



Padalsalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padalsalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA
- Padalsalai's Channel - Group
<https://t.me/padasalaichannel>
- Lesson Plan - Group
<https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw>
- 12th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_12th
- 11th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_11th
- 10th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_10th
- 9th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_9th
- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_6to8
- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_1to5
- TET - Group
https://t.me/Padalsalai_TET
- PGTRB - Group
https://t.me/Padalsalai_PGTRB
- TNPSC - Group
https://t.me/Padalsalai_TNPSC

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளிள் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே		
	STD-10	LN-1
	EX-1.1	
	உறவுகளும் சார்புகளும்	
	வரிசைச் சோடி மற்றும் கார்டியன் பெருக்கல்	
1	i	$A = \{ 2, -2, 3 \}$ $B = \{ 1, -4 \}$ $A \times B = \{ 2, -2, 3 \} \times \{ 1, -4 \}$ $A \times B = \{ (2, 1) (2, -4) (-2, 1) (-2, -4) (3, 1) (3, -4) \}$ $A \times A = \{ 2, -2, 3 \} \times \{ 2, -2, 3 \}$ $A \times A = \{ (2, 2) (2, -2) (2, 3) (-2, 2) (-2, -2) (-2, 3) (3, 2) (3, -2) (3, 3) \}$ $B \times A = \{ 1, -4 \} \times \{ 2, -2, 3 \}$ $B \times A = \{ (1, 2) (1, -2) (1, 3) (-4, 2) (-4, -2) (-4, 3) \}$
	i	$A = B = \{ p, q \}$ i.c $A = \{ p, q \}$ $B = \{ p, q \}$ $A \times B = \{ p, q \} \times \{ p, q \}$ $A \times B = \{ (p, p) (p, q) (q, p) (q, q) \}$ $A \times A = \{ p, q \} \times \{ p, q \}$ $A \times A = \{ (p, p) (p, q) (q, p) (q, q) \}$ $B \times A = \{ p, q \} \times \{ p, q \}$ $B \times A = \{ (p, p) (p, q) (q, p) (q, q) \}$
	iii	$A = \{ m, n \}$ $B = \emptyset$ i.c $A = \{ m, n \}$ $B = \{ \}$ $A \times B = \{ m, n \} \times \{ \}$ $A \times B = \{ \}$ $A \times A = \{ m, n \} \times \{ m, n \}$ $A \times A = \{ (m, m) (m, n) (n, m) (n, n) \}$ $B \times A = \{ \} \times \{ p, q \}$ $B \times A = \{ \}$

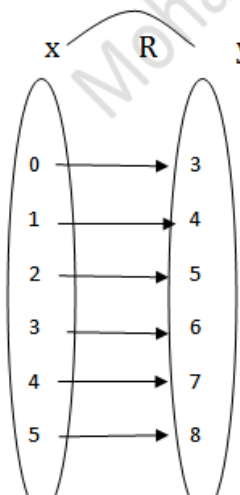
2	$A=\{1,2,3\}$ $B = \{x/x\text{என்பது } 10 \text{ ஐ விட சிறிய பகா எண் } \}$ i.c $A=\{1,2,3\}$ $B =\{ 2,3,5,7 \}$ $A \times B =\{1,2,3\} \times \{ 2,3,5,7 \}$ $A \times B = \{ (1,2) (1,3) (1,5) (1,7) (2,2) (2,3) (2,5) (2,7) (3,2) (3,3) (3,5) (3,7) \}$ $B \times A =\{ 2,3,5,7 \} \times \{ 1,2,3\}$ $B \times A = \{ (2,1) (2,2) (2,3) (3,1) (3,2) (3,3) (5,1) (5,2) (5,3) (7,1) (7,2) (7,3) \}$
3	$B \times A = \{ (-2,3)(-2,4)(0,3)(0,4)(3,3)(3,4) \}$ $B \times A =\{ -2,0,3 \} \times \{ 3,4 \}$ $A=\{3,4 \}$ $B =\{ -2,0,3 \}$
4	$A=\{5,6 \}$ $B =\{ 4,5,6\}$ $C=\{5,6,7 \}$ நாம் நிரூபிக்கவேண்டியது $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ L.H.S $\rightarrow A \times A = \{5,6 \} \times \{5,6 \}$ $= \{ (5,5)(5,6)(6,5)(6,6) \}$ -----① R.H.S $\rightarrow (B \times B) \cap (C \times C)$ $(B \times B) = \{ 4,5,6 \} \times \{ 4,5,6 \}$ $= \{ (4,4)(4,5)(4,6)(5,4)(5,5)(5,6)(6,4)(6,5)(6,6) \}$ $(C \times C) = \{ 5,6,7 \} \times \{ 5,6,7 \}$ $= \{ (5,5)(5,6)(5,7)(6,5)(6,6)(6,7)(7,5)(7,6)(7,7) \}$ $(B \times B) \cap (C \times C) = \{ (4,4)(4,5)(4,6)(5,4)(5,5)(5,6)(6,4)(6,5)(6,6) \} \cap$ $\{ (5,5)(5,6)(5,7)(6,5)(6,6)(6,7)(7,5)(7,6)(7,7) \}$ $= \{ (5,5)(5,6)(6,5)(6,6) \}$ -----② ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது

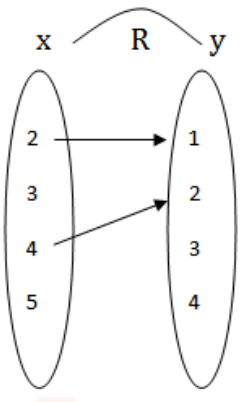
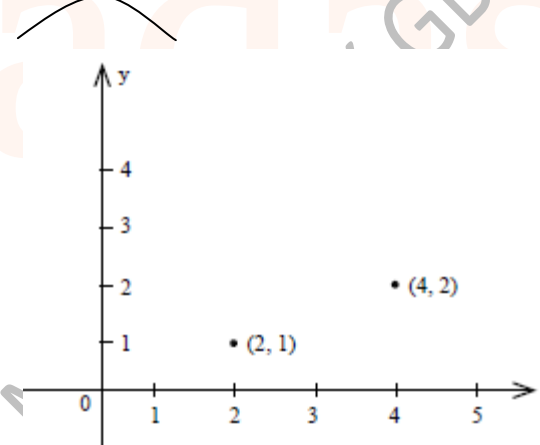
5	$A = \{1,2,3\}$ $B = \{2,3,5\}$ $C = \{3,4\}$ $D = \{1,3,5\}$ நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ L.H.S $\rightarrow (A \cap C) \times (B \cap D)$ $(A \cap C) = \{1,2,3\} \cap \{3,4\}$ $= \{3\}$ $(B \cap D) = \{2,3,5\} \cap \{1,3,5\}$ $= \{3,5\}$ $(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3,5\}$ $= \{(3,3)(3,5)\} \text{ ----- ①}$ R.H.S $\rightarrow (A \times B) \cap (C \times D)$ $(A \times B) = \{1,2,3\} \times \{2,3,5\}$ $= \{(1,2)(1,3)(1,5)(2,2)(2,3)(2,5)(3,2)(3,3)(3,5)\}$ $(C \times D) = \{3,4\} \times \{1,3,5\}$ $= \{(3,1)(3,3)(3,5)(4,1)(4,3)(4,5)\}$ $(A \times B) \cap (C \times D) = \{(1,2)(1,3)(1,5)(2,2)(2,3)(2,5)(3,2)(3,3)(3,5)\} \cap \{(3,1)(3,3)(3,5)(4,1)(4,3)(4,5)\}$ $= \{(3,3)(3,5)\} \text{ ----- ②}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையாகும்
6	$A = \{x \in W \mid x < 2\}$ $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளை சரிபார்க்க (i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ (iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ i $A = \{x \in W \mid x < 2\}$ எனவே $A = \{0,1\}$ $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$ எனவே $B = \{2,3,4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ L.H.S $\rightarrow A \times (B \cup C)$

	$(B \cup C) = \{2,3,4\} \cup \{3,5\}$ $= \{2,3,4,5\}$ $A \times (B \cup C) = \{0,1\} \times \{2,3,4,5\}$ $= \{(0,2)(0,3)(0,4)(0,5)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)\} \text{ ----- ①}$ $\text{R.H.S} \rightarrow (A \times B) \cup (A \times C)$ $(A \times B) = \{0,1\} \times \{2,3,4\}$ $= \{(0,2)(0,3)(0,4)(1,2)(1,3)(1,4)\}$ $(A \times C) = \{0,1\} \times \{3,5\}$ $= \{(0,3)(0,5)(1,3)(1,5)\}$ $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0,2)(0,3)(0,4)(1,2)(1,3)(1,4)\} \cup \{(0,3)(0,5)(1,3)(1,5)\}$ $= \{(0,2)(0,3)(0,4)(1,2)(1,3)(1,4)(0,5)(1,5)\} \text{ ----- ②}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
ii	நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ $\text{L.H.S} \rightarrow A \times (B \cap C)$ $(B \cap C) = \{2,3,4\} \cap \{3,5\}$ $= \{3\}$ $A \times (B \cap C) = \{0,1\} \times \{3\}$ $= \{(0,3)(1,3)\} \text{ ----- ①}$ $\text{R.H.S} \rightarrow (A \times B) \cap (A \times C)$ $(A \times B) = \{0,1\} \times \{2,3,4\}$ $= \{(0,2)(0,3)(0,4)(1,2)(1,3)(1,4)\}$ $(A \times C) = \{0,1\} \times \{3,5\}$ $= \{(0,3)(0,5)(1,3)(1,5)\}$ $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0,3)(1,3)\} \text{ ----- ②}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

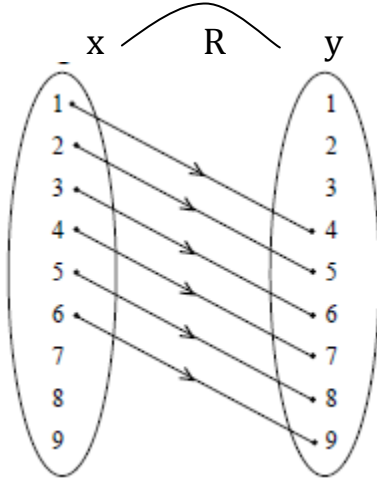
iii	நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ L.H.S $\rightarrow (A \cup B) \times C$ $(A \cup B) = \{0,1\} \cup \{2,3,4\}$ $= \{0,1,2,3,4\}$ $(A \cup B) \times C = \{0,1,2,3,4\} \times \{3,5\}$ $= \{(0,3) (0,5) (1,3) (1,5) (2,3) (2,5) (3,3) (3,5) (4,3) (4,5)\} \text{ -----} \textcircled{1}$ R.H.S $\rightarrow (A \times C) \cup (B \times C)$ $(A \times C) = \{0,1\} \times \{3,5\}$ $= \{(0,3) (0,5) (1,3) (1,5)\}$ $(B \times C) = \{2,3,4\} \times \{3,5\}$ $= \{(2,3) (2,5) (3,3) (3,5) (4,3) (4,5)\}$ $(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0,3) (0,5) (1,3) (1,5) (2,3) (2,5) (3,3) (3,5) (4,3) (4,5)\} \text{ -----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
7	A என்பது 8 ஐ விட குறைவான இயல் எண்களின் கணம் B என்பது 8 ஐ விட குறைவான பகா எண்களின் கணம் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் இதிலிருந்து $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ $B = \{2,3,5,7\}$ $C = \{2\}$ i இவற்றைக் கொண்டு நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ L.H.S $\rightarrow (A \cap B) \times C$ $(A \cap B) = \{1,2,3,4,5,6,7\} \cap \{2,3,5,7\}$ $= \{2,3,5,7\}$ $(A \cap B) \times C = \{2,3,5,7\} \times \{2\}$ $= \{(2,2) (3,2) (5,2) (7,2)\} \text{ -----} \textcircled{1}$ R.H.S $\rightarrow (A \times C) \cap (B \times C)$ $(A \times C) = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{2\}$ $= \{(1,2) (2,2) (3,2) (4,2) (5,2) (6,2) (7,2)\}$

	$(B \times C) = \{ 2,3,5,7 \} \times \{ 2 \}$ $= \{ (2,2) (3,2) (5,2) (7,2) \}$ $(A \times C) \cap (B \times C) = \{ (1,2) (2,2) (3,2) (4,2) (5,2) (6,2) (7,2) \} \cap \{ (2,2) (3,2) (5,2) (7,2) \}$ $= \{ (2,2) (3,2) (5,2) (7,2) \} \text{ -----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$
ii	நாம் சரிபார்க்கவேண்டியது $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ L.H.S $\rightarrow A \times (B - C)$ $(B - C) = \{ 2,3,5,7 \} - \{ 2 \}$ $= \{ 3,5,7 \}$ $A \times (B - C) = \{ 1,2,3,4,5,6,7 \} \times \{ 3,5,7 \}$ $= \{ (1,3) (1,5) (1,7) (2,3) (2,5) (2,7) (3,3) (3,5) (3,7) (4,3) (4,5) (4,7) (5,3) (5,5) (5,7) (6,3) (6,5) (6,7) (7,3) (7,5) (7,7) \} \text{ -----} \textcircled{1}$ R.H.S $\rightarrow (A \times B) - (A \times C)$ $(A \times B) = \{ 1,2,3,4,5,6,7 \} \times \{ 2,3,5,7 \}$ $= \{ (1,2) (1,3) (1,5) (1,7) (2,2) (2,3) (2,5) (2,7) (3,2) (3,3) (3,5) (3,7) (4,2) (4,3) (4,5) (4,7) (5,2) (5,3) (5,5) (5,7) (6,2) (6,3) (6,5) (6,7) (7,2) (7,3) (7,5) (7,7) \}$ $(A \times C) = \{ 1,2,3,4,5,6,7 \} \times \{ 2 \}$ $= \{ (1,2) (2,2) (3,2) (4,2) (5,2) (6,2) (7,2) \}$ $(A \times B) - (A \times C) = \{ (1,3) (1,5) (1,7) (2,3) (2,5) (2,7) (3,3) (3,5) (3,7) (4,3) (4,5) (4,7) (5,3) (5,5) (5,7) (6,3) (6,5) (6,7) (7,3) (7,5) (7,7) \} \text{ -----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

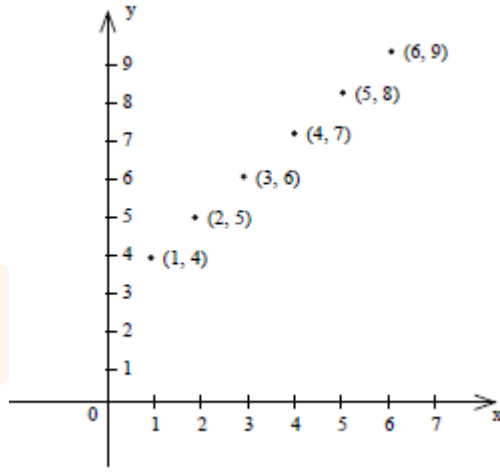
	10 STD	LN-1	EX-1.2
	உறவுகள்		
1	$A = \{1,2,3,7\}$ $B = \{3,0,-1,7\}$ எனவே $A \times B = \{ (1,3) (1,0) (1,-1) (1,7) (2,3) (2,0) (2,-1) (2,7) (3,3) (3,0) (3,-1) (3,7) (7,3) (7,0) (7,-1) (7,7) \}$ i $R_1 = \{(2,1), (7,1)\}$ இங்கு $(2,1) \in R_1$ ஆனால் $(2,1) \in A \times B$ எனவே R_1 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை. ii $R_2 = \{(-1,1)\}$ இங்கு $(-1,1) \in R_2$ ஆனால் $(-1,1) \in A \times B$ எனவே R_2 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை. iii $R_3 = \{(2,-1) (7,7) (1,3)\}$ $R_3 \subseteq A \times B$ எனவே R_3 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு ஆகும். iv $R_4 = \{(7,-1), (0,3), (3,3), (0,7)\}$ இங்கு $(0,3) \in R_4$ ஆனால் $(0,3) \in A \times B$ எனவே R_4 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை.		
2	$A = \{ 1,2,3, \dots \dots \dots 45 \}$ உறவு R என்பது A ன் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் $\therefore R = \{ 1,4,9,16,25,36 \}$ இதிலிருந்து R என்பது A ன் உட்கணம் எனலாம் மதிப்பகம் = $\{1,2,3,4,5,6\}$ வீச்சகம் = $\{1,4,9,16,25,36\}$		
3	$R = \{ (x, y) / y = x + 3, x \in \{0,1,2,3,4,5\} \}$ R ன் பட்டியல் முறை $R \{ (0,3) (1,4) (2,5) (3,6) (4,7) (5,8) \}$  R ன் மதிப்பகம் = $\{0,1,2,3,4,5\}$ R ன் வீச்சகம் = $\{3,4,5,6,7,8\}$		

4	i $\{(x,y) x = 2y, x \in \{2,3,4,5\}, y \in \{1,2,3,4\}\}$ பட்டியல் முறை $y = 1$ எனில் $x = 2 \times y = 2 \times 1 = 2$ $y = 2$ எனில் $x = 2 \times y = 2 \times 2 = 4$ $R = \{ (2,1) (4,2) \}$ அம்புக்குறி படம் $x = 2$ எனில் $y = 1$ $x = 4$ எனில் $y = 2$  வரைபடம் 
ii	$\{(x,y) y = x+3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள் } < 10\}$ பட்டியல் முறை $y = x + 3$ எனவே $x = 1$ எனில் $y = 1 + 3 = 4$ $x = 2$ எனில் $y = 2 + 3 = 5$ $x = 3$ எனில் $y = 3 + 3 = 6$ $x = 4$ எனில் $y = 4 + 3 = 7$ $x = 5$ எனில் $y = 5 + 3 = 8$ $x = 6$ எனில் $y = x + 3 = 6 + 3 = 9$ $R = \{ (1,4) (2,5) (3,6) (4,7) (5,8) (6,9) \}$

அம்புக்குறி படம்



வரைபடம்



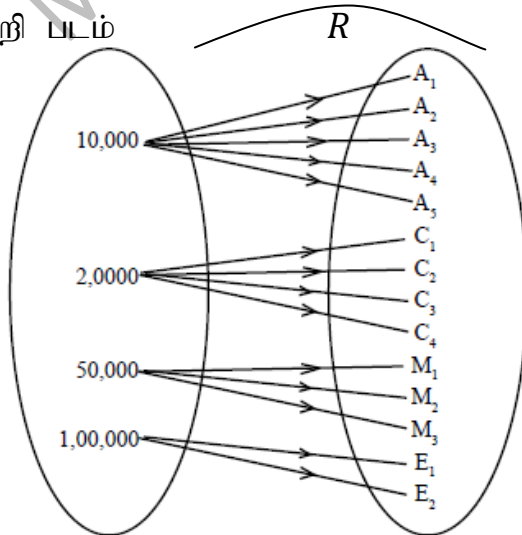
Padasalai

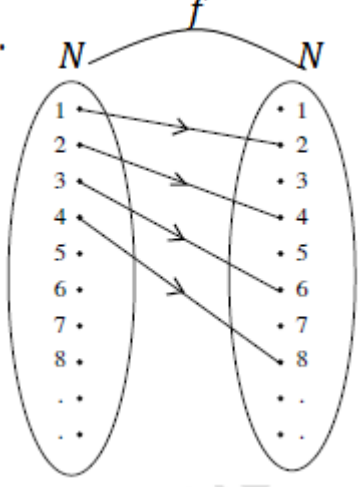
iii

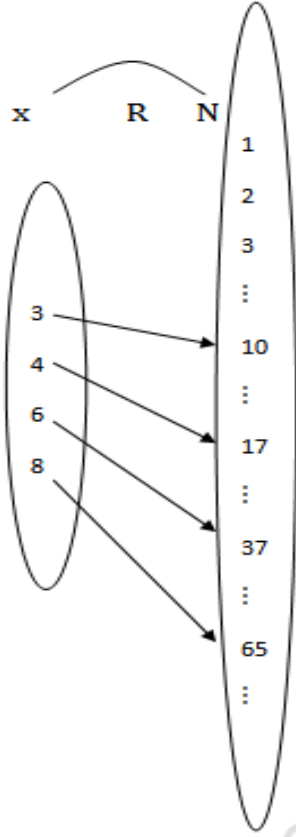
வரிசை சோடிகளின் கணம்

$\{ (10000, A_1) (10000, A_2) (10000, A_3) (10000, A_4) (10000, A_5) (25000, C_1) (25000, C_2) (25000, C_3) (25000, C_4) (25000, C_5) (50000, M_1) (50000, M_2) (50000, M_3) (100000, E_1) (100000, E_2) \}$

அம்புக்குறி படம்



	STD-10	LN-1
		EX - 1.3
		சார்புகள்
1	$f = \{ (x, y) x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x \}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு $\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ எனவே $x = 1$ எனில் $y = 2x = 2 \times 1 = 2$ $x = 2$ எனில் $y = 2x = 2 \times 2 = 4$ $x = 3$ எனில் $y = 2x = 2 \times 3 = 6$ $\vdots$ f-ன் பட்டியல் முறை $\{ (1, 2) (2, 4) (3, 6) (4, 8) (5, 10) (6, 12) \dots \}$ அம்புக்குறி படம்  f-ன் மதிப்பகம் $= \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ துணை மதிப்பகம் $= \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ வீச்சகம் $= \{ 4, 6, 8, 10, \dots \}$ f ஒரு சார்பாகும் காரணம் : X-ன் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரே ஒரு நிழல்உரு N-ல் உள்ளது	
2	$X = \{ 3, 4, 6, 8 \}$ $R = \{ (x, f(x)) x \in X, f(x) = x^2 + 1 \}$ $\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ எனவே $x \in X, f(x) = x^2 + 1$ $x = 3$ எனில் $f(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$ $x = 4$ எனில் $f(4) = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$ $x = 6$ எனில் $f(6) = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$ $x = 8$ எனில் $f(8) = 8^2 + 1 = 64 + 1 = 65$ R-ன் பட்டியல் முறை $\{ (3, 10) (4, 17) (6, 37) (8, 65) \}$	



R ஒரு சார்பாகும்

காரணம் : X -ன் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரே ஒரு நிழல்உரு N-ல் உள்ளது

3

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f(x) = x \times x - 5 \times x + 6$$

i

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1) \times (-1) - 5 \times (-1) + 6 \\ &= 1 + 5 + 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

ii

$$\begin{aligned} f(2a) &= (2a) \times (2a) - 5 \times (2a) + 6 \\ &= 4a^2 - 10a + 6 \end{aligned}$$

iii

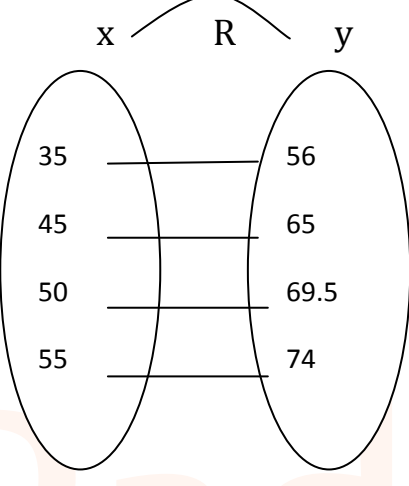
$$\begin{aligned} f(2) &= 2 \times 2 - 5 \times 2 + 6 \\ &= 4 - 10 + 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

iv

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1) \times (x-1) - 5 \times (x-1) + 6 \\ &= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6 \\ &= x^2 - 7x + 12 \end{aligned}$$

4	i	$f(0) = 9$ $f(7) = 6$ $f(2) = 6$ $f(10) = 0$
	ii	$x = 9.5$ எனில் $f(x) = 1$
	iii	$f(x)$ ன் மதிப்பகம் $= \{ x / 0 \leq x \leq 10, x \in R \}$ வீச்சகம் $= \{ x / 0 \leq x \leq 9, x \in R \}$
	iv	6 ன் நிழல் உரு 5
5		$f(x) = 2x + 5$, $x \neq 0$ எனவே $f(x + 2) = 2(x + 2) + 5$ $= 2x + 4 + 5$ $= 2x + 9$ $f(2) = 2 \times 2 + 5$ $= 4 + 5 = 9$ $\frac{f(x+2)-f(2)}{x} = \frac{(2x+9)-9}{x}$ $= \frac{2x+9-9}{x} = \frac{2x}{x} = 2$
6	i	$f(x) = 2x - 3$ எனில் $f(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$ $f(1) = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$ இதிலிருந்து $\frac{f(0)+f(1)}{2} = \frac{(-3)+(-1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
	ii	$f(x) = 2x - 3$ $f(x) = 0$ எனில் $2x - 3 = 0$ $2x = 3$ $x = \frac{3}{2}$
	iii	$f(x) = 2x - 3$ $f(x) = x$ எனில் $2x - 3 = x$ $2x - x = 3$ $x = 3$

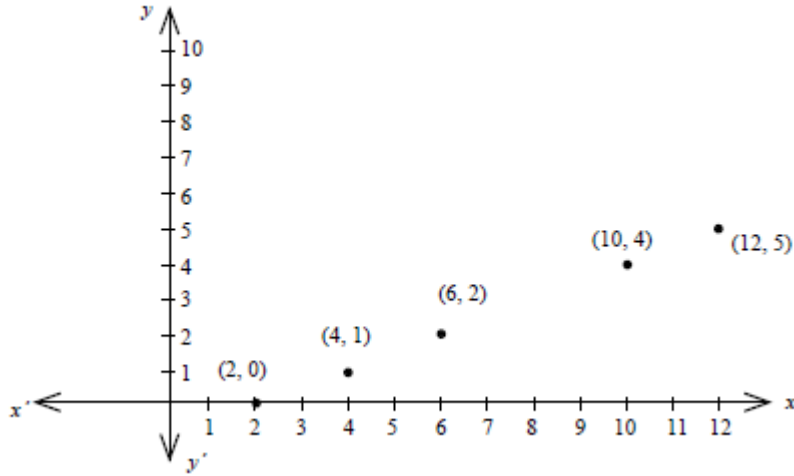
iv	$f(x) = 2x - 3$ $f(1 - x) = 2(1 - x) - 3 = 2 - 2x - 3 = -2x - 1$ $f(x) = f(1 - x) \text{ எனவே}$ $2x - 3 = -2x - 1$ $2x + 2x = -1 + 3$ $4x = 2$ $x = \frac{2}{4}$ $x = \frac{1}{2}$
7	பெட்டியின் கனஅளவு $V = \text{அடிப்பரப்பு} \times \text{உயரம்}$ $\begin{aligned} \text{அடிப்பரப்பு} &= (24 - 2x) \times (24 - 2x) \\ &= 24 \times 24 + 24 \times (-2x) - 2x \times 24 - 2x \times (-2x) \\ &= 576 - 48x - 48x + 4x^2 \\ &= 4x^2 - 96x + 576 \end{aligned}$ $\text{உயரம்} = x$ $\begin{aligned} \text{கனஅளவு } V &= (4x^2 - 96x + 576) \times x \\ &= 4x^3 - 96x^2 + 576x \end{aligned}$ எனவே $V(x) = 4x^3 - 96x^2 + 576x$
8	$f(x) = 3 - 2x$ $f(x^2) = 3 - 2x^2$ $\begin{aligned} (f(x))^2 &= f(x) \times f(x) = (3 - 2x) \times (3 - 2x) \\ &= 9 - 12x + 4x^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9 \end{aligned}$ $f(x^2) = (f(x))^2$ $3 - 2x^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $0 = 4x^2 - 12x + 9 + 2x^2 - 3$ $6x^2 - 12x + 6 = 0$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x - 1)(x - 1) = 0$ $x = 1$

9		தூரம் d வேகம் $s = \frac{d}{t}$ காலம் t $d = s \times t$ $d = 500 \times t$ $d(t) = 500t$
10	i	அம்புக்குறி படம்  இந்த உறவு ஒரு சார்பாகும் காரணம் : X -ன் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரே ஒரு நிழல்உரு Y-ல் உள்ளது ii இங்கு உறவு $y = ax + b$ இதிலிருந்து $56 = a \times 35 + b$ மற்றும் $65 = a \times 45 + b$ என கிடைக்கிறது $56 = 35a + b$ ----- ① $65 = 45a + b$ ----- ② என்க ② - ① காண்போம் $65 = 45a + b$ ----- ② $56 = 35a + b$ ----- ① ----- $9 = 10a$ ----- $10a = 9$ $a = \frac{9}{10} = 0.9$

	$a = 0.9$ என ① -ல் பிரதியிட $56 = 0.9 \times 35 + b$ $56 = 31.5 + b$ $56 - 31.5 = b$ $24.5 = b$ $a = 0.9 \quad b = 24.5$ ஆகும்
iii	முன்னங்கையின் நீளம் $x = 40$ செ.மீ எனில் உயரம் $y = ?$ இங்கு உறவு $y = ax + b$ $a = 0.9$ $b = 24.5$ $x = 40$ $y = 0.9 \times 40 + 24.5$ $y = 36 + 24.5 = 60.5$ உயரம் $y = 60.5$ செ.மீ
iv	$y = 53.3$ எனில் $x = ?$ $53.3 = 0.9x + 24.5$ $53.3 - 24.5 = 0.9x$ $28.8 = 0.9x$ $x = \frac{28.8}{0.9}$ $x = 32$ செ.மீ முன்னங்கையின் நீளம் $x = 32$ செ.மீ

		STD-10	LN-1	EX-1.4												
		சார்புகளைக் குறிக்கும் முறை மற்றும் சார்புகளின் வகைகள்														
1	i	தீர்வு : இவ்வரைபடம் சார்பை குறிக்காது காரணம் : ஒரு குத்துக்கோடு வரைபடத்தை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது														
	ii	தீர்வு : இவ்வரைபடம் சார்பை குறிக்கிறது காரணம் : ஒரு குத்துக்கோடு வரைபடத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் மட்டும் வெட்டுகிறது														
	iii	தீர்வு : இவ்வரைபடம் சார்பை குறிக்காது காரணம் : ஒரு குத்துக்கோடு வரைபடத்தை மூன்று புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது														
	iv	தீர்வு : இவ்வரைபடம் சார்பை குறிக்கிறது காரணம் : ஒரு குத்துக்கோடு வரைபடத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் மட்டும் வெட்டுகிறது														
2		$A = \{2,4,6,10,12\}$ $B = \{0,1,2,4,5,9\}$ $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ $x = 2$ எனில் $f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$ $x = 4$ எனில் $f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$ $x = 6$ எனில் $f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$ $x = 10$ எனில் $f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 5 - 1 = 4$ $x = 12$ எனில் $f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 6 - 1 = 5$ வரிசைசோடிகளின் கணம் : $f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$ அட்டவணை : <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>10</td><td>12</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td></tr> </table> அம்புக்குறிபடம் :			x	2	4	6	10	12	$f(x)$	0	1	2	4	5
x	2	4	6	10	12											
$f(x)$	0	1	2	4	5											

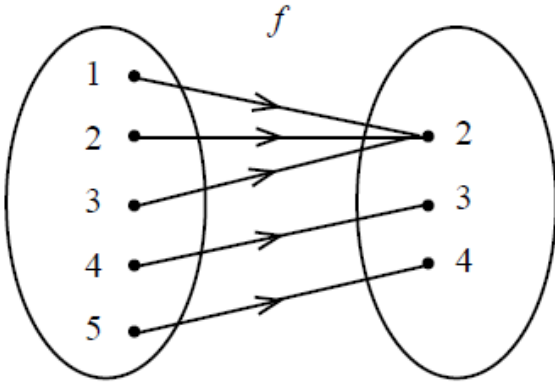
வரைபடம் :



3

$$f = \{(1,2) (2,2) (3,2) (4,3) (5,4)\}$$

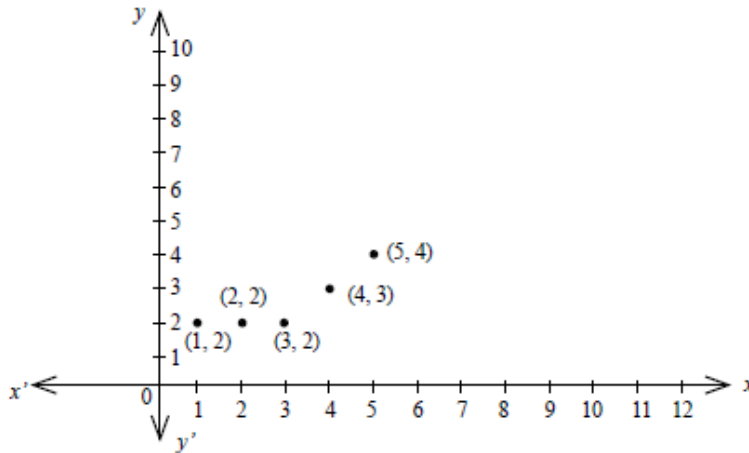
அம்புக்குறிபடம் :

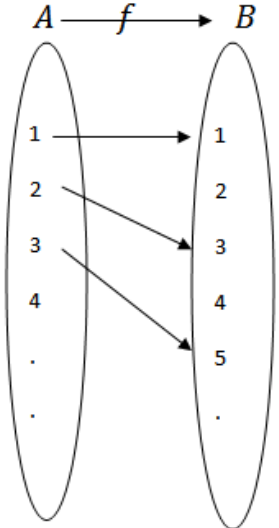


அட்டவணை :

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

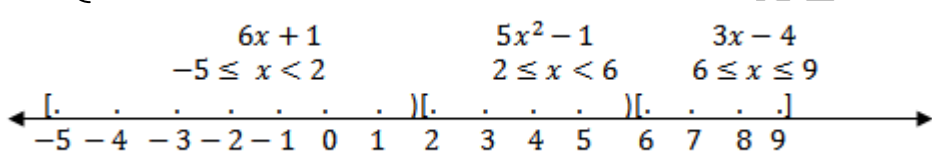
வரைபடம் :



4	$f: N \rightarrow N$ $f(x) = 2x - 1$ $f: \{1,2,3,4 \dots\} \rightarrow \{1,2,3,4, \dots\}$ $x = 1$ எனில் $f(1) = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$ $x = 2$ எனில் $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ $x = 3$ எனில் $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$ $x = 4$ எனில் $f(4) = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$ $x = 5$ எனில் $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$  இதிலிருந்து மதிப்பகத்தின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு துணைமதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல்உருக்கள் உள்ளன. எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். f-ன் வீச்சகம் $\{1,3,5,\dots\} \neq$ துணைமதிப்பகம் எனவே f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை.
5	$f: N \rightarrow N$ $f(m) = m^2 + m + 3$ $f: \{1,2,3,4 \dots\} \rightarrow \{1,2,3,4, \dots\}$ $m = 1$ எனில் $f(1) = 1^2 + 1 + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$ $m = 2$ எனில் $f(2) = 2^2 + 2 + 3 = 4 + 2 + 3 = 9$ $m = 3$ எனில் $f(3) = 3^2 + 3 + 3 = 9 + 3 + 3 = 15$ $m = 4$ எனில் $f(4) = 4^2 + 4 + 3 = 16 + 4 + 3 = 23$ f-ன் வீச்சகம் $\{5,9,15,23, \dots\}$ இதிலிருந்து மதிப்பகத்தின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு துணைமதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல்உருக்கள் உள்ளன. எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும்.

6		$A = \{1,2,3,4\}$ $B = N$ $f(x) = x^3$ $B = \{1,2,3,4 \dots\}$ $f(x) = x^3$ $x = 1$ எனில் $f(1) = 1^3 = 1$ $x = 2$ எனில் $f(2) = 2^3 = 8$ $x = 3$ எனில் $f(3) = 3^3 = 27$ $x = 4$ எனில் $f(4) = 4^3 = 64$ f -ன் வீச்சகம் $\{1,8,27,64\}$ மதிப்பகத்தின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு துணைமதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல்உருக்கள் உள்ளன. எனவே f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். f -ன் வீச்சகம் $\{1,3,5, \dots\} \neq$ துணைமதிப்பகம் எனவே f ஆனது உட்சார்பு .
7	i	$f: R \rightarrow R$ $f(x) = 2x + 1$ $f(x_1) = f(x_2)$ என்க $2x_1 + 1 = 2x_2 + 1$ $2x_1 = 2x_2$ $x_1 = x_2$ $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$ $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். $y = f(x)$ என்க $y = 2x + 1$ $2x = y - 1$ $x = \frac{y-1}{2}$ $x = \frac{y-1}{2}$ என $f(x)$ ல் பிரதியிட $f(x) = 2\left(\frac{y-1}{2}\right) + 1$ $f(x) = y$ $\therefore f$ ஆனது மேல்சார்பாகும். $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான மற்றும் மேல்சார்பாக உள்ளதால் இருபுறச்சார்பு எனப்படும்.
	ii	$f: R \rightarrow R$ $f(x) = 3 - 4x^2$ $f(x_1) = f(x_2)$ என்க $3 - 4x_1^2 = 3 - 4x_2^2$ $4x_1^2 = 4x_2^2$

	$x_1^2 = x_2^2$ $x_1 = x_2 \text{ அல்லது } x_1 = -x_2$ $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$ மதிப்பகத்தின் இரு வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு துணைமதிப்பகத்தில் ஒரே நிழல்உரு உள்ளது. $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு அல்ல . $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு இல்லை என்பதால் இது இருபுறச்சார்பாகாது.
8	$A = \{-1, 1\} \quad B = \{0, 2\}$ $f(x) = ax + b \text{ என்பது மேல்சார்பு}$ $f(-1) = 0$ $f(-1) = a(-1) + b = 0$ $-a + b = 0 \text{ ----- ①}$ $f(1) = 2$ $f(1) = a \times 1 + b = 2$ $a + b = 2 \text{ ----- ②}$ $\text{①} + \text{②} \implies \begin{aligned} -a + b &= 0 \\ a + b &= 2 \\ \hline 0 + 2b &= 2 \\ \hline b &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$ $b = 1 \text{ என ② ல் பிரதியிட } a + 1 = 2$ $a = 2 - 1 = 1$ $a = 1, b = 1$
9	$f(x) = \begin{cases} x + 2 & ; x > 1 \\ 2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & ; -3 < x < -1 \end{cases}$ (i) $x = 3 \in x > 1$ இங்கு $f(x) = x + 2$ $f(3) = 3 + 2 = 5$ (ii) $x = 0 \in -1 \leq x \leq 1$ இங்கு $f(x) = 2$ $f(0) = 2$ (iii) $x = -1.5 \in -3 < x < -1$ இங்கு $f(x) = x - 1$ $f(-1.5) = -1.5 - 1 = -2.5$

	(iv) $f(2) + f(-2)$ $x = 2 \in x > 1$ இங்கு $f(x) = x + 2$ $f(2) = 2 + 2 = 4$ $x = -2 \in -3 < x < -1$ இங்கு $f(x) = x - 1$ $f(-2) = -2 - 1 = -3$ $f(2) + f(-2) = 4 + (-3)$ $= 4 - 3$ $= 1$
10	$f: [-5, 9] \rightarrow R$ $f(x) = \begin{cases} 6x + 1 & ; -5 \leq x < 2 \\ 5x^2 - 1 & ; 2 \leq x < 6 \\ 3x - 4 & ; 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$  (i) $f(-3) + f(2)$ $x = -3 \in -5 \leq x < 2$ இங்கு $f(x) = 6x + 1$ $f(-3) = 6 \times (-3) + 1$ $= -18 + 1 = -17$ $x = 2 \in 2 \leq x < 6$ இங்கு $f(x) = 5x^2 - 1$ $f(2) = 5 \times 2^2 - 1$ $= 5 \times 4 - 1$ $= 20 - 1 = 19$ $f(-3) + f(2) = -17 + 19$ $= 2$ (ii) $f(7) - f(1)$ $x = 7 \in 6 \leq x \leq 9$ இங்கு $f(x) = 3x - 4$ $f(7) = 3 \times 7 - 4$ $= 21 - 4 = 17$ $x = 1 \in -5 \leq x < 2$ இங்கு $f(x) = 6x + 1$ $f(1) = 6 \times 1 + 1$ $= 6 + 1 = 7$ $f(7) - f(1) = 17 - 7$ $= 10$

$$(iii) \quad 2f(4) + f(8)$$

$$x = 4 \in 2 \leq x < 6 \text{ இங்கு } f(x) = 5x^2 - 1$$

$$f(4) = 5 \times 4^2 - 1$$

$$= 5 \times 16 - 1$$

$$= 80 - 1 = 79$$

$$x = 8 \in 6 \leq x \leq 9 \text{ இங்கு } f(x) = 3x - 4$$

$$f(8) = 3 \times 8 - 4$$

$$= 24 - 4 = 20$$

$$2f(4) + f(8) = 2 \times 79 + 20$$

$$= 158 + 20 = 178$$

$$(iv) \quad \frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$$

$$x = -2 \in -5 \leq x < 2 \text{ இங்கு } f(x) = 6x + 1$$

$$f(-2) = 6 \times (-2) + 1$$

$$= -12 + 1 = -11$$

$$x = 6 \in 6 \leq x \leq 9 \text{ இங்கு } f(x) = 3x - 4$$

$$f(6) = 3 \times 6 - 4$$

$$= 18 - 4 = 14$$

$$f(4) = 79$$

$$f(-2) = -11$$

$$\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \frac{2 \times (-11) - 14}{79 + (-11)} = \frac{-22 - 14}{79 - 11} = \frac{-36}{68}$$

$$= \frac{4 \times (-9)}{4 \times 17} = \frac{-9}{17}$$

11

$$\text{கொடுக்கப்பட்டது } S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$$

$S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என கண்டறிய

$$S(t_1) = S(t_2) \text{ என்க}$$

$$\frac{1}{2}gt_1^2 + at_1 + b = \frac{1}{2}gt_2^2 + at_2 + b$$

$$\frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2) + a(t_1 - t_2) = 0$$

$$(t_1 - t_2) \left[\frac{1}{2}g(t_1 + t_2) + a \right] = 0$$

$$(t_1 - t_2) = 0 \quad \text{ஏனெனில் } \left[\frac{1}{2}g(t_1 + t_2) + a \right] \neq 0$$

$$t_1 = t_2$$

$\therefore S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும்.

