 2) 2^{10} 3) $2^{10}-2$ 4) $10!$

$2^{10} = (\text{நிகழ்ச்சி})^{\text{வாய்ப்புகள்}}$

22) P_r என்பது rP_r ஐ குறிக்கும் எனில் $1 + P_1 + 2P_2 + \cdots + nP_n$ என்ற தொடரின் கூடுதல்
1) P_{n+1} 2) $P_{n+1} - 1$ 3) $P_{n-1} + 1$ 4) $(n+1)P_{n-1}$

23) முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் பெருக்கலின் மதிப்பு
$= \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 2nC_n \times nP_n$

24) nC_4, nC_5, nC_6 ஆகியவை AP ல் உள்ளன எனில் n ன் மதிப்பு
1) 14 2) 11 3) 9 4) 5

25) $1+3+5+7+\cdots+17$ ன் மதிப்பு 1) 101 2) 81 3) 71 4) 61

$1+3+5+7 \cdots + (2n-1) = n^2 \Rightarrow$ ~~n^2~~ $2n-1 = 17$ $n = 9$ $n^2 = 81$

தவறுகள் தவறாக இருக்கும் பட்சத்தில் தயவு செய்து எனக்கு தெரியப்படுத்தவும். மேலும் ஆலோசனைகளும் தெரியப்படுத்தவும்.

T. G. Venkatesan
9444209677