12

கொடுக்கப்பட்டது $t(C) = F$ இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$

$$\therefore t(C) = \frac{9}{5}C + 32$$

$$(i) \quad t(0) = \left(\frac{9}{5} \times 0\right) + 32 = 0 + 32 = 32^\circ F$$

$$(ii) \quad t(28) = \left(\frac{9}{5} \times 28\right) + 32 = (9 \times 5.6) + 32 \\ = 50.4 + 32 \\ = 82.4^\circ F$$

$$(iii) \quad t(-10) = \left(\frac{9}{5} \times (-10)\right) + 32 = 9 \times (-2) + 32 \\ = -18 + 32 \\ = 14^\circ F$$

$$(iv) \quad t(C) = 212 \text{ எனில் } t(C) = \frac{9}{5}C + 32 \\ 212 = \frac{9}{5}C + 32 \\ \frac{9}{5}C = 180 \\ C = 180 \times \frac{5}{9} \\ C = 100^\circ C$$

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்கீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும்போது ($F = C$)

$$\text{வெப்பநிலை } C = \frac{9}{5}C + 32$$

5ஆல் பெருக்க

$$5C = 9C + 160$$

$$5C - 9C = 160$$

$$-4C = 160$$

$$C = \frac{160}{-4}$$

$$C = -40^\circ$$

		STD- 10	LN-1	EX-1.5
		சார்புகளின் சேர்ப்பு		
1	i	$f(x) = x - 6$ $g(x) = x^2$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[x^2]$ $= x^2 - 6$ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ $= g[x - 6]$ $= (x - 6)^2$ $= x^2 - 12x + 36$ $(f \circ g) \neq (g \circ f)$		
	ii	$f(x) = \frac{2}{x}$ $g(x) = 2x^2 - 1$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[2x^2 - 1]$ $= \frac{2}{2x^2 - 1}$ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ $= g\left[\frac{2}{x}\right]$ $= 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$ $= 2 \times \frac{2^2}{x^2} - 1$ $= 2 \frac{4}{x^2} - 1$ $= \frac{8}{x^2} - 1$ $(f \circ g) \neq (g \circ f)$		
	iii	$f(x) = \frac{x+6}{3}$ $g(x) = 3 - x$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[3 - x]$ $= \frac{3 - x + 6}{3}$		

		$= \frac{9-x}{3}$ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ $= g\left[\frac{x+6}{3}\right]$ $= 3 - \left(\frac{x+6}{3}\right)$ $= \frac{9-x-6}{3}$ $= \frac{3-x}{3}$ $(f \circ g) \neq (g \circ f)$
	iv	$f(x) = 3 + x \quad g(x) = x - 4$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[x - 4]$ $= 3 + x - 4$ $= x - 1$ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ $= g[3 + x]$ $= 3 + x - 4$ $= x - 1$ $(f \circ g) = (g \circ f)$
	v	$f(x) = 4x^2 - 1 \quad g(x) = 1 + x$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[1 + x]$ $= 4(1 + x)^2 - 1$ $= 4(1 + 2x + x^2) - 1$ $= 4 + 8x + 4x^2 - 1$ $= 4x^2 + 8x + 3$ $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ $= g[4x^2 - 1]$ $= 1 + 4x^2 - 1$ $= 4x^2$ $(f \circ g) \neq (g \circ f)$

2	i	$f(x) = 3x + 2$ $g(x) = 6x - k$ கொடுக்கப்பட்டது $(f \circ g) = (g \circ f)$ $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ $f[g(x)] = g[f(x)]$ $f[6x - k] = g[3x + 2]$ $3(6x - k) + 2 = 6(3x + 2) - k$ $18x - 3k + 2 = 18x + 12 - k$ $18x - 3k + 2 - 18x - 12 + k = 0$ $-2k - 10 = 0$ $-2k = 10$ $k = \frac{10}{-2}$ $k = -5$
	ii	$f(x) = 2x - k$ $g(x) = 4x + 5$ கொடுக்கப்பட்டது $(f \circ g) = (g \circ f)$ $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ $f[g(x)] = g[f(x)]$ $f[4x + 5] = g[2x - k]$ $2(4x + 5) - k = 4(2x - k) + 5$ $8x + 10 - k = 8x - 4k + 5$ $8x + 10 - k - 8x + 4k - 5 = 0$ $3k + 5 = 0$ $3k = -5$ $k = \frac{-5}{3}$
3		$f(x) = 2x - 1$ $g(x) = \frac{x+1}{2}$ நிரூபிக்கவேண்டியது $(f \circ g) = (g \circ f) = x$ $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f\left[\frac{x+1}{2}\right]$ $= 2\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1$ $= x + 1 - 1$ $= x$ ----- ① $(g \circ f)x = g[f(x)]$ $= g[2x - 1]$ $= \frac{(2x-1)+1}{2}$

6	$f(x) = x^2 - 1$ $f \circ f = f[f(x)]$ $= f[x^2 - 1]$ $= (x^2 - 1)^2 - 1$ $= x^4 - 2x^2 + 1 - 1$ $= x^4 - 2x^2$ $f \circ f \circ f = f[f(f(x))]]$ $= f[x^4 - 2x^2]$ $= (x^4 - 2x^2)^2 - 1$
7	$f(x) = x^5$ மற்றும் $g(x) = x^4$ A என்பது மதிப்பகம் எனவும் B என்பது துணைமதிப்பகம் எனவும் கொண்டால் f ஆனது ஒற்றைப்படை சார்பு என்பதால் A -ன் ஒவ்வொரு முன்உருக்கும் B -ல் தனித்த ஒரேயொரு நிழல்உரு மட்டுமே இருக்கும் $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும். g ஆனது இரட்டைப்படை சார்பு என்பதால் A -ன் ஒவ்வொரு முன்உருக்கும் B -ல் $\pm x$ என்றவாறு இரண்டு நிழல்உருக்கள் இருக்கும் $\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகாது. $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ $= f[x^4]$ $= (x^4)^5$ $= x^{20}$ $f \circ g$ ஆனது இரட்டைப்படை சார்பு என்பதால் மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு முன்உருக்கும் துணைமதிப்பகத்தில் $\pm x$ என்றவாறு இரண்டு நிழல்உருக்கள் இருக்கும் $\therefore f \circ g$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகாது.
8	$f(x) = x - 1$ $g(x) = 3x + 1$ $h(x) = x^2$ நிருபிக்கவேண்டியது $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ $f \circ g(x) = f[g(x)]$ $= f[3x + 1]$ $= (3x + 1) - 1$ $= 3x$ $(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g) x^2$ $= 3x^2 \text{ ----- } \textcircled{1}$ $g \circ h(x) = g[h(x)]$ $= g[x^2]$ $= 3x^2 + 1$

	$f \circ (g \circ h) = f(3x^2 + 1)$ $= 3x^2 + 1 - 1$ $= 3x^2 \text{ -----} \textcircled{2}$ ①மற்றும்②லிருந்து $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது
ii	$f(x) = x^2$ $g(x) = 2x$ $h(x) = x + 4$ நிரூபிக்கவேண்டியது $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ $f \circ g(x) = f[g(x)]$ $= f[2x]$ $= (2x)^2$ $= 4x^2$ $(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)(x + 4)$ $= 4(x + 4)^2 \text{ -----} \textcircled{1}$ $g \circ h(x) = g[h(x)]$ $= g[x + 4]$ $= 2(x + 4)$ $f \circ (g \circ h) = f[2(x + 4)]$ $= (2(x + 4))^2$ $= 4(x + 4)^2 \text{ -----} \textcircled{2}$ ①மற்றும்②லிருந்து $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது
iii	$f(x) = x - 4$ $g(x) = x^2$ $h(x) = 3x - 5$ நிரூபிக்கவேண்டியது $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ $f \circ g(x) = f[g(x)]$ $= f[x^2]$ $= x^2 - 4$ $(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)(3x - 5)$ $= (3x - 5)^2 - 4 \text{ -----} \textcircled{1}$ $g \circ h(x) = g[h(x)]$ $= g[3x - 5]$ $= (3x - 5)^2$

	$f \circ (g \circ h) = f[(3x - 5)^2]$ $= (3x - 5)^2 - 4 \text{ -----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது
9	$f = \{(-1, 3)(0, -1)(2, -9)\}$ $f : Z \rightarrow Z$ f ஆனது நேரியச்சார்பு எனவே $f(x) = y$, $y = ax + b$ என்க $x = -1$ எனில் $y = 3$ $3 = a(-1) + b$ $3 = -a + b \text{ -----} \textcircled{1}$ $x = 0$ எனில் $y = -1$ $-1 = a(0) + b$ $-1 = b \text{ -----} \textcircled{2}$ $b = -1$ என ① ல் பிரதியிட $\rightarrow 3 = -a - 1$ $a = -3 - 1$ $a = -4$ $a = -4$, $b = -1$ என $y = ax + b$ ல் பிரதியிட $\rightarrow y = -4x - 1$ $f(x) = -4x - 1$ என்பது தேவையான சார்பாகும்
10	கொடுக்கப்பட்டது $C(t)$ ஓர் நேரியச் சுற்று $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$ $C(t) = 3t$ எனில் $C(at_1) = 3at_1$ $C(bt_2) = 3bt_2$ இரண்டையும் கூட்ட $C(at_1) + C(bt_2) = 3at_1 + 3bt_2$ $= 3(at_1 + bt_2)$ $= C(at_1 + bt_2)$ ஏனெனில் $3t = C(t)$ எனவே $C(t) = 3t$ ஓர் நேரியச் சுற்று

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளின் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே															
	LN-2	EX-2.1	STD-10												
1	3ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 2 தரக்கூடிய எண் a என்க $a = 3x + 2$ என்ற வடிவில் அமையும் $x = 0$ எனில் $a = 3 \times 0 + 2 = 2$ $x = 1$ எனில் $a = 3 \times 1 + 2 = 3 + 2 = 5$ $x = 2$ எனில் $a = 3 \times 2 + 2 = 6 + 2 = 8$ $x = 3$ எனில் $a = 3 \times 3 + 2 = 9 + 2 = 11$ $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ எனில் $a = 2, 5, 8, 11, 14, \dots$														
2	வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{532}{21}$ 532 பூந்தொட்டிகள் = முழு வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $\times 21 +$ மீதி $532 = 25 \times 21 + 7$ முழு வரிசைகளின் எண்ணிக்கை = 25 மீதி பூந்தொட்டிகள் எண்ணிக்கை = 7 <table border="1" style="float: right;"> <tr> <td></td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>532</td> </tr> <tr> <td></td> <td>42</td> </tr> <tr> <td></td> <td>112</td> </tr> <tr> <td></td> <td>105</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> </tr> </table>				25	21	532		42		112		105		7
	25														
21	532														
	42														
	112														
	105														
	7														
3	இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் $x, x + 1$ என்க இவற்றின் பெருக்கற்பலன் $= x \times (x + 1)$ $= x^2 + x$ நிலை-1 x என்பது ஓர் இரட்டைப்படை எண் எனில் $x = 2k$ $x^2 + x = (2k)^2 + 2k$ $= 2k(2k + 1)$ இது 2 ஆல் வகுபடும் நிலை-2 x என்பது ஓர் ஒற்றைப்படை எண் எனில் $x = 2k + 1$ $x^2 + x = (2k + 1)^2 + (2k + 1)$ $= (2k + 1)[(2k + 1) + 1]$ $= (2k + 1)(2k + 2)$ $= (2k + 1)2(k + 1)$ இது 2 ஆல் வகுபடும் $\therefore$ இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும்														
4	a ஐ 13 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 9 $a = 13q + 9$ -----① b ஐ 13 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 7 $b = 13q + 7$ -----② c ஐ 13 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 10 $c = 13q + 10$ -----③														

		$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \rightarrow a + b + c = (13q + 9) + (13q + 7) + (13q + 10)$ $= 13q + 13q + 13q + 9 + 7 + 10$ $= 39q + 26$ $= 13(3q + 2) \text{ இது } 13 \text{ ஆல் வகுபடும்}$
5		x என்பது ஓர் மிகை முழு என்க x ன் வர்க்கம் x^2 நிலை-1 x என்பது ஓர் இரட்டைப்படை எண் எனில் $x = 2k$ $x^2 = (2k)^2$ $= 4k^2$ இதை 4 ஆல் வகுக்க ஈவு k^2 மீதி 0 நிலை-2 x என்பது ஓர் ஒற்றைப்படை எண் எனில் $x = 2k + 1$ $x^2 = (2k + 1)^2$ $= 4k^2 + 1 + 4k$ $= 4k^2 + 4k + 1$ $= 4(k^2 + k) + 1$ இதை 4 ஆல் வகுக்க ஈவு $(k^2 + k)$ மீதி 1 $\therefore$ நிரூபிக்கப்பட்டது
6	i	$a = 412$ $b = 340$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $412 = 340 \times 1 + 72$ $340 = 72 \times 4 + 52$ $72 = 52 \times 1 + 20$ $52 = 20 \times 2 + 12$ $20 = 12 \times 1 + 8$ $12 = 8 \times 1 + 4$ $8 = 4 \times 2 + 0$ கடைசி வகுத்தி 4 $\therefore 412, 340$ ன் மீ.பொ.வ 4
	ii	$a = 867$ $b = 255$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $867 = 255 \times 3 + 102$ $255 = 102 \times 2 + 51$ $102 = 51 \times 2 + 0$ கடைசி வகுத்தி 51 $\therefore 867, 255$ ன் மீ.பொ.வ 51

iii	$a = 10224$ $b = 9648$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $10224 = 9648 \times 1 + 576$ $9648 = 576 \times 16 + 432$ $576 = 432 \times 1 + 144$ $432 = 144 \times 3 + 0$ கடைசி வகுத்தி 144 $\therefore 10224, 9648$ ன் மீ.பொ.வ 144
iv	முதலில் 84 , 90 ன் மீ.பொ.வ காண்போம் $a = 90$, $b = 84$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $90 = 84 \times 1 + 6$ $84 = 6 \times 14 + 0$ கடைசி வகுத்தி 6 $\therefore 90, 84$ ன் மீ.பொ.வ 6 இப்பொழுது 120 , 6 ன் மீ.பொ.வ காண்போம் $a = 120$, $b = 6$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $120 = 6 \times 20 + 0$ கடைசி வகுத்தி 6 $\therefore 120, 6$ ன் மீ.பொ.வ 6 $\therefore 84, 90, 120$ ன் மீ.பொ.வ 6
7	1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும்போது மீதி 12 ஐ தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணை காண $(1230 - 12)$ மற்றும் $(1926 - 12)$ ன் மீ.பொ.வ காணவேண்டும் $a = 1230 - 12 = 1218$ $b = 1926 - 12 = 1914$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $1914 = 1218 \times 1 + 696$ $1218 = 696 \times 1 + 522$ $696 = 522 \times 1 + 174$ $522 = 174 \times 3 + 0$ கடைசி வகுத்தி 174 $\therefore 1914, 1218$ ன் மீ.பொ.வ 174 $\therefore$ தேவையான எண் 174

8	32, 60 ன் மீ.பொ.வ d மேலும் $d = 32x + 60y$ $a = 60$, $b = 32$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையை தொடர்ந்து செய்தால் $60 = 32 \times 1 + 28 \text{ ----- ①}$ $32 = 28 \times 1 + 4 \text{ ----- ②}$ $28 = 4 \times 7 + 0$ கடைசி வகுத்தி 4 $\therefore 32, 60$ ன் மீ.பொ.வ $d = 4$ $d = 4$ என $d = 32x + 60y$ ல் பிரதியிட $32x + 60y = 4$ $= (32 - 28 \times 1) \rightarrow \text{② லிருந்து } 4 = 32 - 28 \times 1$ $= (32 - (60 - 32 \times 1) \times 1) \rightarrow \text{① லிருந்து } 28 = 60 - 32 \times 1$ $= (32 - (60 - 32))$ $= 32 - 60 + 32$ $= 64 - 60$ $32x + 60y = 32 \times 2 + 60 \times (-1)$ $\therefore x = 2, y = -1$
9	$a = a$, $b = 88$ $r = 61$ யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம் $a = bq + r$ ன் படி $a = 88 \times q + 61$ $a = 11 \times 8q + 11 \times 5 + 6$ $a = 11 \times (8q + 5) + 6$ $\therefore$ அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி 6
10	அடுத்தடுத்த இரு மிகைமுழுக்கள் $x, x + 1$ என்க $x, (x + 1)$ இவற்றின் மீ.பொ.வ n என்க $\therefore n$ ஆனது $(x + 1) - x$ ஐ அதாவது 1 ஐ மீதியின்றி வகுக்கும் இதிலிருந்து $n = 1$ என அறியலாம் $x, (x + 1)$ இவற்றின் மீ.பொ.வ $n = 1$ $\therefore x, (x + 1)$ என்பவை சார்க்பா எண்கள்

STD-10	LN-2	EX-2.2
	அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்	
1	4^n இங்கு n ஓர் இயல் எண் $\therefore 4^1 = 4$ $4^2 = 16$ $4^3 = 64$ $4^4 = 256$ $\therefore 4^n$ ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியவேண்டுமானால் n ஆனது ஓர் இரட்டைப்படையாக இருக்கவேண்டும்	
2	$2^n \times 5^m$ இதில் 2^n ன் மதிப்பு எப்பொழுதும் இரட்டைப்படை ஆகும் மேலும் 5^m ன் மதிப்பு எப்பொழுதும் ஒற்றைப்படை ஆகும் ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணை எந்த எண்ணால் பெருக்கினாலும் இரட்டைப்படை எண்ணே கிடைக்கும் $\therefore m$ ன் எந்த மதிப்பிற்கும் $2^n \times 5^m$ ஆனது 5 என்ற எண்ணை கொண்டு முடியாது	
3	$252525, 363636$ ஆகிய எண்களை பகா காரணிபடுத்துவோம் $\begin{array}{r} 5 \overline{) 252525} \\ 5 \overline{) 50505} \\ 3 \overline{) 10101} \\ 7 \overline{) 3367} \\ \hline 481 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 363636} \\ 2 \overline{) 181818} \\ 3 \overline{) 90909} \\ 3 \overline{) 30303} \\ 3 \overline{) 10101} \\ 7 \overline{) 3367} \\ \hline 481 \end{array}$ $252525 = 5 \times 5 \times \underline{3} \times \underline{7} \times \underline{481}$ $363636 = 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3 \times 3 \times \underline{7} \times \underline{481}$ $\text{மீ.பெ.வ} = 3 \times 7 \times 481 = 10101$	
4	$13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் $a = ?$ $b = ?$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 13824} \\ 2 \overline{) 6912} \\ 2 \overline{) 3456} \\ 2 \overline{) 1728} \\ 2 \overline{) 864} \\ 2 \overline{) 432} \\ 2 \overline{) 216} \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ \hline 3 \end{array}$ $13824 = 2^a \times 3^b = 2^9 \times 3^2$ $\therefore a = 9 \quad b = 2$	

5	$p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ 113400 ஐ பகா காரணி படுத்துவோம் $\begin{array}{r} 2 \overline{) 113400} \\ 2 \overline{) 56700} \\ 2 \overline{) 28350} \\ 3 \overline{) 14175} \\ 3 \overline{) 4725} \\ 3 \overline{) 1575} \\ 3 \overline{) 525} \\ 5 \overline{) 175} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$ $113400 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$ $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $p_4 = 7$ $x_1 = 3$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 1$
6	408 , 170 ஆகியவற்றை பகா காரணி படுத்துவோம் $\begin{array}{r} 2 \overline{) 408} \\ 2 \overline{) 204} \\ 2 \overline{) 102} \\ 3 \overline{) 51} \\ 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 170} \\ 5 \overline{) 85} \\ 17 \end{array}$ $408 = \underline{2} \times 2 \times 2 \times 3 \times \underline{17}$ $170 = \underline{2} \times 5 \times \underline{17}$ $\therefore \text{மீ.பொ.வ} = 2 \times 17 = 34$ $\text{மீ.பொ.ம} = 2 \times 17 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2040$
7	முதலில் 24,15,36 ஆகிய எண்களின் மீ.பொ.ம காண்போம் $\begin{array}{r} 3 \overline{) 24, 15, 36} \\ 2 \overline{) 8, 5, 12} \\ 2 \overline{) 4, 5, 6} \\ 2, 5, 3 \end{array}$ $\text{மீ.பொ.ம} = 2^3 \times 3^2 \times 5$ $= 8 \times 9 \times 5$ $= 360$

	மிகப்பெரிய ஆறிலக்க எண் 999999 $ \begin{array}{r} 277 \\ 360 \overline{) 999999} \\ \underline{720} \\ 2799 \\ \underline{2520} \\ 2799 \\ \underline{2520} \\ 279 \end{array} $ மீதி 279 எனவே தேவையான ஆறிலக்க எண் = $999999 - 279$ = 999720
8	தேவையான எண் = (35,56,91) ன் மீ.பொ.ம +7 மீ.பொ.ம காண முதலில் பகா காரணி படுத்துவோம் $ \begin{aligned} 35 &= 5 \times \underline{7} \\ 56 &= 2 \times 2 \times 2 \times \underline{7} \\ 91 &= \underline{7} \times 13 \end{aligned} $ (35,56,91) ன் மீ.பொ.ம = $7 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13$ = 3640 தேவையான எண் = $3640 + 7 = 3647$
9	தேவையான எண் = (1,2,3....10) ன் மீ.பொ.ம ஆகும் மீ.பொ.ம காண முதலில் பகா காரணி படுத்துவோம் $ \begin{aligned} 2 &= \underline{2} \times 1 \\ 3 &= \underline{3} \times 1 \\ 4 &= \underline{2} \times \underline{2} \\ 5 &= 5 \times 1 \\ 6 &= \underline{2} \times \underline{3} \\ 7 &= 7 \times 1 \\ 8 &= \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \\ 9 &= \underline{3} \times 3 \end{aligned} $ (1,2,3....10) ன் மீ.பொ.ம = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ தேவையான எண் = 2520

		STD-10	LN-2	EX-2.3
		மட்டு எண்கணிதம்		
1	i	$71 \equiv x \pmod{8}$ $71 - x = 8n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 71 - x$ என்பது 8 ன் மடங்கு 71 க்கு அருகே உள்ள 71 ஐ விட குறைவான 8 ன் மடங்கு 64 $\therefore x$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(71 - 64) = 7$		
	ii	$78 + x \equiv 3 \pmod{5}$ $78 + x - 3 = 5n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 75 + x$ என்பது 5 ன் மடங்கு 75 க்கு அருகே உள்ள 75 ஐ விட பெரிய 5 ன் மடங்கு 80 $\therefore x$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(80 - 75) = 5$		
	iii	$89 \equiv (x + 3) \pmod{4}$ $89 - (x + 3) = 4n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $89 - x - 3 = 4n$ $\therefore 86 - x$ என்பது 4 ன் மடங்கு 86 க்கு அருகே உள்ள 86 ஐ விட குறைவான 4 ன் மடங்கு 84 $\therefore x$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(86 - 84) = 2$		
	iv	$96 \equiv \frac{x}{7} \pmod{5}$ $96 - \frac{x}{7} = 5n$ இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $96 - \frac{x}{7}$ என்பது 5 ன் மடங்கு 96 க்கு அருகே உள்ள 96 ஐ விட குறைவான 5 ன் மடங்கு 95 $96 - \frac{x}{7} = 95$ ----- ① $96 - 1 = 95$ என்பதால் ----- ② ① மற்றும் ② லிருந்து $\frac{x}{7} = 1$ $x = 7$ $\therefore x$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $= 7$		
	v	$5x \equiv 4 \pmod{6}$ $5x - 4 = 6n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 5x - 4$ என்பது 6 ன் மடங்கு $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$ என்பதால் x ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $= 2$		
2		கொடுக்கப்பட்டது $x \equiv 13 \pmod{17}$ மற்றும் $7x - 3 \equiv y \pmod{17}$ எனில் $y = ?$ $x - 13 = 17n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore x - 13$ என்பது 17 ன் மடங்கு $30 - 13 = 17$ என்பதால் x ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $= 30$		

	$7x - 3 \equiv y \pmod{17}$ $7 \times 30 - 3 \equiv y \pmod{17}$ $210 - 3 \equiv y \pmod{17}$ $207 \equiv y \pmod{17}$ $207 - y = 17n$ $\therefore 207 - y$ என்பது 17 ன் மடங்கு 207 க்கு அருகே உள்ள 207 ஐ விட குறைவான 17 ன் மடங்கு 204 $\therefore y$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(207 - 204) = 3$ $\therefore 7x - 3$ ஆனது 3 உடன் ஒருங்கிசைவாக இருக்கும்
3	$5x \equiv 4 \pmod{6}$ $5x - 4 = 6n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 5x - 4$ என்பது 6 ன் மடங்கு எனவே 6 ஆல் வகுபடும் $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$ என்பதால் x ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $= 2$ $\therefore x = 2, 8, 14, \dots$
4	$3x - 2 \equiv 0 \pmod{11}$ $3x - 2 = 11n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 3x - 2$ என்பது 11 ன் மடங்கு எனவே 11 ஆல் வகுபடும் $3 \times 8 - 2 = 24 - 2 = 22$ என்பதால் x ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $= 8$ $\therefore x = 8, 19, 30, \dots$
5	மு.ப 7 மணி என்பது 24 மணி நேர முறையில் 7 மணி ஆகும் $\therefore 7 + 100 \equiv F \pmod{24}$ என்க இங்கு F என்பது நாம் காணவேண்டிய நேரம் $107 - F = 24n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 107 - F$ என்பது 24 ன் மடங்கு 107 க்கு அருகே உள்ள 107 ஐ விட குறைவான 24 ன் மடங்கு 96 $\therefore F$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(107 - 96) = 11$ $F = 11$ மணி (24 மணி நேர முறையில்) $\therefore 100$ மணிக்கு பிறகு நேரம் மு.ப 11 மணி
6	பி..ப 11 மணி என்பது 24 மணி நேர முறையில் 23 மணி ஆகும் $\therefore 23 - 15 \equiv P \pmod{24}$ என்க இங்கு P என்பது நாம் காணவேண்டிய நேரம் $8 - P = 24n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 8 - P$ என்பது 24 ன் மடங்கு 8 க்கு அருகே உள்ள 8 ஐ விட குறைவான 24 ன் மடங்கு 0 $\therefore P$ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு $(8 - 0) = 8$ $P = 8$ மணி (24 மணி நேர முறையில்) $\therefore 15$ மணிக்கு முன்பு நேரம் மு.ப 8 மணி

	(மாற்று முறை) பி..ப 11 மணி என்பது 24 மணி நேர முறையில் 23 மணி ஆகும் $\therefore 15$ மணிக்கு முன்பு நேரம் $= 23 - 15 = 8$ மணி 12 மணி நேர முறையில் மு.ப 8 மணி
7	இன்று செவ்வாய் கிழமை 45 நாட்களுக்கு பிறகு என்ன கிழமை ? அதாவது 46 வது நாள் ? 46 ஐ 7 ஆல் வகுக்க ஈவு 6 மீதி 4 ஒவ்வொரு வாரமும் செவ்வாயில் ஆரம்பித்து புதனில் முடிவதால் மீதம் உள்ள நாட்கள் செவ்வாய் , புதன், வியாழன் , வெள்ளி $\therefore 45$ நாட்களுக்கு பிறகு மாமா வரும் நாள் வெள்ளிக்கிழமை
8	$2^n + 6 \times 9^n$ இங்கு n ஓர் மிகை முழு $n = 1$ எனில் $2^n + 6 \times 9^n = 2 + 6 \times 9 = 56$ $\therefore 56 \equiv 0 \pmod{7}$ $n = 2$ எனில் $2^n + 6 \times 9^n = 2^2 + 6 \times 9^2 = 4 + 6 \times 81 = 490$ $\therefore 490 \equiv 0 \pmod{7}$ $\therefore 2^n + 6 \times 9^n$ எந்தவொரு மிகை முழு n க்கும் 7 ஆல் வகுபடும்
9	2^{81} ஐ 17 ஆல் வகுக்க $2^4 = 16$ $16 \equiv -1 \pmod{17}$ எனவே $2^{81} = 2^{80+1}$ $= 2^{80} \times 2 = (2^4)^{20} \times 2$ $= 16^{20} \times 2$ $= (-1)^{20} \times 2 = 1 \times 2 = 2$ 2^{81} ஐ 17 ஆல் வகுக்க மீதி 2
10	$\therefore 23.30 + 11.00 \equiv F \pmod{24}$ என்க இங்கு F என்பது நாம் காணவேண்டிய நேரம் $34.30 - F = 24n$, இங்கு n என்பது ஏதேனும் ஓர் முழு $\therefore 34.30 - F$ என்பது 24 ன் மடங்கு 34.30 க்கு அருகே உள்ள 34.30 ஐ விட குறைவான 24 ன் மடங்கு 24 $\therefore F$ ன் மதிப்பு $(34.30 - 24) = 10.30$ $F = 10.30$ மணி $\therefore$ லண்டன் நேரப்படி 4.30 மணி நேரம் சென்னையைவிட குறைவு என்பதால் விமானம் லண்டனில் தரையிரங்கும் நேரம் $10.30 - 4.30 = 6.00$ $=$ அடுத்த நாள் மு.ப 6 மணி

		STD-10	LN—2	EX-2.4
		தொடர் வரிசைகள்		
1	i	$8, 24, 72, \dots$ $a_2 = 8 \times 3 = 24$ $a_3 = 24 \times 3 = 72$ ஒவ்வொரு உறுப்பும் முன்னதாக உள்ள உறுப்பை 3 ஆல் பெருக்க கிடைக்கின்றது $\therefore a_4 = 72 \times 3 = 216$ $a_5 = 216 \times 3 = 648$ $a_6 = 648 \times 3 = 1944$		
	ii	$5, 1, -3, \dots$ $a_2 = 5 - 4 = 1$ $a_3 = 1 - 4 = -3$ ஒவ்வொரு உறுப்பும் முன்னதாக உள்ள உறுப்பிலிருந்து 5 ஐ கழிக்க கிடைக்கின்றது $\therefore a_4 = -3 - 4 = -7$ $a_5 = -7 - 4 = -11$ $a_6 = -11 - 4 = -15$		
	iii	$\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \dots$ $a_2 = \frac{1+1}{3^2} = \frac{2}{9}$ $a_3 = \frac{2+1}{4^2} = \frac{3}{16}$ ஒவ்வொரு உறுப்பும் முன்னதாக உள்ள உறுப்பின் தொகுதியுடன் 1 கூட்டியும் பகுதியில் தொடர்ச்சியான வர்க்க எண்களாகவும் உள்ளன $\therefore a_4 = \frac{3+1}{5^2} = \frac{4}{25}$ $a_5 = \frac{4+1}{6^2} = \frac{5}{36}$ $a_6 = \frac{5+1}{7^2} = \frac{6}{49}$		
2	i	$a = n^3 - 2$ $a_1 = 1^3 - 2 = 1 - 2 = -1$ $a_2 = 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$ $a_3 = 3^3 - 2 = 27 - 2 = 25$ $a_4 = 4^3 - 2 = 64 - 2 = 62$		

	ii	$a_n = (-1)^{n+1} n (n + 1)$ $a_1 = (-1)^{1+1} \times 1 \times (1 + 1) = (-1)^2 \times 2 = 1 \times 2 = 2$ $a_2 = (-1)^{2+1} \times 2 \times (2 + 1) = (-1)^3 \times 2 \times 3 = (-1) \times 2 \times 3 = -6$ $a_3 = (-1)^{3+1} \times 3 \times (3 + 1) = (-1)^4 \times 3 \times 4 = 1 \times 3 \times 4 = 12$ $a_4 = (-1)^{4+1} \times 4 \times (4 + 1) = (-1)^5 \times 4 \times 5 = (-1) \times 4 \times 5 = -20$
	iii	$a_n = 2n^2 - 6$ $a_1 = 2 \times 1^2 - 6 = 2 \times 1 - 6 = 2 - 6 = -4$ $a_2 = 2 \times 2^2 - 6 = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$ $a_3 = 2 \times 3^2 - 6 = 2 \times 9 - 6 = 18 - 6 = 12$ $a_4 = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$
3	i	$2, 5, 10, 17, \dots$ $a_1 = 2 = 1^2 + 1$ $a_2 = 5 = 2^2 + 1$ $a_3 = 10 = 3^2 + 1$ $\therefore$ தொடர்வரிசையின் n வது உறுப்பு $a_n = n^2 + 1$
	ii	$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots$ $\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots$ $\frac{1-1}{1}, \frac{2-1}{2}, \frac{3-2}{3}, \dots$ $\therefore$ தொடர்வரிசையின் n வது உறுப்பு $a_n = \frac{n-1}{n}$
	iii	$3, 8, 13, 18, \dots$ $5 - 2, 10 - 2, 15 - 2, 20 - 2, \dots$ $5 \times 1 - 2, 5 \times 2 - 2, 5 \times 3 - 2, 5 \times 4 - 2, \dots$ $\therefore$ தொடர்வரிசையின் n வது உறுப்பு $a_n = 5n - 2$

4	i	$a_n = \frac{5n}{n+2}$ $a_6 = \frac{5 \times 6}{6+2} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ $a_{13} = \frac{5 \times 13}{13+2} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3}$
	ii	$a_n = -(n^2 - 4)$ $a_4 = -(4^2 - 4) = -(16 - 4) = -12$ $a_{11} = -(11^2 - 4) = -(121 - 4) = -117$
5		n ஓர் ஒற்றை எண் எனில் $a_n = \frac{n^2-1}{n+3}$ n ஓர் இரட்டை எண் எனில் $a_n = \frac{n^2}{2n+1}$ $a_8 = \frac{8^2}{2 \times 8 + 1} = \frac{64}{16+1} = \frac{64}{17}$ $a_{15} = \frac{15^2-1}{15+3} = \frac{225-1}{18} = \frac{224}{18} = \frac{112}{9}$
6		$a_1 = 1, a_2 = 1,$ $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3, n \in N$ $a_3 = 2 \times a_{3-1} + a_{3-2} = 2 \times a_2 + a_1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ $a_4 = 2 \times a_{4-1} + a_{4-2} = 2 \times a_3 + a_2 = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$ $a_5 = 2 \times a_{5-1} + a_{5-2} = 2 \times a_4 + a_3 = 2 \times 7 + 3 = 14 + 3 = 17$ $a_6 = 2 \times a_{6-1} + a_{6-2} = 2 \times a_5 + a_4 = 2 \times 17 + 7 = 34 + 7 = 41$

		STD-10	LN-2	EX-2.5
		கூட்டுத்தொடர் வரிசை		
1	i	$a - 3, a - 5, a - 7, \dots$ $t_2 - t_1 = (a - 5) - (a - 3) = a - 5 - a + 3 = -2$ $t_3 - t_2 = (a - 7) - (a - 5) = a - 7 - a + 5 = -2$ $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை		
	ii	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ $t_2 - t_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = \frac{-1}{6}$ $t_3 - t_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$ $t_2 - t_1 \neq t_3 - t_2$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை அல்ல		
	iii	$9, 13, 17, 21, 25, \dots$ $t_2 - t_1 = 13 - 9 = 4$ $t_3 - t_2 = 17 - 13 = 4$ $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை		
	iv	$\frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$ $t_2 - t_1 = 0 - \frac{(-1)}{3} = \frac{1}{3}$ $t_3 - t_2 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$ $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை		
	v	$1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$ $t_2 - t_1 = -1 - 1 = -2$ $t_3 - t_2 = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$ $t_2 - t_1 \neq t_3 - t_2$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை அல்ல		
2	i	$a = 5, d = 6$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, a + d, a + 2d, \dots$ கூட்டுத்தொடர் வரிசை $5, 5 + 6, 5 + 2 \times 6, 5 + 3 \times 6, \dots$ $5, 5 + 6, 5 + 12, 5 + 18, \dots$ $5, 11, 17, 23, \dots$		

	ii	$a = 7, d = -5$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, a + d, a + 2d, \dots$ கூட்டுத்தொடர் வரிசை $7, 7 + (-5), 7 + 2 \times (-5), 7 + 3 \times (-5), \dots$ $7, 7 - 5, 7 - 10, 7 - 15, \dots$ $7, 2, -3, -8, \dots$
	iii	$a = \frac{3}{4}, d = \frac{1}{2}$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, a + d, a + 2d, \dots$ கூட்டுத்தொடர் வரிசை $\frac{3}{4}, \frac{3}{4} + \frac{1}{2}, \frac{3}{4} + 2 \times \frac{1}{2}, \frac{3}{4} + 3 \times \frac{1}{2}, \dots$ $\frac{3}{4}, \frac{3}{4} + \frac{1}{2}, \frac{3}{4} + 1, \frac{3}{4} + \frac{3}{2}, \dots$ $\frac{3}{4}, \frac{(3 \times 2) + (1 \times 4)}{4 \times 2}, \frac{3+4}{4}, \frac{(3 \times 2) + (3 \times 4)}{4 \times 2}, \dots$ $\frac{3}{4}, \frac{6+4}{8}, \frac{7}{4}, \frac{6+12}{8}, \dots$ $\frac{3}{4}, \frac{10}{8}, \frac{7}{4}, \frac{18}{8}, \dots$ $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \dots$
3	i	$t_n = -3 + 2n$ $t_1 = -3 + 2 \times 1 = -3 + 2 = -1$ $t_2 = -3 + 2 \times 2 = -3 + 4 = 1$ $t_3 = -3 + 2 \times 3 = -3 + 6 = 3$ $a_1 = -1 \quad d = t_2 - t_1 = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
	ii	$t_n = 4 - 7n$ $t_1 = 4 - 7 \times 1 = 4 - 7 = -3$ $t_2 = 4 - 7 \times 2 = 4 - 14 = -10$ $t_3 = 4 - 7 \times 3 = 4 - 21 = -17$ $a_1 = -3 \quad d = t_2 - t_1 = -10 - (-3) = -10 + 3 = -7$
4		$-11, -15, -19, \dots$ $a_1 = -11 \quad d = t_2 - t_1 = -15 - (-11) = -15 + 11 = -4$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$

		$19 \text{ வது உறுப்பு } t_{19} = -11 + (19 - 1) \times (-4)$ $= -11 + 18 \times (-4)$ $= -11 - 72$ $t_{19} = -83$
5		$16, 11, 6, 1, \dots \text{ல் } -54 \text{ எத்தனையாவது உறுப்பு}$ $a_1 = 16 \quad d = t_2 - t_1 = 11 - 16 = -5$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$ $-54 = 16 + (n - 1) \times (-5)$ $-54 = 16 - 5n + 5$ $5n = 16 + 5 + 54$ $5n = 75$ $n = \frac{75}{5} = 15$ $\therefore -54$ என்பது 15 வது உறுப்பு
6		$9, 15, 21, 27, \dots, 183$ நடுஉறுப்புகள் = ? $a = 9 \quad d = t_2 - t_1 = 15 - 9 = 6 \quad , \quad l = 183$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \frac{l-a}{d} + 1$ $n = \frac{183-9}{6} + 1 = \frac{174}{6} + 1$ $n = 29 + 1 = 30$ $\therefore \frac{30}{2} = 15$ மற்றும் $\frac{30}{2} + 1 = 15 + 1 = 16$ வது உறுப்புகள் நடுஉறுப்புகளாக இருக்கும் கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$ $n = 15$ எனில் $t_{15} = 9 + (15 - 1) \times 6$ $= 9 + 14 \times 6$ $= 9 + 84$ $= 93$ $n = 16$ எனில் $t_{16} = 9 + (16 - 1) \times 6$ $= 9 + 15 \times 6$ $= 9 + 90$ $= 99$ நடுஉறுப்புகள் 93 , 99
7		கொடுக்கப்பட்டது கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $9 t_9 = 15 t_{15}$ நிருபிக்கவேண்டியது $6 t_{24} = 0$ அதாவது $6 t_{24} = 6(a + 23 d) = 0$ $9 t_9 = 15 t_{15}$

	$9[a + (9 - 1)d] = 15[a + (15 - 1)d]$ $9[a + 8d] = 15[a + 14d]$ $9a + 72d = 15a + 210d$ $0 = 15a + 210d - 9a - 72d$ $0 = 6a + 138d$ $0 = 6(a + 23d)$ $6(a + 23d) = 0$ $\therefore 6t_{24} = 0$
8	$3 + k$, $18 - k$, $5k + 1$ என்பன கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ளன $\therefore t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ $(18 - k) - (3 + k) = (5k + 1) - (18 - k)$ $18 - k - 3 - k = 5k + 1 - 18 + k$ $-k - k - 5k - k = 1 - 18 - 18 + 3$ $-8k = -32$ $k = \frac{-32}{-8}$ $k = 4$
9	$x, 10, y, 24, z$ என்பன கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ளன $\therefore y$ ஆனது $10, 24$ ன் கூட்டு சராசரியாக இருக்கும் $y = \frac{10+24}{2} = \frac{34}{2} = 17$ $\therefore x, 10, 17, 24, z$ இதிலிருந்து $d = 17 - 10 = 7$ $\therefore x = 10 - 7 = 3$ $z = 24 + 7 = 31$ ஆகும் $\therefore x = 3$, $y = 17$, $z = 31$
10	கொடுக்கப்பட்டது கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $a = 20$ $d = 2$, $n = 30$ எனில் $l = ?$ இங்கு $l = t_{30}$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$ $n = 30$ எனில் $t_{30} = 20 + (30 - 1) \times 2$ $= 20 + 29 \times 2$ $= 20 + 58$ $l = t_{30} = 78$ கடைசி வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை 78

11	கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $a - d$, a , $a + d$ என்க மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் = 27 $a - d + a + a + d = 27$ $3a = 27$ $a = \frac{27}{3} = 9$ மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் = 288 $(a - d) \times a \times (a + d) = 288$ $a \times (a^2 - d^2) = 288$ $9 \times (9^2 - d^2) = 288$ $9^2 - d^2 = \frac{288}{9}$ $81 - d^2 = 32$ $81 - 32 = d^2$ $d^2 = 49$ $d = \pm 7$ $a = 9$, $d = +7$ எனில் அந்த மூன்று உறுப்புகள் $9 - 7, 9, 9 + 7 \implies 2, 9, 16$ $a = 9$, $d = -7$ எனில் அந்த மூன்று உறுப்புகள் $9 - (-7), 9, 9 + (-7) \implies 16, 9, 2$
12	கொடுக்கப்பட்டது கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் $\frac{t_6}{t_8} = \frac{7}{9}$ எனில் $\frac{t_9}{t_{13}} = ?$ $\frac{a+5d}{a+7d} = \frac{7}{9}$ $(a + 5d) \times 9 = (a + 7d) \times 7$ $9a + 45d = 7a + 49d$ $9a - 7a = 49d - 45d$ $2a = 4d$ $a = 2d$ $\therefore \frac{t_9}{t_{13}} = \frac{a+8d}{a+12d} = \frac{2d+8d}{2d+12d} = \frac{10d}{14d} = \frac{5}{7}$ $t_9 : t_{13} = 5 : 7$

13	திங்கள் முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரையிலான வெப்பநிலைகள் $a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d$ என்க திங்கள் முதல் புதன் வரையிலான கூடுதல் $= 0^\circ$ $a + a + d + a + 2d = 0$ $3a + 3d = 0$ $a + d = 0$ $a = -d$ புதன் முதல் வெள்ளி வரையிலான கூடுதல் $= 18^\circ$ $a + 2d + a + 3d + a + 4d = 18$ $3a + 9d = 18$ $a = -d$ எனவே $3 \times (-d) + 9d = 18$ $-3d + 9d = 18$ $6d = 18$ $d = \frac{18}{6} = 3$ $a = -3, d = 3$ $\therefore$ திங்கள் முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரையிலான வெப்பநிலைகள் $a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d \Rightarrow -3^\circ C, 0^\circ C, 3^\circ C, 6^\circ C, 9^\circ C$												
14	<table border="1" data-bbox="252 1039 1021 1308"> <thead> <tr> <th></th> <th>முதல் ஆண்டு</th> <th>2ஆம் ஆண்டு</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>வருமானம்</td> <td>15000</td> <td>16500</td> </tr> <tr> <td>செலவு</td> <td>13000</td> <td>13900</td> </tr> <tr> <td>சேமிப்பு</td> <td>2000</td> <td>2600</td> </tr> </tbody> </table> $\therefore$ வருடாந்திர சேமிப்பு தொகைகள் ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அமையும் 2000, 2600, 3200,, 20000 இங்கு $a = 2000, d = 600, l = t_n = 20000$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$ $a + (n - 1)d = 20000$ $2000 + (n - 1) \times 600 = 20000$ $(n - 1) \times 600 = 20000 - 2000$ $600n - 600 = 18000$ $600n = 18000 + 600$ $600n = 18600$ $n = \frac{18600}{600} = 31$ $\therefore$ மாதாந்திர சேமிப்பு ரூ 20000 ஐ அடைய 31 ஆண்டுகள் ஆகும்		முதல் ஆண்டு	2ஆம் ஆண்டு	வருமானம்	15000	16500	செலவு	13000	13900	சேமிப்பு	2000	2600
	முதல் ஆண்டு	2ஆம் ஆண்டு											
வருமானம்	15000	16500											
செலவு	13000	13900											
சேமிப்பு	2000	2600											

		STD- 10	LN-2	EX-2.6
		தொடர்கள் - ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்		
1	i	$3, 7, 11, \dots$ (40 உறுப்புகள் வரை) $a = 3$ $d = 7 - 3 = 4$ $n = 40$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $S_{40} = \frac{40}{2} [2 \times 3 + (40 - 1) \times 4]$ $= 20 [6 + 39 \times 4]$ $= 20 [6 + 156]$ $= 20 \times 162$ $S_{40} = 3240$		
	ii	$102, 97, 92, \dots$ (27 உறுப்புகள் வரை) $a = 102$ $d = 97 - 102 = -5$ $n = 27$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $S_{27} = \frac{27}{2} [2 \times 102 + (27 - 1) \times (-5)]$ $= \frac{27}{2} [204 + 26 \times (-5)]$ $= \frac{27}{2} [204 - 130]$ $= \frac{27}{2} \times 74$ $= 27 \times 37$ $S_{27} = 999$		
	iii	$6 + 13 + 20 + \dots + 97 = ?$ $a = 6$ $d = 13 - 6 = 7$ $l = 97$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \frac{l-a}{d} + 1$ $n = \frac{97-6}{7} + 1 = \frac{91}{7} + 1 = \frac{91+7}{7} = \frac{98}{7} = 14$ l கொடுக்கப்பட்டால் கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$ $S_{14} = \frac{14}{2} [6 + 97] = 7 \times 103 = 721$		

2	கொடுக்கப்பட்டது $5 + 7 + 9 + \dots + n = 480$ எனில் $n = ?$ $a = 5$ $d = 7 - 5 = 2$ $S_n = 480$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $480 = \frac{n}{2} [2 \times 5 + (n - 1) \times 2]$ $= \frac{n}{2} [10 + 2n - 2]$ $480 = \frac{n}{2} [8 + 2n]$ $480 = 4n + n^2$ $0 = n^2 + 4n - 480$ $n^2 + 4n - 480 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(n + 24)(n - 20) = 0$ $n = -24, \quad n = 20$ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எப்பொழுதும் மிகையாகும் எனவே $n = 20$ $\therefore$ தொடர்ச்சியாக 20 உறுப்புகளை கூட்டினால் 480 கிடைக்கும்
3	கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $t_n = 4n - 3$ எனில் $S_{28} = ?$ $t_1 = 4 \times 1 - 3 = 4 - 3 = 1$ $t_2 = 4 \times 2 - 3 = 8 - 3 = 5$ $t_3 = 4 \times 3 - 3 = 12 - 3 = 9$ $\therefore$ கூட்டுத்தொடர் வரிசை 1, 5, 9, $a = 1$ $d = 5 - 1 = 4$ $n = 28$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $S_{28} = \frac{28}{2} [2 \times 1 + (28 - 1) \times 4]$ $= 14 [2 + 27 \times 4]$ $= 14 [2 + 108]$ $= 14 \times 110$ $S_{28} = 1540$

4	$S_n = 2n^2 - 3n$ $S_1 = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 = 2 - 3 = -1$ $S_2 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$ $S_3 = 2 \times 3^2 - 3 \times 3 = 18 - 9 = 9$ $t_1 = S_1 = -1$ $t_2 = S_2 - S_1 = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$ $t_3 = S_3 - S_2 = 9 - 2 = 7$ $\therefore$ தொடர் வரிசை $-1, 3, 7, \dots$ $t_2 - t_1 = 3 - (-1) = 4$ $t_3 - t_2 = 7 - 3 = 4$ இங்கு $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ எனவே இத் தொடர் வரிசை ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை ஆகும்
5	கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $t_{104} = 125$ மற்றும் $t_4 = 0$ $S_{35} = ?$ $t_{104} - t_4 \implies \begin{array}{rcl} a + 103d & = & 125 \\ a + 3d & = & 0 \\ \hline 100d & = & 125 \\ \hline d & = & \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \end{array}$ $d = \frac{5}{4}$ என $a + 3d = 0$ ல் பிரதியிட $a + 3 \times \frac{5}{4} = 0$ $a = \frac{-15}{4}$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$ $S_{35} = \frac{35}{2} \left[2 \times \left(\frac{-15}{4} \right) + (35-1) \times \frac{5}{4} \right]$ $= \frac{35}{2} \left[\frac{-15}{2} + 34 \times \frac{5}{4} \right]$ $= \frac{35}{2} \left[\frac{-15}{2} + \frac{85}{2} \right] = \frac{35}{2} \left[\frac{-15+85}{2} \right]$ $= \frac{35}{2} \left[\frac{70}{2} \right] = \frac{35}{2} \times 35 = \frac{1225}{2}$ $S_{35} = 612.5$

6	$1 + 3 + 5 + \dots + 449 = ?$ $a = 1 \quad d = 3 - 1 = 2 \quad l = 449$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \frac{l-a}{d} + 1$ $n = \frac{449-1}{2} + 1 = \frac{448}{2} + 1 = 224 + 1 = 225$ l கொடுக்கப்பட்டால் கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$ $S_{225} = \frac{225}{2} [1 + 449] = \frac{225}{2} \times 450 = 225 \times 225 = 50625$
7	602 க்கும் 902 க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் } = { 602 க்கும் 902 க்கும் இடையே உள்ள எண்களின் கூடுதல் - 602 க்கும் 902 க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் 602 க்கும் 902 க்கும் இடையே உள்ள எண்களின் கூடுதல் $603 + 604 + \dots + 901$ $a = 603 \quad d = 1 \quad l = 901$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \frac{l-a}{d} + 1$ $n = \frac{901-603}{1} + 1 = 298 + 1 = 299$ l கொடுக்கப்பட்டால் கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$ $S_{299} = \frac{299}{2} [603 + 901] = \frac{299}{2} \times 1504 = 299 \times 752 = 224848$ 602 க்கும் 902 க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் $604 + 608 + 612 + \dots + 900$ $a = 604 \quad d = 608 - 604 = 4 \quad l = 900$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \frac{l-a}{d} + 1$ $n = \frac{900-604}{4} + 1 = \frac{296}{4} + 1 = 74 + 1 = 75$ l கொடுக்கப்பட்டால் கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$ $S_{75} = \frac{75}{2} [604 + 900] = \frac{75}{2} \times 1504 = 75 \times 752 = 56400$ $\therefore$ 602 க்கும் 902 க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் $= 224848 - 56400 = 168448$

8	மாத தவனைகளில் செலுத்திய மொத்த தொகை = $4800 + 4750 + 4700 + \dots$.(10 உறுப்புகள் வரை) $a = 4800$ $d = 4750 - 4800 = -50$ $n = 10$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 4800 + (10 - 1) \times (-50)]$ $= 5 [9600 + 9 \times (-50)]$ $= 5 [9600 - 450]$ $= 5 \times 9150$ $S_{10} = 45750$ (i) மாத தவனைகளில் செலுத்திய மொத்த தொகை 45750 (ii) தவனை முறையால் கூடுதலாக செலுத்திய தொகை = $45750 - 40000$ = 5750 ரூ
9	மதாமாதம் செலுத்தப்பட்ட தொகைகளின் கூடுதல் $400 + 700 + 1000 + \dots$ (n உறுப்புகள் வரை) = 65000 $a = 400$ $d = 700 - 400 = 300$ $S_n = 65000$ $n = ?$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $65000 = \frac{n}{2} [2 \times 400 + (n - 1) \times 300]$ $65000 = \frac{n}{2} [800 + (n - 1) \times 300]$ $65000 = \frac{n}{2} \times 100 \times [8 + (n - 1) \times 3]$ $65000 = n \times 50 \times [8 + 3n - 3]$ $\frac{65000}{50} = n \times [5 + 3n]$ $1300 = 5n + 3n^2$ $0 = 3n^2 + 5n - 1300$ $3n^2 + 5n - 1300 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{3} (3n - 60)(3n + 65) = 0$ $\frac{1}{3} \times 3(n - 20)(3n + 65) = 0$

	$(n - 20)(3n + 65) = 0$ $\therefore n = 20 \quad \text{அல்லது} \quad n = \frac{-65}{3}$ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எப்பொழுதும் மிகை எனவே $n = 20$ கடனை அடைக்க தேவைப்படும் காலம் = 20 மாதங்கள்
10	தேவைப்படும் செங்கற்களின் எண்ணிக்கைகளை வரிசையாக எழுத $100, 98, 96, \dots$ (30 உறுப்புகள் வரை) இது ஓர் கூட்டுத்தொடர் வரிசை ஆகும் $a = 100 \quad d = 98 - 100 = -2 \quad n = 30 \quad t_{30} = ? \quad S_{30} = ?$ (i) உச்சியிலுள்ள படிக்கட்டை அதாவது 30 வது படிக்கட்டை அமைக்க தேவைப்படும் செங்கற்களின் எண்ணிக்கை $= t_{30}$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$ $t_{30} = 100 + (30 - 1) \times (-2)$ $t_{30} = 100 + 29 \times (-2) = 100 - 58 = 42$ (ii) படிக்கட்டுகள் முழுவதும் அமைக்க தேவைப்படும் செங்கற்களின் எண்ணிக்கை $= S_{30}$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ $S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 100 + (30 - 1) \times (-2)]$ $= 15 [200 + 29 \times (-2)]$ $= 15 [200 - 58]$ $= 15 \times 142$ $S_{30} = 2130$
11	முதல் உறுப்புகள் $1, 2, 3, \dots, m$ பொது வித்யாசங்கள் $1, 3, 5, \dots, (2m - 1)$ நிரூபிக்க வேண்டியது $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_m = \frac{1}{2} mn (mn + 1)$ கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ முதல் கூ.தொ.வ க்கு $a = 1 \quad d = 1$ $S_1 = \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n - 1) \times 1]$

$$= \frac{n}{2} [2 + n - 1] = \frac{n}{2} \times [1 + n]$$

2வது கூ.தொ.வ க்கு $a = 2$ $d = 3$

$$S_2 = \frac{n}{2} [2 \times 2 + (n - 1) \times 3]$$

$$= \frac{n}{2} [4 + 3n - 3] = \frac{n}{2} \times [1 + 3n]$$

m வது கூ.தொ.வ க்கு $a = m$, $d = (2m - 1)$

$$S_m = \frac{n}{2} [2 \times m + (n - 1) \times (2m - 1)]$$

$$= \frac{n}{2} [2m + 2mn - n - 2m + 1]$$

$$= \frac{n}{2} \times [2mn - n + 1]$$

$$= \frac{n}{2} \times [(2m - 1)n + 1]$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_m$$

$$= \frac{n}{2} \times [1 + n] + \frac{n}{2} \times [1 + 3n] + \dots + \frac{n}{2} \times [(2m - 1)n + 1]$$

$$= \frac{n}{2} \times [1 + n + 1 + 3n + \dots + (2m - 1)n + 1]$$

$$= \frac{n}{2} \times [n + 3n + \dots + (2m - 1)n] + [1 + 1 + \dots (m \text{ உறுப்புகள் })]$$

$$= \frac{n}{2} \times [n(1 + 3 + \dots + (2m - 1))] + m]$$

$$= \frac{n}{2} \times [n \times m^2 + m]$$

$$= \frac{n}{2} \times m(mn + 1)$$

$$= \frac{1}{2} \times mn(mn + 1)$$

12

$$\frac{a-b}{a+b} + \frac{3a-2b}{a+b} + \frac{5a-3b}{a+b} + \dots (12 \text{ உறுப்புகள் வரை }) = ?$$

$$t_1 = \frac{a-b}{a+b}$$

$$d = \frac{(3a-2b)}{a+b} - \frac{(a-b)}{a+b} = \frac{3a-2b-a+b}{a+b} = \frac{2a-b}{a+b}$$

$$n = 12$$

கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின்

$$\text{கூடுதல் } S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2} \left[2 \times \left(\frac{a-b}{a+b} \right) + (12-1) \times \left(\frac{2a-b}{a+b} \right) \right] \\ &= 6 \left[2 \times \left(\frac{a-b}{a+b} \right) + 11 \times \left(\frac{2a-b}{a+b} \right) \right] \\ &= \frac{6}{a+b} [2(a-b) + 11 \times (2a-b)] \\ &= \frac{6}{a+b} [2a - 2b + 22a - 11b] \\ S_{12} &= \frac{6}{a+b} [24a - 13b] \end{aligned}$$

		STD-10	LN-2	EX-2.7
		பெருக்குத்தொடர் வரிசை		
		பொது வடிவம் - பொது உறுப்பு		
1	i	$3, 9, 27, 81, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{9}{3} = 3$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{27}{9} = 3$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை		
	ii	$4, 44, 444, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{44}{4} = 11$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{444}{44} = 10.09 \neq 11$ $\frac{t_2}{t_1} \neq \frac{t_3}{t_2}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை அல்ல		
	iii	$0.5, 0.05, 0.005, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{0.05}{0.5} = \frac{0.05 \times 100}{0.5 \times 100} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{0.005}{0.05} = \frac{0.005 \times 1000}{0.05 \times 1000} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை		
	iv	$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{2}$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{12} \times \frac{6}{1} = \frac{1}{2}$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை		

	v	$1, -5, 25, -125, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{-5}{1} = -5$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{25}{-5} = -5$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை
	vi	$120, 60, 30, 18$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ $\frac{t_4}{t_3} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \neq \frac{1}{2}$ $\frac{t_3}{t_2} \neq \frac{t_4}{t_3}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை அல்ல
	vii	$16, 4, 1, \frac{1}{4}, \dots$ $\frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{1}{4}$ $\frac{t_4}{t_3} = \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4}$ $\frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3}$ எனவே கொடுக்கப்பட்டது ஓர் பெருக்குத்தொடர் வரிசை
2	i	$a = 6, r = 3$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, ar, ar^2, \dots$ $6, 6 \times 3, 6 \times 3^2, \dots$ $6, 18, 54, \dots$
	ii	$a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, ar, ar^2, \dots$ $\sqrt{2}, \sqrt{2} \times \sqrt{2}, \sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2, \dots$ $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
	iii	$a = 1000, r = \frac{2}{5}$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம் $a, ar, ar^2, \dots$

		$1000, 1000 \times \frac{2}{5}, 1000 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2, \dots$ $1000, 200 \times 2, 1000 \times \frac{4}{25}, \dots$ $1000, 400, 160, \dots$
3		729, 243, 81, ... இதன் $t_7 = ?$ பொது விகிதம் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_7 = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$ $= 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$ $= 3^6 \times \frac{1}{3^6}$ $= 1$
4		$x + 6, x + 12, x + 15$ என்பன பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் உள்ளதால் $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$ $\therefore \frac{x+12}{x+6} = \frac{x+15}{x+12}$ $(x+12) \times (x+12) = (x+15) \times (x+6)$ $x^2 + 12x + 12x + 12^2 = x^2 + 6x + 15x + 15 \times 6$ $x^2 + 24x + 144 = x^2 + 21x + 90$ $24x - 21x = 90 - 144$ $3x = -54$ $x = \frac{-54}{3}$ $x = -18$
5	i	4, 8, 16, ... 8192 $a = 4$ பொது விகிதம் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{4} = 2$ $t_n = 8192 \quad n = ?$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $8192 = 4 \times 2^{n-1}$ $\frac{8192}{4} = 2^{n-1}$ $2048 = 2^{n-1}$

		$2^{11} = 2^{n-1}$ $n - 1 = 11$ $n = 11 + 1$ $n = 12$ ∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 12
ii		$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{2187}$ $a = \frac{1}{3}$ பொது விகிதம் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$ $t_n = \frac{1}{2187} \quad n = ?$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $\frac{1}{2187} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ $\frac{3}{2187} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ $\frac{1}{729} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ $n - 1 = 6$ $n = 6 + 1$ $n = 7$ ∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 7
6		$t_9 = 32805$ $t_6 = 1215$ $t_{12} = ?$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_9 = a \times r^{9-1} = a \times r^8 = 32805 \quad \text{-----} \textcircled{1}$ $t_6 = a \times r^{6-1} = a \times r^5 = 1215 \quad \text{-----} \textcircled{2}$ $\textcircled{1} \div \textcircled{2} \rightarrow \frac{a \times r^8}{a \times r^5} = \frac{32805}{1215}$

		$\frac{r^8}{r^5} = 27$ $r^3 = 3^3$ $r = 3$ $r = 3$ என (2) ல் பிரதியிட $a \times 3^5 = 1215$ $a \times 243 = 1215$ $a = \frac{1215}{243}$ $a = 5$ $a = 5 \quad r = 3$ $\therefore t_{12} = 5 \times 3^{12-1} = 5 \times 3^{11}$
7		$t_8 = 768 \quad r = 2$ எனில் $t_{10} = ?$ $t_8 = a \times 2^{8-1} = 768$ $a \times 2^7 = 768$ $a \times 128 = 768$ $a = \frac{768}{128}$ $a = 6$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_{10} = 6 \times 2^{10-1}$ $= 6 \times 2^9$ $= 6 \times 512$ $t_{10} = 3072$
8		$a, b, c, \dots$ என்பது கூட்டுத்தொடர் வரிசை எனில் $b = \frac{a+c}{2}$ ஆகும் ($a, a+d, a+2d, \dots$ ல் $a+d = \frac{a+a+2d}{2} = a+d$) $\therefore 2b = a+c$ $3^a, 3^b, 3^c, \dots$ என்பது பெருக்குத்தொடர் வரிசை எனில் $(3^b)^2 = 3^a \times 3^c$ ஆகும் ($a, ar, ar^2, \dots$ ல் $(ar)^2 = a \times ar^2 = a^2 r^2$) $\therefore$ நாம் நிரூபிக்கவேண்டியது $2b = a+c$ எனில் $(3^b)^2 = 3^a \times 3^c$ $(3^b)^2 = 3^{2b} = 3^{a+c} = 3^a \times 3^c$ $\therefore 3^a, 3^b, 3^c, \dots$ என்பது பெருக்குத்தொடர் வரிசை ஆகும்
9		பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கட்பலன் $= 27$

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 27$$

$$a^3 = 3^3$$

$$a = 3$$

இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கப்பலன்களின் கூடுதல் $= \frac{57}{2}$

$$\frac{a}{r} \times a + a \times ar + ar \times \frac{a}{r} = \frac{57}{2}$$

$$a^2 \left(\frac{1}{r} + r + 1 \right) = \frac{57}{2}$$

$$3^2 \left(\frac{1+r^2+r}{r} \right) = \frac{57}{2}$$

$$3 \times 3 \left(\frac{1+r^2+r}{r} \right) = \frac{57}{2}$$

$$\left(\frac{1+r^2+r}{r} \right) = \frac{19 \times 3}{2 \times 3 \times 3}$$

$$\left(\frac{1+r^2+r}{r} \right) = \frac{19}{6}$$

$$6 \times (1 + r^2 + r) = 19r$$

$$6r^2 + 6r + 6 = 19r$$

$$6r^2 + 6r - 19r + 6 = 0$$

$$6r^2 - 13r + 6 = 0 \quad \text{இதை காரணிபடுத்த}$$

$$\frac{1}{6} (6r - 4)(6r - 9) = 0$$

$$\frac{1}{6} \times 2(3r - 2)3(2r - 3) = 0$$

$$(3r - 2)(2r - 3) = 0$$

$$(3r - 2) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (2r - 3) = 0$$

$$\therefore r = \frac{2}{3} \quad \text{அல்லது} \quad r = \frac{3}{2}$$

$$a = 3, \quad r = \frac{2}{3} \quad \text{எனில்}$$

$$\text{அந்த மூன்று உறுப்புகள்} \quad \frac{3}{2}, 3, 3 \times \frac{2}{3} \implies \frac{9}{2}, 3, 2$$

$$a = 3, \quad r = \frac{3}{2} \quad \text{எனில்}$$

$$\text{அந்த மூன்று உறுப்புகள்} \quad \frac{3}{2}, 3, 3 \times \frac{3}{2} \implies 2, 3, \frac{9}{2}$$

10

$$t_1 = 60000 + 60000 \times \frac{5}{100} = 60000 + 3000 = 63000$$

$$t_2 = 63000 + 63000 \times \frac{5}{100} = 63000 + 3150 = 66150$$

	$a = 63000 \quad r = \frac{66150}{63000} = 1.05$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_5 = 63000 \times (1.05)^{5-1}$ $= 63000 \times (1.05)^4$ $= 63000 \times 1.215$ $= 76577$ 5 வருட முடிவில் அவருடைய மாத ஊதியம்
11	வாய்ப்பு A $t_1 = 20000 + 20000 \times \frac{6}{100} = 20000 + 1200 = 21200$ $t_2 = 21200 + 21200 \times \frac{6}{100} = 21200 + 1272 = 22472$ $a = 21200 \quad r = \frac{22472}{21200} = 1.06$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_4 = 20000 \times (1.06)^{4-1}$ $= 20000 \times (1.06)^3$ $= 20000 \times 1.191016$ $= 23820$ 4 வருட முடிவில் அவருடைய மாத ஊதியம் வாய்ப்பு B $t_1 = 22000 + 22000 \times \frac{3}{100} = 22000 + 660 = 22660$ $t_2 = 22660 + 22660 \times \frac{3}{100} = 22660 + 679.8 = 23339.8$ $a = 22660 \quad r = \frac{23339.8}{22660} = 1.03$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $t_4 = 22000 \times (1.03)^{4-1}$ $= 22000 \times (1.03)^3$ $= 22000 \times 1.092727$ $= 24040$ 4 வருட முடிவில் அவருடைய மாத ஊதியம்
12	a, b, c என்பது கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ள அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $\therefore a = a, b = a + d, c = a + 2d$ என்க x, y, z என்பது பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் உள்ள அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $\therefore x = x, y = xr, z = xr^2$ என்க $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = x^{-d} \times (xr)^{2d} \times (xr^2)^{-d}$ $= x^{-d} \times x^{2d} \times r^{2d} \times x^{-d} \times r^{-2d}$ $= x^{-d-d} \times x^{2d} \times r^{2d} \times r^{-2d}$ $= x^{-2d} \times x^{2d} \times r^{2d} \times r^{-2d}$ $= x^{-2d+2d} \times r^{2d-2d}$ $= x^0 \times r^0 = 1 \times 1$ $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = 1$

		STD-10	LN-2	EX-2.8
		பெருக்குத்தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் மற்றும் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல்		
1	i	$5, -3, \frac{9}{5}, -\frac{27}{25}, \dots$ $a = 5 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-3}{5} < 1$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} : r < 1$ $S_n = \frac{5 \times \left(1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)}{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)} = \frac{5 \times \left(1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)}{\frac{5+3}{5}} = \frac{5 \times 5 \times \left(1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)}{8} = \frac{25 \times \left(1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)}{8}$		
	ii	$256, 64, 16, \dots$ $a = 256 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{64}{256} = \frac{1}{4} < 1$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} : r < 1$ $S_n = \frac{256 \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{256 \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}{\frac{4-1}{4}} = \frac{256 \times 4 \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}{3} = \frac{1024 \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}{3}$		
2		$5, 15, 45, \dots \quad S_6 = ?$ $a = 5 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{15}{5} = 3 > 1$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} : r > 1$ $S_6 = \frac{5 \times (3^6-1)}{3-1} = \frac{5 \times (729-1)}{2} = \frac{5 \times 728}{2} = 5 \times 364 = 1820$		
3		$r = 5 \quad S_6 = 46872 \quad a = ?$ $r = 5 > 1$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} : r > 1$ $S_6 = \frac{a \times (5^6-1)}{5-1}$ $46872 = \frac{a \times (15625-1)}{4}$ $46872 \times 4 = a \times 15624$ $a = \frac{46872 \times 4}{15624} = 3 \times 4$ $a = 12$		

4	i	$9 + 3 + 1 + \dots$ $a = 9 \quad r = r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} < 1 \quad n = \infty$ பெ.தொ.வ-யில் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} : r < 1$ $S_{\infty} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{3-1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{9 \times 3}{2} = \frac{27}{2}$
	ii	$21 + 14 + \frac{28}{3} + \dots$ $a = 21 \quad r = r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} < 1 \quad n = \infty$ பெ.தொ.வ-யில் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} : r < 1$ $S_{\infty} = \frac{21}{1-\frac{2}{3}} = \frac{21}{\frac{3-2}{3}} = \frac{21}{\frac{1}{3}} = \frac{21 \times 3}{1} = 63$
5		முடிவுறா பெ.தொ.வ-யில் $a = 8 \quad S_{\infty} = \frac{32}{3} \quad r = ?$ பெ.தொ.வ-யில் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$ $\frac{32}{3} = \frac{8}{1-r}$ $(1-r) \times 32 = 8 \times 3$ $32 - 32r = 24$ $-32r = 24 - 32$ $-32r = -8$ $r = \frac{-8}{-32}$ $r = \frac{1}{4}$
6	i	$0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots \quad n$ உறுப்புகள் வரை $= 0.4 \times \frac{10}{10} + 0.44 \times \frac{100}{100} + 0.444 \times \frac{1000}{1000} + \dots \quad n$ உறுப்புகள் வரை $= \frac{4}{10} + \frac{44}{100} + \frac{444}{1000} + \dots \quad n$ உறுப்புகள் வரை $= 4 \left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \dots \quad n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right]$

$$= \frac{4}{9} \left[\frac{1 \times 9}{10} + \frac{11 \times 9}{100} + \frac{111 \times 9}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[\frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[\left(1 - \frac{1}{10}\right) + \left(1 - \frac{1}{100}\right) + \left(1 - \frac{1}{1000}\right) + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[\left(1 + 1 + 1 + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right) \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[(n) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை} \right) \right]$$

$$a = \frac{1}{10} \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{100} \times \frac{10}{1} = \frac{1}{10} < 1$$

பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} : r < 1$

$$= \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} \right) \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{\frac{10-1}{10}} \right) \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{\frac{9}{10}} \right) \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \times \frac{10}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n \right) \right]$$

$$S_n = \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n \right) \right]$$

ii	$3 + 33 + 333 + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை $= 3 (1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை })$ $= \frac{3}{9} (1 \times 9 + 11 \times 9 + 111 \times 9 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை })$ $= \frac{3}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை })$ $= \frac{3}{9} ((10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை })$ $= \frac{3}{9} \left[(10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை }) - (1 + 1 + 1 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை }) \right]$ $a = 10 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{100}{10} = 10 > 1$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} : r > 1$ $= \frac{3}{9} \left[\left(\frac{10 \times (10^n - 1)}{9} \right) - n \right]$ $= \frac{3}{9} \times \left(\frac{10 \times (10^n - 1)}{9} \right) - \frac{3}{9} \times n$ $= \frac{1}{9} \times \left(\frac{10 \times (10^n - 1)}{3} \right) - \frac{1}{3} \times n$ $= \frac{10}{27} \times (10^n - 1) - \frac{n}{3}$
7	$3 + 6 + 12 + \dots + 1536 = ?$ $a = 3 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6}{3} = 2 > 1 \quad t_n = 1536$ பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு $t_n = a \times r^{n-1}$ $1536 = 3 \times (2)^{n-1}$

	$\frac{1536}{3} = 2^{n-1}$ $512 = 2^{n-1}$ $2^9 = 2^{n-1}$ $\therefore n - 1 = 9$ $n = 9 + 1$ $n = 10$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} : r > 1$ $S_{10} = \frac{3 \times (2^{10}-1)}{2-1}$ $= 3 \times (2^{10} - 1) = 3 \times (1024 - 1) = 3 \times 1023$ $3 + 6 + 12 + \dots + 1536 = 3069$
8	கடிதங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $4 + 4 \times 4 + 4 \times 4 \times 4 + \dots$ (8 உறுப்புகள் வரை) $a = 4 \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4 \times 4}{4} = 4 \quad n = 8$ பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} : r > 1$ $S_8 = \frac{4 \times (4^8-1)}{4-1} = \frac{4 \times (65536-1)}{3}$ $= \frac{4 \times (65535)}{3} = 4 \times 21845$ கடிதங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = 87380 ஒரு கடிதத்திற்கு செலவு ரூ 2 எனில் 87380 கடிதங்களுக்குச் செலவு = 87380×2 = 174760 ரூ
9	$x = 0.\overline{123}$ என்க $x = 0.123123123 \dots$

	$1000x = 123.123123 \dots$ $1000x = 123.\overline{123}$ $1000x - x = 123.\overline{123} - 0.\overline{123}$ $999x = 123$ $x = \frac{123}{999} = \frac{3 \times 41}{3 \times 333}$ $x = \frac{41}{333}$
10	$S_n = (x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \dots n$ உறுப்புகள் வரை $(x - y)S_n = (x - y) \times (x + y) + (x - y) \times (x^2 + xy + y^2) + (x - y) \times (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \dots n$ உறுப்புகள் வரை $(x - y)S_n = (x^2 - y^2) + (x^3 - y^3) + (x^4 - y^4) + \dots n$ உறுப்புகள் வரை $(x - y)S_n = (x^2 + x^3 + x^4 + \dots n$ உறுப்புகள் வரை) $-(y^2 + y^3 + y^4 + \dots) + \dots n$ உறுப்புகள் வரை $a = x^2$, $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{x^3}{x^2} = x$ மற்றும் $a = y^2$, $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{y^3}{y^2} = y$, பெ.தொ.வ-யில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$: $r > 1$ $(x - y)S_n = \left[\frac{x^2 \times (x^n - 1)}{x - 1} - \frac{y^2 \times (y^n - 1)}{y - 1} \right]$

	STD-10	LN-2	EX-2.9
	சிறப்புத்தொடர் வரிசைகள்		
i	முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$		
ii	முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$		
iii	முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$		
iv	முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$		
1	i	$1 + 2 + 3 + \dots + 60 = ?$ $n = 60$ $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $1 + 2 + 3 + \dots + 60 = \frac{60 \times (60+1)}{2} = \frac{60 \times 61}{2} = 30 \times 61 = 1830$	
	ii	$3 + 6 + 9 + \dots + 96 = ?$ $3 + 6 + 9 + \dots + 96 = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 32)$ $n = 32$ $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $3 + 6 + 9 + \dots + 96 = 3 \times \frac{32 \times (32+1)}{2} = 3 \times 16 \times 33 = 1584$	
	iii	$51 + 52 + 53 + \dots + 92 = ?$ $51 + 52 + 53 + \dots + 92 = (1 + 2 + 3 + \dots + 92) - (1 + 2 + 3 + \dots + 50)$ $n = 92$ $n = 50$ $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $51 + 52 + 53 + \dots + 92 = \frac{92 \times (92+1)}{2} - \frac{50 \times (50+1)}{2}$ $= 46 \times 93 - 25 \times 51$ $= 4278 - 1275$ $= 3003$	

iv	$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 225 = ?$ $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 225 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2$ $n = 15$ $\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2 = \frac{15 \times (15+1) \times (2 \times 15 + 1)}{6}$ $= \frac{15 \times 16 \times (30+1)}{6} = \frac{15 \times 16 \times 31}{2 \times 3} = 5 \times 8 \times 31$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2 = 1240$
v	$6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 = ?$ $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 21^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2)$ $n = 21 \qquad \qquad \qquad n = 5$ $\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 = \frac{21 \times (21+1) \times (2 \times 21 + 1)}{6} - \frac{5 \times (5+1) \times (2 \times 5 + 1)}{6}$ $= \frac{21 \times 22 \times (42+1)}{6} - \frac{5 \times 6 \times (10+1)}{6}$ $= \frac{21 \times 22 \times 43}{2 \times 3} - \frac{5 \times 6 \times 11}{2 \times 3}$ $= (7 \times 11 \times 43) - (5 \times 11)$ $= 3311 - 55$ $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 = 3256$
vi	$10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3 = ?$ $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3 = (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3)$ $\qquad \qquad \qquad - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3)$ $n = 20 \qquad \qquad \qquad n = 9$ $\boxed{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2}$ $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3 = \left[\frac{20 \times (20+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{9 \times (9+1)}{2} \right]^2$

		$= \left[\frac{20 \times 21}{2} \right]^2 - \left[\frac{9 \times 10}{2} \right]^2$ $= -(9 \times 5)^2$ $= 210^2 - 45^2$ $= 44100 - 2025$ $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3 = 42075$
	vii	$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 71 = ?$ $2n - 1 = 71$ $2n = 71 + 1$ $n = \frac{72}{2}$ $n = 36$ $\boxed{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2}$ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 71 = 36^2 = 36 \times 36 = 1296$
2		$1 + 2 + 3 + \dots + k = 325 \text{ எனில் } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = ?$ $\boxed{1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}}$ $1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k \times (k+1)}{2} = 325$ $\boxed{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2}$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k \times (k+1)}{2} \right]^2 = 325^2 = 325 \times 325 = 105625$
3		$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100 \text{ எனில் } 1 + 2 + 3 + \dots + k = ?$ $\boxed{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2}$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k \times (k+1)}{2} \right]^2 = 44100 = 210^2$

		$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k \times (k+1)}{2} = 210$
4		$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 14400$ எனில் $n = ?$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 14400 = 120^2$ $\therefore \frac{n(n+1)}{2} = 120$ $n(n+1) = 120 \times 2$ $n^2 + n = 240$ $n^2 + n - 240 = 0$ $(n+16)(n-15) = 0$ $n = -16$ அல்லது $n = 15$ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எப்போதும் மிகை எனவே $n = 15$ $\therefore$ முதல் 15 உறுப்புகளை கூட்டவேண்டும்
5		$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = 285$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 2025$ எனில் $n = ?$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 2025 = 45^2$ $\therefore \frac{n(n+1)}{2} = 45 \text{ என கிடைக்கின்றது இதை}$ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 285 \text{ என்பதில் பிரதியிட}$ $\frac{n(n+1)}{2} \times \frac{2n+1}{3} = 285$

		$45 \times \frac{2n+1}{3} = 285$ $15 \times (2n + 1) = 285$ $2n + 1 = \frac{285}{15}$ $2n + 1 = 19$ $2n = 19 - 1$ $n = \frac{18}{2}$ $n = 9$
6		$10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2 = ?$ $10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2 = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2)$ $n = 24 \qquad n = 9$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ $10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2 = \frac{24 \times (24+1) \times (2 \times 24 + 1)}{6} - \frac{9 \times (9+1) \times (2 \times 9 + 1)}{6}$ $= \frac{24 \times 25 \times (48+1)}{6} - \frac{9 \times 10 \times (18+1)}{2 \times 3}$ $= (4 \times 25 \times 49) - (3 \times 5 \times 19)$ $= 4900 - 285$ $10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2 = 4615$ வண்ணக்காகிதங்களால் அலங்கரிக்க இயலும் பரப்பளவு = 4615 ச.செ.மீ
7	i	$(2^3 - 1^3) + (4^3 - 3^3) + (6^3 - 5^3) + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை = $(2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை }) - (1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை })$ $\sum_1^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $\sum_1^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$\begin{aligned}
S_n &= \sum_1^n (2n)^3 - \sum_1^n (2n-1)^3 \\
S_n &= \sum_1^n (2n)^3 - \sum_1^n (2n-1)^3 \\
&= \sum_1^n (2n)^3 - (2n-1)^3 \\
&= \sum_1^n (2n)^3 - [(2n)^3 - 3(2n)^2 \times 1 + 3 \times 2n \times 1^2 - 1^3] \\
&= \sum_1^n [(2n)^3 - (2n)^3 + 3(2n)^2 - 3 \times 2n \times 1^2 + 1^3] \\
&= \sum_1^n [3(2n)^2 - 3 \times 2n \times 1^2 + 1^3] \\
&= \sum_1^n [3 \times 4n^2 - 6n + 1] \\
&= \sum_1^n [12n^2 - 6n + 1] \\
&= \sum_1^n 12n^2 - \sum_1^n 6n + \sum_1^n 1 \\
&= 12 \sum_1^n n^2 - 6 \sum_1^n n + n \\
&= 12 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 6 \times \frac{n(n+1)}{2} + n \\
&= 2 \times n(n+1)(2n+1) - 3 \times n(n+1) + n \\
&= n(n+1)[2 \times (2n+1) - 3] + n \\
&= n(n+1)[4n+2-3] + n \\
&= [n^2 + n][4n-1] + n \\
&= 4n^3 - n^2 + 4n^2 - n + n \\
S_n &= 4n^3 + 3n^2
\end{aligned}$$

ii

8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $n = 8 \rightarrow S_8 = 4 \times 8^3 + 3 \times 8^2$

$$= 4 \times 512 + 3 \times 64$$

$$= 2048 - 192$$

$$= 2240$$

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளிள் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே		
LN-3	EX-3.1	10 STD
	இயற்கணிதம்	
	மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய ஒருங்கமைச்சமன்பாடுகள்	
1 i	கொடுக்கப்பட்டவை $\begin{aligned} x + y + z &= 5 & \text{-----} \textcircled{1} \\ 2x - y + z &= 9 & \text{-----} \textcircled{2} \\ x - 2y + 3z &= 16 & \text{-----} \textcircled{3} \end{aligned}$ ① - ③ $\Rightarrow$ $\begin{aligned} x + y + z &= 5 \\ x - 2y + 3z &= 16 \\ \hline 3y - 2z &= -11 & \text{-----} \textcircled{4} \end{aligned}$ ② - 2 × ① $\Rightarrow$ $\begin{aligned} 2x - y + z &= 9 \\ 2x + 2y + 2z &= 10 \\ \hline -3y - z &= -1 & \text{-----} \textcircled{5} \end{aligned}$ ④ + ⑤ $\Rightarrow$ $\begin{aligned} 3y - 2z &= -11 \\ -3y - z &= -1 \\ \hline -3z &= -12 \\ \hline z &= \frac{-12}{-3} \\ z &= 4 \end{aligned}$ $z = 4$ என ⑤ இல் பிரதியிட $\begin{aligned} -3y - 4 &= -1 \\ -3y &= -1 + 4 \\ -3y &= 3 \\ y &= \frac{3}{-3} \\ y &= -1 \end{aligned}$ $y = -1$ மற்றும் $z = 4$ ஐ ① இல் பிரதியிட $\begin{aligned} \Rightarrow x - 1 + 4 &= 5 \\ x &= 5 + 1 - 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$ தீர்வுக்கணம் : $x = 2, y = -1, z = 4$	
ii	கொடுக்கப்பட்டவை $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} + 4 = 0 \quad \text{-----} \textcircled{1}$ $\frac{1}{y} - \frac{1}{z} + 1 = 0 \quad \text{-----} \textcircled{2}$	

$$\frac{2}{z} + \frac{3}{x} = 14 \quad \text{-----} \textcircled{3}$$

$$a = \frac{1}{x} \quad b = \frac{1}{y} \quad c = \frac{1}{z}$$

$$a - 2b = -4 \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$b - c = -1 \quad \text{-----} \textcircled{2}$$

$$2c + 3a = 14 \quad \text{-----} \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2 \implies \begin{array}{rcl} a - 2b & = & -4 \\ 2b - 2c & = & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} a & - & 2c = -6 \end{array} \quad \text{-----} \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} \implies \begin{array}{rcl} 2c + 3a & = & 14 \\ -2c + a & = & -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 4a & = & 8 \end{array}$$

$$a = \frac{8}{4}$$

$$a = 2$$

$a = 2$ என $\textcircled{1}$ இல் பிரதியிட

$$\begin{array}{rcl} 2 - 2b & = & -4 \\ -2b & = & -4 - 2 = -6 \\ b & = & \frac{-6}{-2} \\ b & = & 3 \end{array}$$

$b = 3$ என $\textcircled{2}$ இல் பிரதியிட

$$\begin{array}{rcl} 3 - c & = & -1 \\ -c & = & -1 - 3 = -4 \\ c & = & 4 \end{array}$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = 4$$

$$a = \frac{1}{x}, \quad b = \frac{1}{y}, \quad c = \frac{1}{z} \implies x = \frac{1}{a}, \quad y = \frac{1}{b}, \quad z = \frac{1}{c}$$

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{1}{3}, \quad z = \frac{1}{4}$$

தீர்வுக்கணம் : $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right\}$

iii $x + 20 = \frac{3y}{2} + 10 = 2z + 5 = 110 - (y + z)$

$$x + 20 = \frac{3y}{2} + 10 \rightarrow$$

$$2x + 40 = 3y + 20$$

$$2x - 3y = -40 + 20$$

$$2x - 3y = -20 \text{ -----} \textcircled{1}$$

$$\frac{3y}{2} + 10 = 2z + 5 \rightarrow$$

$$3y + 20 = 4z + 10$$

$$3y - 4z = 10 - 20$$

$$3y - 4z = -10 \text{ -----} \textcircled{2}$$

$$2z + 5 = 110 - (y + z) \rightarrow$$

$$2z + 5 = 110 - y - z$$

$$2z + y + z = 110 - 5$$

$$3z + y = 105 \text{ -----} \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow 2x - 3y = -20$$

$$3y - 4z = -10$$

$$2x - 4z = -30 \text{ -----} \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \times 3 \Rightarrow 3y - 4z = -10$$

$$3y + 9z = 315$$

$$-13z = -325$$

$$z = \frac{-325}{-13} = 25$$

$$z = 25 \text{ என } \textcircled{4} \text{ இல் பிரதியிட } 2x - 4 \times 25 = -30$$

$$2x - 100 = -30$$

$$2x = -30 + 100$$

$$2x = 70$$

$$x = \frac{70}{2}$$

$$x = 35$$

$$x = 35 \text{ என } \textcircled{1} \text{ இல் பிரதியிட } \Rightarrow 2 \times 35 - 3y = -20$$

$$70 - 3y = -20$$

$$-3y = -20 - 70$$

$$-3y = -90$$

$$y = \frac{-90}{-3} = 30$$

$$x = 35 \quad y = 30 \quad z = 25$$

$$\text{தீர்வுக்கணம் : } \{ 35, 30, 25 \}$$

2	i	கொடுக்கப்பட்டவை	$x + 2y - z = 6 \text{ -----} \textcircled{1}$
			$-3x - 2y + 5z = -12 \text{ -----} \textcircled{2}$
			$x - 2z = 3 \text{ -----} \textcircled{3}$

	$\begin{array}{rcl} \textcircled{1} + \textcircled{2} \rightarrow & x + 2y - z = & 6 \\ & -3x - 2y + 5z = & -12 \\ \hline & -2x & + 4z = -6 \\ \hline \end{array}$ இதை (-2)ஆல் வகுக்க $\rightarrow x - 2z = 3$ -----$\textcircled{4}$ $\begin{array}{rcl} \textcircled{3} - \textcircled{4} & \rightarrow & x - 2z = 3 \\ & & x - 2z = 3 \\ \hline & & 0 = 0 \\ \hline \end{array}$ இவ்வாறு கிடைப்பதால் சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் உண்டு
ii	கொடுக்கப்பட்டவை $2y + z = 3(-x + 1)$ $2y + z = -3x + 3$ $\begin{array}{rcl} 3x + 2y + z = & 3 & \text{-----}\textcircled{1} \\ -x + 3y - z = & -4 & \text{-----}\textcircled{2} \\ 3x + 2y + z = & -\frac{1}{2} & \text{-----}\textcircled{3} \end{array}$ $\begin{array}{rcl} \textcircled{1} + \textcircled{2} \rightarrow & 3x + 2y + z = & 3 \\ & -x + 3y - z = & -4 \\ \hline & 2x + 5y & = -1 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{rcl} \textcircled{2} + \textcircled{3} \rightarrow & -x + 3y - z = & -4 \\ & 3x + 2y + z = & -\frac{1}{2} \\ \hline & 2x + 5y = & -\frac{9}{2} \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{rcl} \textcircled{4} - \textcircled{5} \rightarrow & 2x + 5y = & -1 \\ & 2x + 5y = & -\frac{9}{2} \\ \hline & 0 = & \frac{9}{2} - 1 \\ \hline \end{array}$ $0 = \frac{7}{2}$ என்ற தவறான முடிவை நாம் பெறுவதால் இச்சமன்பாட்டு தொகுப்பு ஒருங்கமைவற்றது மேலும் இச்சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு தீர்வு இல்லை
iii	கொடுக்கப்பட்டவை $\rightarrow \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2} : x + y + z = 27$ $\frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3}$ மற்றும் $\frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2}$

$$(y+z)3 = (z+x)4 \text{ மற்றும் } (z+x)2 = (x+y)3$$

$$3y+3z = 4z+4x \text{ மற்றும் } 2z+2x = 3x+3y$$

$$0 = 4x-3y+z \text{ மற்றும் } 0 = x+3y-2z$$

$$4x-3y+z = 0 \text{ ----- ①}$$

$$x+3y-2z = 0 \text{ ----- ②}$$

$$x+y+z = 27 \text{ ----- ③}$$

$$\text{① மற்றும் ② லிருந்து } \rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \frac{4}{1} \neq \frac{-3}{3} \neq \frac{1}{-2}$$

$$\text{② மற்றும் ③ லிருந்து } \rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{-2}{1}$$

எனவே இச்சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு ஒரே ஒரு தீர்வு உண்டு

3

தற்போது வாணியின் வயது x

அப்பாவின் வயது y

தாத்தாவின் வயது z என்க

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின்படி

$$\frac{x+y+z}{3} = 53 \implies x+y+z = 159 \text{ ----- ①}$$

$$\frac{1}{2}z + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}x = 65 \implies \frac{6z+4y+3x}{12} = 65$$

$$3x+4y+6z = 780 \text{ ----- ②}$$

$$(z-4) = 4(x-4) \implies 0 = 4x-16-z+4$$

$$0 = 4x-z-12$$

$$4x-z = 12 \text{ ----- ③}$$

$$\text{①} \times 4 - \text{②} \implies 4x+4y+4z = 636$$

$$3x+4y+6z = 780$$

$$\text{-----}$$

$$x - 2z = -144 \text{ ----- ④}$$

$$\text{③} \times 2 - \text{④} \implies 8x-2z = 24$$

$$x-2z = -144$$

$$\text{-----}$$

$$7x = 168$$

$$\text{-----}$$

$$x = \frac{168}{7} = 24$$

$$x = 24 \text{ என } \text{③} \text{ ல் பிரதியிட } 4 \times 24 - z = 12$$

$$-z = 12 - 96 = -84$$

$$z = 84$$

	$x = 24$ $z = 84$ என ①ல் பிரதியிட $24 + y + 84 = 159$ $y = 159 - 108$ $y = 51$ தற்போது வாணியின் வயது = 24 அப்பாவின் வயது = 51 தாத்தாவின் வயது = 84
4	மூன்றிலக்க எண்ணிற்கு x என்பது 100 ஆம் இடமதிப்புள்ள இலக்கம் y என்பது 10 ஆம் இடமதிப்புள்ள இலக்கம் z என்பது 1 ஆம் இடமதிப்புள்ள இலக்கம் என்க எனவே தேவையான எண் $100x + 10y + z$ வரிசை மாற்றி எழுதிய புதிய எண் $100z + 10y + x$ முதல் கூற்றின்படி $x + y + z = 11$ ----- ① இரண்டாம் கூற்றின்படி $100z + 10y + x = 5(100x + 10y + z) + 46$ $100z + 10y + x = 500x + 50y + 5z + 46$ $0 = 499x + 40y - 95z + 46$ $499x + 40y - 95z = -46$ ----- ② மூன்றாம் கூற்றின்படி $x + 2y = z$ $x + 2y - z = 0$ ----- ③ ①+③ → $x + y + z = 11$ $x + 2y - z = 0$ $2x + 3y = 11$ ----- ④ ①×95+② → $95x + 95y + 95z = 1045$ $499x + 40y - 95z = -46$ $594x + 135y = 999$ $(594x + 135y = 999) \div 27 \rightarrow 22x + 5y = 37$ ----- ⑤ ④×11-⑤ → $22x + 33y = 121$ $22x + 5y = 37$ $28y = 84$ $y = \frac{84}{28}$ $y = 3$

$$y = 3 \text{ என } (4) \text{ ல் பிரதியிட } \rightarrow 2x + 3 \times 3 = 11$$

$$2x + 9 = 11$$

$$2x = 11 - 9$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ மற்றும் } y = 3 \text{ என } (1) \text{ ல் பிரதியிட } \rightarrow 1 + 3 + z = 11$$

$$z = 11 - 4$$

$$z = 7$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே தேவையான எண் } 100x + 10y + z &= 100 \times 1 + 10 \times 3 + 7 \\ &= 100 + 30 + 7 \\ &= 137 \end{aligned}$$

$$\text{வரிசை மாற்றி எழுதிய புதிய எண்} = 731$$

5

x என்பது 5 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை
 y என்பது 10 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை
 z என்பது 20 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை என்க

$$\text{முதல் கூற்றின்படி } x + y + z = 12 \text{ ----- } (1)$$

$$\text{இரண்டாம் கூற்றின்படி } 5x + 10y + 20z = 105 \text{ ----- } (2)$$

$$\text{மூன்றாம் கூற்றின்படி } 10x + 5y + 20z = 125 \text{ ----- } (3)$$

$$\begin{aligned} (1) \times 5 - (2) &\rightarrow 5x + 5y + 5z = 60 \\ 5x + 10y + 20z &= 105 \end{aligned}$$

$$\text{-----}$$

$$-5y - 15z = -45$$

$$(-5y - 15z = -45) \div (-5) \rightarrow y + 3z = 9 \text{ ----- } (4)$$

$$\begin{aligned} (2) \times 2 - (3) &\rightarrow 10x + 20y + 40z = 210 \\ 10x + 5y + 20z &= 125 \end{aligned}$$

$$\text{-----}$$

$$15y + 20z = 85$$

$$(15y + 20z = 85) \div 5 \rightarrow 3y + 4z = 17 \text{ ----- } (5)$$

$$\begin{aligned} (4) \times 3 - (5) &\rightarrow 3y + 9z = 27 \\ 3y + 4z &= 17 \end{aligned}$$

$$\text{-----}$$

$$5z = 10$$

$$\text{-----}$$

$$z = \frac{10}{5}$$

$$z = 2$$

		$z = 2$ என ④ல் பிரதியிட $\rightarrow y + 3 \times 2 = 9$ $y + 6 = 9$ $y = 9 - 6$ $y = 3$ $y = 3$ மற்றும் $z = 2$ என ①ல் பிரதியிட $\rightarrow x + 3 + 2 = 12$ $x = 12 - 5$ $x = 7$ 5 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 7 10 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 3 20 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 2
		LN-3 EX-3.2 10 STD
		பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம
1	i	$f(x) = x^4 + 3x^3 - x - 3$ $g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ என்க மீ.பொ.வ காண்பதற்கு $f(x)$ ஐ $g(x)$ ஆல் வகுக்கவும் $\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 5x + 3 \overline{) x^4 + 3x^3 + 0x^2 - x - 3} \\ \underline{x^4 + x^3 - 5x^2 + 3x} \\ 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 \\ \underline{2x^3 + 2x^2 - 10x + 6} \\ 3x^2 + 6x - 9 \\ \underline{3(x^2 + 2x - 3)} \\ 0 \end{array}$ $= 3(x^2 + 2x - 3) \neq 0$ இப்பொழுது $g(x)$ ஐ $x^2 + 2x - 3$ ஆல் வகுக்க $\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \overline{) x^3 + x^2 - 5x + 3} \\ \underline{x^3 + 2x^2 - 3x} \\ -x^2 - 2x + 3 \\ \underline{-x^2 - 2x + 3} \\ 0 \end{array}$ மீதி = 0 எனவே மீ.பொ.வ $x^2 + 2x - 3$

ii

$$f(x) = x^4 - 1$$

$$g(x) = x^3 - 11x^2 + x - 11 \text{ என்க}$$

மீ.பொ.வ காண்பதற்கு $f(x)$ ஐ $g(x)$ ஆல் வகுக்கவும்

$$\begin{array}{r} x + 11 \\ x^3 - 11x^2 + x - 11 \overline{) x^4 - 1} \\ \underline{x^4 - 11x^3 + x^2 - 11x} \\ 11x^3 - x^2 + 11x - 1 \\ \underline{11x^3 - 121x^2 + 11x - 121} \\ 120x^2 + 120 \end{array}$$

$$= 120(x^2 + 1) \neq 0$$

இப்பொழுது $g(x)$ ஐ $x^2 + 2x - 3$ ஆல் வகுக்க

$$\begin{array}{r} x - 11 \\ x^2 + 1 \overline{) x^3 - 11x^2 + x - 11} \\ \underline{x^3 + 0x^2 + x} \\ -11x^2 - 11 \\ \underline{-11x^2 - 11} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{மீதி} = 0$$

எனவே மீ.பொ.வ $x^2 + 1$

iii

$$4x^4 + 14x^3 + 8x^2 - 8x = 2x(x^3 + 7x^2 + 4x - 4)$$

$$3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x = 3x(x^3 + 2x^2 - 4x - 8)$$

$2x$ மற்றும் $3x$ ன் மீ.பொ.வ $= x$

$$f(x) = (x^3 + 7x^2 + 4x - 4)$$

$$g(x) = (x^3 + 2x^2 - 4x - 8) \text{ என்க}$$

மீ.பொ.வ காண்பதற்கு $f(x)$ ஐ $g(x)$ ஆல் வகுக்கவும்

$$\begin{array}{r} 2 \\ x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \overline{) 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4} \\ \underline{2x^3 + 4x^2 - 8x - 16} \\ 3x^2 + 12x + 12 \\ = 3(x^2 + 4x + 4) \neq 0 \end{array}$$

இப்பொழுது $g(x)$ ஐ $x^2 + 4x + 4$ ஆல் வகுக்க

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 4x + 4 \quad \overline{) \quad x^3 + 2x^2 - 4x - 8} \\
 \underline{x^3 + 4x^2 + 4x} \\
 -2x^2 - 8x - 8 \\
 \underline{-2x^2 - 8x - 8} \\
 0
 \end{array}$$

மீதி = 0

மேலும் $2x$ மற்றும் $3x$ ன் மீ.பொ.வ = x என்பதால்

$2x(x^3 + 7x^2 + 4x - 4)$ மற்றும் $3x(x^3 + 2x^2 - 4x - 8)$ ன்

மீ.பொ.வ $x(x^2 + 4x + 4)$

iv $6x^3 + 12x^2 + 6x + 12 = 6(x^3 + 2x^2 + x + 2)$
 $3x^3 + 3x^2 + 3x + 3 = 3(x^3 + x^2 + x + 1)$

6 மற்றும் 3 ன் மீ.பொ.வ = 3

$$f(x) = (x^3 + 2x^2 + x + 2)$$

$$g(x) = (x^3 + x^2 + x + 1) \quad \text{என்க}$$

மீ.பொ.வ காண்பதற்கு $f(x)$ ஐ $g(x)$ ஆல் வகுக்கவும்

$$\begin{array}{r}
 x^3 + x^2 + x + 1 \quad \overline{) \quad x^3 + 2x^2 + x + 2} \\
 \underline{x^3 + x^2 + x + 1} \\
 x^2 + 1
 \end{array}$$

இப்பொழுது $g(x)$ ஐ $x^2 + 1$ ஆல் வகுக்க

		$ \begin{array}{r} x+1 \\ \overline{x^2+1 \quad x^3+x^2+x+1} \\ x^3+0+x+0 \\ \overline{x^2+1} \\ x^2+1 \\ \overline{0} \end{array} $ மீதி = 0 $x^3 + 2x^2 + x + 2$ மற்றும் $x^3 + x^2 + x + 1$ ன் மீ.பொ.வ $x^2 + 1$ மேலும் 6 மற்றும் 3 ன் மீ.பொ.வ = 3 எனவே $6x^3 + 12x^2 + 6x + 12$ மற்றும் $3x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ ன் மீ.பொ.வ $3(x^2 + 1)$
2	i	$4x^2y = 2 \times 2 \times x \times x \times y$ $8x^3y^2 = 2 \times 2 \times -2 \times x \times x \times x \times y \times y$ மீ.பொ.ம = $2 \times 2 \times x \times x \times y \times 2 \times x \times y$ மீ.பொ.ம = $8x^3y^2$
	ii	$-9a^3b^2 = -3 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b$ $12a^2b^2c = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times c$ மீ.பொ.ம = $3 \times a \times a \times b \times b \times -3 \times a \times 2 \times 2 \times c$ மீ.பொ.ம = $-36a^3b^2c$
	iii	$16m = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times m$ $-12m^2n^2 = -3 \times 2 \times 2 \times m \times m \times n \times n$ $8n^2 = 2 \times 2 \times 2 \times n \times n$ மீ.பொ.ம = $2 \times 2 \times 2 \times m \times n \times n \times 2 \times -3 \times m$ மீ.பொ.ம = $-48m^2n^2$
	iv	$p^2 - 3p + 2 = (p - 2)(p - 1)$ $p^2 - 4 = (p - 2)(p + 2)$ மீ.பொ.ம = $(p - 2)(p - 1)(p + 2)$

v	$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$ $4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2$ $= (2x + 6)(2x - 6)$ $= 2(x + 3)2(x - 3)$ $= 4(x + 3)(x - 3)$ $\text{மீ.பொ.ம} = (x - 3)(2x + 1) 4(x + 3)$ $= 4(x - 3)(x + 3)(2x + 1)$
vi	$(2x^2 - 3xy)^2 = [x(2x - 3y)]^2$ $= x^2(2x - 3y)^2 = x^2 \times (2x - 3y) \times (2x - 3y)$ $(4x - 6y)^3 = [2(2x - 3y)]^3$ $= 2^3(2x - 3y)^3 = 2^3 \times (2x - 3y) \times (2x - 3y) \times (2x - 3y)$ $8x^3 - 27y^3 = (2x)^3 - (3y)^3 = (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$ மீ.பொ.ம $=$ $(2x - 3y) \times (2x - 3y) \times (2x - 3y) \times x^2 \times 2^3 \times (4x^2 + 6xy + 9y^2)$ $\text{மீ.பொ.ம} = 8x^2(2x - 3y)^3 (4x^2 + 6xy + 9y^2)$

	LN-3	EX-3.3	10 STD
	மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ ஆகியவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பு		
1	i	$f(x) = 21x^2y = 3 \times 7 \times x \times x \times y$ $g(x) = 35xy^2 = 5 \times 7 \times x \times y \times y$ $f(x) \text{ மற்றும் } g(x) \text{ ன் மீ.பொ.வ} = 7 \times x \times y = 7xy$ $f(x) \text{ மற்றும் } g(x) \text{ ன் மீ.பொ.ம} = 7 \times x \times y \times 3 \times 5 \times x \times y = 105x^2y^2$ $f(x) \times g(x) = 21x^2y \times 35xy^2$ $= 735x^3y^3$ $\text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம} = 7xy \times 105x^2y^2$ $= 735x^3y^3$ $f(x) \times g(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$	

ii	$f(x) = (x^3 - 1)(x + 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)$ $g(x) = (x^3 + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ன் மீ.பொ.வ = $(x + 1)$ $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ன் மீ.பொ.ம = $(x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ $= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$ $= x^6 - 1$ $f(x) \times g(x) = (x^3 - 1)(x + 1) \times (x^3 + 1)$ $= (x + 1)(x^6 - 1)$ மீ.பொ.வ $\times$ மீ.பொ.ம = $(x + 1)(x^6 - 1)$ $f(x) \times g(x) =$ மீ.பொ.வ $\times$ மீ.பொ.ம
iii	$f(x) = x^2y + xy^2 = xy(x + y)$ $g(x) = x^2 + xy = x(x + y)$ $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ன் மீ.பொ.வ = $x(x + y)$ $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ன் மீ.பொ.ம = $x(x + y)y = xy(x + y)$ $f(x) \times g(x) = xy(x + y) \times x(x + y)$ $= x^2y(x + y)^2$ மீ.பொ.வ $\times$ மீ.பொ.ம = $x(x + y) \times xy(x + y)$ $= x^2y(x + y)^2$ $f(x) \times g(x) =$ மீ.பொ.வ $\times$ மீ.பொ.ம
2 i	$f(x) = a^2 + 4a - 12$ $= (a + 6)(a - 2)$ $g(x) = a^2 - 5a + 6$ $= (a - 3)(a - 2)$ மீ.பொ.வ = $a - 2$ $f(x) \times g(x) =$ மீ.பொ.வ $\times$ மீ.பொ.ம மீ.பொ.ம = $\frac{f(x) \times g(x)}{\text{மீ.பொ.வ}}$ மீ.பொ.ம = $\frac{(a+6)(a-2)(a-3)(a-2)}{(a-2)}$ மீ.பொ.ம = $(a + 6)(a - 3)(a - 2)$

	ii	$f(x) = x^4 - 27a^3x$ $= x(x^3 - 27a^3)$ $= x[x^3 - (3a)^3] = x(x - 3a)(x^2 + 3ax + 9a^2)$ $g(x) = (x - 3a)^2$ $= (x - 3a)(x - 3a)$ $\text{மீ.பொ.வ} = (x - 3a)$ $f(x) \times g(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$ $\text{மீ.பொ.ம} = \frac{f(x) \times g(x)}{\text{மீ.பொ.வ}}$ $\text{மீ.பொ.ம} = \frac{x(x-3a)(x^2+3ax+9a^2) \times (x-3a)(x-3a)}{(x-3a)}$ $\text{மீ.பொ.ம} = x(x-3a)^2(x^2+3ax+9a^2)$
3	i	$f(x) = 12(x^4 - x^3)$ $= 12x^3(x - 1)$ $g(x) = 8(x^4 - 3x^3 + 2x^2)$ $= 8x^2(x^2 - 3x + 2)$ $= 8x^2(x - 2)(x - 1)$ $\text{மீ.பொ.ம} = 24x^3(x - 1)(x - 2)$ $f(x) \times g(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$ $\text{மீ.பொ.வ} = \frac{f(x) \times g(x)}{\text{மீ.பொ.ம}}$ $\text{மீ.பொ.வ} = \frac{12x^3(x-1) \times 8x^2(x-2)(x-1)}{24x^3(x-1)(x-2)}$ $\text{மீ.பொ.வ} = 4x^2(x - 1)$
	ii	$f(x) = (x^3 + y^3)$ $= (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $g(x) = (x^4 + x^2y^2 + y^4)$ $= (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ $\text{மீ.பொ.ம} = (x^3 + y^3)(x^2 + xy + y^2)$ $= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ $f(x) \times g(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$

		$\text{மீ.பொ.வ} = \frac{f(x) \times g(x)}{\text{மீ.பொ.ம}}$ $\text{மீ.பொ.வ} = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2) \times (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)}$ $\text{மீ.பொ.வ} = (x^2 - xy + y^2)$
4	i	$\text{மீ.பொ.ம} = a^3 - 10a^2 + 11a + 70 = a^3 - 5a^2 - 5a^2 + 11a + 70$ $= (a - 5)(a^2 - 5a - 14)$ $\text{மீ.பொ.வ} = a - 7$ $p(x) = a^2 - 12a + 35 = (a - 7)(a - 5)$ $q(x) = ?$ $p(x) \times q(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$ $q(x) = \frac{\text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}}{p(x)}$ $q(x) = \frac{(a-7) \times (a-5)(a^2-5a-14)}{(a-7)(a-5)}$ $q(x) = (a^2 - 5a - 14)$ $q(x) = (a + 2)(a - 7)$
	ii	$\text{மீ.பொ.ம} = (x^2 + y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$ $= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy)$ $\text{மீ.பொ.வ} = (x^2 - y^2)$ $q(x) = (x^4 - y^4)(x^2 + y^2 - xy)$ $= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - xy)$ $p(x) = ?$ $p(x) \times q(x) = \text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}$ $p(x) = \frac{\text{மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.ம}}{q(x)}$ $p(x) = \frac{(x^2-y^2) \times (x^2+y^2)(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)(x^2+y^2-xy)}$ $p(x) = (x^2 + y^2 + xy)$

		LN-3	EX-3.4	10 STD
		விகிதமுறு கோவைகளைச் சுருக்குதல்		
1	i	$\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)} = \frac{(x-1)}{x}$		
	ii	$\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4} = \frac{(x-9)(x-2)}{(x-2)(x-2)} = \frac{(x-9)}{(x-2)}$		
	iii	$\frac{9x^2+81x}{x^3+8x^2-9x} = \frac{9x(x+9)}{x(x^2+8x-9)}$ $= \frac{9x(x+9)}{x(x+9)(x-1)}$ $= \frac{9}{(x-1)}$		
	iv	$\frac{p^2-3p-40}{2p^3-24p^2+64p} = \frac{p^2-3p-40}{2p(p^2-12p+32)}$ $= \frac{(p-8)(p+5)}{2p(p-8)(p-4)} = \frac{(p+5)}{2p(p-4)}$		
		விலக்கப்பட்ட மதிப்பு கண்டறிதல்		
2	i	$\frac{y}{(y^2-25)} = \frac{y}{(y+5)(y-5)}$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் காண்பதற்கு $(y+5)(y-5) = 0$ எனக் கொள்வோம் $(y+5) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (y-5) = 0$ $y = -5 \quad \quad \quad y = 5$ எனவே விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் $-5, 5$		
	ii	$\frac{t}{t^2-5t+6} = \frac{t}{(t-3)(t-2)}$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் காண்பதற்கு $(t-3)(t-2) = 0$ எனக் கொள்வோம் $(t-3) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (t-2) = 0$ $t = 3 \quad \quad \quad t = 2$ எனவே விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் $3, 2$		
	iii	$\frac{x^2+6x+8}{x^2+x-2} = \frac{(x+4)(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{(x+4)}{(x-1)}$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் காண்பதற்கு $x-1 = 0$ எனக் கொள்வோம் $x = 1$		

		எனவே விலக்கப்பட்ட மதிப்பு 1
	iv	$\frac{x^3-27}{x^3+x^2-6x} = \frac{x^3-3^3}{x(x^2+x-6)}$ $= \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x(x+3)(x-2)}$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் காண்பதற்கு $x(x+3)(x-2) = 0$ எனக் கொள்வோம் $x = 0, \quad x + 3 = 0, \quad x - 2 = 0$ எனவே விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 0, -3, 2

		LN-3	EX-3.5	10 STD
		விகிதமுறு கோவைகள் மீதான பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்		
1	i	$\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times y}{\cancel{2} \times \cancel{z} \times \cancel{z}} \times \frac{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{x} \times \cancel{z} \times \cancel{z} \times \cancel{z}}{\cancel{4} \times 5 \times \cancel{y} \times y \times y \times y}$ $= \frac{3x^3z}{5y^3}$		
	ii	$\frac{p^2-10p+21}{p-7} \times \frac{p^2+p-12}{(p-3)^2} = \frac{(p-7)(p-3)}{(p-7)} \times \frac{(p+4)(p-3)}{(p-3)(p-3)}$ $= (p+4)$		
	iii	$\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t} = \frac{5t^3}{4(t-2)} \times \frac{6(t-2)}{10t}$ $= \frac{\cancel{5} \times \cancel{t} \times \cancel{t} \times \cancel{t}}{2 \times 2 \times (t-2)} \times \frac{\cancel{2} \times 3 \times (t-2)}{\cancel{5} \times \cancel{2} \times \cancel{t}} = \frac{3t^2}{4}$		
2	i	$\frac{x+4}{3x+4y} \times \frac{9x^2-16y^2}{2x^2+3x-20} = \frac{(x+4)}{(3x+4y)} \times \frac{(3x+4y)(3x-4y)}{(x+4)(2x-5)}$ $= \frac{3x-4y}{2x-5}$		
	ii	$\frac{x^3-y^3}{3x^2+9xy+6y^2} \times \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{3(x^2+3xy+2y^2)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}$ $= \frac{(x^2+xy+y^2)(x-y)}{3(x+2y)(x+y)}$ $= \frac{(x^2+xy+y^2)}{3(x+2y)}$		
3	i	$\frac{2a^2+5a+3}{3a^2+7a+6} \div \frac{a^2+6a+5}{-5a^2-35a-50} = \frac{2a^2+5a+3}{3a^2+7a+6} \times \frac{-5a^2-35a-50}{a^2+6a+5}$ $= \frac{2a^2+5a+3}{3a^2+7a+6} \times \frac{-5(a^2+7a+10)}{a^2+6a+5}$ $= \frac{(\cancel{2a+3})(\cancel{a+1})}{(\cancel{2a+3})(\cancel{a+2})} \times \frac{-5(\cancel{a+5})(\cancel{a+2})}{(\cancel{a+5})(\cancel{a+1})}$ $= -5$		

ii	$\frac{b^2+3b-28}{b^2+4b+4} \div \frac{b^2-49}{b^2-5b-14} = \frac{b^2+3b-28}{b^2+4b+4} \times \frac{b^2-5b-14}{b^2-49}$ $= \frac{(b+7)(b-4)}{(b+2)(b+2)} \times \frac{(b-7)(b+2)}{(b+7)(b-7)}$ $= \frac{(b-4)}{(b+2)}$
iii	$\frac{x+2}{4y} \div \frac{x^2-x-6}{12y^2} = \frac{x+2}{4y} \times \frac{12y^2}{x^2-x-6}$ $= \frac{(x+2)}{4y} \times \frac{3 \times 4 \times y \times y}{(x-3)(x+2)}$ $= \frac{3y}{x-3}$
iv	$\frac{12t^2-22t+8}{3t} \div \frac{3t^2+2t-8}{2t^2+4t} = \frac{12t^2-22t+8}{3t} \times \frac{2t^2+4t}{3t^2+2t-8}$ $= \frac{2(6t^2-11t+4)}{3t} \times \frac{2t(t+2)}{3t^2+2t-8}$ $= \frac{2(3t-4)(2t-1)}{3t} \times \frac{2t(t+2)}{(3t-4)(t+3)}$ $= \frac{4(2t-1)}{3}$
4	$x = \frac{a^2+3a-4}{3a^2-3}, \quad y = \frac{a^2+2a-8}{2a^2-2a-4}$ $x = \frac{(a+4)(a-1)}{3(a+1)(a-1)}, \quad y = \frac{(a+4)(a-2)}{2(a-2)(a+1)}$ $x = \frac{(a+4)}{3(a+1)}, \quad y = \frac{(a+4)}{2(a+1)}$ $x^2 = \frac{(a+4)^2}{3^2(a+1)^2}, \quad y^2 = \frac{(a+4)^2}{2^2(a+1)^2}$

	$x^2 y^{-2} = \frac{x^2}{y^2} = \frac{\frac{(a+4)^2}{3^2(a+1)^2}}{\frac{(a+4)^2}{2^2(a+1)^2}}$ $x^2 y^{-2} = \frac{(\cancel{a+4})^2}{3^2(\cancel{a+1})^2} \times \frac{2^2(\cancel{a+1})^2}{(\cancel{a+4})^2} = \frac{2^2}{3^2}$ $x^2 y^{-2} = \frac{4}{9}$
5	$p(x) = x^2 - 5x - 14$ $\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{(x-7)}{(x+2)}$ $q(x) = ?$ $q(x) = \frac{p(x) \times (x+2)}{(x-7)}$ $q(x) = \frac{(x^2 - 5x - 14) \times (x+2)}{(x-7)}$ $= \frac{(\cancel{x-7})(x+2) \times (x+2)}{(\cancel{x-7})} = (x+2)^2$ $q(x) = x^2 + 4x + 4$

		LN-3	EX-3.6	10 STD
		விகிதமுறு கோவைகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்		
1	i	$\frac{x(x+1)}{(x-2)} + \frac{x(1-x)}{(x-2)} = \frac{x^2+x}{(x-2)} + \frac{x-x^2}{(x-2)}$ $= \frac{x^2+x-x^2+x}{(x-2)} = \frac{2x}{x-2}$		
	ii	$\frac{(x+2)}{(x+3)} + \frac{(x-1)}{(x-2)} = \frac{(x+2)(x-2)+(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-2)}$ $= \frac{(x^2-4)+(x^2+2x-3)}{(x+3)(x-2)}$ $= \frac{x^2-4+x^2+2x-3}{(x+3)(x-2)}$ $= \frac{2x^2+2x-7}{(x+3)(x-2)}$		
	iii	$\frac{x^3}{(x-y)} + \frac{y^3}{(y-x)} = \frac{x^3}{(x-y)} + \frac{y}{-(x-y)}$ $= \frac{x^3}{(x-y)} - \frac{y^3}{(x-y)}$ $= \frac{x^3-y^3}{(x-y)} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)}$ $= x^2 + xy + y^2$		
2	i	$\frac{(2x+1)(x-2)}{(x-4)} - \frac{(2x^2-5x+2)}{(x-4)} = \frac{(2x^2-3x+2)-(2x^2-5x+2)}{(x-4)}$ $= \frac{2x^2-3x+2-2x^2+5x-2}{(x-4)}$ $= \frac{2x-4}{(x-4)}$ $= \frac{2(x-2)}{(x-4)}$		

	ii	$\frac{4x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+1}{x-1}$ $= \frac{4x}{(x+1)(x-1)} - \frac{(x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+2x+1}{(x-1)(x+1)}$ $= \frac{4x-(x^2+2x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{4x-x^2-2x-1}{(x+1)(x-1)}$ $= \frac{-x^2+2x-1}{(x+1)(x-1)}$ $= \frac{-(x^2-2x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{-(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$ $= \frac{-(x-1)}{(x+1)} = \frac{-x+1}{(x+1)}$ $= \frac{1-x}{x+1}$
3		$\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2} - \frac{1}{x^2+2} = \frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2} - \frac{1 \times (x^2+2)}{(x^2+2)(x^2+2)}$ $= \frac{(2x^3+x^2+3)-(x^2+2)}{(x^2+2)^2}$ $= \frac{2x^3+x^2+3-x^2-2}{(x^2+2)^2}$ $= \frac{2x^3+1}{(x^2+2)^2}$
4		$\frac{x^2+6x+8}{x^3+8} - \frac{3}{x^2-2x+4} = \frac{x^2+6x+8}{x^3+2^3} - \frac{3}{x^2-2x+4}$ $= \frac{(x+4)(x+2)}{(x+2)(x^2-2x+4)} - \frac{3}{x^2-2x+4}$ $= \frac{x+4-3}{x^2-2x+4} = \frac{x+1}{x^2-2x+4}$

5	$A = \frac{2x+1}{2x-1}, \quad B = \frac{2x-1}{2x+1}$ $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = ?$ $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$ $= \frac{(A+B)}{(A-B)(A+B)} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$ $= \frac{A+B-2B}{(A-B)(A+B)} = \frac{A-B}{(A-B)(A+B)}$ $= \frac{1}{(A+B)}$ $= \frac{1}{\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1}}$ $= \frac{1}{\frac{(2x+1)(2x+1)}{(2x-1)} + \frac{(2x-1)(2x-1)}{(2x+1)}}$ $= \frac{1}{\frac{(2x+1)^2 + (2x-1)^2}{(2x-1)(2x+1)}} = \frac{1}{\frac{4x^2+4x+1+4x^2-4x+1}{(2x)^2-1^2}}$ $= \frac{1}{\frac{2(4x^2+1)}{4x^2-1}}$ $= \frac{4x^2-1}{2(4x^2+1)}$
6	$A = \frac{x}{x+1}, \quad B = \frac{1}{x+1}$ $\frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$

$$\begin{aligned}
\frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{A \div B} &= \frac{(A^2 + 2AB + B^2) + (A^2 - 2AB + B^2)}{\frac{A}{B}} \\
&= \frac{2(A^2 + B^2)}{\frac{A}{B}} \\
&= 2(A^2 + B^2) \times \frac{B}{A} \\
&= 2\left[\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2\right] \times \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x}{x+1}} \\
&= 2\left[\frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}\right] \times \frac{1}{x+1} \times \frac{x+1}{x} \\
&= 2 \frac{x^2+1}{(x+1)^2} \times \frac{1}{x} \\
\frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{A \div B} &= \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}
\end{aligned}$$

7	வேலையை முடிக்க பாரி எடுத்துக்கொண்ட நேரம் = 4 மணி எனவே ஒருமணி நேரத்தில் பாரி செய்த வேலையின் அளவு = $\frac{1}{4}$ பங்கு அதே வேலையை முடிக்க யுவன் எடுத்துக்கொண்ட நேரம் = 6 மணி எனவே ஒருமணி நேரத்தில் யுவன் செய்த வேலையின் அளவு = $\frac{1}{6}$ பங்கு எனவே ஒருமணி நேரத்தில் இருவரும் சேர்ந்து செய்த வேலையின் அளவு $\left. \begin{aligned} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{3+2}{12} \\ &= \frac{5}{12} \text{ பங்கு} \end{aligned} \right\}$ எனவே இருவரும் சேர்ந்து வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரம் $\left. \begin{aligned} &= \frac{12}{5} \text{ மணி} \end{aligned} \right\}$
---	---

$$= 2\frac{2}{5} \text{ மணி}$$

$$= 2 \text{ மணி } 24 \text{ நிமிடம்}$$

8 ஆப்பில்களின் எடை = x மற்றும் விலை = p என்க
வாழைப்பழங்களின் எடை = y மற்றும் விலை = q என்க
கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின்படி

$$x + y = 50 \text{ ----- ①}$$

$$px = 1800 \text{ ----- ②}$$

$$qy = 600 \text{ ----- ③}$$

$$\text{மேலும் } p = 2q$$

$$p = 2q \text{ என்பதை ② ல் பிரதியிட } 2qx = 1800$$

$$q = \frac{1800}{2x} = \frac{900}{x}$$

$$q = \frac{900}{x} \text{ என ③ ல் பிரதியிட } \frac{900}{x} y = 600$$

$$y = \frac{600}{900x} = \frac{2x}{3}$$

$$y = \frac{2x}{3} \text{ என ① ல் பிரதியிட } x + \frac{2x}{3} = 50$$

$$\frac{3x+2x}{3} = 50$$

$$\frac{5x}{3} = 50$$

$$x = \frac{50 \times 3}{5} = \frac{150}{5}$$

$$x = 30$$

$$x + y = 50$$

$$30 + y = 50$$

$$y = 50 - 30 = 20$$

ஆப்பில்களின் எடை = 30 கி.கி

வாழைப்பழங்களின் எடை = 20 கி.கி

		LN-3	EX-3.7	10 STD
		பல்லுறுப்புக்கோவையின் வர்க்கமூலம் காணல்		
1	i	$\sqrt{\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}} = \sqrt{\frac{20^2 x^4y^{12}z^{16}}{10^2 x^8y^4z^4}}$ $= \frac{20}{10} \frac{x^2y^6z^8}{x^4y^2z^2}$ $= 2 \frac{y^4z^6}{x^2}$		
	ii	$\sqrt{\frac{7x^2+2\sqrt{14}x+2}{x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}}} = \sqrt{\frac{7x^2+2\sqrt{7 \times 2}x+2}{x^2-\frac{1}{2}x+(\frac{1}{4})^2}}$ $= \sqrt{\frac{(\sqrt{7}x+\sqrt{2})^2}{(x-\frac{1}{4})^2}}$ $= \frac{\sqrt{7}x+\sqrt{2}}{x-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{7}x+\sqrt{2}}{\frac{4x-1}{4}} = \frac{\sqrt{7}x+\sqrt{2}}{\frac{4x-1}{4}}$ $= \frac{\sqrt{7}x+\sqrt{2}}{1} \times \frac{4}{4x-1}$ $= 4 \frac{\sqrt{7}x+\sqrt{2}}{4x-1}$		
	iii	$\sqrt{\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}} = \sqrt{\frac{11^2(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{9^2(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}}$ $= \frac{11}{9} \frac{(a+b)^4(x+y)^4(b-c)^4}{(b-c)^2(a-b)^6(b-c)^2}$ $= \frac{11}{9} \frac{(a+b)^4(x+y)^4}{(a-b)^6}$		
2	i	$\sqrt{4x^2 + 20x + 25} = \sqrt{(2x + 5)^2} = 2x + 5$		
	ii	$\sqrt{9x^2 - 24xy + 30xz - 40yz + 25z^2 + 16y^2}$ $= \sqrt{(3x - 4y + 5z)^2}$ $= 3x - 4y + 5z$		
	iii	$\sqrt{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{2}{x^3}} = \sqrt{(1 + \frac{1}{x^3})^2} = 1 + \frac{1}{x^3}$		

iv	$\sqrt{(4x^2 - 9x + 2)(7x^2 - 13x - 2)(28x^2 - 3x - 1)}$ $= \sqrt{(4x - 1)(x - 2)(7x + 1)(x - 2)(7x + 1)(4x - 1)}$ $= \sqrt{(7x + 1)^2(4x - 1)^2(x - 2)^2}$ $= (7x + 1)(4x - 1)(x - 2)$
v	$\sqrt{\left(2x^2 + \frac{17}{6}x + 1\right) \left(\frac{3}{2}x^2 + 4x + 2\right) \left(\frac{4}{3}x^2 + \frac{11}{3}x + 2\right)}$ $= \sqrt{\frac{(12x^2 + 17x + 6)}{6} \times \frac{(3x^2 + 8x + 4)}{2} \times \frac{(4x^2 + 11x + 6)}{3}}$ $= \sqrt{\frac{(4x+3)(3x+2)(3x+2)(x+2)(4x+3)(x+2)}{36}}$ $= \sqrt{\frac{(4x+3)^2(3x+2)^2(x+2)^2}{6^2}}$ $= \frac{1}{6} (4x + 3)(3x + 2)(x + 2)$

	LN-3	EX-3.8	10 STD
	வகுத்தல் முறையில் கோவையின் வர்க்கமூலம் காணல்		
1	i	$x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க	
		$ \begin{array}{r} x^2 - 6x + 3 \\ x^2 \overline{) x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9} \\ \underline{x^4} \\ - 12x^3 + 42x^2 \\ \underline{- 12x^3 + 36x^2} \\ 6x^2 - 36x + 9 \\ \underline{6x^2 - 36x + 9} \\ 0 \end{array} $	
		$\therefore \sqrt{x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9} = x^2 - 6x + 9 $	

ii	$37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9 = 4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$ $ \begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 3 \\ 2x^2 \overline{) 4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9} \\ \underline{4x^4} \\ 4x^2 - 7x \\ \underline{4x^2 - 14x - 3} \\ 12x + 12 \\ \underline{12x + 12} \\ 0 \end{array} $ $\therefore \sqrt{4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9} = 2x^2 - 7x - 3$
iii	$16x^4 + 8x^2 + 1$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க $16x^4 + 8x^2 + 1 = 16x^4 + 0x^3 + 8x^2 + 0x + 1$ $ \begin{array}{r} 4x^2 + 1 \\ 4x^2 \overline{) 16x^4 + 0x^3 + 8x^2 + 0x + 1} \\ \underline{16x^4} \\ 8x^2 + 1 \\ \underline{8x^2 + 1} \\ 0 \end{array} $ $\therefore \sqrt{16x^4 + 8x^2 + 1} = 4x^2 + 1$
iv	$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க $ \begin{array}{r} 11x^2 - 9x - 12 \\ 11x^2 \overline{) 121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144} \\ \underline{121x^4} \\ -198x^3 - 183x^2 \\ \underline{-198x^3 + 81x^2} \\ -264x^2 + 216x + 144 \\ \underline{-264x^2 + 216x + 144} \\ 0 \end{array} $

		$\therefore \sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144} = 11x^2 - 9x - 12 $
2	i	$\frac{x^2}{y^2} - \frac{10x}{y} + 27 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க $\begin{array}{r} \frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x} \\ \hline \frac{x}{y} \quad \frac{x^2}{y^2} - 10\frac{x}{y} + 27 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ \frac{x^2}{y^2} \\ \hline \frac{2x}{y} - 5 \quad -10\frac{x}{y} + 27 \\ -10\frac{x}{y} + 25 \\ \hline \frac{2x}{y} - 10 + \frac{y}{x} \quad 2 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ 2 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ \hline 0 \end{array}$ $\therefore \sqrt{\frac{x^2}{y^2} - 10\frac{x}{y} + 27 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}} = \left \frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x} \right$
3	i	$4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க $\begin{array}{r} 2x^2 - 3x + 7 \\ 2x^2 \quad 4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a \\ 4x^4 \\ \hline 4x^2 - 3x \quad -12x^3 + 37x^2 \\ -12x^3 + 9x^2 \\ \hline 4x^2 - 6x + 7 \quad 28x^2 + bx + a \\ 28x^2 - 42x + 49 \\ \hline \quad \quad (+) \quad (-) \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால்

		$a - 49 = 0$ மற்றும் $b + 42 = 0$ $a = 49$ $b = -42$
	ii	$ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க $ \begin{array}{r} 10 + 11x + 12x^2 \\ 10 \overline{) 100 + 220x + 361x^2 + 6x^3 + ax^4} \\ \underline{100} \\ 20 + 11x \\ \underline{20 + 22x + 12x^2} \\ 240x^2 + bx^3 + ax^4 \\ \underline{240x^2 + 264x^3 + 144x^4} \\ (-) \quad (-) \\ 0 \end{array} $ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால் $a - 144 = 0$ மற்றும் $b - 264 = 0$ $a = 144$ $b = 264$
4	i	$\frac{1}{x^4} - \frac{6}{x^3} + \frac{13}{x^2} + \frac{m}{x} + n$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் m மற்றும் n-யின் மதிப்பு காண்க $ \begin{array}{r} \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2 \\ \frac{1}{x^2} \overline{) \frac{1}{x^4} - \frac{6}{x^3} + \frac{13}{x^2} + \frac{m}{x} + n} \\ \underline{\frac{1}{x^4}} \\ \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x} \\ \underline{\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x} + 2} \\ \frac{4}{x^2} + \frac{m}{x} + n \\ \underline{\frac{4}{x^2} - \frac{12}{x} + 4} \\ (+) \quad (-) \\ 0 \end{array} $

		கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால் $m + 12 = 0$ மற்றும் $n - 4 = 0$ $m = -12$ $n = 4$
ii	$x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க $ \begin{array}{r} x^2 - 4x + 4 \\ x^2 \overline{) x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16} \\ \underline{x^4} \\ -8x^3 + mx^2 \\ \underline{-8x^3 + 16x^2} \\ (m - 16)x^2 + nx + 16 \\ \underline{8x^2 - 32x + 16} \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 0 \end{array} $ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால் $m - 16 = 8$ மற்றும் $n + 32 = 0$ $m = 24$ $n = -32$	

		STD – 10	LN-3	EX-3.9
		இருபடிச்சமன்பாடுகள் - மூலங்கள்		
1	i	மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = -9$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = 20$ இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$ $x^2 - (-9)x + 20 = 0$ $x^2 + 9x + 20 = 0$		
	ii	மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{5}{3}$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = 4$ இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$ $x^2 - \left(\frac{5}{3}\right)x + 4 = 0$ -----① ① $\times 3 \rightarrow$ $3x^2 - 5x + 12 = 0$		
	iii	மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-3}{2}$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = -1$ இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$ $x^2 - \left(\frac{-3}{2}\right)x - 1 = 0$ -----① ① $\times 2 \rightarrow$ $2x^2 + 3x - 2 = 0$		
	iv	மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = -(2 - a)^2$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = (a + 5)^2$ இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$ $x^2 - (-(2 - a)^2)x + (a + 5)^2 = 0$ $x^2 + (2 - a)^2x + (a + 5)^2 = 0$		
2	i	$x^2 + 3x - 28 = 0$ $a = 1 \quad b = 3 \quad c = -28$ மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-28}{1} = -28$		
	ii	$x^2 + 3x = 0$ $a = 1 \quad b = 3 \quad c = 0$ மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$		

iii	$3 + \frac{1}{a} = \frac{10}{a^2}$ $3 + \frac{1}{a} - \frac{10}{a^2} = 0 \text{ ----- ①}$ $\text{①} \times a^2 \rightarrow 3a^2 + a - 10 = 0$ $A = 3 \quad B = 1 \quad C = -10$ மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-1}{3}$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{-10}{3}$
iv	$3y^2 - y - 4 = 0$ $a = 3 \quad b = -1 \quad c = -4$ மூலங்களின் கூடுதல் $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{3} = \frac{1}{3}$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{3}$

		STD-10	LN-3	EX-3.10
		இருபடிச்சமன்பாட்டை தீர்த்தல்- காரணிபடுத்துதல் முறை		
1	i	$4x^2 - 7x - 2 = 0$ $4x^2 - 7x - 2 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{4} (4x - 8)(4x + 1) = 0$ $\frac{1}{4} \times 4(x - 8)(4x + 1) = 0$ $(x - 8)(4x + 1) = 0$ $(x - 8) = 0$ அல்லது $(4x + 1) = 0$ $\therefore x = 8$ அல்லது $x = \frac{-1}{4}$ மூலங்கள் $8, \frac{-1}{4}$		
	ii	$3(p^2 - 6) = p(p + 5)$ $3p^2 - 18 = p^2 + 5p$ $3p^2 - 18 - p^2 - 5p = 0$ $2p^2 - 5p - 18 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{2} (2x + 4)(2x - 9) = 0$ $\frac{1}{2} \times 2(x + 2)(2x - 9) = 0$ $(x + 2)(2x - 9) = 0$ $(x + 2) = 0$ அல்லது $(2x - 9) = 0$ $\therefore x = -2$ அல்லது $x = \frac{9}{2}$ மூலங்கள் $-2, \frac{9}{2}$		
	iii	$\sqrt{a(a - 7)} = 3\sqrt{2}$ இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த $a(a - 7) = 9 \times 2$ $a^2 - 7a = 18$ $a^2 - 7a - 18 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{1} (a + 2)(a - 9) = 0$ $(a + 2)(a - 9) = 0$ $(a + 2) = 0$ அல்லது $(a - 9) = 0$ $\therefore a = -2$ அல்லது $a = 9$ மூலங்கள் $-2, 9$		
	iv	$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ -----① ① $\times \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2}\sqrt{2}x^2 + 7\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}\sqrt{2} = 0$		

		$2x^2 + 7\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}\sqrt{2} = 0 \quad (\text{நடு உறுப்பை பிரிக்க})$ $2x^2 + 2\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}\sqrt{2} = 0$ $2x(x + \sqrt{2}) + 5\sqrt{2}(x + \sqrt{2}) = 0$ $(2x + 5\sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$ $(2x + 5\sqrt{2}) = 0 \text{ அல்லது } (x + \sqrt{2}) = 0$ $\therefore 2x = -5\sqrt{2} \text{ அல்லது } x = -\sqrt{2}$ $x = \frac{-5\sqrt{2}}{2}$ $x = \frac{-5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{-5}{\sqrt{2}}$ மூலங்கள் $\frac{-5}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}$
v		$2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0 \quad \text{-----} \textcircled{1}$ $\textcircled{1} \times 8 \rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 0 \text{ இதை காரணிபடுத்த}$ $\frac{1}{16} (16x - 4)(16x - 4) = 0$ $\frac{1}{16} \times 4(4x - 1) 4(4x - 1) = 0$ $(4x - 1)(4x - 1) = 0 \quad \text{மூலங்கள் சமம்}$ $(4x - 1)^2 = 0$ $\therefore 4x - 1 = 0$ $4x = 1$ $x = \frac{1}{4}$ மூலங்கள் $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$
2		கொடுக்கப்பட்டது $\frac{n^2 - n}{2} = 15$ $n^2 - n = 15 \times 2$ $n^2 - n = 30$ $n^2 - n - 30 = 0 \text{ இதை காரணிபடுத்த}$ $(n + 5)(n - 6) = 0$ $(n + 5) = 0 \text{ அல்லது } (n - 6) = 0$ $\therefore n = -5 \text{ அல்லது } n = 6$ மூலங்கள் $-5, 6$ அணிகளின் எண்ணிக்கை என்பது எப்போதும் மிகையாகும் எனவே பங்கேற்கும் அணிகளின் எண்ணிக்கை = 6

		STD-10	LN-3	EX-3.11
		இருபடிச்சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல் வர்க்க பூர்த்தி முறை மற்றும் சூத்திர முறை		
1	i	$9x^2 - 12x + 4 = 0$ ----- ① $① \div 9 \rightarrow x^2 - \frac{12}{9}x + \frac{4}{9} = 0$ $x^2 - \frac{12}{9}x = -\frac{4}{9}$ $x^2 - \frac{12}{9}x + \left(\frac{6}{9}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \left(\frac{6}{9}\right)^2$ $\left(x - \frac{2 \times 3}{3 \times 3}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \left(\frac{2 \times 3}{3 \times 3}\right)^2$ $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \frac{4}{9}$ $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$ $x = \frac{2}{3}$ மற்றும் $x = \frac{2}{3}$ தீர்வுகள் $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$		
	ii	$\frac{5x+7}{x-1} = 3x + 2$ $5x + 7 = (3x + 2) \times (x - 1)$ $5x + 7 = 3x \times x + 3x \times (-1) + 2 \times x + 2 \times (-1)$ $5x + 7 = 3x^2 - 3x + 2x - 2$ $0 = 3x^2 - 3x + 2x - 2 - 5x - 7$ $0 = 3x^2 - 6x - 9$ $3x^2 - 6x - 9 = 0$ ----- ① $① \div 3 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $x^2 - 2x = 3$ $x^2 - 2x + 1 = 3 + 1$ $(x - 1)^2 = 4$ $(x - 1)(x - 1) = 4$ $(x - 1) = \pm 2$ $x - 1 = +2$ எனில் $x = +2 + 1 = 3$ $x - 1 = -2$ எனில் $x = -2 + 1 = -1$ தீர்வுகள் $-1, 3$		

2	i	$2x^2 - 5x + 2 = 0$ $a = 2 \quad b = -5 \quad c = 2$ $ax^2 + bx + c = 0$ ன் தீர்வுகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4}$ $x = \frac{5 \pm 3}{4}$ $x = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$, $x = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ தீர்வுகள் $x = 2$, $x = \frac{1}{2}$
2	ii	$\sqrt{2} f^2 - 6f + 3\sqrt{2} = 0$ $a = \sqrt{2} \quad b = -6 \quad c = 3\sqrt{2}$ $ax^2 + bx + c = 0$ ன் தீர்வுகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}}{2 \times \sqrt{2}}$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 3 \times 2}}{2\sqrt{2}}$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{2\sqrt{2}}$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 3}}{2\sqrt{2}}$ $x = \frac{2 \times 3 \pm 2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $x = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $x = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

		தீர்வுகள் $x = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $x = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
2	iii	$3y^2 - 20y - 23 = 0$ $a = 3$ $b = -20$ $c = -23$ $ax^2 + bx + c = 0$ ன் தீர்வுகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \times 3 \times (-23)}}{2 \times 3}$ $x = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 276}}{6}$ $x = \frac{20 \pm \sqrt{676}}{6}$ $x = \frac{20 \pm 26}{4}$ $x = \frac{20+26}{6} = \frac{46}{6} = \frac{23}{3} , \quad x = \frac{20-26}{6} = \frac{-6}{6} = -1$ தீர்வுகள் $x = \frac{23}{3}$, $x = -1$
2	iv	$36y^2 - 12ay + (a^2 - b^2) = 0$ $a = 36$ $b = -12a$ $c = (a^2 - b^2)$ $ax^2 + bx + c = 0$ ன் தீர்வுகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-12a) \pm \sqrt{(-12a)^2 - 4 \times 36 \times (a^2 - b^2)}}{2 \times 36}$ $x = \frac{12a \pm \sqrt{144a^2 - 144 \times (a^2 - b^2)}}{72}$ $x = \frac{12a \pm \sqrt{144a^2 - 144a^2 + 144b^2}}{72}$ $x = \frac{12a \pm \sqrt{144b^2}}{72}$ $x = \frac{12a \pm 12b}{6 \times 12}$ $x = \frac{a \pm b}{6}$ $x = \frac{a+b}{6} , \quad x = \frac{a-b}{6}$ தீர்வுகள் $x = \frac{a+b}{6} , \quad x = \frac{a-b}{6}$

3	$d = t^2 - 0.75 t$ $d = 11.25$ அடி எனில் $t^2 - 0.75 t = 11.25$ $t^2 - 0.75 t - 11.25 = 0$ $(t - 3.75)(t + 3) = 0$ $(t - 3.75) = 0$ அல்லது $(t + 3) = 0$ $t = 3.75$ $t = -3$ $t = -3$ என்பது பொருந்தாது எனவே $t = 3.75$ விநாடிகள்
---	---

STD-10	LN-3	EX-3.12
இருபடிச்சமன்பாடுகள் சார்ந்த கணக்குகளுக்கு தீர்வுகாணுதல்		
1	ஓர் எண் x என்க அதன் தலைகீழி $\frac{1}{x}$ என்க கொடுக்கப்பட்டது $x - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$ $\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{24}{5}$ $(x^2 - 1) \times 5 = 24x$ $5x^2 - 5 = 24x$ $5x^2 - 24x - 5 = 0 \quad \text{இதை காரணிபடுத்த}$ $\frac{1}{5} (5x - 25)(5x + 1) = 0$ $\frac{1}{5} \times 5(x - 5)(5x + 1) = 0$ $(x - 5)(5x + 1) = 0$ $(x - 5) = 0$ அல்லது $(5x + 1) = 0$ $\therefore x = 5$ $x = \frac{-1}{5}$ அந்த எண்கள் $5, \frac{-1}{5}$	
2	பூங்காவின் பரப்பளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $= 16 \times 12$ ச.மீ பாதையுடன் சேர்த்து பூங்காவின் பரப்பளவு $= (16 + 2w) \times (12 + 2w) = 285$ ச.மீ $(16 + 2w) \times (12 + 2w) = 285$ $192 + 32w + 24w + 4w^2 = 285$ $4w^2 + 56w + 192 - 285 = 0$ $4w^2 + 56w - 93 = 0 \quad \text{இதை காரணிபடுத்த}$ $\frac{1}{4} (4w + 62)(4w - 6) = 0$ $\frac{1}{4} \times 2(2w + 31)2(2w - 3) = 0$ $(2w + 31)(2w - 3) = 0$ $(2w + 31) = 0$ அல்லது $(2w - 3) = 0$ $2w = -31$ $2w = 3$ $\therefore w = -\frac{31}{2}$ $w = \frac{3}{2} = 1.5$	

	$w = -13$ என்பது பொருந்தாது எனவே நடைபாதையின் அகலம் $w = 1.5$ மீ
3	பேருந்து கடந்த தொலைவு = 90 கி.மீ பேருந்தின் உண்மையான வேகம் = s கி.மீ / மணி என்க அதிகரிக்கப்பட்ட பின்னர் வேகம் = $s + 15$ கி.மீ / மணி வேகம் = $\frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{நேரம்}}$ நேரம் = $\frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{வேகம்}}$ நேரம் = $\frac{90}{s}$ வேகம் 15 கி.மீ/மணி அதிகரிக்கப்பட்ட பின்னர் நேரம் = $\frac{90}{s+15}$ கொடுக்கப்பட்டது $\frac{90}{s+15} - \frac{90}{s} = \frac{1}{2}$ மணி $90 \times \left(\frac{1}{s+15} - \frac{1}{s} \right) = \frac{1}{2}$ $90 \times \left(\frac{s-(s+15)}{(s+15) \times s} \right) = \frac{1}{2}$ $90 \times 2 \times \left(\frac{s-s-15}{s^2+15s} \right) = 1$ $90 \times 2 \times (-15) = s^2 + 15s$ $-2700 = s^2 + 15s$ $0 = s^2 + 15s + 2700$ $s^2 + 15s + 2700 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(s + 60)(s - 45) = 0$ $(s + 60) = 0$ அல்லது $(s - 45) = 0$ $\therefore s = -60$ $s = 45$ வேகம் என்பது எப்போதும் மிகை எனவே $s = -60$ என்பது பொருந்தாது $\therefore$ பேருந்தின் உண்மையான வேகம் = 45 கி.மீ / மணி
4	பெண்ணின் தற்போதய வயது x என்க அவளது சகோதரியின் தற்போதய வயது y என்க கொடுக்கப்பட்டது $x = 2y$ மற்றும் 5 ஆண்டுகளுக்கு பின் $(x + 5)(y + 5) = 375$

	$x = 2y$ எனவே $(2y + 5)(y + 5) = 375$ $2y^2 + 10y + 5y + 25 = 375$ $2y^2 + 15y + 25 - 375 = 0$ $2y^2 + 15y - 350 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{2} (2y - 20)(2y + 35) = 0$ $\frac{1}{2} \times 2(y - 10)(2y + 35) = 0$ $(y - 10)(2y + 35) = 0$ $(y - 10) = 0$ அல்லது $(2y + 35) = 0$ $y = 10$ $2y = -35$ $y = \frac{-35}{2} = -17.5$ வயது எப்போதும் மிகையாகும் என்தால் $y = -17.5$ என்பது பொருந்தாது எனவே $y = 10$ $x = 2y = 2 \times 10 = 20$ பெண்ணின் தற்போதய வயது $x = 20$ அவளது சகோதரியின் தற்போதய வயது $y = 10$
5	படத்தில் விட்டம் $PQ = 20$ மீ A என்பது கம்பம் கட்டுப்பாட்டின்படி $AP - AQ = 4$ மீ $\therefore AP = x$ எனில் $AQ = x - 4$ மீ PQ ஆனது வட்டத்தின் விட்டம் மற்றும் A என்பது வட்டத்தின் பரிதியில் உள்ளது $\therefore \Delta APQ$ அரைவட்டத்தில் அமைகிறது எனவே இது ஓர் செங்கோணமுக்கோணம் ஆகும் $\therefore$ பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி $AP^2 + AQ^2 = PQ^2$ $x^2 + (x - 4)^2 = 20^2$ $x^2 + x^2 - 8x + 16 = 400$ $2x^2 - 8x + 16 - 400 = 0$ $2x^2 - 8x - 384 = 0$ இதை இருபுறமும் 2 ஆல் வகுக்க $x^2 - 4x - 192 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(x - 16)(x + 12) = 0$ $(x - 16) = 0$ அல்லது $(x + 12) = 0$ $x = 16$ $x = -12$

	தொலைவு என்பது எப்போதும் மிகை எனவே $x = -12$ என்பது பொருந்தாது $\therefore x = 16$ $AP = x = 16$ $AQ = x - 4 = 16 - 4 = 12$ கம்பத்தை இரு கதவுகளிலிருந்து 16 மீ , 12 மீ என்று உள்ளவாறு பொருத்த இயலும்
6	மொத்தம் கூட்டத்தில் உள்ள தேனீக்கள் $= 2x^2$ $2x^2$ இதன் பாதியின் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{\frac{2x^2}{2}} = x$ கூட்டத்தில் உள்ள $\frac{8}{9}$ பங்கு தேனீக்கள் $= 2x^2 \times \frac{8}{9} = \frac{16x^2}{9}$ மீதம் உள்ளவை $= 2$ $\therefore$ கட்டுப்பாட்டின்படி $2x^2 - x - \frac{16x^2}{9} = 2$ இதை இருபுறமும் 9 ஈல் பெருக்க $18x^2 - 9x - 16x^2 = 18$ $2x^2 - 9x - 18 = 0 \quad \text{இதை காரணிபடுத்த}$ $\frac{1}{2} (2x + 3)(2x - 12) = 0$ $\frac{1}{2} \times (2x + 3)2(x - 6) = 0$ $(2x + 3)(x - 6) = 0$ $(2x + 3) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (x - 6) = 0$ $2x = -3 \quad \quad \quad x = 6$ $x = -\frac{3}{2}$ எண்ணிக்கை என்பது எப்போதும் மிகையாகும் எனவே $x = 6$ என்பதே பொருந்தும் $\therefore$ மொத்தம் கூட்டத்தில் உள்ள தேனீக்கள் $= 2x^2 = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$
7	4 பாடகர்கள் உள்ள அரங்கு A 9 பாடகர்கள் உள்ள அரங்கு B என்க P என்ற நபர் நிற்கவேண்டிய இடம் அரங்கு A விலிருந்து x மீ தொலைவில் என்க $AB = 70$ மீ ஒலி அளவுகளின் விகிதம் $= \frac{4}{9}$ நபருக்கும் இரு அரங்குகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவுகள் x மீ , $(70 - x)$ மீ இவற்றின் வர்க்கத்தின் விகிதம் $= \frac{x^2}{(70-x)^2}$

	∴ கட்டுப்பாட்டின்படி $\frac{4}{9} = \frac{x^2}{(70-x)^2}$ $(70-x)^2 \times 4 = x^2 \times 9$ $[70^2 - 140x + x^2] \times 4 = 9x^2$ $[4900 - 140x + x^2] \times 4 = 9x^2$ $4x^2 - 560x + 19600 = 9x^2$ $0 = 9x^2 - 4x^2 + 560x - 19600$ $5x^2 + 560x - 19600 = 0$ $x^2 + 112x - 3920 = 0$ இதை 5 ஆல் வகுக்க இதை காரணிபடுத்த $(x + 140)(x - 28) = 0$ $(x + 140) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (x - 28) = 0$ $x = -140 \quad \quad \quad x = 28$ தொலைவு என்பது எப்போதும் மிகை எனவே $x = -140$ என்பது பொருந்தாது ∴ $x = 28$ ∴ நபர் நிற்கவேண்டிய இடம் அரங்கு A விலிருந்து 28 மீ தொலைவில் ஆகும்
8	சதுர வடிவ நிலத்தின் பக்க அளவு = 10 மீ மலர் மேடை அமைக்க 1 ச.மீ க்கு செலவு = 3 ரூ/ச.மீ சரளைப்பாதை அமைக்க 1 ச.மீ க்கு செலவு = 4 ரூ/ச.மீ மொத்த செலவு = 364 ரூ ∴ சதுர வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு = $10 \times 10 = 100$ ச.மீ சதுர வடிவ மலர் மேடையின் பக்க அளவு = x மீ என்க ∴ சதுர வடிவ மலர் மேடையின் பரப்பளவு = $x \times x = x^2$ ச.மீ ∴ சரளைப்பாதையின் பரப்பளவு = சதுர வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு - சதுர வடிவ மலர் மேடையின் பரப்பளவு $= 100 - x^2 \text{ ச.மீ}$ ∴ கட்டுப்பாட்டின்படி $3 \times x^2 + 4 \times (100 - x^2) = 364$ $3x^2 + 400 - 4x^2 = 364$ $-x^2 + 400 - 364 = 0$ $36 = x^2$ $x^2 = 36$ $x = 6$

	சதுர வடிவ மலர் மேடையின் பக்க அளவு $= x = 6$ மீ $\therefore$ சரளைப்பாதையின் அகலம் $= \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2$ மீ
9	முதல் பெண்மணி விற்ற முட்டைகளின் எண்ணிக்கை x முதல் பெண்மணி ஒரு முட்டையை விற்ற விலை p முதல் பெண்மணி முட்டைகளை விற்ற தொகை $= px$ இரண்டாவது பெண்மணி விற்ற முட்டைகளின் எண்ணிக்கை y இரண்டாவது பெண்மணி ஒரு முட்டையை விற்ற விலை q என்க இரண்டாவது பெண்மணி முட்டைகளை விற்ற தொகை $= qy$ மொத்த முட்டைகளின் எண்ணிக்கை $x + y = 100$ -----① இருவரும் முட்டைகளை விற்ற தொகை சமம் எனவே $px = qy$ -----② அவர்கள் கூறியபடி எண்ணிக்கையை மாற்றி விற்றிருந்தால் $py = 15$ $qx = 6\frac{2}{3} = \frac{18+2}{3} = \frac{20}{3}$ $p = \frac{15}{y}$ மற்றும் $q = \frac{20}{3x}$ என ② ல் பிரதியிட ② $\rightarrow \frac{15}{y}x = \frac{20}{3x}y$ $15x \times 3x = 20y \times y$ $45x^2 = 20y^2$ இதை 5 ஆல் வகுக்க $9x^2 = 4y^2$ ① லிருந்து $y = 100 - x$ என பிரதியிட $9x^2 = 4 \times (100 - x)^2$ $9x^2 = 4 \times (10000 - 200x + x^2)$ $9x^2 = 40000 - 800x + 4x^2$ $9x^2 - 4x^2 + 800x - 40000 = 0$ $5x^2 + 800x - 40000 = 0$ இதை 5 ஆல் வகுக்க $x^2 + 160x - 8000 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(x + 200)(x - 40) = 0$ $(x + 200) = 0$ அல்லது $(x - 40) = 0$ $x = -200$ $x = 40$ முட்டைகளின் எண்ணிக்கை என்பது மிகை எனவே $x = 40$ ஆகும்

	$x = 40$ என ①ல் பிரதியிட $y = 100 - x = 100 - 40 = 60$ $x = 40$ $y = 60$ முதல் பெண்மணியிடம் இருந்த முட்டைகளின் எண்ணிக்கை $x = 40$ இரண்டாவது பெண்மணியிடம் இருந்த முட்டைகளின் எண்ணிக்கை $y = 60$
10	a, b, c என்பன செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் காணம் $b = 25$ செ.மீ எனில் சுற்றளவு $= a + b + c = 56$ செ.மீ $a + 25 + c = 56$ $a + c = 56 - 25$ $a + c = 31$ $c = 31 - a$ பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி $a^2 + c^2 = b^2$ $a^2 + c^2 = 25^2$ $a^2 + c^2 = 625$ $a^2 + (31 - a)^2 = 625$ $a^2 + 31^2 - 62a + a^2 = 625$ $2a^2 - 62a + 961 = 625$ $2a^2 - 62a + 961 - 625 = 0$ $2a^2 - 62a + 336 = 0$ இதை 2 ஆல் வகுக்க $a^2 - 31a + 168 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(a - 24)(a - 7) = 0$ $(a - 24) = 0$ அல்லது $(a - 7) = 0$ $a = 24$ மற்றும் $a = 7$ இங்கு இவை இரண்டு மதிப்புகளுமே பொருந்தும் அதாவது $a = 24$ என $a + c = 31$ ல் பிரதியிட $c = 31 - 24 = 7$ $a = 7$ என $a + c = 31$ ல் பிரதியிட $c = 31 - 7 = 24$ $\therefore$ செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 25 செ.மீ , 24 செ.மீ , 7 செ.மீ $\therefore$ சிறிய பக்கத்தின் நீளம் 7 செ.மீ

		STD-10	LN-3	EX-3.13
		இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மை		
1	i	$15x^2 + 11x + 2 = 0$ $a = 15 \quad b = 11 \quad c = 2$ தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 11^2 - 4 \times 15 \times 2 = 121 - 120 = 1 > 0$ $\Delta > 0$ எனவே சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை		
1	ii	$x^2 - x - 1 = 0$ $a = 1 \quad b = -1 \quad c = -1$ தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 1 + 4 = 5 > 0$ $\Delta > 0$ எனவே சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை		
1	iii	$\sqrt{2}t^2 - 3t + 3\sqrt{2} = 0$ $a = \sqrt{2} \quad b = -3 \quad c = 3\sqrt{2}$ தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-3)^2 - 4 \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9 - 12 \times 2 = 9 - 24 = -15 < 0$ $\Delta < 0$ எனவே சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை		
1	iv	$9y^2 - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$ $a = 9 \quad b = -6\sqrt{2} \quad c = 2$ தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-6\sqrt{2})^2 - 4 \times 9 \times 2 = 6^2 \times 2 - 72 = 72 - 72 = 0$ $\Delta = 0$ எனவே சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்		
1	v	$9a^2b^2x^2 - 24abcdx + 16c^2d^2 = 0 \quad a \neq 0, b \neq 0$ $a = 9a^2b^2 \quad b = -24abcd \quad c = 16c^2d^2$ தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-24abcd)^2 - 4 \times 9a^2b^2 \times 16c^2d^2$ $= 576a^2b^2c^2d^2 - 576a^2b^2c^2d^2 = 0$ $\Delta = 0$ எனவே சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்		
2	i	$(5k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$ $a = 5k - 6 \quad b = 2k \quad c = 1$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = b^2 - 4ac = 0$		

		$(2k)^2 - 4 \times (5k - 6) \times 1 = 0$ $4k^2 - 20k + 24 = 0$ இதை 4 ஆல் வகுக்க $k^2 - 5k + 6 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $(k - 2)(k - 3) = 0$ $(k - 2) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (k - 3) = 0$ $k = 2 \quad \quad \quad k = 3$ $\therefore k = 2, 3$
2	ii	$kx^2 + (6k + 2)x + 16 = 0$ $a = k \quad b = 6k + 2 \quad c = 16$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ $(6k + 2)^2 - 4 \times k \times 16 = 0$ $36k^2 + 24k + 4 - 64k = 0$ $36k^2 - 40k + 4 = 0$ இதை 4 ஆல் வகுக்க $9k^2 - 10k + 1 = 0$ இதை காரணிபடுத்த $\frac{1}{9}(9k - 9)(9k - 1) = 0$ $\frac{1}{9} \times 9(k - 1)(9k - 1) = 0$ $(k - 1)(9k - 1) = 0$ $(k - 1) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (9k - 1) = 0$ $k = 1 \quad \quad \quad k = \frac{1}{9}$ $\therefore k = 1, \frac{1}{9}$
3		$(a - b)x^2 + (b - c)x + c - a = 0$ $A = a - b \quad B = (b - c) \quad C = c - a$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ $(b - c)^2 - 4 \times (a - b) \times (c - a) = 0$ $b^2 - 2bc + c^2 - 4(ac - a^2 - bc + ab) = 0$ $b^2 - 2bc + c^2 - 4ac + 4a^2 + 4bc - 4ab = 0$ $4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ac = 0$ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ இங்கு $x = 2a, y = -b, z = -c$ எனக் கொண்டால் $(2a - b - c)^2 = 0$ $\therefore 2a - b - c = 0$ $2a = b + c$

		$a = \frac{b+c}{2}$ என கிடைப்பதால் b, a, c ஆகியவை கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ளன
4		$(a-b)x^2 - 6(a+b)x - 9(a-b) = 0$: a, b என்பன மெய்யெண்கள் $A = a - b$ $B = -6(a+b)$ $C = -9(a-b)$ மூலங்களின் தன்மைகாட்டி $\Delta = B^2 - 4AC$ $= (-6(a+b))^2 - 4 \times (a-b) \times (-9(a-b))$ $= 36(a+b)^2 + 36(a-b)^2$ $= 36[(a+b)^2 + (a-b)^2]$ $= 36[a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2]$ $= 36[2a^2 + 2b^2]$ $= 36[2(a^2 + b^2)]$ $= 72(a^2 + b^2)$ இங்கு a, b என்பன மெய்யெண்கள் என்பதால் $= 72(a^2 + b^2) > 0$ $\therefore$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமல்ல
5		$(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + b^2 - ac = 0$ $A = (c^2 - ab)$ $B = -2(a^2 - bc)$ $C = b^2 - ac$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ $(-2(a^2 - bc))^2 - 4 \times (c^2 - ab) \times (b^2 - ac) = 0$ $4(a^4 - 2a^2bc + b^2c^2) - 4(c^2b^2 - ac^3 - ab^3 + a^2bc) = 0$ இதை 4 ஆல் வகுக்க $(a^4 - 2a^2bc + b^2c^2) - (c^2b^2 - ac^3 - ab^3 + a^2bc) = 0$ $a^4 - 2a^2bc + b^2c^2 - c^2b^2 + ac^3 + ab^3 - a^2bc = 0$ $a^4 - 3a^2bc + ab^3 + ac^3 = 0$ $a(a^3 - 3abc + b^3 + c^3) = 0$ $a(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = 0$ $a = 0$ அல்லது $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ $a = 0$ அல்லது $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ என நிரூபிக்கப்பட்டது

		STD-10	LN-3	EX-3.14
		இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்களுக்கும் கெழுக்களுக்கும் உள்ள தொடர்பு		
1	i	$\frac{\alpha}{3\beta} + \frac{\beta}{3\alpha} = \frac{3\alpha^2 + 3\beta^2}{9\alpha\beta} = \frac{3(\alpha^2 + \beta^2)}{9\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{3\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{3\alpha\beta}$		
1	ii	$\frac{1}{\alpha^2\beta} + \frac{1}{\beta^2\alpha} = \frac{1}{\alpha\beta} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \frac{1}{\alpha\beta} \left(\frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \right) = \frac{\alpha + \beta}{(\alpha\beta)^2}$		
1	iii	$(3\alpha - 1)(3\beta - 1) = 9\alpha\beta - 3\alpha - 3\beta + 1 = 9\alpha\beta - 3(\alpha + \beta) + 1$		
1	iv	$\frac{\alpha+3}{\beta} + \frac{\beta+3}{\alpha} = \frac{(\alpha+3)\alpha + (\beta+3)\beta}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + 3\alpha + \beta^2 + 3\beta}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 3\alpha + 3\beta}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 3(\alpha + \beta)}{\alpha\beta}$ $= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 3(\alpha + \beta)}{\alpha\beta}$		
2	i	$2x^2 - 7x + 5 = 0$ ன் மூலங்கள் α , β $a = 2$, $b = -7$, $c = 5$ $\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{2} = \frac{7}{2}$ $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$ $\alpha + \beta = \frac{7}{2}$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{5}{2}$ என பிரதியிட $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$		
2	ii	$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ $\alpha + \beta = \frac{7}{2}$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{5}{2}$ என பிரதியிட $\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{49}{4} - 5}{\frac{5}{2}}$		

		$= \frac{\frac{49-20}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{29}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{29}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{29}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{29}{10}$
2	iii	$\frac{\alpha+2}{\beta+2} + \frac{\beta+2}{\alpha+2} = \frac{(\alpha+2)(\alpha+2) + (\beta+2)(\beta+2)}{(\alpha+2)(\beta+2)}$ $= \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 2\alpha + 4 + \beta^2 + 2\beta + 2\beta + 4}{\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4}$ $= \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 2\alpha + 2\beta + 2\beta + 4 + 4}{\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4}$ $= \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha + 4\beta + 8}{\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4}$ $= \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 4(\alpha + \beta) + 8}{\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4}$ $= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 8}{\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4}$ $\alpha + \beta = \frac{7}{2}$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{5}{2}$ என பிரதியிட $= \frac{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{5}{2} + 4\left(\frac{7}{2}\right) + 8}{\frac{5}{2} + 2\left(\frac{7}{2}\right) + 4}$ $= \frac{\frac{49}{4} - 5 + 2 \times 7 + 8}{\frac{5}{2} + 7 + 4}$ $= \frac{\frac{49}{4} - 5 + 14 + 8}{\frac{5}{2} + 7 + 4}$ $= \frac{\frac{49}{4} + 17}{\frac{5}{2} + 11} = \frac{\frac{49+68}{4}}{\frac{5+22}{2}} = \frac{\frac{117}{4}}{\frac{27}{2}} = \frac{117}{4} \times \frac{2}{27}$ $= \frac{117}{2} \times \frac{1}{27} = \frac{117}{54} = \frac{13 \times 9}{9 \times 6}$ $\frac{\alpha+2}{\beta+2} + \frac{\beta+2}{\alpha+2} = \frac{13}{6}$
3	i	$x^2 + 6x - 4 = 0$ ன் மூலங்கள் α , β $a = 1$, $b = 6$, $c = -4$

		$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6$ $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$ இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$ α^2 மற்றும் β^2 ஐ மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$ -----① $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$ $= (-6)^2 - 2 \times (-4) = 36 + 8 = 44$ $\alpha^2\beta^2 = \alpha\beta \times \alpha\beta = -4 \times (-4) = 16$ என ① ல் பிரதியிட தேவையான சமன்பாடு $x^2 - 44x + 16 = 0$
3	ii	$\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$ ஐ மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு இருபடிச்சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $x^2 - (\text{மூ.கூ})x + \text{மூ.பெ.ப} = 0$ என்பதால் $x^2 - \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}\right)x + \frac{2}{\alpha} \times \frac{2}{\beta} = 0$ $x^2 - \left(\frac{2\beta + 2\alpha}{\alpha\beta}\right)x + \frac{4}{\alpha\beta} = 0$ $x^2 - 2\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right)x + \frac{4}{\alpha\beta} = 0$ -----① $\therefore \alpha + \beta = -6$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -4$ என ① ல் பிரதியிட $x^2 - 2\left(\frac{-6}{-4}\right)x + \frac{4}{-4} = 0$ $x^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)x - 1 = 0$ தேவையான சமன்பாடு $x^2 - 3x - 1 = 0$
3	iii	$\alpha^2\beta$ மற்றும் $\beta^2\alpha$ ஐ மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - (\alpha^2\beta + \beta^2\alpha)x + \alpha^2\beta \times \beta^2\alpha = 0$ -----① $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha = \alpha\beta(\alpha + \beta) = (-4) \times (-6) = 24$

	$\alpha^2\beta \times \beta^2\alpha = \alpha^3 \times \beta^3 = \alpha\beta \times \alpha\beta \times \alpha\beta = -4 \times (-4) \times (-4) = -64$ என ① ல் பிரதியிட தேவையான சமன்பாடு $x^2 - 24x - 64 = 0$
4	$7x^2 + ax + 2 = 0$ ன் மூலங்கள் α , β மற்றும் $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$ எனில் $a = ?$ $A = 7$, $B = a$, $C = 2$ $\therefore \alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-a}{7}$ $\alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{2}{7}$ மேலும் $\alpha - \beta = -(\beta - \alpha) = -\left(\frac{-13}{7}\right) = \frac{13}{7}$ $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ $\left(\frac{13}{7}\right)^2 = \left(\frac{-a}{7}\right)^2 - 4 \times \frac{2}{7}$ $\frac{169}{49} = \frac{a^2}{49} - \frac{8}{7}$ $\frac{169}{49} = \frac{a^2}{49} - \frac{8 \times 7}{7 \times 7}$ $\frac{169}{49} = \frac{a^2}{49} - \frac{56}{49}$ இருபுறமும் 49 ஆல் பெருக்க $169 = a^2 - 56$ $169 + 56 = a^2$ $a^2 = 225$ $a = \pm 15$ $a = 15$ அல்லது $a = -15$
5	$2y^2 - ay + 64 = 0$ ன் மூலங்கள் α , β மற்றும் $\alpha = 2\beta$ எனில் $a = ?$ $A = 2$, $B = -a$, $C = 64$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-(-a)}{2} = \frac{a}{2} \text{ ----- (1)}$$

$$\alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{64}{2} = 32 \text{ ----- (2)}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow 2\beta + \beta = \frac{a}{2}$$

$$3\beta = \frac{a}{2}$$

$$\beta = \frac{a}{6}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \alpha\beta = 32$$

$$2\beta \times \beta = 32$$

$$\beta^2 = 16$$

$$\beta = \pm 4$$

$$\frac{a}{6} = \pm 4$$

$$a = \pm 24$$

6

$3x^2 + kx + 81 = 0$ ன் மெய்யெண் மூலங்கள் α , β மற்றும் $\alpha = \beta^2$ எனில் $k = ?$

$$A = 3, B = k, C = 81$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-k}{3} \text{ ----- (1)}$$

$$\alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{81}{3} = 27 \text{ ----- (2)}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \alpha\beta = \beta^2\beta = 27$$

$$\beta^3 = 27$$

$$\beta = 3$$

$$\text{கொடுக்கப்பட்டது } \alpha = \beta^2 = 3^2 = 9$$

$$\textcircled{1} \rightarrow 9 + 3 = \frac{-k}{3}$$

$$12 = \frac{-k}{3}$$

$$36 = -k$$

$$k = -36$$

LN-3		EX-3.15										10 STD	
1	i	$x^2 - 9x + 20 = 0$ $y = x^2 - 9x + 20$ என்க $y = x^2 - 9x + 20$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.											
		x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6		
		x^2	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5	6×6		
			4	1	0	1	4	9	16	25	36		
		$-9x$	-9×-2	-9×-1	-9×0	-9×1	-9×2	-9×3	-9×4	-9×5	-9×6		
			18	9	0	-9	-18	-27	-36	-45	-54		
		$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$	$+20$		
			$4 + 18 + 20$	$1 + 9 + 20$	$0 + 0 + 20$	$1 - 9 + 20$	$4 - 18 + 20$	$9 - 27 + 20$	$16 - 36 + 20$	$25 - 45 + 20$	$36 - 54 + 20$		
		y	42	30	20	12	6	2	0	0	2		

புள்ளிகள் : $\{ (-2, 42) (-1, 30) (0, 20) (1, 12) (2, 6) (3, 2) (4, 0) (5, 0) (6, 2) (7, 6) \}$

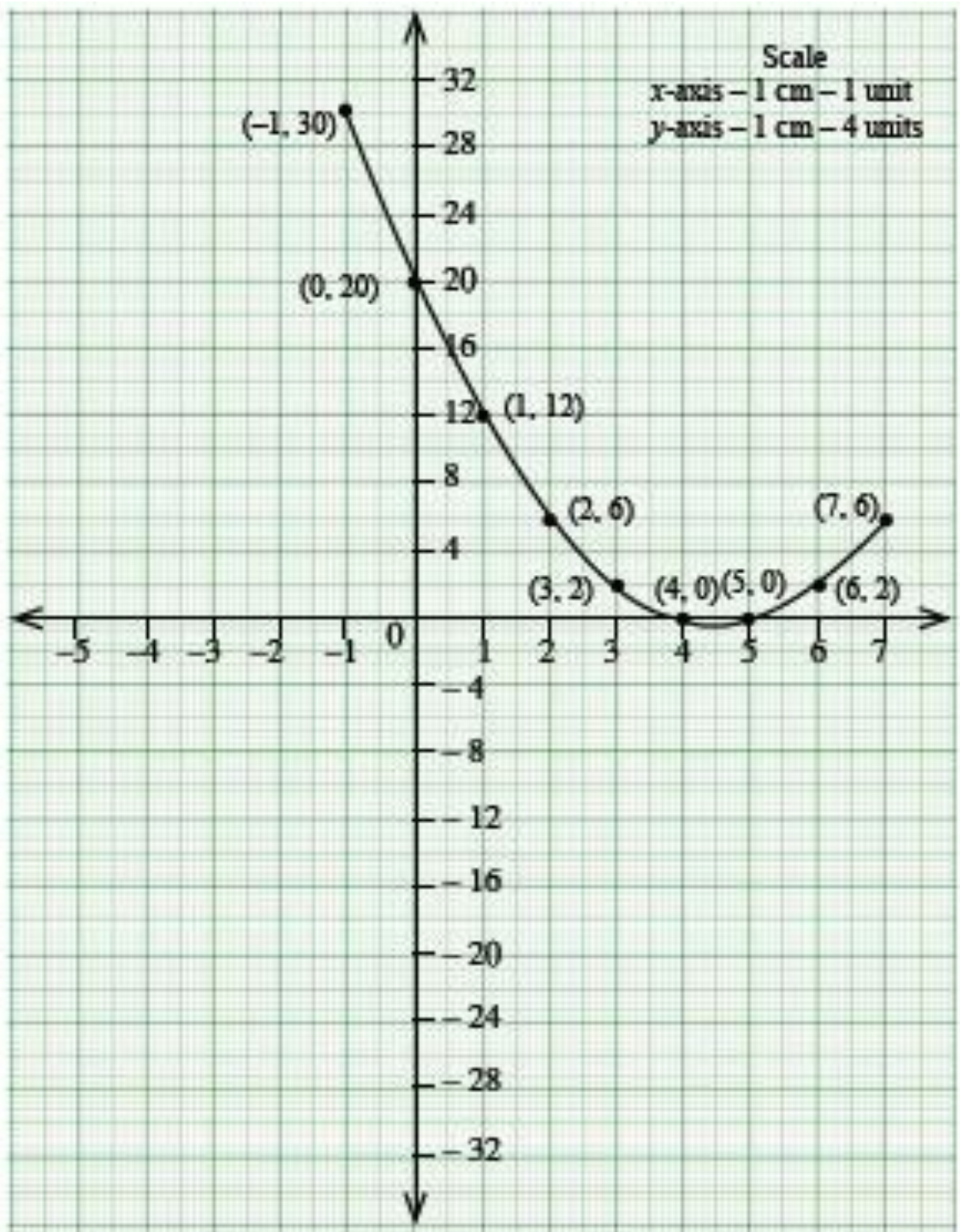
இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 - 9x + 20 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(4, 0)$ மற்றும் $(5, 0)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இருதீர்வுகள் உண்டு.

அவை $x = 4, x = 5$

1 i



$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$y = x^2 - 4x + 4 \text{ என்க}$$

$y = x^2 - 4x + 4$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3	4×4
	4	1	0	1	4	9	16
$-4x$	-4×-2	-4×-1	-4×0	-4×1	-4×2	-4×3	-4×4
	8	4	0	-4	-8	-12	-16
$+4$	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4
	$4 + 8 + 4$	$1 + 4 + 4$	$0 + 0 + 4$	$1 - 4 + 4$	$4 - 8 + 4$	$9 - 12 + 4$	$16 - 16 + 4$
y	16	9	4	1	0	1	4

புள்ளிகள் : $\{ (-2, 16) (-1, 9) (0, 4) (1, 1) (2, 0) (3, 1) (4, 4) \}$

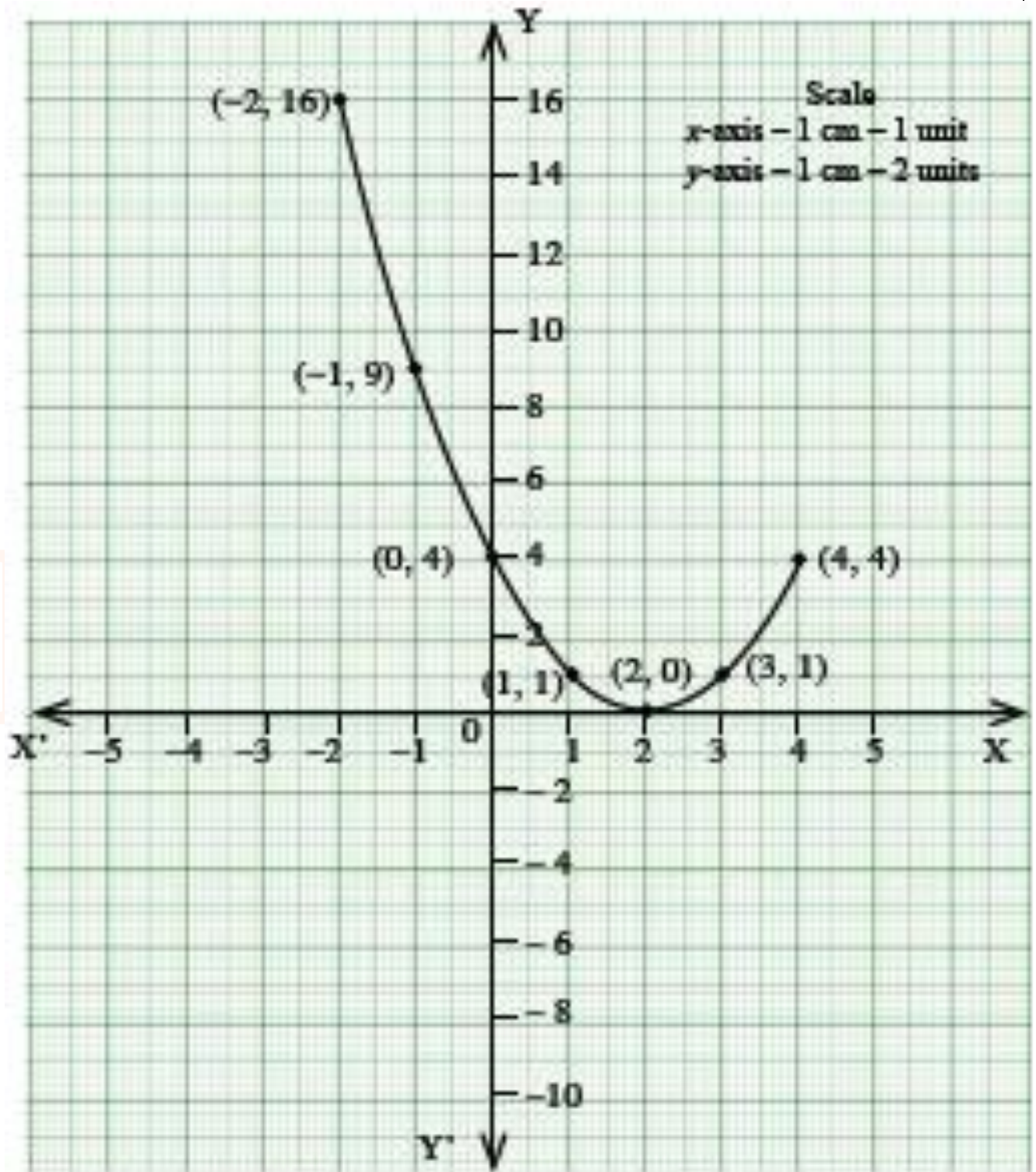
இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 - 4x + 4 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(2, 0)$ என்ற ஓரே புள்ளியில் தொடுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமான இருதீர்வுகள் உண்டு.

அவை $x = 2, x = 2$

1 ii



$$x^2 + x + 7 = 0$$

$$y = x^2 + x + 7 \text{ என்க}$$

$y = x^2 + x + 7$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	-3×-3	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3
	9	4	1	0	1	4	9
$+x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$+7$	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7
y	$9 - 3 + 7$	$4 - 2 + 7$	$1 - 1 + 7$	$0 + 0 + 7$	$1 + 1 + 7$	$4 + 2 + 7$	$9 + 3 + 7$
	13	9	7	7	9	13	19

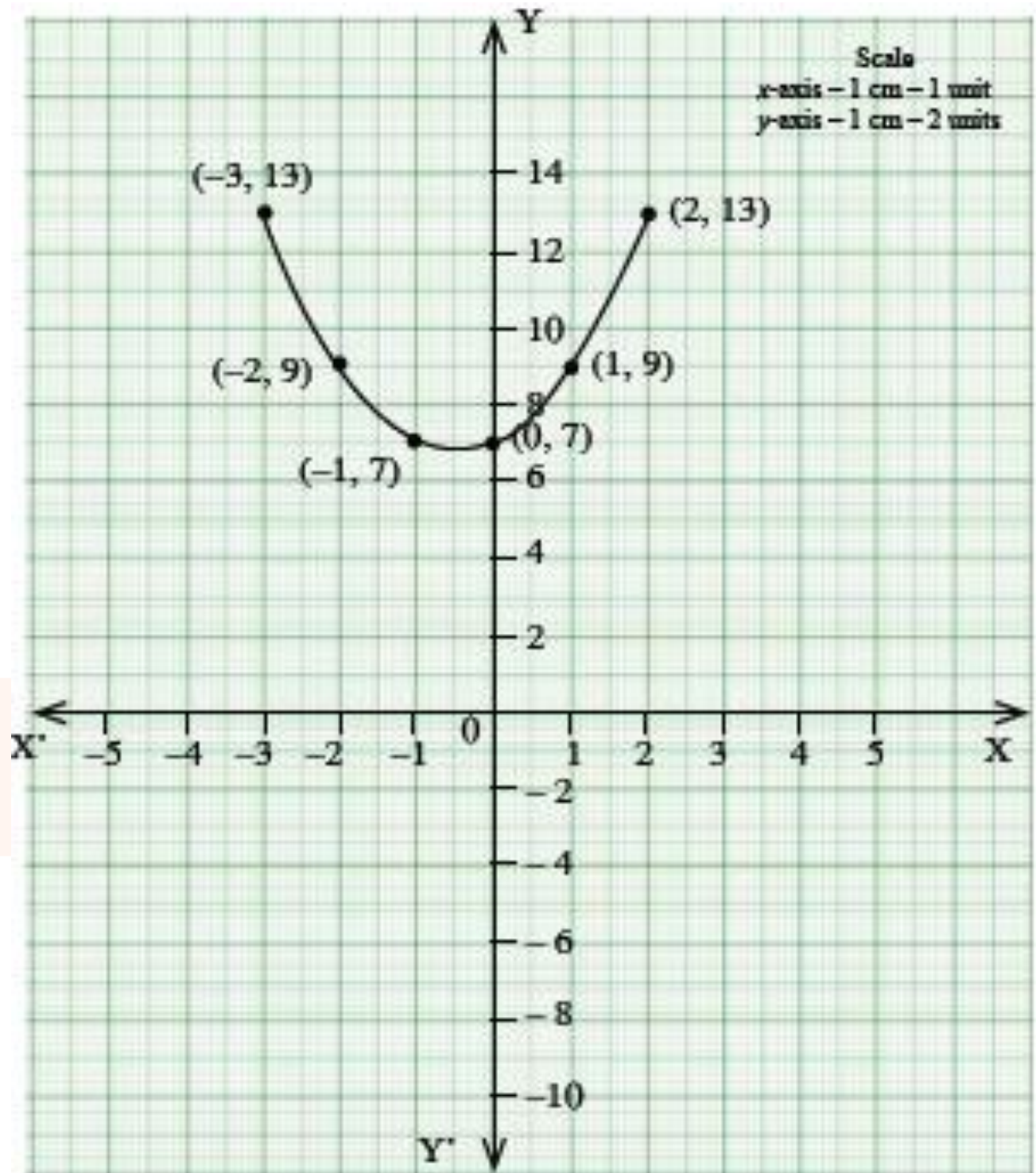
புள்ளிகள் : $\{ (-3,13)(-2,9)(-1,7)(0,7)(1,9)(2,13)(3,19) \}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 + x + 7 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை எந்த புள்ளியிலும் வெட்டவில்லை என்பதால் இதற்கு மெய்யெண் தீர்வுகள் இல்லை.

1 iii



$$x^2 - 9 = 0$$

$$y = x^2 - 9 \text{ என்க}$$

$y = x^2 - 9$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	-4 × -4	-3 × -3	-2 × -2	-1 × -1	0 × 0	1 × 1	2 × 2	3 × 3	4 × 4
	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9
y	16-9	9-9	4-9	1-9	0-9	1-9	4-9	9-9	16-9
	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

புள்ளிகள் : $\{ (-4,7) (-3,0) (-2,-5) (-1,-8) (0,-9) (1,-8) (2,-5) (3,0) (4,7) \}$

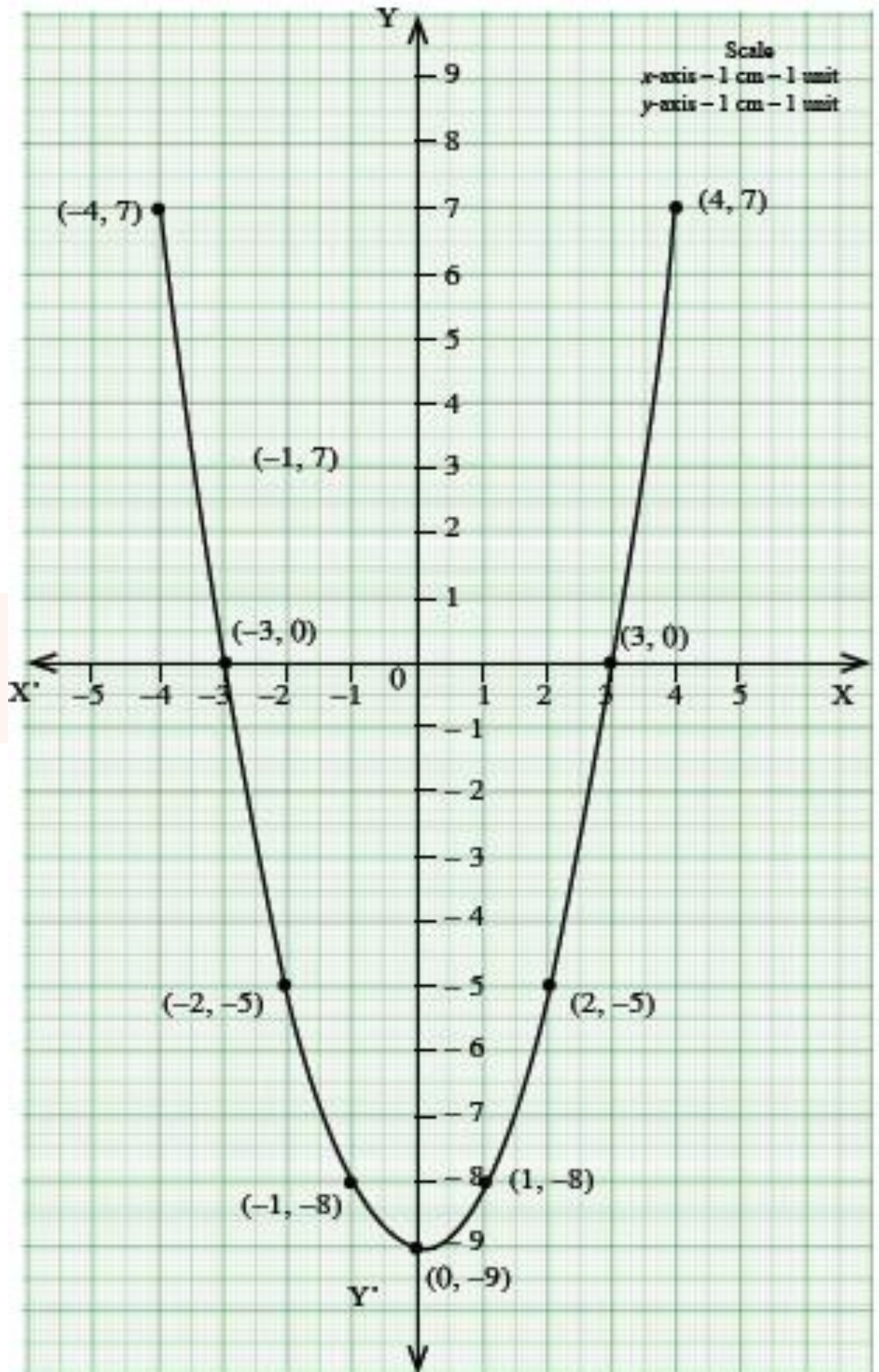
இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 - 9 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(-3,0)$ மற்றும் $(3,0)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இருதீர்வுகள் உண்டு.

$$\text{அவை } x = -3, x = 3$$

1 iv



$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$y = x^2 - 6x + 9 \text{ என்க}$$

$y = x^2 - 6x + 9$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5
	4	1	0	1	4	9	16	25
$-6x$	-6×-2	-6×-1	-6×0	-6×1	-6×2	-6×3	-6×4	-6×5
	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30
$+9$	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9
y	$4 + 12 + 9$	$1 + 6 + 9$	$0 + 0 + 9$	$1 - 6 + 9$	$4 - 12 + 9$	$9 - 18 + 9$	$16 - 24 + 9$	$25 - 30 + 9$
	25	16	9	4	1	0	1	4

புள்ளிகள் : $\{ (-2, 25) (-1, 16) (0, 9) (1, 4) (2, 1) (3, 0) (4, 1) (5, 4) \}$

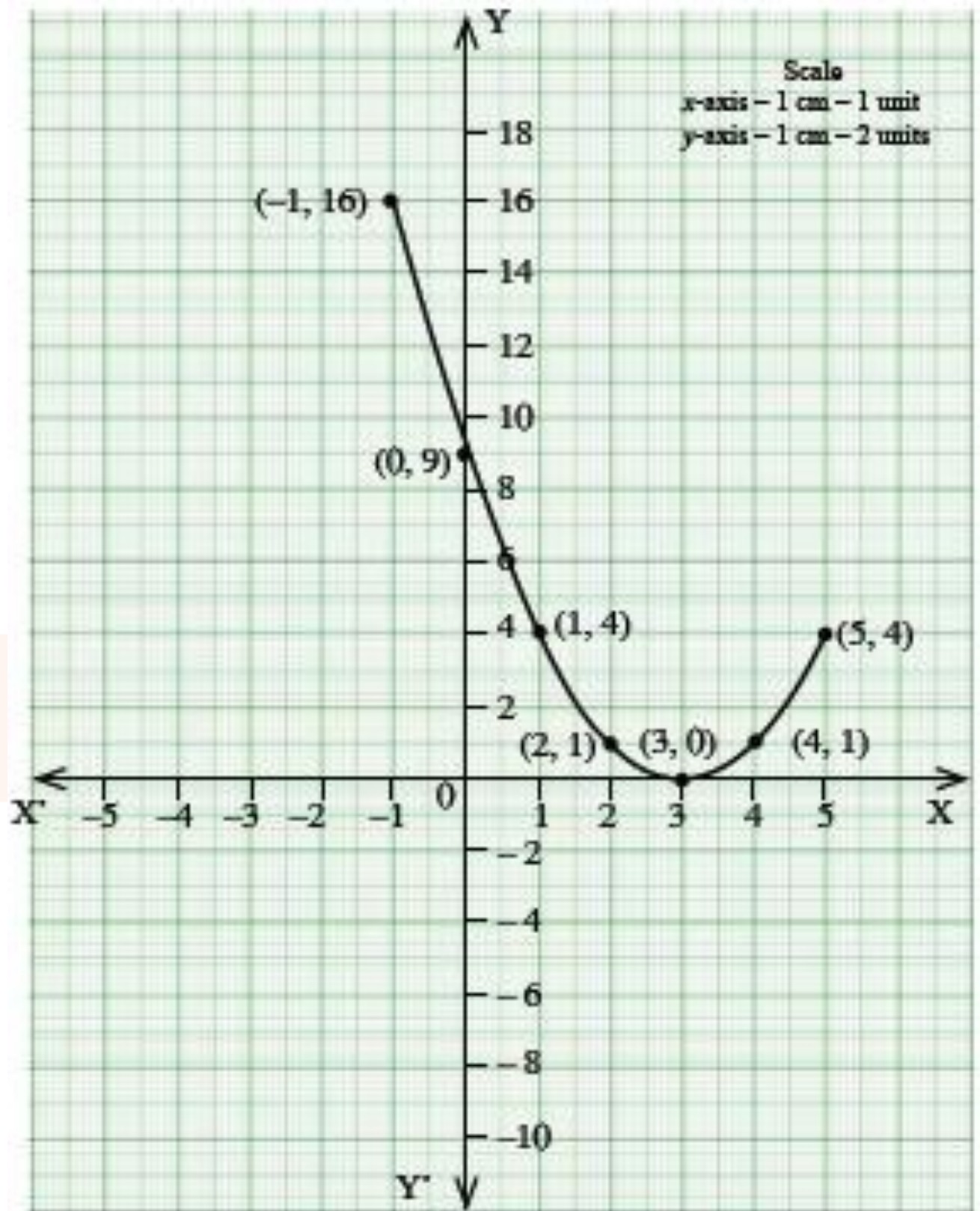
இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(3, 0)$ என்ற ஒரே புள்ளியில் தொடுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமான இருதீர்வுகள் உண்டு.

$$\text{அவை } x = 3, x = 3$$

1 v



vi

$$(2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\rightarrow 2x \times x + 2x \times 2 - 3 \times x - 3 \times 2 = 0$$

$$\rightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$

$$\rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$y = 2x^2 + x - 6 \text{ என்க}$$

$y = 2x^2 + x - 6$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x^2$	$2 \times -3 \times -3$ 18	$2 \times -2 \times -2$ 8	$2 \times -1 \times -1$ 2	$2 \times 0 \times 0$ 0	$2 \times 1 \times 1$ 2	$2 \times 2 \times 2$ 8	$2 \times 3 \times 3$ 18
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	$18 - 3 - 6$ 9	$8 - 2 - 6$ 0	$2 - 1 - 6$ -5	$0 + 0 - 6$ -6	$2 + 1 - 6$ -3	$8 + 2 - 6$ 4	$18 + 3 - 6$ 15

புள்ளிகள் : $\{ (-3, 9) (-2, 0) (-1, -5) (0, -6) (1, -3) (2, 4) (3, 15) \}$

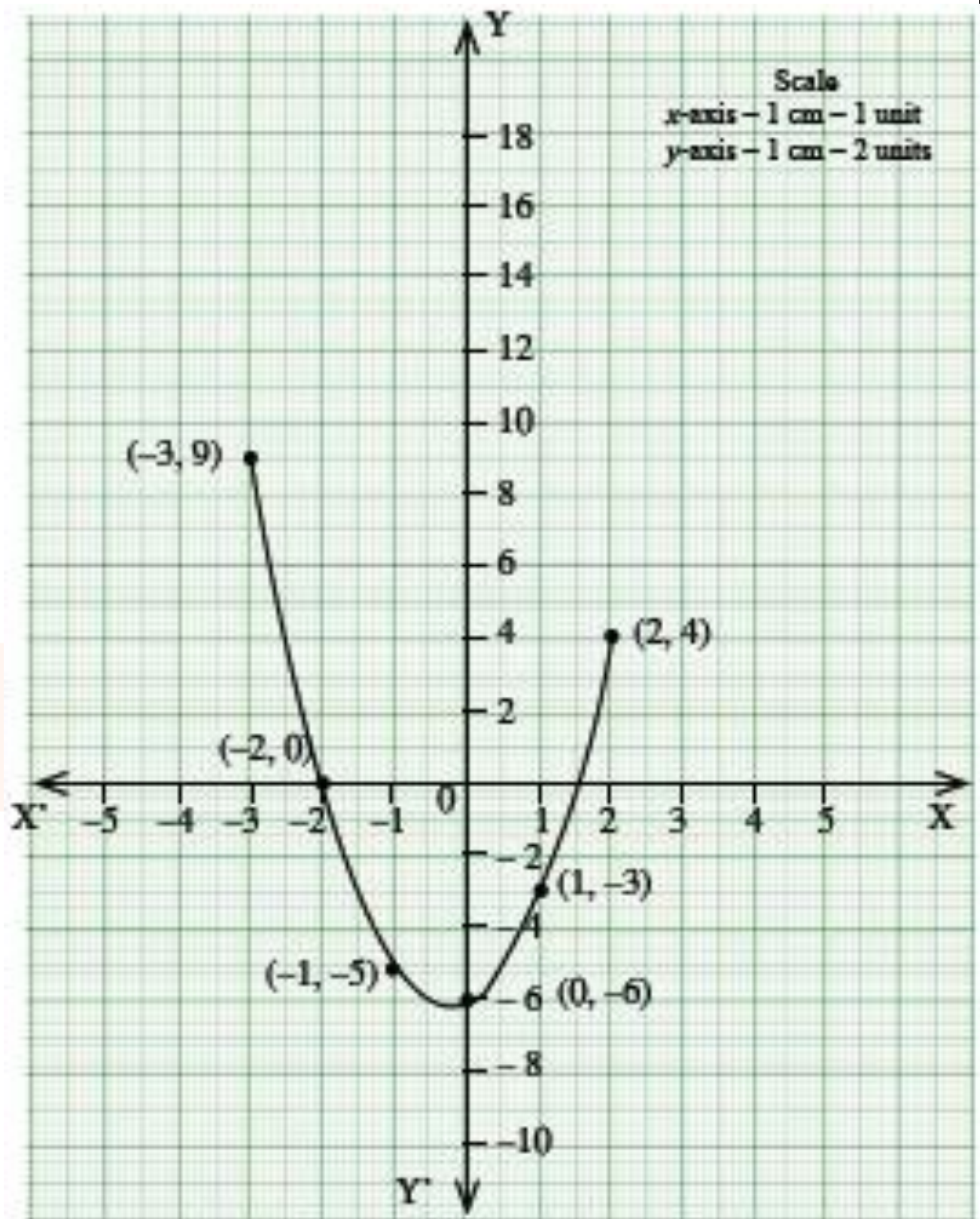
இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

தீர்வு :

$x^2 - 9 = 0$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(-2, 0)$ மற்றும் $(1.5, 0)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இருதீர்வுகள் உண்டு.

$$\text{அவை } x = -2, x = 1.5$$

1 vi



$y = x^2 - 4$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனை பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = x^2 - 4$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	16	9	4	1	0	1	4	9	16
y	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

புள்ளிகள் : $\{ (-4,12) (-3,5) (-2,0) (-1,-3) (0,-4) (1,-3) (2,0) (3,5) (4,12) \}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 - 4 \text{ லிருந்து } x^2 - x - 12 = 0 \text{ ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 + 0x - 4$$

$$0 = x^2 - x - 12$$

$$y = \quad +x + 8$$

$y = x + 8$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

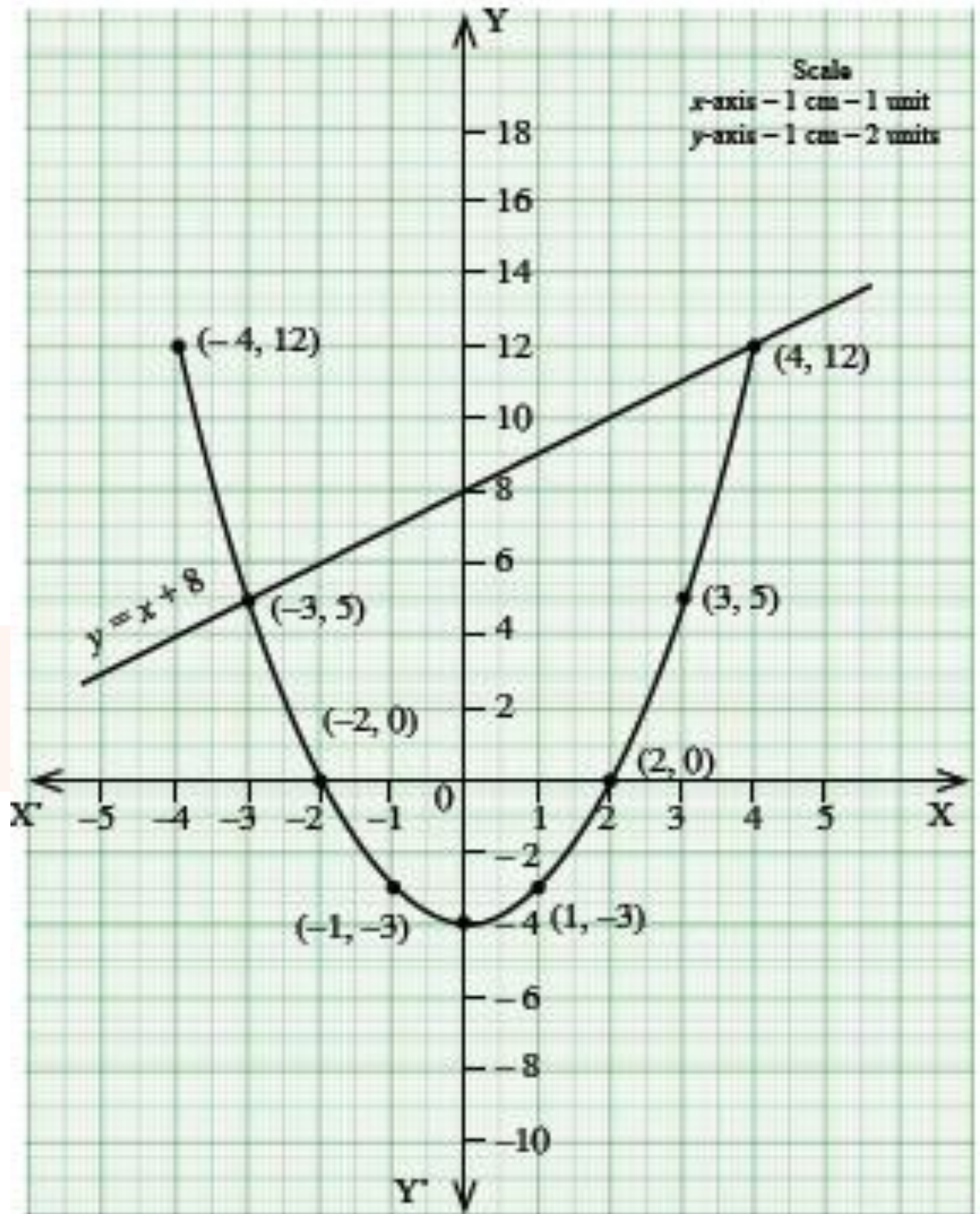
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8	+8
y	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12

இதன் வரைபடம் நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை $(-3, 5)$ மற்றும் $(4, 12)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் $x^2 - x - 12 = 0$ ன் தீர்வு $x = -3, x = 4$

2



$y = x^2 + x$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனை பயன்படுத்தி $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = x^2 + x$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	-3×-3	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3
	9	4	1	0	1	4	9
$+x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
	$9 - 3$	$4 - 2$	$1 - 1$	$0 - 0$	$1 + 1$	$4 + 2$	$9 + 3$
y	6	2	0	0	0	2	6

புள்ளிகள் : $\{ (-3,6), (-2,2), (-1,0), (0,0), (1,2), (2,6) \}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 + x \quad \text{லிருந்து} \quad x^2 + 1 = 0 \quad \text{ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 + x + 0$$

$$0 = x^2 + 0x + 1$$

$$y = \quad + x - 1$$

$y = x - 1$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

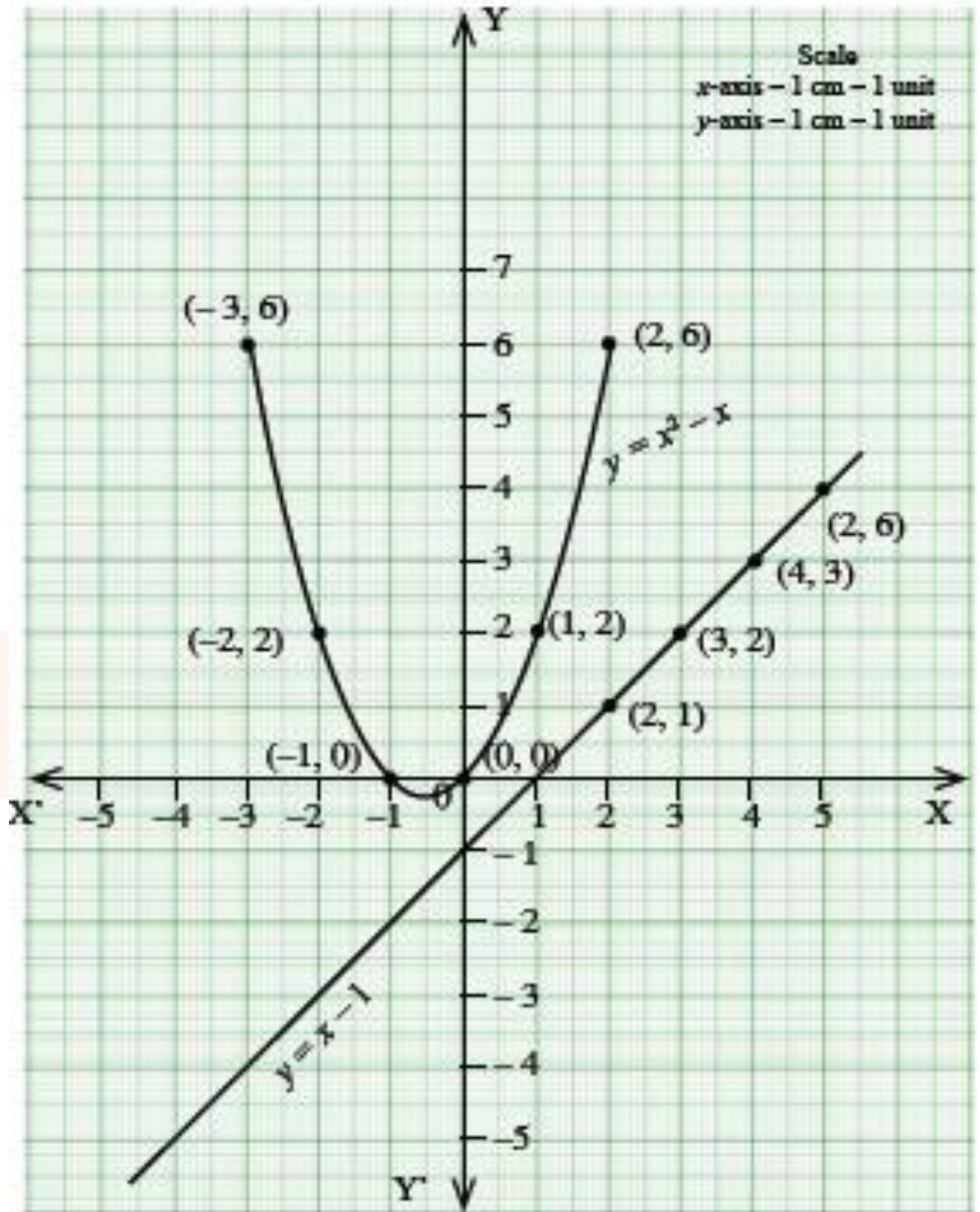
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3

இதன் வரைபடம் நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை எந்த புள்ளியிலும் வெட்டவில்லை என்பதால் $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மெய்யெண் தீர்வுகள் இல்லை.

3



$y = x^2 + 3x + 2$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனையப்படுத்தி $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = x^2 + 3x + 2$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	-3×-3	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3
	9	4	1	0	1	4	9
$+3x$	$+3 \times -3$	$+3 \times -2$	$+3 \times -1$	$+3 \times 0$	$+3 \times 1$	$+3 \times 2$	$+3 \times 3$
	-9	-6	-3	0	3	6	9
$+2$	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2
y	$9 - 9 + 2$	$4 - 6 + 2$	$1 - 3 + 2$	$0 + 0 + 2$	$1 + 3 + 2$	$4 + 6 + 2$	$9 + 9 + 2$
	2	0	0	2	6	12	20

புள்ளிகள் : $\{ (-4,6) (-3,2) (-2,0) (-1,0) (0,2) (1,6) (2,12) (3,20) \}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 + 3x + 2 \quad \text{லிருந்து} \quad x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \text{ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 + 3x + 2$$

$$0 = x^2 + 2x + 1$$

$$y = \quad + x + 1$$

$y = x + 1$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
y	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5

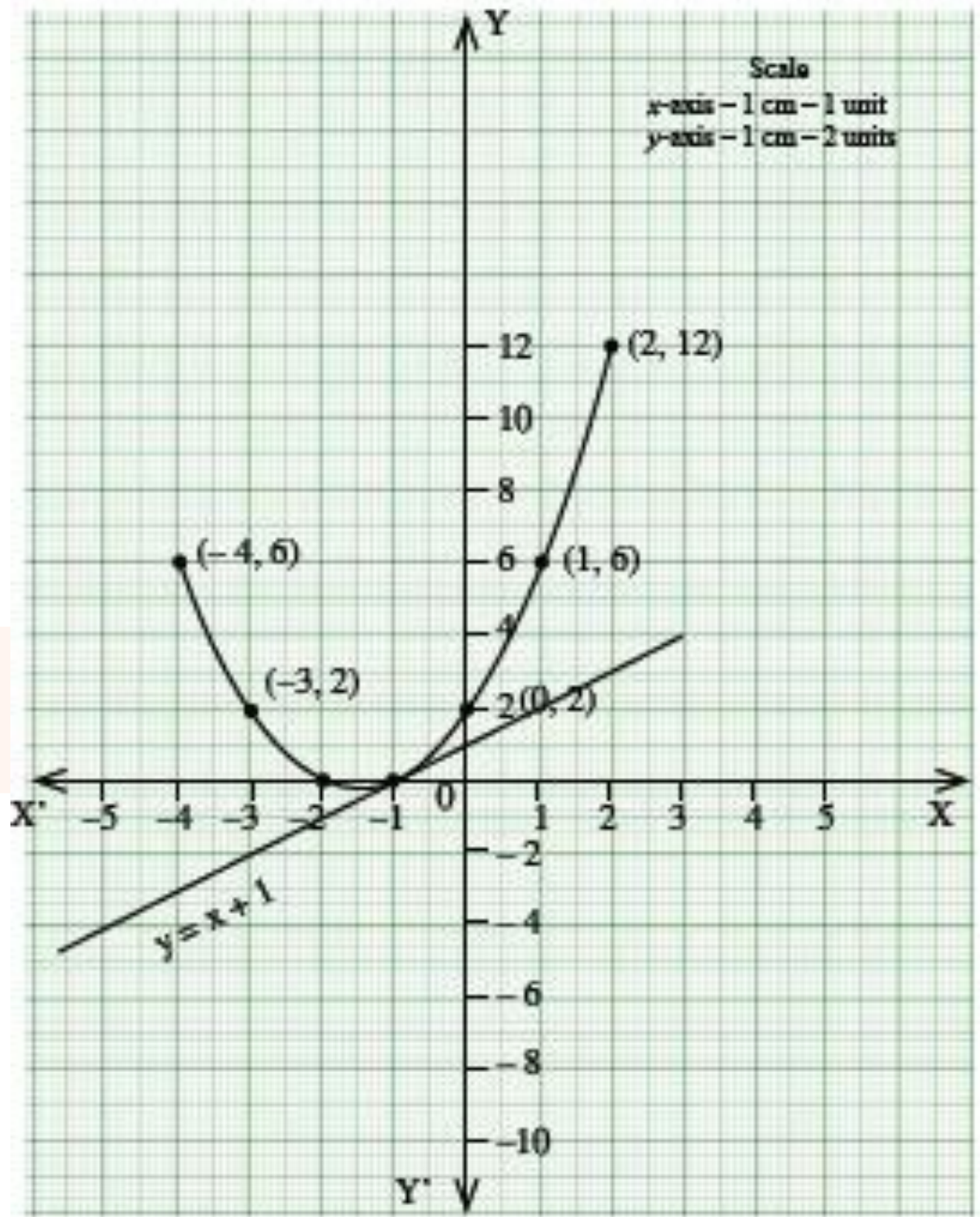
இதன் வரைபடம் நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை $(-1, 1)$ என்ற ஒரே புள்ளியில் தொடுவதால் $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மெய் மற்றும் சமமான இருதீர்வுகள் உண்டு.

$$\text{அவை} \quad x = -1, x = -1$$

4



$y = x^2 + 3x - 4$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனையப்படுத்தி $x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = x^2 + 3x - 4$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	-5×-5	-4×-4	-3×-3	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3
	25	16	9	4	1	0	1	4	9
$+3x$	$+3 \times -5$	$+3 \times -4$	$+3 \times -3$	$+3 \times -2$	$+3 \times -1$	$+3 \times 0$	$+3 \times 1$	$+3 \times 2$	$+3 \times 3$
	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
y	$25 - 15 - 4$	$16 - 12 - 4$	$9 - 9 - 4$	$4 - 6 - 4$	$1 - 3 - 4$	$0 + 0 - 4$	$1 + 3 - 4$	$4 + 6 - 4$	$9 + 9 - 4$
	+6	0	-4	-6	-6	-4	0	+6	+14

புள்ளிகள் : $\{ (-5, 6), (-4, 0), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -6), (0, -4), (1, 0), (2, 6), (3, 14) \}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 + 3x - 4 \quad \text{லிருந்து} \quad x^2 + 3x - 4 = 0 \quad \text{ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 + 3x - 4$$

$$0 = x^2 + 3x - 4$$

$$y = 0$$

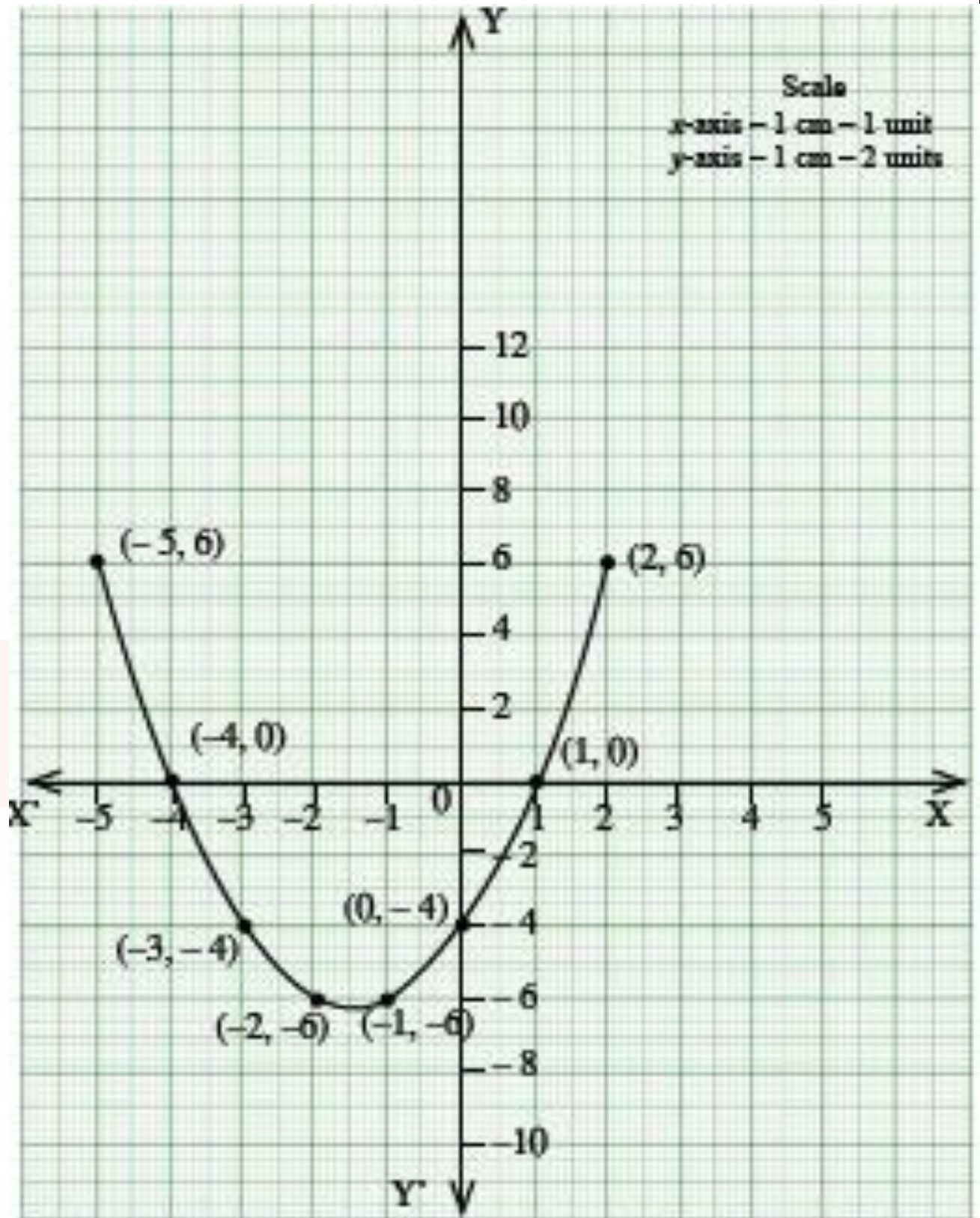
$$y = 0 \quad \text{என்பது} \quad X \quad \text{அச்சின் சமன்பாடு ஆகும்.}$$

தீர்வு :

$y = x^2 + 3x - 4$ என்ற பரவளையம் X அச்சை $(-4,1)$ மற்றும் $(1,0)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இருதீர்வுகள் உண்டு.

$$\text{அவை} \quad x = -4, x = 1$$

5



$y = x^2 - 5x - 6$ ன் வரைபடம்வரைந்து அதனையயன்படுத்தி $x^2 - 5x - 14 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = x^2 - 5x - 6$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
x^2	-3×-3	-2×-2	-1×-1	0×0	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5	6×6	7×7
	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49
$-5x$	-5×-3	-5×-2	-5×-1	-5×0	-5×1	-5×2	-5×3	-5×4	-5×5	-5×6	-5×7
	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
	$9 + 15 - 6$	$4 + 10 - 6$	$1 + 5 - 6$	$0 + 0 - 6$	$1 - 5 - 6$	$4 - 10 - 6$	$9 - 15 - 6$	$16 - 20 - 6$	$25 - 25 - 6$	$36 - 30 - 6$	$49 - 35 - 6$
y	18	8	0	-6	-10	-12	-12	-10	-6	0	8

புள்ளிகள்

: { $(-3, 18)$, $(-2, 8)$, $(-1, 0)$, $(0, -6)$, $(1, -10)$, $(2, -12)$, $(3, -12)$, $(4, -10)$, $(5, -6)$, $(6, 0)$, $(7, 8)$ }

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 - 5x - 6 \text{ லிருந்து } x^2 - 5x - 14 = 0 \text{ ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 - 5x - 6$$

$$0 = x^2 - 5x - 14$$

$$y = \quad + 8$$

$y = 8$ என்பது X அச்சிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

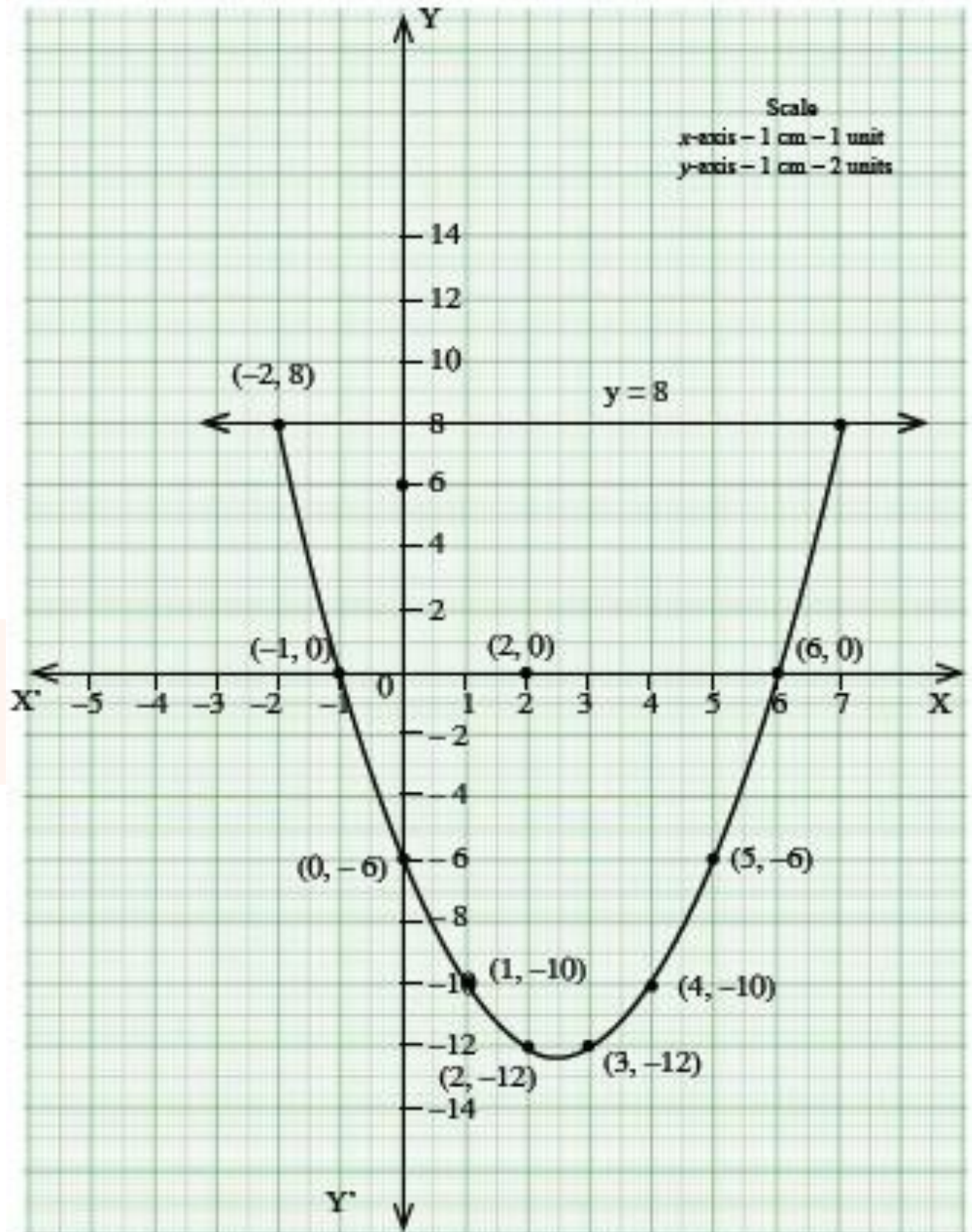
x	-2	-1	0	1	2
y	8	8	8	8	8

இதன் வரைபடம் $y = 8$ என்ற நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை $(-2, 8)$ மற்றும் $(7, 8)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் $x^2 - 5x - 14 = 0$ ன் தீர்வு $x = -2, x = 7$

6



$y = 2x^2 - 3x - 5$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனையன்படுத்தி
 $2x^2 - 4x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

முதலில் $y = 2x^2 - 3x - 5$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x^2$	$2 \times -3 \times -3$ 18	$2 \times -2 \times -2$ 8	$2 \times -1 \times -1$ 2	$2 \times 0 \times 0$ 0	$2 \times 1 \times 1$ 2	$2 \times 2 \times 2$ 8	$2 \times 3 \times 3$ 18
$-3x$	-3×-3 9	-3×-2 6	-3×-1 3	-3×0 0	-3×1 -3	-3×2 -6	-3×3 -9
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5
y	$18 + 9 - 5$ 22	$8 + 6 - 5$ 9	$2 + 3 - 5$ 0	$0 + 0 - 5$ -5	$2 - 3 - 5$ -6	$8 - 6 - 5$ -3	$18 - 9 - 5$ 4

புள்ளிகள் $(-2, 9)$ $(-1, 0)$ $(0, -5)$ $(1, -6)$ $(2, -3)$ $(3, 4)$ }

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = 2x^2 - 3x - 5 \quad \text{லிருந்து} \quad 2x^2 - 4x - 6 = 0 \quad \text{ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = 2x^2 - 3x - 5$$

$$0 = 2x^2 - 4x - 6$$

$$y = \quad + x + 1$$

$y = x + 1$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

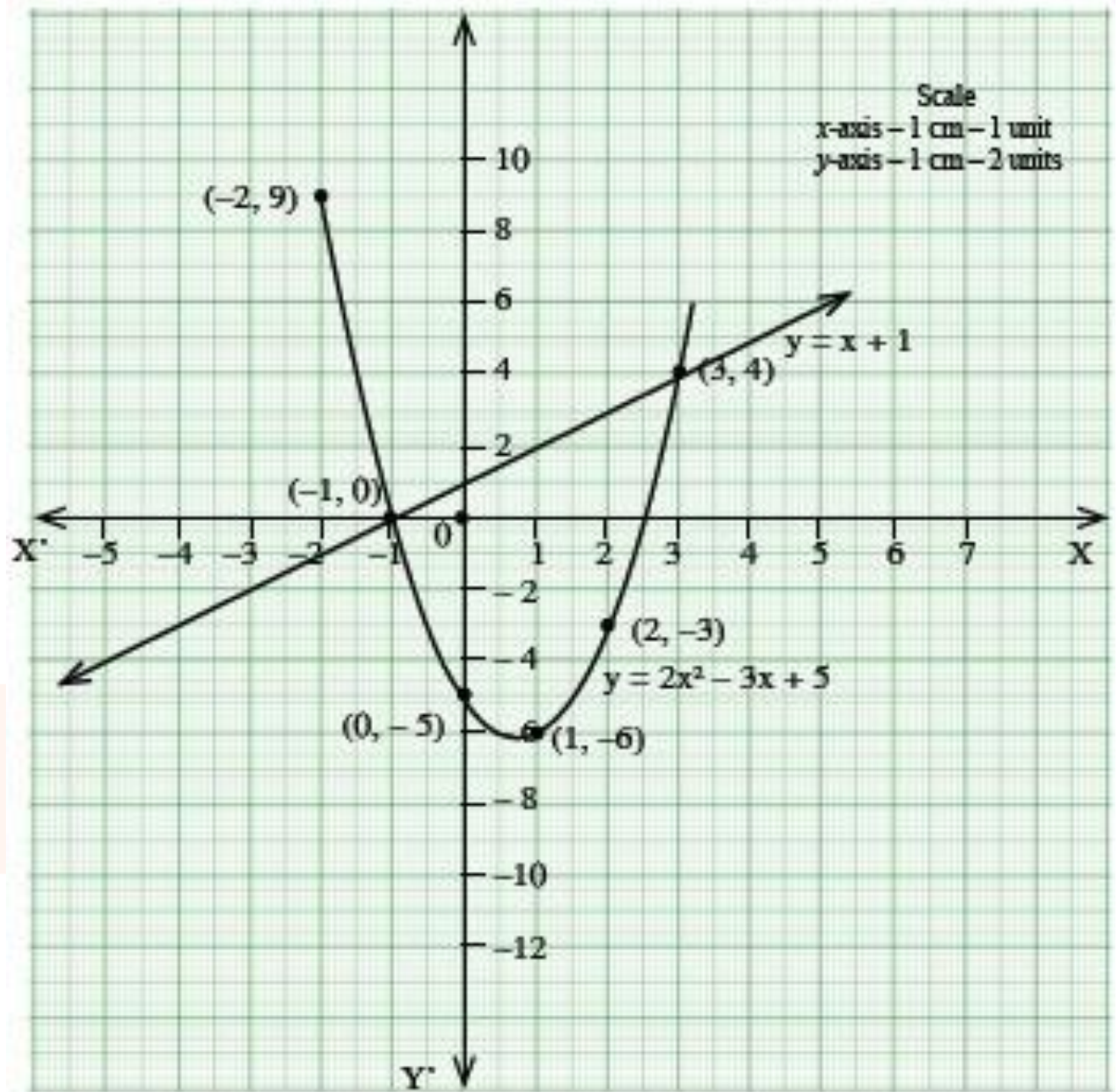
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
y	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5

இதன் வரைபடம் நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை $(-1, 0)$ மற்றும் $(3, 4)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் $2x^2 - 4x - 6 = 0$ ன் தீர்வு $x = -1, x = 3$

7



$$\begin{aligned}
 y &= (x-1)(x+3) \text{ ன் வரைபடம் வரைந்து அதனையப் படுத்தி} \\
 x^2 - x - 6 &= 0 \text{ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.} \\
 y &= (x-1)(x+3) = x \times x + x \times 3 - 1 \times x - 1 \times 3 \\
 y &= x^2 + 3x - x - 3 \\
 y &= x^2 + 2x - 3
 \end{aligned}$$

முதலில் $y = x^2 + 2x - 3$ ன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	-4 × -4	-3 × -3	-2 × -2	-1 × -1	0 × 0	1 × 1	2 × 2	3 × 3
	16	9	4	1	0	1	4	9
$+2x$	+2 × -4	+2 × -3	+2 × -2	+2 × -1	+2 × 0	+2 × 1	+2 × 2	+2 × 3
	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y	16 - 8 - 3	9 - 6 - 3	4 - 4 - 3	1 - 2 - 3	0 + 0 - 3	1 + 2 - 3	4 + 4 - 3	9 + 6 - 3
	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

புள்ளிகள் : $\{(-4,5) (-3,0)(-2,-3)(-1,-4) (0,-3)(1,0) (2,5)(3,12)\}$

இதன் வரைபடம் பரவளையம் ஆகும்.

$$y = x^2 + 2x - 3 \quad \text{லிருந்து} \quad x^2 - x - 6 = 0 \quad \text{ஐ கழிக்கவும்}$$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$0 = x^2 - x - 6$$

$$y = \quad +3x + 3$$

$y = 3x + 3$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இதன் வரைபடம் வரைவதற்கு (x, y) மதிப்புகளை அட்டவணைபடுத்துவோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$+3x$	$+3 \times -3$	$+3 \times -2$	$+3 \times -1$	$+3 \times 0$	$+3 \times 1$	$+3 \times 2$	$+3 \times 3$
	-9	-6	-3	0	3	6	9
$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$
	$-9 + 3$	$-6 + 3$	$-3 + 3$	$0 + 3$	$3 + 3$	$6 + 3$	$9 + 3$
y	-6	-3	0	+3	+6	+9	+12

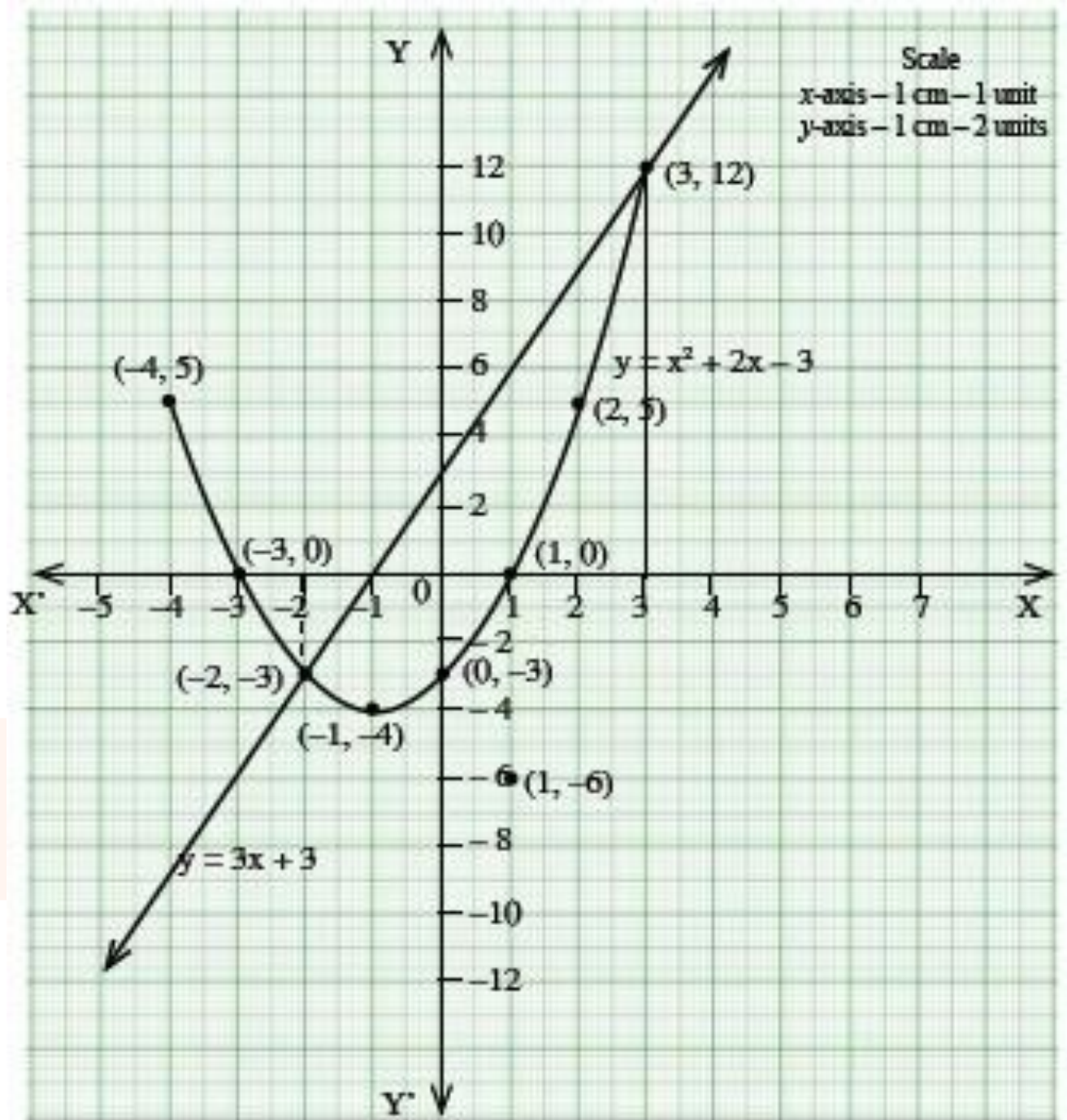
புள்ளிகள் : $\{ (-3, -6), (-2, -3), (-1, 0), (0, 3), (1, 6), (2, 9), (3, 12) \}$

இதன் வரைபடம் நேர்கோடாகும்.

தீர்வு :

நேர்கோடானது பரவளையத்தை $(-2, -3)$ மற்றும் $(3, 12)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் $x^2 - x - 6 = 0$ ன் தீர்வு $x = -2, x = 3$

8



		LN-3	EX-3.16	10 STD
		அணிகள்		
1		$A = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியில் i உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $= 4 \times 4 = 16$ ii அணியின் வரிசை $= 4 \times 4$ iii $a_{22} = \sqrt{7}$ $a_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $a_{24} = 5$ $a_{34} = 0$ $a_{43} = -11$ $a_{44} = 1$		
2		18 உறுப்புகளை கொண்ட அணியின் வரிசை $18 \times 1, 1 \times 18, 9 \times 2, 2 \times 9, 6 \times 3, 3 \times 6$ என்றவாறு அமையலாம் 6 உறுப்புகளை கொண்ட அணியின் வரிசை $6 \times 1, 1 \times 6, 3 \times 2, 2 \times 3$ என்றவாறு அமையலாம்		
3	i	3×3 வரிசை கொண்ட அணி $A_{33} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ $a_{ij} = i - 2j$ $a_{11} = 1 - 2 \times 1 = 1 - 2 = -1 = 1$ $a_{12} = 1 - 2 \times 2 = 1 - 4 = -3 = 3$ $a_{13} = 1 - 2 \times 3 = 1 - 6 = -5 = 5$ $a_{21} = 2 - 2 \times 1 = 2 - 2 = 0 = 0$ $a_{22} = 2 - 2 \times 2 = 2 - 4 = -2 = 2$ $a_{23} = 2 - 2 \times 3 = 2 - 6 = -4 = 4$ $a_{31} = 3 - 2 \times 1 = 3 - 2 = 1 = 1$ $a_{32} = 3 - 2 \times 2 = 3 - 4 = -1 = 1$ $a_{33} = 3 - 2 \times 3 = 3 - 6 = -3 = 3$ $\therefore A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$		

ii	3×3 வரிசை கொண்ட அணி $A_{33} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$ $a_{11} = \frac{(1+1)^3}{3} = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$ $a_{12} = \frac{(1+2)^3}{3} = \frac{3^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$ $a_{13} = \frac{(1+3)^3}{3} = \frac{4^3}{3} = \frac{64}{3}$ $a_{21} = \frac{(2+1)^3}{3} = \frac{3^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$ $a_{22} = \frac{(2+2)^3}{3} = \frac{4^3}{3} = \frac{64}{3}$ $a_{23} = \frac{(2+3)^3}{3} = \frac{5^3}{3} = \frac{125}{3}$ $a_{31} = \frac{(3+1)^3}{3} = \frac{4^3}{3} = \frac{64}{3}$ $a_{32} = \frac{(3+2)^3}{3} = \frac{5^3}{3} = \frac{125}{3}$ $a_{33} = \frac{(3+3)^3}{3} = \frac{6^3}{3} = \frac{216}{3} = 72$ $A_{33} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & 9 & \frac{64}{3} \\ 9 & \frac{64}{3} & \frac{125}{3} \\ \frac{64}{3} & \frac{125}{3} & 72 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ A ன் நிரை நிரல் மாற்று அணி A^T $\therefore A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$

5		$A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ $-A = -\begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & 3 \\ \sqrt{5} & -2 \\ -\sqrt{3} & 5 \end{pmatrix}$ $-A$ ன் நிரை நிரல் மாற்று அணி $(-A)^T$ $\therefore (-A)^T = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & \sqrt{5} & -\sqrt{3} \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$
6		$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $A^T = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$ $(A^T)^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} = A$ $\therefore (A^T)^T = A$
7	i	x, y மற்றும் z ன் மதிப்பை காண்க $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ இரு அணிகளும் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $x = 3$ $y = 12$ $z = 3$
	ii	x, y மற்றும் z ன் மதிப்பை காண்க $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ இரு அணிகளும் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $x + y = 6 \quad \text{-----} \textcircled{1}$ $5 + z = 5 \quad \text{-----} \textcircled{2}$ $xy = 8 \quad \text{-----} \textcircled{3}$

① → $y = 6 - x$ என ③ ல் பிரதியிட

$$x(6 - x) = 8$$

$$6x - x^2 = 8$$

$$-x^2 + 6x - 8 = 0$$

(-1) ஆல் இருபுறமும் பெருக்க $x^2 - 6x + 8 = 0$

காரணிபடுத்த $(x - 2)(x - 4) = 0$

$x = 2$ அல்லது $x = 4$ எனவே

$$x = 2 \text{ எனில் } y = 6 - 2 = 4$$

$$x = 4 \text{ எனில் } y = 6 - 4 = 2$$

$$② \Rightarrow z = 5 - 5 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4, z = 0$$

$$x = 4, y = 2, z = 0$$

iii

$$\begin{pmatrix} x + y + z \\ x + z \\ y + z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

இரு அணிகளும் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம்

$$x + y + z = 9 \text{ ----- } ①$$

$$x + z = 5 \text{ ----- } ②$$

$$y + z = 7 \text{ ----- } ③$$

$x + z = 5$ என ① ல் பிரதியிட $x + z + y = 9$

$$5 + y = 9$$

$$y = 9 - 5$$

$$y = 4$$

$y = 4$ என ③ ல் பிரதியிட $4 + z = 7$

$$z = 7 - 4$$

$$z = 3$$

$z = 3$ என ② ல் பிரதியிட $x + 3 = 5$

$$x = 5 - 3$$

$$x = 2$$

$$x = 2, y = 4, z = 3$$

		LN-3	EX-3.17	10 STD
1	i	அணிகளின் மீதான செயல்கள் - அணிகளின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல் $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ நாம் சரிபார்க்க வேண்டியது $A + B = B + A$ $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$ $B + A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$ $\therefore A + B = B + A$		
	ii	$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$ நாம் சரிபார்க்க வேண்டியது $A + (-A) = (-A) + A = 0$ $A + (-A) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & +3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(-A) + A = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & +3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\therefore A + (-A) = (-A) + A = 0$		
2		$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ நாம் சரிபார்க்க வேண்டியது $A + (B + C) = (A + B) + C$ $B + C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ $A + (B + C) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{1}$		

		$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ $(A + B) + C = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து $A + (B + C) = (A + B) + C$
3		$X + Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{1}$ $X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{2}$ $\textcircled{1} + \textcircled{2} = X + Y + X - Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $2X = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ $X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$ $\textcircled{1} - \textcircled{2} = X + Y - (X - Y) = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $2Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $Y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ $Y = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
4	i	$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ $B - 5A = ?$ $B - 5A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

		$= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 20 & 45 \\ 40 & 15 & 35 \end{pmatrix}$ $B - 5A = \begin{pmatrix} 7 & -17 & -37 \\ -39 & -11 & -26 \end{pmatrix}$ $3A - 9B = 3 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} - 9 \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 & 12 & 27 \\ 24 & 9 & 21 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 63 & 27 & 72 \\ 9 & 36 & 81 \end{pmatrix}$ $3A - 9B = \begin{pmatrix} -63 & -15 & -45 \\ 15 & -27 & -60 \end{pmatrix}$
5	i	x, y மற்றும் z களின் மதிப்புகளை காண்க $\begin{pmatrix} x-3 & 3x-z \\ x+y+7 & x+y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ அணிகள் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $\begin{aligned} x-3 &= 1 & \text{-----} & \textcircled{1} \\ 3x-z &= 0 & \text{-----} & \textcircled{2} \\ x+y+7 &= 1 & \text{-----} & \textcircled{3} \\ x+y+z &= 6 & \text{-----} & \textcircled{4} \end{aligned}$ $\textcircled{1} \rightarrow x-3=1$ $x=1+3=4$ $x=4$ என $\textcircled{2}$ ல் பிரதியிட $3 \times 4 - z = 0$ $12 - z = 0$ $z = 12$ $x=4, z=12$ என $\textcircled{4}$ ல் பிரதியிட $4 + y + 12 = 6$ $y = 6 - 16$ $y = -10$ $x=4, y=-10, z=12$
	ii	$(x \ y - z \ z + 3) + (y \ 4 \ 3) = (4 \ 8 \ 16)$ $(x + y \ y - z + 4 \ z + 3 + 3) = (4 \ 8 \ 16)$ அணிகள் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $\begin{aligned} x + y &= 4 & \text{-----} & \textcircled{1} \\ y - z + 4 &= 8 & \text{-----} & \textcircled{2} \\ z + 3 + 3 &= 16 & \text{-----} & \textcircled{3} \end{aligned}$

$$\textcircled{3} \rightarrow z + 3 + 3 = 16$$

$$z + 6 = 16$$

$$z = 16 - 6$$

$$z = 10$$

$$z = 10 \text{ என } \textcircled{2} \text{ ல் பிரதியிட } y - 10 + 4 = 8$$

$$y - 6 = 8$$

$$y = 8 + 6$$

$$y = 14$$

$$y = 14 \text{ என } \textcircled{1} \text{ ல் பிரதியிட } x + 14 = 4$$

$$x = 4 - 14$$

$$x = -10$$

$$x = -10, y = 14, z = 10$$

6

$$x \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x \\ -3x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2y \\ 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x - 2y \\ -3x + 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

அணிகள் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம்

$$4x - 2y = 4 \text{ ----- } \textcircled{1}$$

$$-3x + 3y = 6 \text{ ----- } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \div 2 + \textcircled{2} \div 3 \rightarrow 2x - y = 2$$

$$-x + y = 2$$

$$x + 0 = 4$$

$$x = 4$$

$$x = 4 \text{ என } \textcircled{1} \text{ ல் பிரதியிட } 4 \times 4 - 2y = 4$$

$$16 - 2y = 4$$

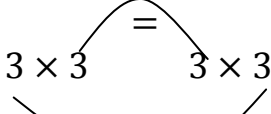
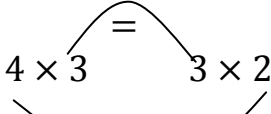
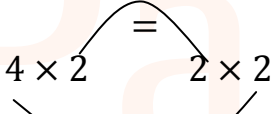
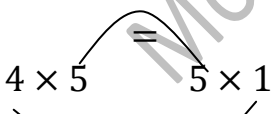
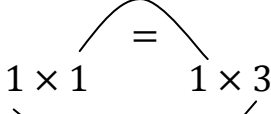
$$-2y = 4 - 16 = -12$$

$$y = \frac{-12}{-2}$$

$$y = 6$$

$$x = 4, y = 6$$

7	x ன் பூச்சியமற்ற மதிப்பை காண்க $x \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ 4 & 4x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x^2 + 8 & 24 \\ 10 & 6x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2x^2 & 2x \\ 3x & x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 10x \\ 8 & 8x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 48 \\ 20 & 12x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 12x \\ 3x + 8 & x^2 + 8x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 48 \\ 20 & 12x \end{pmatrix}$ அணிகள் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $12x = 48$ $x = \frac{48}{12}$ $x = 4$
8	x, y ஐத் தீர்க்க $\begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4x \\ -2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x^2 - 4x \\ y^2 - 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ அணிகள் சமம் எனவே ஒத்த உறுப்புகள் சமம் $x^2 - 4x = -5$ $x^2 - 4x + 5 = 0$ $(x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 5 \quad x = -1$ $y^2 - 2y = 8$ $y^2 - 2y - 8 = 0$ $(y - 4)(y + 2) = 0 \Rightarrow y = 4 \quad y = -2$

		LN-3	EX-3.18	10 STD
		அணிகளின் பெருக்கல்		
1	i	A ன் வரிசை $= 3 \times 3$ B ன் வரிசை $= 3 \times 3$  பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= 3 \times 3$		
	ii	A ன் வரிசை $= 4 \times 3$ B ன் வரிசை $= 3 \times 2$  பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= 4 \times 2$		
	iii	A ன் வரிசை $= 4 \times 2$ B ன் வரிசை $= 2 \times 2$  பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= 4 \times 2$		
	iv	A ன் வரிசை $= 4 \times 5$ B ன் வரிசை $= 5 \times 1$  பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= 4 \times 1$		
	v	A ன் வரிசை $= 1 \times 1$ B ன் வரிசை $= 1 \times 3$  பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= 1 \times 3$		

2	A ன் வரிசை $= p \times q$ B ன் வரிசை $= q \times r$ AB ன் வரிசையை காண $p \times q \quad \quad q \times r$ பெருக்கல் அணியின் வரிசை $\therefore AB$ ன் வரிசை $= p \times r$ BA ன் வரிசையை காண $q \times r \quad \quad p \times q$ $\rightarrow$ பெருக்கல் அணி காண இயலாது $\therefore BA$ அணி காண இயலாது
3	A ன் வரிசை $= a \times (a + 3)$ B ன் வரிசை $= b \times (17 - b)$ AB அணி காண இயலும் என்பதால் $a \times (a + 3) \quad \quad b \times (17 - b)$ $\Rightarrow a + 3 = b$ ----- ① BA அணி காண இயலும் என்பதால் $b \times (17 - b) \quad \quad a \times (a + 3)$ $\Rightarrow 17 - b = a$ ----- ② $b = a + 3$ என ②ல் பிரதியிட $\Rightarrow 17 - (a + 3) = a$ $17 - a - 3 = a$ $17 - 3 = a + a$ $14 = 2a$ $a = \frac{14}{2} = 7$ $a = 7$ என ①ல் பிரதியிட $\Rightarrow 7 + 3 = b$ $b = 10$ $a = 7, b = 10$

4

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

சரிபார்க்கவேண்டியது $AB \neq BA$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 + 5 \times 2 & 2 \times (-3) + 5 \times 5 \\ 4 \times 1 + 3 \times 2 & 4 \times (-3) + 3 \times 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 + 10 & -6 + 25 \\ 4 + 6 & -12 + 15 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 12 & 19 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{1}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 2 + (-3) \times 4 & 1 \times 5 + (-3) \times 3 \\ 2 \times 2 + 5 \times 4 & 2 \times 5 + 5 \times 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 - 12 & 5 - 9 \\ 4 + 20 & 10 + 15 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -10 & -4 \\ 24 & 25 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{2}$$

① மற்றும் ② லிருந்து $AB \neq BA$

5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

சரிபார்க்கவேண்டியது $A(B + C) = AB + AC$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1+1 & -1+3 & 2+2 \\ 3-4 & 5+1 & 2+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 3 \times (-1) & 1 \times 2 + 3 \times 6 & 1 \times 4 + 3 \times 5 \\ 5 \times 2 + (-1) \times (-1) & 5 \times 2 + (-1) \times 6 & 5 \times 4 + (-1) \times 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 + (-3) & 2 + 18 & 4 + 15 \\ 10 + 1 & 10 + (-6) & 20 + (-5) \end{pmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned}
 AB + AC &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 3 \times 3 & 1 \times (-1) + 1 \times 5 & 1 \times 2 + 3 \times 2 \\ 5 \times 1 + (-1) \times 3 & 5 \times (-1) + (-1) \times 5 & 5 \times 2 + (-1) \times 2 \end{pmatrix} + \\
 &\quad \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 3 \times (-4) & 1 \times 3 + 3 \times 1 & 1 \times 2 + 3 \times 3 \\ 5 \times 1 + (-1) \times (-4) & 5 \times 3 + (-1) \times 1 & 5 \times 2 + (-1) \times 3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1+9 & -1+5 & 2+6 \\ 5-3 & -5-5 & 10-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 10 & 4 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \text{ ----- ②}$$

① மற்றும் ② லிருந்து $A(B + C) = AB + AC$

6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

நிரூபிக்கவேண்டியது $AB = BA$

$$\begin{aligned}
 AB &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 2 \times (-3) & 1 \times (-2) + 2 \times 1 \\ 3 \times 1 + 1 \times (-3) & 3 \times (-2) + 1 \times 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 + (-6) & -2 + 2 \\ 3 + (-3) & -6 + 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \text{ ----- ①}$$

$$\begin{aligned}
 BA &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \times 1 + (-2) \times 3 & 1 \times 2 + (-2) \times 1 \\ -3 \times 1 + 1 \times 3 & -3 \times 2 + 1 \times 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 + (-6) & 2 - 2 \\ -3 + 3 & -6 + 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \text{ ----- ②}$$

① மற்றும் ② லிருந்து $AB = BA$

7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

நிருபிக்கவேண்டியது $A(BC) = (AB)C$

i

$$\begin{aligned} A(BC) &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \left\{ \begin{pmatrix} 4 \times 2 + 0 \times 1 & 4 \times 0 + 0 \times 2 \\ 1 \times 2 + 5 \times 1 & 1 \times 0 + 5 \times 2 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 + 0 & 0 + 0 \\ 2 + 5 & 0 + 10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \times 8 + 2 \times 7 & 1 \times 0 + 2 \times 10 \\ 1 \times 8 + 3 \times 7 & 1 \times 0 + 3 \times 10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 + 14 & 0 + 20 \\ 8 + 21 & 0 + 30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \text{ ----- } \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} (AB)C &= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \right\} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \left\{ \begin{pmatrix} 1 \times 4 + 2 \times 1 & 1 \times 0 + 2 \times 5 \\ 1 \times 4 + 3 \times 1 & 1 \times 0 + 3 \times 5 \end{pmatrix} \right\} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 + 2 & 0 + 10 \\ 4 + 3 & 0 + 15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 \times 2 + 10 \times 1 & 6 \times 0 + 10 \times 2 \\ 7 \times 2 + 15 \times 1 & 7 \times 0 + 15 \times 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 + 10 & 0 + 20 \\ 14 + 15 & 0 + 30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \text{ ----- } \textcircled{2}$$

① மற்றும் ② லிருந்து $A(BC) = (AB)C$

ii	நிருபிக்கவேண்டியது $(A - B)C = AC - BC$ $(A - B)C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \right\} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $= \left\{ \begin{pmatrix} 1-4 & 2-0 \\ 1-1 & 3-5 \end{pmatrix} \right\} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -3 \times 2 + 2 \times 1 & -3 \times 0 + 2 \times 2 \\ 0 \times 2 + (-2) \times 1 & 0 \times 0 + (-2) \times 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -6 + 2 & 0 + 4 \\ 0 - 2 & 0 - 4 \end{pmatrix}$ $(A - B)C = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \text{ ----- ①}$ $AC - BC = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 2 \times 1 & 1 \times 0 + 2 \times 2 \\ 1 \times 2 + 3 \times 1 & 1 \times 0 + 3 \times 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \times 2 + 0 \times 1 & 4 \times 2 + 0 \times 1 \\ 1 \times 2 + 5 \times 1 & 1 \times 0 + 5 \times 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 2 + 2 & 0 + 4 \\ 2 + 3 & 0 + 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 + 0 & 8 + 0 \\ 2 + 5 & 0 + 10 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 4 - 8 & 4 - 8 \\ 5 - 7 & 6 - 10 \end{pmatrix}$ $AC - BC = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -3 & -7 \end{pmatrix} \text{ ----- ②}$ ① மற்றும் ② லிருந்து $(A - B)C = AC - BC$
iii	நிருபிக்கவேண்டியது $(A - B)^T = A^T - B^T$ $A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

	$(A - B)^T = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{1}$ $A^T - B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \text{-----} \textcircled{2}$ ① மற்றும் ② லிருந்து $(A - B)^T = A^T - B^T$
8	$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{pmatrix}$ நிருபிக்கவேண்டியது $A^2 + B^2 = I$ $ \begin{aligned} A^2 + B^2 &= \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \cos^2 \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin^2 \theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & 0 + 0 \\ 0 + 0 & \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I \end{aligned} $ $A^2 + B^2 = I$
9	$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ நிருபிக்கவேண்டியது $AA^T = I$ $ \begin{aligned} AA^T &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta + \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta + \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I \end{aligned} $ $AA^T = I$

10	$A^2 = I \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 25 - 24 & -20 + 20 \\ 30 - 30 & -24 + 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$ $A^2 = I \Rightarrow \therefore A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$
11	$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ நிருபிக்கவேண்டியது $A^2 - (a + d)A = (bc - ad)I_2$ $A^2 - (a + d)A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - (a + d) \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ca + dc & cb + d^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (a + d)a & (a + d)b \\ (a + d)c & (a + d)d \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ca + dc & cb + d^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a^2 + da & ab + db \\ ac + dc & ad + d^2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} bc - da & 0 \\ 0 & cb - ad \end{pmatrix}$ $= (bc - ad) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A^2 - (a + d)A = (bc - ad)I_2$
12	$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ நிருபிக்கவேண்டியது $(AB)^T = B^T A^T$ $AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 5 + 2 + 45 & 35 + 4 - 9 \\ 1 + 2 + 40 & 7 + 4 - 8 \end{pmatrix}$ $AB = \begin{pmatrix} 52 & 30 \\ 43 & 3 \end{pmatrix}$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} \text{ ----- ①}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 + 2 + 45 & 1 + 2 + 40 \\ 35 + 4 - 9 & 7 + 4 - 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} \text{ ----- ②}$$

① மற்றும் ② லிருந்து $(AB)^T = B^T A^T$

13

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

நிருபிக்கவேண்டியது $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 7 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

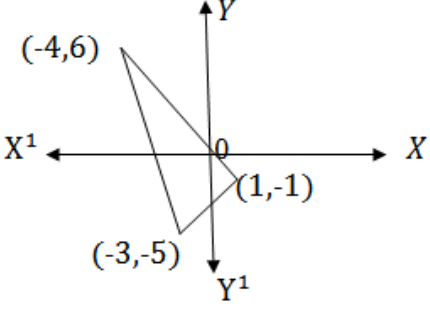
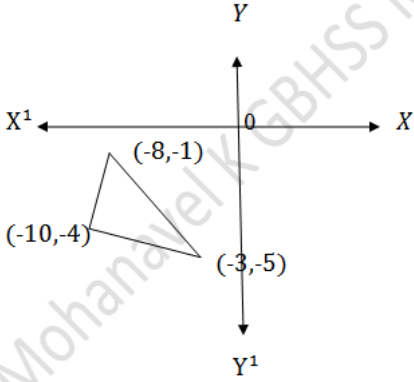
$$= \begin{pmatrix} 9 - 1 & 3 + 2 \\ -3 - 2 & -1 + 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 - 15 + 7 & 5 - 5 + 0 \\ -5 + 5 + 0 & 3 - 10 + 7 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

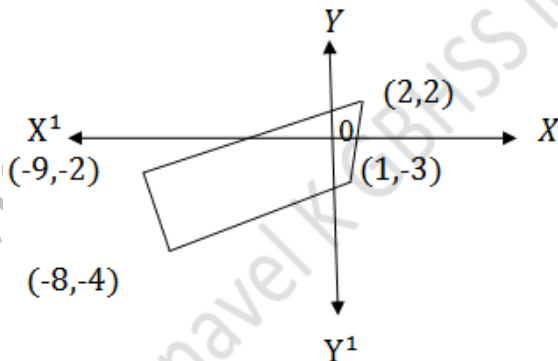
இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளின் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே

		LN-5	EX-5.1	STD-10
1	i	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(1, -1)$, $(-4, 6)$, $(-3, -5)$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிகாரமுள்ளின் எதிர் திசையில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்  $A(1, -1)$ $B(-4, 6)$ $C(-3, -5)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) என்க ΔABC -ன் பரப்பு $= \frac{1}{2} \{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [1 \times 6 + (-4) \times (-5) + (-3) \times (-1)] - [(-4) \times (-1) + (-3) \times 6 + 1 \times (-5)] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [6 + 20 + 3] - [4 + (-18) + (-5)] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [29] - [4 - 18 - 5] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [29] - [-19] \}$ $= \frac{1}{2} \{ 29 + 19 \}$ $= \frac{1}{2} \{ 48 \}$ $= 24$ சதுர அலகுகள்		
	ii	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(-10, -4)$, $(-8, -1)$, $(-3, -5)$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிகாரமுள்ளின் எதிர் திசையில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும் 		

		$A(-10, -4)$ $B(-3, -5)$ $C(-8, -1)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) என்க ΔABC -ன் பரப்பு = $\frac{1}{2} \{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [(-10) \times (-5) + (-3) \times (-1) + (-8) \times (-4)] - [(-3) \times (-4) + (-8) \times (-5) + (-10) \times (-1)] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [50 + 3 + 32] - [12 + 40 + 10] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [85] - [62] \}$ $= \frac{1}{2} \{ 23 \}$ $= 11.5$ சதுர அலகுகள்
2	i	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $A(-\frac{1}{2}, 3)$ $B(-5, 6)$ $C(-8, 8)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) என்க ΔABC -ன் பரப்பு = $\frac{1}{2} \{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \}$ $= \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(-\frac{1}{2}\right) \times 6 + (-5) \times 8 + (-8) \times 3 \right] - [(-5) \times 3 + (-8) \times 6 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times 8] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(-\frac{6}{2}\right) + (-40) + (-24) \right] - [(-15) + (-48) + \left(-\frac{8}{2}\right)] \right\}$ $= \frac{1}{2} \{ [-3 - 40 - 24] - [-15 - 48 - 4] \}$ $= \frac{1}{2} \{ [-67] - [-67] \}$ $= \frac{1}{2} \{ -67 + 67 \}$ $= \frac{1}{2} \{ 0 \}$ $= 0$ சதுர அலகுகள் எனவே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ளன.
	ii	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $A(a, b + c)$ $B(b, c + a)$ $C(c, a + b)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) என்க

		$\Delta ABC \text{ -ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [a \times (c + a) + b \times (a + b) + c \times (b + c)] - [b \times (b + c) + c \times (c + a) + a \times (a + b)] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [ac + a^2 + ba + b^2 + cb + c^2] - [b^2 + bc + c^2 + ca + a^2 + ab] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ ac + a^2 + ba + b^2 + cb + c^2 - b^2 - bc - c^2 - ca - a^2 - ab \right\}$ $= \frac{1}{2} \{0\}$ $= 0 \text{ சதுர அலகுகள்}$ எனவே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ளன.
3		மூக்கோணத்தின் பரப்பு = 20 சதுர அலகுகள் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் (0,0) (p,8) (6,2) (x₁, y₁) (x₂, y₂) (x₃, y₃) என்க $\text{மூக்கோணத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ $20 = \frac{1}{2} \left\{ [0 \times 8 + p \times 2 + 6 \times 0] - [p \times 0 + 6 \times 8 + 0 \times 2] \right\}$ $20 = \frac{1}{2} \left\{ [0 + 2p + 0] - [0 + 48 + 0] \right\}$ $20 = \frac{1}{2} \left\{ 2p - 48 \right\}$ $20 \times 2 = \left\{ 2p - 48 \right\}$ $40 = 2p - 48$ $40 + 48 = 2p$ $88 = 2p$ $2p = 88$ $p = \frac{88}{2}$ $p = 44$
	ii	மூக்கோணத்தின் பரப்பு = 32 சதுர அலகுகள் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் (p,p) (5,6) (5,-2) (x₁, y₁) (x₂, y₂) (x₃, y₃) என்க

		முக்கோணத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ 32 = $\frac{1}{2} \left\{ [p \times 6 + 5 \times (-2) + 5 \times p] - [5 \times p + 5 \times 6 + p \times (-2)] \right\}$ 32 = $\frac{1}{2} \left\{ [6p - 10 + 5p] - [5p + 30 - 2p] \right\}$ 32 = $\frac{1}{2} \left\{ [11p - 10] - [3p + 30] \right\}$ 32 = $\frac{1}{2} \left\{ 11p - 10 - 3p - 30 \right\}$ 32 × 2 = $\left\{ 8p - 40 \right\}$ 64 = 8p - 40 64 + 40 = 8p 104 = 8p 8p = 104 p = $\frac{104}{8}$ p = 13
4	i	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் (2,3) (4,a) (6,-3) (x₁, y₁) (x₂, y₂) (x₃, y₃) என்க இவை ஒருகோடமைவன என்பதால் இப்புள்ளிகளால் அமையும் முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0 முக்கோணத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ 0 × 2 = $\left\{ [2 \times a + 4 \times (-3) + 6 \times 3] - [4 \times 3 + 6 \times a + 2 \times (-3)] \right\}$ 0 = [2a - 12 + 18] - [12 + 6a - 6] 0 = [2a + 6] - [6a + 6] 0 = 2a - 6a + 6 - 0 = -4a a = $\frac{0}{-4}$ a = 0
	ii	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் (a, 2 - 2a) (-a + 1, 2a) (-4 - a, 6 - 2a) (x₁, y₁) (x₂, y₂) (x₃, y₃) என்க இவை ஒருகோடமைவன என்பதால் இப்புள்ளிகளால் அமையும் முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0

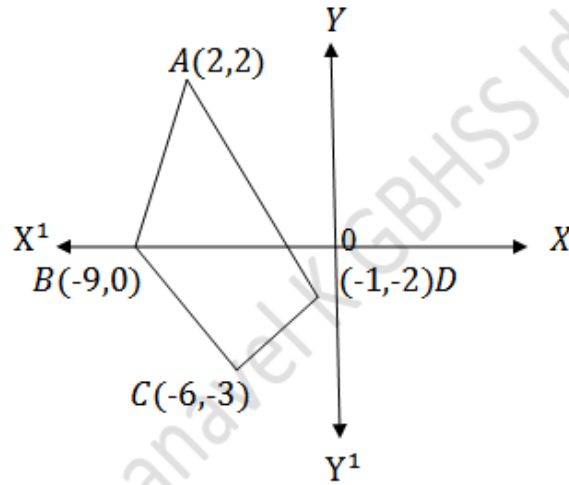
		முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ $0 \times 2 = \left\{ [a \times 2a + (-a + 1) \times (6 - 2a) + (-4 - a) \times (2 - 2a)] - [(-a + 1)(2 - 2a) + (-4 - a) \times 2a + a \times (6 - 2a)] \right\}$ $0 = [2a^2 - 6a + 2a^2 + 6 - 2a - 8 + 8a - 2a + 2a^2] - [(-2a + 2a^2 + 2 - 2a - 8a - 2a^2 + 6a - 2a^2)]$ $0 = [6a^2 - 2a - 2] - [-2a^2 - 6a + 2]$ $0 = 6a^2 - 2a - 2 + 2a^2 + 6a - 2$ $0 = 8a^2 + 4a - 4$ இருபுறமும் நான்கால் வகுக்க $2a^2 + a - 1 = 0$ $\frac{1}{2} (2a + 2)(2a - 1) = 0$ $(2a + 2) = 0$ மற்றும் $(2a - 1) = 0$ $2(a + 1) = 0$ மற்றும் $(2a - 1) = 0$ $(a + 1) = 0$ மற்றும் $(2a - 1) = 0$ $a = -1$ மற்றும் $a = \frac{1}{2}$
5	i	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(-9, -2)$, $(-8, -4)$, $(2, 2)$, $(1, -3)$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிகாரமுள்ளின் எதிர் திசையில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்  $A(-9, -2)$ $B(-8, -4)$ $C(1, -3)$ $D(2, 2)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [(-9) \times (-4) + (-8) \times (-3) + 1 \times 2 + 2 \times (-2)] - [(-8) \times (-2) + 1 \times (-4) + 2 \times (-3) + (-9) \times 2] \right\}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left\{ [36 + 24 + 2 - 4] - [16 - 4 - 6 - 18] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [58] - [-12] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ 58 + 12 \right\} \\
&= \frac{1}{2} \{70\}
\end{aligned}$$

= 35 சதுர அலகுகள்

ii கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(-9,0)$, $(-8,6)$, $(-1,-2)$, $(-6,-3)$

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிகாரமுள்ளின் எதிர் திசையில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்



$A(-8,6)$ $B(-9,0)$ $C(-6,-3)$ $D(-1,-2)$
 (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க

$$\begin{aligned}
\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [(-8) \times 0 + (-9) \times (-3) + (-6) \times (-2) + (-1) \times 6] - [(-9) \times 6 + (-6) \times 0 + (-1) \times (-3) + (-8) \times (-2)] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [0 + 27 + 12 - 6] - [-54 + 0 + 3 + 16] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [33] - [-35] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ 33 + 35 \right\} \\
&= \frac{1}{2} \{68\} \\
&= 34 \text{ சதுர அலகுகள்}
\end{aligned}$$

6	நாற்கரத்தின் பரப்பு = 28 சதுர அலகுகள் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(-4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$, $(2, 3)$ $A(-4, -2)$ $B(-3, k)$ $C(3, -2)$ $D(2, 3)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க நாற்கரத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4] \right\}$ $28 = \frac{1}{2} \left\{ [(-4) \times k + (-3) \times (-2) + 3 \times 3 + 2 \times (-2)] - [(-3) \times (-2) + 3 \times k + 2 \times (-2) + (-4) \times 3] \right\}$ $28 \times 2 = \left\{ [-4k + 6 + 9 - 4] - [6 + 3k - 4 - 12] \right\}$ $56 = \left\{ [-4k + 11] - [3k - 10] \right\}$ $56 = \left\{ -4k + 11 - 3k + 10 \right\}$ $56 = \{-7k + 21\}$ $7k = 21 - 56$ $7k = 35$ $k = \frac{35}{7}$ $k = 5$
7	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(-3, 9)$ (a, b) $(4, -5)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) என்க இவை ஒருகோடமைவன என்பதால் இப்புள்ளிகளால் அமையும் முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0 மேலும் கொடுக்கப்பட்டது $a + b = 1$ முக்கோணத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ $0 \times 2 = \left\{ [-3 \times b + a \times (-5) + 4 \times 9] - [a \times 9 + 4 \times b + (-3) \times (-5)] \right\}$ $0 = [-3b - 5a + 36] - [9a + 4b + 15]$ $0 = [-3b - 5a + 36 - 9a - 4b - 15]$ $0 = -14a - 7b + 21$ இருபுறமும் 7 ஆல் வகுக்க $0 = -2a - b + 3$ $2a + b - 3 = 0$ $a + a + b - 3 = 0$ $a + 1 - 3 = 0$ $a - 2 = 0$

$$a = 2$$

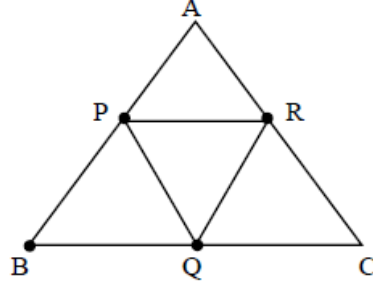
$$a = 2 \text{ என } a + b = 1 \text{ ல் பிரதியிட } 2 + b = 1$$

$$b = 1 - 2$$

$$b = -1$$

$$a = 2 \quad b = -1$$

8



ΔABC -ல் P, Q, R என்பன முறையே AB, BC, CA ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள்

$P(11,7), Q(13.5, 4), R(9.5, 4)$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ என்பன முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் என்க

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளி } = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

AB -ன் நடுப்புள்ளி = P

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = (11, 7)$$

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = 11 \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = 7$$

$$x_1 + x_2 = 22 \quad y_1 + y_2 = 14 \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{27}{2} \quad \frac{y_2 + y_3}{2} = 4$$

$$x_2 + x_3 = 27 \quad y_2 + y_3 = 8 \quad \text{-----} \textcircled{2}$$

$$\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{19}{2} \quad \frac{y_1 + y_3}{2} = 4$$

$$x_1 + x_3 = 19 \quad y_1 + y_3 = 8 \quad \text{-----} \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ மற்றும் $\textcircled{3}$ ஆகியவற்றை கூட்டுக

$$x_1 + x_2 + x_2 + x_3 + x_1 + x_3 = 22 + 27 + 19 \quad y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_1 + y_3 = 14 + 8 + 8$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) = 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{68}{2}$$

$$22 + x_3 = 34$$

$$x_3 = 34 - 22$$

$$x_3 = 12$$

$$2(y_1 + y_2 + y_3) = 30$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = \frac{30}{2}$$

$$14 + y_3 = 15$$

$$y_3 = 15 - 14$$

$$y_3 = 1$$

$$\therefore C(12,1)$$

$$\begin{array}{ll} x_3 = 12 & , \quad y_3 = 1 \text{ என } (2) \text{ ல் பிரதியிட} \\ x_2 + 12 = 27 & y_2 + 1 = 8 \\ x_2 = 27 - 12 & y_2 = 8 - 1 \\ x_2 = 15 & y_2 = 7 \end{array}$$

$$\therefore B(15,7)$$

$$\begin{array}{ll} x_2 = 15 & , \quad y_2 = 7 \text{ என } (1) \text{ ல் பிரதியிட} \\ x_1 + 15 = 22 & y_1 + 7 = 14 \\ x_1 = 22 - 15 & y_1 = 14 - 7 \\ x_1 = 7 & y_1 = 7 \end{array}$$

$$\therefore A(7,7)$$

மூக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் $A(7,7)$ $B(15,7)$ $C(12,1)$

$$\text{மூக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ ன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \left\{ [7 \times 7 + 15 \times 1 + 12 \times 7] - [15 \times 7 + 12 \times 7 + 7 \times 1] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [49 + 15 + 84] - [105 + 84 + 7] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [148] - [196] \right\} \\ &= \frac{1}{2} (-48) \end{aligned}$$

$$\Delta ABC \text{ ன் பரப்பளவு} = 24$$

$$P(11,7), Q(13.5, 4), R(9.5, 4)$$

$$\begin{aligned} \Delta PQR \text{ ன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \left\{ \left[11 \times 4 + \frac{27}{2} \times 4 + \frac{19}{2} \times 7 \right] - \left[7 \times \frac{27}{2} + 4 \times \frac{19}{2} + 4 \times 11 \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [44 + 54 + 66.5] - [94.5 + 38 + 44] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [164.5] - [176.5] \right\} \\ &= \frac{1}{2} (-12) \end{aligned}$$

$$\Delta PQR \text{ ன் பரப்பளவு} = 6 \text{ ச.அ}$$

$$\Delta ABC \text{ ன் பரப்பளவு} = 4 (\Delta PQR \text{ ன் பரப்பளவு})$$

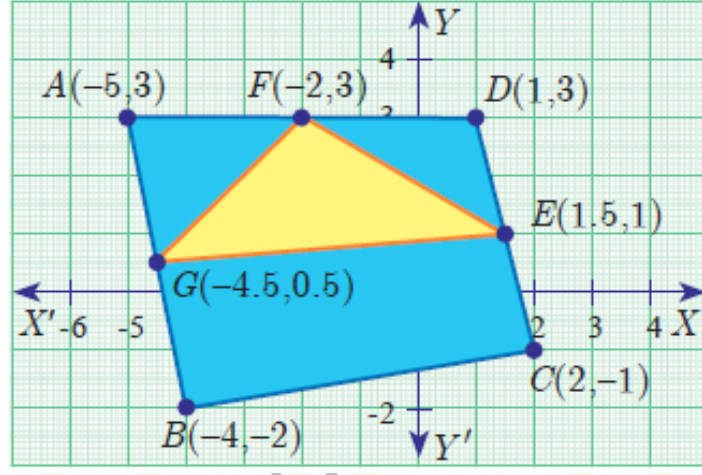
9	முற்றத்தின் பரப்பளவு = நாற்கரம் $ABCD$-ன் பரப்பளவு - நாற்கரம் $EFGH$-ன் பரப்பளவு $\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4] \right\}$ $A(-4, -8)$ $B(8, -4)$ $C(6, 10)$ $D(-10, 6)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க $ABCD$-ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \left\{ [(-4) \times (-4) + 8 \times 10 + 6 \times 6 + (-10) \times (-8)] - [8 \times (-8) + 6 \times (-4) + (-10) \times 10 + (-4) \times 6] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [16 + 80 + 36 + 80] - [-64 - 24 - 100 - 24] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [212] - [-212] \right\}$ $= \frac{1}{2} \times 424$ $= 212$ $E(-3, -5)$ $F(6, -2)$ $G(3, 7)$ $H(-6, 4)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க $EFGH$-ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \left\{ [(-3) \times (-2) + 6 \times 7 + 3 \times 4 + (-6) \times (-5)] - [6 \times (-5) + 3 \times (-2) + (-6) \times 7 + (-3) \times 4] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [6 + 42 + 12 + 30] - [-30 - 6 - 42 - 12] \right\}$ $= \frac{1}{2} \left\{ [90] - [-90] \right\}$ $= \frac{1}{2} \times 180$ $= 90$ முற்றத்தின் பரப்பளவு $= 212 - 90 = 122$ ச.அ
10	மூக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் $A(-5, -4)$ $B(1, 6)$ $C(7, -4)$ $\text{மூக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ ΔABC ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \left\{ [-5 \times 6 + 1 \times (-4) + 7 \times (-4)] - [1 \times (-4) + 7 \times 6 + (-5) \times (-4)] \right\}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left\{ [-30 + (-4) + (-28)] - [-4 + 42 + 20] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [-30 - 4 - 28] - [58] \right\} \\
&= \frac{1}{2} (-62 - 58) \\
&= \frac{1}{2} (-120)
\end{aligned}$$

ΔABC ன் பரப்பளவு = 60 ச.அ

தேவைப்படும் வாளிகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{60}{6} = 10$

11



ΔAGF ன் முனைப்புள்ளிகள் $A(-5, 3)$ $G(-4.5, 0.5)$ $F(-2, 3)$

$$\text{முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$$

$$\begin{aligned}
\Delta AGF \text{ ன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \left\{ [-5 \times 0.5 + (-4.5) \times 3 + (-2) \times 3] - [(-4.5) \times 3 + (-2) \times 0.5 + (-5) \times 3] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [-2.5 + (-13.5) + (-6)] - [-13.5 + (-1) + (-15)] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [-2.5 - 13.5 - 6] - [-13.5 - 1 - 15] \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ [-22] - [-29.5] \right\} \\
&= \frac{1}{2} (-22 + 29.5) \\
&= \frac{1}{2} (-7.5)
\end{aligned}$$

ΔAGF ன் பரப்பளவு = 3.75 ச.அ

11	ii	ΔFED ன் முனைப்புள்ளிகள் $F(-2,3)$ $E(1.5,1)$ $D(1,3)$ $\text{முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] \right\}$ $\begin{aligned} \Delta FED \text{ ன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \left\{ [-2 \times 1 + 1.5 \times 3 + 1 \times 3] - [1.5 \times 3 + 1 \times 1 + (-2) \times 3] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [-2 + 4.5 + 3] - [4.5 + 1 + (-6)] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [5.5] - [5.5 - 6] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [5.5] - [-0.5] \right\} \\ &= \frac{1}{2} (5.5 + 0.5) \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \\ \Delta FED \text{ ன் பரப்பளவு} &= 3 \text{ ச.அ} \end{aligned}$
	iii	நாற்கரம் $BCEG$-ன் பரப்பளவு $\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \left\{ [x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1] - [x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4] \right\}$ $B(-4, -2)$ $C(2, -1)$ $E(1.5, 1)$ $G(-4.5, 0.5)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4) என்க $\begin{aligned} ABCD\text{-ன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \left\{ [(-4) \times (-1) + 2 \times 1 + 1.5 \times 0.5 + (-4.5) \times (-2)] - [2 \times (-2) + 1.5 \times (-1) + (-4.5) \times 1 + (-4) \times 0.5] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [4 + 2 + 0.75 + 9] - [-4 - 1.5 - 4.5 - 2] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [15.75] - [-12] \right\} \\ &= \frac{1}{2} [15.75 + 12] \\ &= \frac{1}{2} \times 27.75 \\ &= 13.88 \text{ ச.அ} \end{aligned}$

		STD-10	LN-5	EX-5.2
1	i	$\theta = 90^\circ$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $m = \tan 90^\circ = \text{வரையறுக்கப்படவில்லை}$		
	ii	$\theta = 0^\circ$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $m = \tan 0^\circ = 0$		
2	i	சாய்வு $= 0 \rightarrow$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $\tan \theta = 0$ $\tan 0^\circ = 0$ $\therefore \theta = 0$		
	ii	சாய்வு $= 1 \rightarrow$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $m = 1$ $\tan \theta = 1$ $\tan 45^\circ = 1$ $\therefore \theta = 45$		
3	i	$(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி ஆதிப்புள்ளி என்பது $(0,0)$ $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் $(0,0)$ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{0 - \sqrt{5}}{0 - 5} = \frac{-\sqrt{5}}{-5} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$ $m = \frac{1}{\sqrt{5}}$		
	ii	$(\sin \theta, -\cos \theta)$ மற்றும் $(-\sin \theta, \cos \theta)$ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{\cos \theta - (-\cos \theta)}{(-\sin \theta) - (\sin \theta)} = \frac{\cos \theta + \cos \theta}{-2\sin \theta} = \frac{2\cos \theta}{-2\sin \theta}$ $m = -\cot \theta$		
4		A $(5,1)$ மற்றும் p என்பது $(4,2), (-6,4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி எனவே $p = \left(\frac{4-6}{2}, \frac{2+4}{2} \right)$ $p = \left(\frac{-2}{2}, \frac{6}{2} \right)$ $p = (-1,3)$ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$		

	$A(5,1), P(-1,3)$ AP -ன் சாய்வு $m_1 = \frac{3-1}{-1-5}$ $m_1 = \frac{2}{-6}$ $m_1 = -\frac{1}{3}$ m_2 என்பது AP க்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு என கொண்டால் $m_1 \times m_2 = -1$ $-\frac{1}{3} \times m_2 = -1$ $m_2 = -1 \times \left(-\frac{3}{1}\right) = 3$ AP க்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு $= 3$
5	$A(-3,-4), B(7,2), C(12,5)$ என்க $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ AB -ன் சாய்வு $= \frac{2 - (-4)}{7 - (-3)} = \frac{2+4}{7+3} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ BC -ன் சாய்வு $= \frac{5-2}{12-7} = \frac{3}{5}$ AB -ன் சாய்வு $= BC$ -ன் சாய்வு AB மற்றும் BC ஆகியன இணை மேலும் B என்பது AB, BC க்கு பொதுப்புள்ளி $\therefore A, B, C$ ஆகியன ஒருகோடமைப்புள்ளிகள்
6	A, B, C ஆகியன ஒருகோடமைப்புள்ளிகள் $A(3,-1), B(a,3), C(1,-3)$ என்க $\therefore AB$ -ன் சாய்வு $= BC$ -ன் சாய்வு $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ AB -ன் சாய்வு $= BC$ -ன் சாய்வு $\frac{3 - (-1)}{a - 3} = \frac{-3 - 3}{1 - a}$ $\frac{3+1}{a-3} = \frac{-6}{1-a}$ $\frac{4}{a-3} = \frac{-6}{1-a}$ $4 \times (1 - a) = -6 \times (a - 3)$ $4 - 4a = -6a + 18$ $-4a + 6a = -4 + 18$ $2a = 14$ $a = \frac{14}{2}$ $a = 7$

7	$(-2, a), (9, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = -\frac{1}{2}$ $A(-2, a), B(9, 3)$ என்க $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ AB -ன் சாய்வு $= \frac{3-a}{9-(-2)}$ $-\frac{1}{2} = \frac{3-a}{9+2}$ $-\frac{1}{2} = \frac{3-a}{11}$ $-1 \times 11 = (3-a) \times 2$ $-11 = 6 - 2a$ $2a = 6 + 11$ $2a = 17$ $a = \frac{17}{2}$
8	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $(-2, 6), (4, 8)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m_1 = \frac{8-6}{4-(-2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $(8, 12), (x, 24)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $m_2 = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$ இருகோடுகளும் செங்குத்து எனவே $m_1 \times m_2 = -1$ $\frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} = -1$ $\frac{12}{3x-24} = -1$ $12 = -1 \times (3x - 24)$ $12 = -3x + 24$ $3x = 24 - 12$ $3x = 12$ $x = \frac{12}{3}$ $x = 4$

9 i $A(1, -4), B(2, -3), C(4, -7)$ என்க

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-3 - (-4)}{2 - 1} = \frac{-3 + 4}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$BC \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-7 - (-3)}{4 - 2} = \frac{-7 + 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$CA \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-4 - (-7)}{1 - 4} = \frac{-4 + 7}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு} \times CA \text{ -ன் சாய்வு} = 1 \times (-1) = -1$$

AB ஆனது CA க்கு செங்குத்து $\angle A = 90^\circ$, BC என்பது கர்ணம்

$\therefore \Delta ABC$ ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட

$$\text{தொலைவு} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$A(1, -4), B(2, -3)$

$$\begin{aligned} AB \text{ -ன் நீளம்} &= \sqrt{(2 - 1)^2 + (-3 - (-4))^2} \\ &= \sqrt{1^2 + (-3 + 4)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$B(2, -3), C(4, -7)$

$$\begin{aligned} BC \text{ -ன் நீளம்} &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (-7 - (-3))^2} = \sqrt{(2)^2 + (-7 + 3)^2} \\ &= \sqrt{4 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} \end{aligned}$$

$C(4, -7), A(1, -4)$

$$\begin{aligned} CA \text{ -ன் நீளம்} &= \sqrt{(1 - 4)^2 + (-4 - (-7))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4 + 7)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

பிதாகரஸ் தேற்றம் என்பது

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ (\sqrt{20})^2 &= (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{18})^2 \\ 20 &= 2 + 18 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

ΔABC பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்கின்றது

ii $L(0,5), M(9,12), N(3,14)$ என்க

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$LM \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{12-5}{9-0} = \frac{7}{9}$$

$$MN \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{14-12}{3-9} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

$$NL \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{5-14}{0-3} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$MN \text{ -ன் சாய்வு} \times NL \text{ -ன் சாய்வு} = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$$

MN ஆனது NL க்கு செங்குத்து $\angle N = 90^\circ$, LM என்பது கர்ணம்

$\therefore \Delta LMN$ ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$L(0,5), M(9,12)$

$$LM\text{-ன் நீளம்} = \sqrt{(9-0)^2 + (12-5)^2} = \sqrt{9^2 + 7^2} = \sqrt{81 + 49} = \sqrt{130}$$

$M(9,12), N(3,14)$

$$MN\text{-ன் நீளம்} = \sqrt{(3-9)^2 + (14-12)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

$N(3,14), L(0,5)$

$$NL\text{-ன் நீளம்} = \sqrt{(0-3)^2 + (5-14)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-9)^2} = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90}$$

பிதாகரஸ் தேற்றம் என்பது

$$LM^2 = MN^2 + NL^2$$

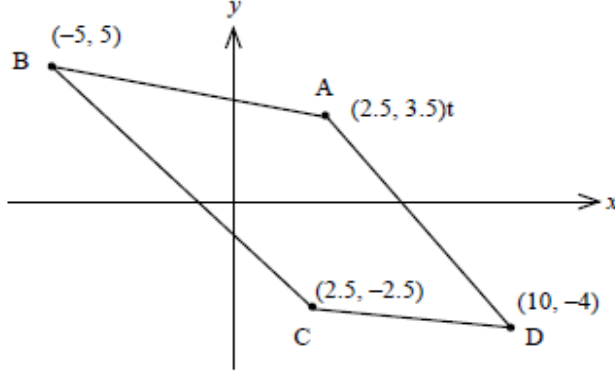
$$(\sqrt{130})^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{90})^2$$

$$130 = 40 + 90$$

$$130 = 130$$

ΔLMN பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்கின்றது

- 10 $A(2.5, 3.5)$, $B(-5, 5)$, $C(2.5, -2.5)$, $D(-5, 5)$ ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிகார முள்ளின் திசைக்கு எதிர்திசையில் வரிசையாக எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும்



$A(2.5, 3.5)$ $B(-5, 5)$ $C(2.5, -2.5)$ $D(10, -4)$ என்க

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{5 - 3.5}{-5 - 2.5} = \frac{1.5}{-7.5} = -\frac{1}{5}$$

$$CD \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-4 - (-2.5)}{10 - 2.5} = \frac{-4 + 2.5}{7.5} = \frac{-1.5}{7.5} = -\frac{1}{5}$$

AB -ன் சாய்வு = CD -ன் சாய்வு
 $\therefore AB$ மற்றும் CD ஆகியன இணை

$$BC \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-2.5 - 5}{2.5 - (-5)} = \frac{-7.5}{2.5 + 5} = \frac{-7.5}{7.5} = -1$$

$$DA \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{3.5 - (-4)}{2.5 - 10} = \frac{3.5 + 4}{-7.5} = \frac{7.5}{-7.5} = -1$$

BC -ன் சாய்வு = DA -ன் சாய்வு
 $\therefore BC$ மற்றும் DA ஆகியன இணை

$\therefore ABCD$ ஓர் இணைகரம்

- 11 $A(2, 2)$ $B(-2, -3)$ $C(1, -3)$ $D(x, y)$ ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கிறது எனில்

AB மற்றும் CD ஆகியன இணை

$\therefore AB$ -ன் சாய்வு = CD -ன் சாய்வு

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{-3 - 2}{-2 - 2} = \frac{y - (-3)}{x - 1}$$

$$\frac{-5}{-4} = \frac{y+3}{x-1}$$

$$5 \times (x - 1) = (y + 3)4$$

$$5x - 5 = 4y + 12$$

$$5x - 4y = -5 - 12$$

$$5x - 4y = 17$$

BC மற்றும் DA ஆகியன இணை

$\therefore BC$ -ன் சாய்வு = DA -ன் சாய்வு

$$\frac{-3-(-3)}{1-(-2)} = \frac{2-y}{2-x}$$

$$\frac{-3+3}{1+2} = \frac{2-y}{2-x}$$

$$0 = \frac{2-y}{2-x}$$

$$0 \times (2 - x) = 2 - y$$

$$0 = 2 - y$$

$$y = 2$$

$y = 2$ என $5x - 4y = 17$ ல் பிரதியிட

$$5x - 4 \times 2 = 17$$

$$5x - 8 = 17$$

$$5x = 17 + 8$$

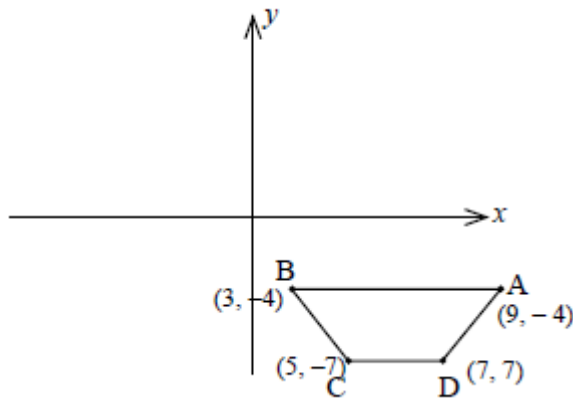
$$5x = 25$$

$$x = \frac{25}{5}$$

$$x = 5$$

$\therefore x = 5, y = 2$

- 12 $A(3, -4), B(9, -4), C(5, -7), D(7, -7)$ ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து கடிதார முள்ளின் திசைக்கு எதிர்திசையில் வரிசையாக எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும்



$A(9, -4)$ $B(3, -4)$ $C(5, -7)$ $D(7, -7)$ என்க

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-4 - (-4)}{3 - 9} = \frac{-4 + 4}{-6} = 0$$

$$CD \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-7 - (-7)}{7 - 5} = \frac{-7 + 7}{2} = 0$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு } = CD \text{ -ன் சாய்வு}$$

$\therefore AB$ மற்றும் CD ஆகியன இணை

$$BC \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-7 - (-4)}{5 - 3} = \frac{-7 + 4}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$AD \text{ -ன் சாய்வு } = \frac{-7 - (-4)}{7 - 9} = \frac{-7 + 4}{-2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

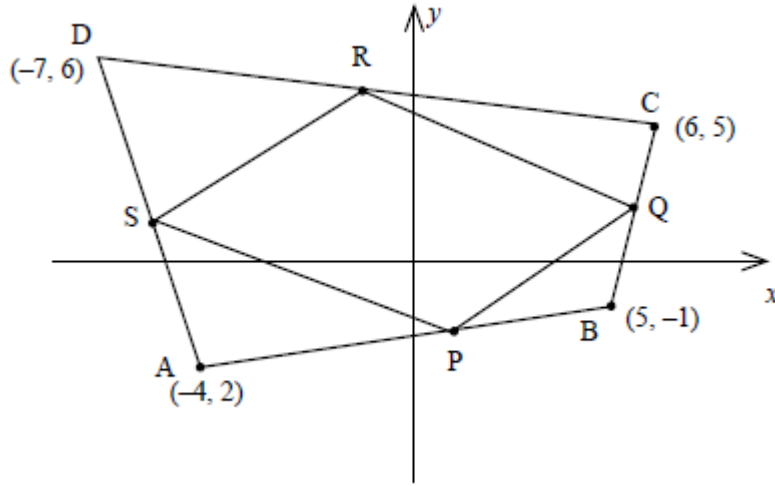
$$BC \text{ -ன் சாய்வு } \neq AD \text{ -ன் சாய்வு}$$

$\therefore BC$ மற்றும் AD ஆகியன இணை அல்ல

ஒரு சோடி எதிர்பக்கங்கள் மட்டும் இணை

$\therefore ABCD$ ஓர் சரிவகம்

13 நாகரத்தின் முனைப்புள்ளிகள் $A(-4, -2)$ $B(5, -1)$ $C(6, 5)$ $D(-7, 6)$



$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$$AB \text{ -ன் நடுப்புள்ளி } = P\left(\frac{-4 + 5}{2}, \frac{-2 + (-1)}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

$$BC \text{ -ன் நடுப்புள்ளி } = Q\left(\frac{5 + 6}{2}, \frac{-1 + 5}{2}\right) = Q\left(\frac{11}{2}, \frac{4}{2}\right) = Q\left(\frac{11}{2}, 2\right)$$

$$CD \text{ -ன் நடுப்புள்ளி } = R\left(\frac{-7 + 6}{2}, \frac{6 + 5}{2}\right) = R\left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

$$AD \text{ -ன் நடுப்புள்ளி} = S\left(\frac{-7-4}{2}, \frac{6-2}{2}\right) = S\left(\frac{-11}{2}, \frac{4}{2}\right) = S\left(\frac{-11}{2}, 2\right)$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right) \quad Q\left(\frac{11}{2}, 2\right) \quad R\left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2}\right) \quad S\left(\frac{-11}{2}, 2\right)$$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$PQ \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{2 - \left(\frac{-3}{2}\right)}{\frac{11}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{2 + \frac{3}{2}}{\frac{10}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{5}{1}} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

$$RS \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{2 - \left(\frac{11}{2}\right)}{\frac{-11}{2} - \left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{\frac{4-11}{2}}{\frac{-11+1}{2}} = \frac{\frac{-7}{2}}{\frac{-10}{2}} = \frac{-7}{2} \times \frac{2}{-10} = \frac{7}{10}$$

$$PQ \text{ -ன் சாய்வு} = RS \text{ -ன் சாய்வு}$$

$\therefore PQ$ மற்றும் RS ஆகியன இணை

$$QR \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{\frac{11}{2} - 2}{\frac{-1}{2} - \frac{11}{2}} = \frac{\frac{11-4}{2}}{\frac{-12}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{-6}{1}} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{-6} = \frac{7}{-12}$$

$$PS \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{2 - \left(\frac{-3}{2}\right)}{\frac{-11}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4+3}{2}}{\frac{-12}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{-6}{1}} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{-6} = \frac{7}{-12}$$

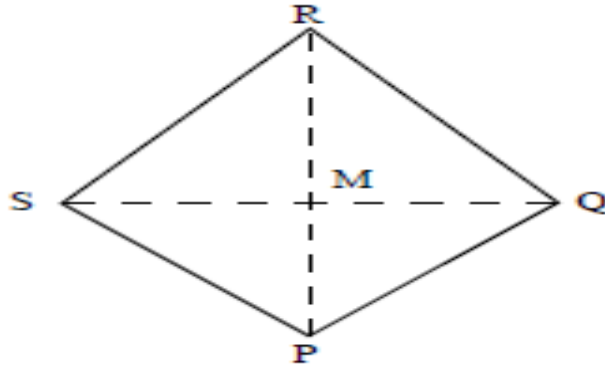
$$QR \text{ -ன் சாய்வு} = PS \text{ -ன் சாய்வு}$$

$\therefore QR$ மற்றும் PS ஆகியன இணை

$\therefore PQRS$ ஓர் இணைகரம்

14

$PQRS$ ஓர் சாய்சதுரம் $S(1,1)$ $M(2,-1)$



இதன் மூலைவிட்டங்கள் PR மற்றும் QS இவைகள் வெட்டும் புள்ளி M

மேலும் $QS = 2PM$ இதிலிருந்து

$$SM = 2PM$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ என்ற புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு} \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$SM = \sqrt{(1 - 2)^2 + (1 - (-1))^2}$$

$$SM = (-1)^2 + (1 + 1)^2$$

$$SM = 1 + 4 = \sqrt{5}$$

$$SM = 2PM = \sqrt{5}$$

$$PM = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின்} \\ \text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$SM \text{ -ன் சாய்வு } m_1 = \frac{-1-1}{2-1} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$MP \text{ -ன் சாய்வு } m_2 \text{ என்க}$$

$$SM \perp MP \text{ எனவே } m_1 \times m_2 = -1$$

$$-2 \times m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$M(2, -1)$$

$$MP \text{ -ன் சாய்வு } m_2 = \frac{1}{2} \text{ இதிலிருந்து}$$

$$MP \text{ -ன் சமன்பாடு } y - (-1) = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y + 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$2 \times (y + 1) = x - 2$$

$$2y + 2 = x - 2$$

$$2y = x - 2 - 2$$

$$2y = x - 4$$

$$y = \frac{x-4}{2} \text{ எனவே } P\left(x, \frac{x-4}{2}\right)$$

$$M(2, -1) , P\left(x, \frac{x-4}{2}\right) \text{ எனவே}$$

$$\therefore MP = \sqrt{(x - 2)^2 + \left(\frac{x-4}{2} - (-1)\right)^2}$$

$$MP^2 = (x - 2)^2 + \left(\frac{x-4}{2} + 1\right)^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = (x-2)^2 + \left(\frac{x-4+2}{2}\right)^2$$

$$\frac{5}{4} = (x-2)^2 + \left(\frac{x-2}{2}\right)^2$$

$$\frac{5}{4} = (x-2)^2 + \frac{(x-2)^2}{4}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{4(x-2)^2 + (x-2)^2}{4}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5(x-2)^2}{4}$$

$$(x-2)^2 = 1$$

$$x^2 + 4 - 4x = 1$$

$$x^2 + 4 - 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{இதை காரணிபடுத்த}$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

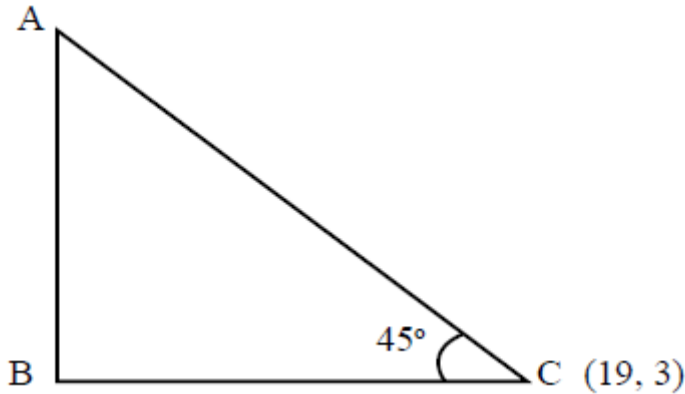
$$x = 1 \text{ அல்லது } x = 3$$

$$x = 1 \text{ எனில் } y = \frac{x-4}{2} = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2} \text{ எனவே } P\left(x, \frac{x-4}{2}\right) = P\left(1, \frac{-3}{2}\right)$$

$$x = 3 \text{ எனில் } y = \frac{x-4}{2} = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} \text{ எனவே } P\left(x, \frac{x-4}{2}\right) = P\left(3, \frac{-1}{2}\right)$$

	STD-10	LN-5	EX-5.3
1			$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$ $(1, -5) (4, 2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி $= \left(\frac{1+4}{2}, \frac{-5+2}{2} \right)$ $= \left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2} \right)$
i			X-அச்சுக்கு இணையாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $y = b$ $\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2} \right)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் X -அச்சுக்கு இணையாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $y = \frac{-3}{2}$ $2y = -3$ $2y + 3 = 0$
ii			Y-அச்சுக்கு இணையாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $x = a$ $\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2} \right)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் Y -அச்சுக்கு இணையாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $x = \frac{5}{2}$ $2x = 5$ $2x - 5 = 0$
2			நேர் கோட்டின் சமன்பாடு $2(x - y) + 5 = 0$ $2x - 2y + 5 = 0$ நேர் கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{-x \text{ ஆயத்தொலைவு}}{y \text{ ஆயத்தொலைவு}}$ $\therefore$ சாய்வு $m = \frac{-2}{-2} = 1$ சாய்வு $m = 1$, θ என்பது சாய்வுக்கோணம் எனில் $m = \tan \theta$ $1 = \tan 45^\circ$ சாய்வுக்கோணம் $\theta = 45^\circ$
iii			$2x - 2y + 5 = 0$ ன் வெட்டுத்துண்டு வடிவம் காண $2x - 2y = -5$ இருபுறமும் -5 ஆல் வகுக்க $\frac{2x}{-5} - \frac{2y}{-5} = \frac{-5}{-5}$ $\frac{x}{-5} + \frac{y}{5} = 1$ $\therefore 2x - 2y + 5 = 0$ ன் y வெட்டுத்துண்டு $= \frac{5}{2}$

3	சாய்வுக்கோணம் $= 30^\circ$ y வெட்டுத்துண்டு $= -3$ சாய்வுக்கோணம் $\theta = 30^\circ$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ சாய்வு $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$, y வெட்டுத்துண்டு $= -3$ சாய்வு m, y-வெட்டுத்துண்டு c உடைய நேர் கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$ $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + (-3)$ $0 = \frac{1}{\sqrt{3}}x - y - 3$ $\frac{1}{\sqrt{3}}x - y - 3 = 0$ $\sqrt{3}$ ஆல் பெருக்க $\rightarrow x - \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$
4	நேர் கோட்டின் சமன்பாடு $\sqrt{3}x + (1 - \sqrt{3})y = 3$ நேர் கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{-x \text{ ஆயத்தொலைவு}}{y \text{ ஆயத்தொலைவு}}$ சாய்வு $m = \frac{-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ $\sqrt{3}x + (1 - \sqrt{3})y = 3$ ன் வெட்டுத்துண்டு வடிவம் காண $\sqrt{3}x + (1 - \sqrt{3})y = 3$ இருபுறமும் 3 ஆல் வகுக்க $\frac{\sqrt{3}x}{3} + \frac{(1-\sqrt{3})y}{3} = \frac{3}{3}$ $\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{1-\sqrt{3}} = 1$ y வெட்டுத்துண்டு $= \frac{3}{1-\sqrt{3}}$ சாய்வு $m = \frac{-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}-3}{1^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{-(\sqrt{3}+3)}{1-3} = \frac{-(\sqrt{3}+3)}{-2} = \frac{\sqrt{3}+3}{2}$ y வெட்டுத்துண்டு $= \frac{3}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{3+3\sqrt{3}}{1^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{3+3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{3+3\sqrt{3}}{-2}$

5		நேர்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $(-2,3)$ $(8,5)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர் கோட்டின் சாய்வு $m_1 = \frac{5-3}{8-(-2)} = \frac{2}{8+2}$ $m_1 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $y = ax + 2$ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வு $m_2 = a$ $\because y = mx + c$ -ல் சாய்வு m இரு நேர்கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனவே $m_1 \times m_2 = -1$ $\frac{1}{5} \times a = -1$ $a = -5$
6		 A என்பது மலை உச்சி C என்பது மலை அடி என்க சாய்வுக்கோணம் $\theta = 45^\circ$ சாய்வு $m = \tan \theta$ $m = \tan 45^\circ$ சாய்வு $m = 1$ $\therefore$ நாம் கண்டுபிடிக்கவேண்டியது $C(19,3)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு $m = 1$ உடைய AC-ன் சமன்பாடு ஆகும் (x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 3 = 1 \times (x - 19)$ $y - 3 = x - 19$ $0 = x - y - 19 + 3$ $x - y - 16 = 0$
7	i	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(2, \frac{2}{3})$, $(\frac{-1}{2}, -2)$ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

		$\frac{y-\frac{2}{3}}{-2-\frac{2}{3}} = \frac{x-2}{\frac{-1}{2}-2}$ $\frac{\frac{3y-2}{3}}{\frac{-6-2}{3}} = \frac{x-2}{\frac{-1-4}{2}}$ $\frac{\frac{3y-2}{3}}{\frac{-8}{3}} = \frac{x-2}{\frac{-5}{2}}$ $\frac{3y-2}{3} \times \frac{3}{-8} = (x-2) \times \frac{2}{-5}$ $\frac{3y-2}{-8} = \frac{2x-4}{-5}$ $(3y-2) \times 5 = (2x-4) \times 8$ $15y-10 = 16x-32$ $0 = 16x-15y-32+10$ $16x-15y-22=0$
	ii	கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $(2, 3)$, $(-7, -1)$ (x_1, y_1) , (x_2, y_2) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ $\frac{y-3}{-1-3} = \frac{x-2}{-7-2}$ $\frac{y-3}{-4} = \frac{x-2}{-9}$ $(y-3) \times 9 = (x-2) \times 4$ $9y-27 = 4x-8$ $0 = 4x-9y-8+27$ $4x-9y+19=0$
8		பூனை உள்ள புள்ளி $(-6, -4)$ பால்புட்டி உள்ள புள்ளி $(5, 11)$ $\therefore$ நாம் கண்டுபிடிக்கவேண்டியது $(-6, -4)$ $(5, 11)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு (x_1, y_1) , (x_2, y_2) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ $\frac{y-(-4)}{11-(-4)} = \frac{x-(-6)}{5-(-6)}$

$$\frac{y+4}{15} = \frac{x+6}{11}$$

$$\frac{11+4}{y+4} = \frac{5+6}{x+6}$$

$$\frac{y+4}{15} = \frac{x+6}{11}$$

$$(y + 4) \times 11 = (x + 6) \times 15$$

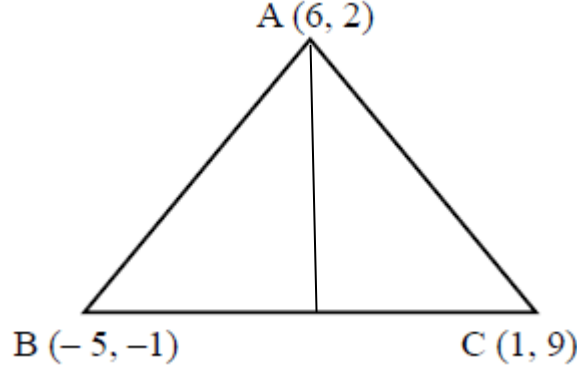
$$11y + 44 = 15x + 90$$

$$0 = 15x - 11y + 90 - 44$$

$$15x - 11y + 46 = 0$$

9

$A(6,2)$, $B(-5,-1)$, $C(1,9)$



BC -ன் நடுப்புள்ளி D என்க

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளி } = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$

$$D = \left(\frac{-5+1}{2}, \frac{-1+9}{2} \right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{8}{2} \right)$$

$$D = (-2, 4)$$

BC -ன் நடுப்புள்ளி D எனவே AD என்பது $\triangle ABC$ க்கு A லிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடாகும்

$\therefore$ நாம் கண்டுபிடிக்கவேண்டியது AD -ன் சமன்பாடு

$A(6,2)$ $D(-2, 4)$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின்

$$\text{சமன்பாடு } \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-2}{4-2} = \frac{x-6}{-2-6}$$

$$\frac{y-2}{2} = \frac{x-6}{-8}$$

$$(y - 2) \times (-8) = (x - 6) \times 2$$

$$-8y + 16 = 2x - 12$$

$$0 = 2x + 8y - 12 - 16$$

$$2x + 8y - 28 = 0$$

$$2 \text{ ஆல் வகுக்க } \rightarrow x + 4y - 14 = 0$$

ii	BC -க்கு செங்குத்தாக A வழியே வரையப்படும் AM கோடு குத்துக்கோடாகும் $B(-5,-1)$, $C(1,9)$ $m_1 m_2 = -1$ $m_2 = \frac{-1}{m_1}$ BC -ன் சாய்வு $= \frac{9-(-1)}{1-(-5)} = \frac{9+1}{1+5} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ BC -க்கு AM செங்குத்து எனவே AM-ன் சாய்வு $= \frac{-3}{5}$ புள்ளி $A(6,2)$ (x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$ குத்துக்கோடு AM-ன் சமன்பாடு $y - 2 = \frac{-3}{5}(x - 6)$ $(y - 2) \times 5 = -3 \times (x - 6)$ $5y - 10 = -3x + 18$ $3x + 5y - 10 - 18 = 0$ $3x + 5y - 28 = 0$																					
10	புள்ளி $(-1,2)$ சாய்வு $= \frac{-5}{4}$ (x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = \frac{-5}{4}(x - (-1))$ $y - 2 = \frac{-5}{4}(x + 1)$ $(y - 2) \times 4 = -5(x + 1)$ $4y - 8 = -5x - 5$ $4y - 8 = -5x - 5$ $5x + 4y - 8 + 5 = 0$ $5x + 4y - 3 = 0$																					
11	கொடுக்கப்பட்டது $y = -0.1x + 1$ x என்பது நேரம் (வினாடியில்) y என்பது மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் (மெகா பைட்) <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>y</td><td>$-0.1 \times 0 + 1$</td><td>$-0.1 \times 2 + 1$</td><td>$-0.1 \times 4 + 1$</td><td>$-0.1 \times 6 + 1$</td><td>$-0.1 \times 8 + 1$</td><td>$-0.1 \times 10 + 1$</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>0.8</td><td>0.6</td><td>0.4</td><td>0.2</td><td>0</td></tr></table>	x	0	2	4	6	8	10	y	$-0.1 \times 0 + 1$	$-0.1 \times 2 + 1$	$-0.1 \times 4 + 1$	$-0.1 \times 6 + 1$	$-0.1 \times 8 + 1$	$-0.1 \times 10 + 1$	y	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
x	0	2	4	6	8	10																
y	$-0.1 \times 0 + 1$	$-0.1 \times 2 + 1$	$-0.1 \times 4 + 1$	$-0.1 \times 6 + 1$	$-0.1 \times 8 + 1$	$-0.1 \times 10 + 1$																
y	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0																

		மீதமுள்ள பாடல் நேரம் $y = -0.1x + 1$ ii $y = -0.1x + 1$ $x = 0$, எனும்போது $y = 1$ $\therefore$ மொத்த பாடலின் $MB = 1MB$ 75% பாடலை பதிவிறக்க ஆகும் நேரம் கணக்கிட iii மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் 25% என்பதால் $\therefore y = 0.25$ என $y = -0.1x + 1$-ல் பிரதியிடவேண்டும் $0.25 = -0.1x + 1$ $0.1x = 1 - 0.25$ $0.1x = 0.75$ $x = \frac{0.75}{0.1} = \frac{0.75 \times 100}{0.1 \times 100} = \frac{75}{10} = 7.5$ 75% பாடலை பதிவிறக்க ஆகும் நேரம் = 7.5 வினாடி iv பாடலை முழுமையாக பதிவிறக்க ஆகும் நேரம் கணக்கிட $y = 0$ என $y = -0.1x + 1$-ல் பிரதியிடவேண்டும் $0 = -0.1x + 1$ $0.1x = 1$ $x = \frac{1}{0.1} = \frac{1 \times 10}{0.1 \times 10} = \frac{10}{1} = 10$ பாடலை முழுமையாக பதிவிறக்க ஆகும் நேரம் = 10 வினாடி
12	i	x -வெட்டுத்துண்டு $a = 4$ y -வெட்டுத்துண்டு $b = -6$ வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

		$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$ $\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$ $\frac{6 \times x - 4 \times y}{4 \times 6} = 1$ $\frac{6x - 4y}{24} = 1$ $6x - 4y = 24$ $6x - 4y - 24 = 0$ $3x - 2y - 12 = 0$
	ii	x - வெட்டுத்துண்டு $a = -5$ y - வெட்டுத்துண்டு $b = \frac{3}{4}$ வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $\frac{x}{-5} + \frac{y}{\frac{3}{4}} = 1$ $\frac{x}{-5} + y \times \frac{4}{3} = 1$ $\frac{x}{-5} + \frac{4y}{3} = 1$ $\frac{3 \times x + 4y \times (-5)}{-5 \times 3} = 1$ $\frac{3x - 20y}{-15} = 1$ $3x - 20y = -15$ $3x - 20y + 15 = 0$
13	i	வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $3x - 2y - 6 = 0$ ன் வெட்டுத்துண்டு வடிவம் காண $3x - 2y = 6$ இருபுறமும் 6 ஆல் வகுக்க $\frac{3x}{6} - \frac{2y}{6} = \frac{6}{6}$ $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ $\therefore x$ வெட்டுத்துண்டு $= 2$ y வெட்டுத்துண்டு $= 3$

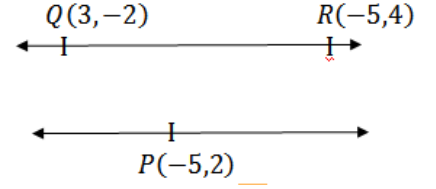
	ii	வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $4x + 3y + 12 = 0$ ன் வெட்டுத்துண்டு வடிவம் காண $4x + 3y = -12$ இருபுறமும் -12 ஆல் வகுக்க $\frac{4x}{-12} + \frac{3y}{-12} = \frac{-12}{-12}$ $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1$ $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1$ $\therefore x$ வெட்டுத்துண்டு $= -3$ y வெட்டுத்துண்டு $= -4$
14	i	தேவையான நோக்கோடானது $(1, -4)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் வெட்டுத்துண்டுகளின் விகிதம் $2:5$ எனவும் உள்ளது வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $a:b = 2:5 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{5} \rightarrow 5a = 2b$ $b = \frac{5}{2}a$ $a = a$ $b = \frac{5a}{2}$ என $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ யில் பிரதியிட $\frac{x}{a} + \frac{y}{\frac{5a}{2}} = 1$ $\frac{x}{a} + \frac{2y}{5a} = 1$ இச்சமன்பாடானது $(1, -4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால் $x = 1$, $y = -4$ என பிரதியிட $\frac{1}{a} + \frac{2 \times (-4)}{5a} = 1$ $\frac{1}{a} + \frac{-8}{5a} = 1$ $\frac{1}{a} - \frac{8}{5a} = 1$ $\frac{1 \times a}{a} - \frac{8 \times a}{5a} = a$ $1 - \frac{8}{5} = a$

		$a = 1 - \frac{8}{5}$ $a = \frac{5-8}{5} = \frac{-3}{5}$ $a = \frac{-3}{5} \text{ என } \frac{x}{a} + \frac{2y}{5a} = 1 \text{ யில் பிரதியிட } \frac{x}{\frac{-3}{5}} + \frac{2y}{5 \times \frac{-3}{5}} = 1$ $\frac{x}{\frac{-3}{5}} + \frac{2y}{-3} = 1$ $\frac{5x}{-3} + \frac{2y}{-3} = 1$ $5x + 2y = -3$ $5x + 2y + 3 = 0$
ii	தேவையான நேர்கோடானது $(-8, 4)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் வெட்டுத்துண்டுகள் சமம் அதாவது $a = b$ எனவும் உள்ளது வெட்டுத்துண்டு வடிவில் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $a = a$ $b = a$ என $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ யில் பிரதியிட $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$ இச்சமன்பாடானது $(-8, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால் $x = -8$, $y = 4$ என பிரதியிட $\frac{-8}{a} + \frac{4}{a} = 1$ $\frac{-8+4}{a} = 1$ $\frac{-4}{a} = 1$ $a = -4$ $a = b = -4$ என $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ யில் பிரதியிட $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-4} = 1$ $\frac{x+y}{-4} = 1$ $x + y = -4$ $x + y + 4 = 0$	

		STD-10	LN-5	EX-5.4
1	i	$5y - 3 = 0$	$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $\text{சாய்வு} = \frac{0}{5}$ $\text{சாய்வு} = 0$	
	ii	$7x - \frac{3}{17} = 0$	$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $\text{சாய்வு} = \frac{7}{0}$ $\text{சாய்வு} = \text{வரையறுக்கப்படவில்லை}$	
2	i	$y = 0.7x - 11$ $0.7x - y - 11 = 0$	$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $\text{சாய்வு} = \frac{-0.7}{-1} = 0.7$ இணைகோடுகளின் சாய்வுகள் சமம் $\therefore y = 0.7x - 11 \text{ இதன் இணைகோட்டின் சாய்வு} = 0.7$	
	ii	$x = -11$ $x + 11 = 0$	$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $\text{சாய்வு} = \frac{-1}{0} = \text{வரையறுக்கப்படவில்லை}$ $\therefore \text{இதன் செங்குத்துக்கோட்டின் சாய்வும் வரையறுக்கப்படவில்லை}$	
3	i	$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{1}{7} = 0$ ன் சாய்வு $= m_1$ $\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{1}{10} = 0$ ன் சாய்வு $= m_2$	$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$	

		$m_1 = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{-4}{3}$ $m_2 = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{-4}{3}$ $m_1 = m_2$ ∴ இவை இணைகோடுகள்
	ii	$5x + 23y + 14 = 0 \text{ ன் சாய்வு} = m_1$ $23x - 5y + 9 = 0 \text{ ன் சாய்வு} = m_2$ $\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $m_1 = \frac{-5}{23}$ $m_2 = \frac{-23}{-5} = \frac{23}{5}$ $m_1 \times m_2 = \frac{-5}{23} \times \frac{23}{5} = -1$ ∴ இவை செங்குத்துக்கோடுகள்
4		$12y = -(p+3)x + 12 \rightarrow (p+3)x + 12y - 12 = 0 \text{ ன் சாய்வு} = m_1$ $12x - 7y = 16 \rightarrow 12x - 7y - 16 = 0 \text{ ன் சாய்வு} = m_2 \text{ என்க}$ இவ்விரு கோடுகளும் செங்குத்துக்கோடுகள் என்பதால் $m_1 \times m_2 = -1$ $\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}}$ $m_1 = \frac{-(p+3)}{12}$ $m_2 = \frac{-12}{-7} = \frac{12}{7}$ $m_1 \times m_2 = -1$ $\frac{-(p+3)}{12} \times \frac{12}{7} = -1$ $\frac{-(p+3)}{7} = -1$ $-(p+3) = -1 \times 7$ $-p - 3 = -7$ $-3 + 7 = p$ $p = 4$

5



தேவையான கோட்டின் சாய்வு = $Q(3, -2)$, $R(-5, 4)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு

ஏனெனில் தேவையான கோடானது $Q(3, -2)$, $R(-5, 4)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்கு இணை மேலும் $P(-5, 2)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்கிறது

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$QR \text{ ன் சாய்வு } = \frac{4 - (-2)}{-5 - 3} = \frac{4 + 2}{-8} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$$

(x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 2 = \frac{-3}{4}(x - (-5))$$

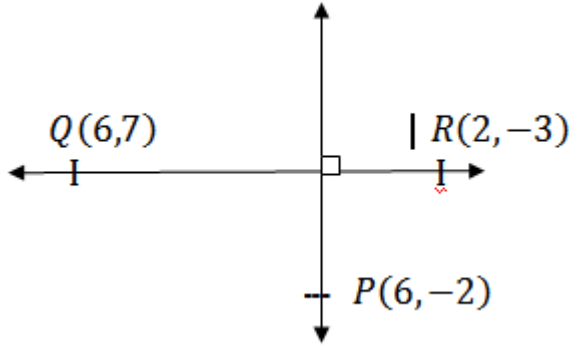
$$(y - 2) \times 4 = -3(x + 5)$$

$$4y - 8 = -3x - 15$$

$$3x + 4y - 8 + 15 = 0$$

$$3x + 4y + 7 = 0$$

6



$Q(6, 7)$, $R(2, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு m_1 தேவையான கோட்டின் சாய்வு m_2 என்க

தேவையான கோடானது $Q(6, 7)$, $R(2, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்கு செங்குத்து

$$\therefore m_1 \times m_2 = -1$$

மேலும் $P(6, -2)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்கிறது

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$QR \text{ ன் சாய்வு } m_1 = \frac{-3-7}{2-6} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$$

$$m_1 = \frac{5}{2} \text{ என } m_1 \times m_2 = -1 \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$\frac{5}{2} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = -1 \times \frac{2}{5} = \frac{-2}{5}$$

(x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின்

சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{சாய்வு} = \frac{-2}{5} \text{ புள்ளி } P(6, -2)$$

$$y - (-2) = \frac{-2}{5}(x - 6)$$

$$(y + 2) \times 5 = -2(x - 6)$$

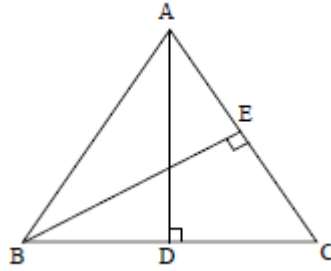
$$5y + 10 = -2x + 12$$

$$2x + 5y + 10 - 12 = 0$$

$$2x + 5y - 2 = 0$$

7

$A(-3,0)$ $B(10,-2)$ $C(12,3)$



குத்துக்கோடுகள் AD , BE

AD ன் சமன்பாடு காண்போம் $\Rightarrow$

BC ன் சாய்வு m_1

AD ன் சாய்வு m_2 எனில் $m_1 \times m_2 = -1$ ஏனெனில் $BC \perp AD$

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$BC \text{ ன் சாய்வு } m_1 = \frac{3 - (-2)}{12 - 10} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$AD \text{ ன் சாய்வு காண } m_1 = \frac{5}{2} \text{ என } m_1 \times m_2 = -1 \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$\frac{5}{2} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = -1 \times \frac{2}{5} = \frac{-2}{5}$$

$$AD \text{ ன் சாய்வு } m_2 = \frac{-2}{5}, \text{ புள்ளி } A(-3,0)$$

(x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின்

சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\begin{aligned}
 y - 0 &= \frac{-2}{5}(x - (-3)) \\
 y \times 5 &= -2(x + 3) \\
 5y &= -2x - 6 \\
 2x + 5y + 6 &= 0
 \end{aligned}$$

BE ன் சமன்பாடு காண்போம் $\Rightarrow$

AC ன் சாய்வு m_1

BE ன் சாய்வு m_2 எனில் $m_1 \times m_2 = -1$ ஏனெனில் $AC \perp BE$

$$AC \text{ ன் சாய்வு } m_1 = \frac{3-0}{12-(-3)} = \frac{3}{12+3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$BE \text{ ன் சாய்வு காண } m_1 = \frac{1}{5} \text{ என } m_1 \times m_2 = -1 \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$\frac{1}{5} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = -1 \times \frac{5}{1} = -5$$

BE ன் சாய்வு $m_2 = -5$, புள்ளி $B(10, -2)$

$$BE \text{ ன் சமன்பாடு } \Rightarrow y - (-2) = -5(x - 10)$$

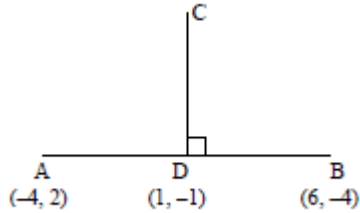
$$y + 2 = -5x + 50$$

$$5x + y + 2 - 50 = 0$$

$$5x + y - 48 = 0$$

8

$A(-4, 2)$ $B(6, -4)$



தேவையான கோடு DC ஆனது AB ன் நடுப்புள்ளி D வழியாகவும் AB க்கு செங்குத்தாகவும் செல்கிறது

$$\text{நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$D = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{2-4}{2} \right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2} \right) = (1, -1)$$

$$AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{-4-2}{6-(-4)} = \frac{-6}{6+4} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$

$$\text{சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\therefore DC \text{ ன் சாய்வு} = \frac{5}{3}$$

புள்ளி $D(1, -1)$

$$(AB \perp DC \Rightarrow m_1 \times m_2 = -1)$$

(x_1, y_1) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் சாய்வு m உடைய நேர்கோட்டின்

$$\text{சமன்பாடு } y - y_1 = m(x - x_1)$$

DC ன் சமன்பாடு $y - (-1) = \frac{5}{3}(x - 1)$
 $y + 1 = \frac{5}{3}(x - 1)$
 $(y + 1) \times 3 = 5 \times (x - 1)$
 $3y + 3 = 5x - 5$
 $0 = 5x - 3y - 5 - 3$
 $5x - 3y - 8 = 0$

9

$7x + 3y = 10$
 $5x - 4y = 1$
 $13x + 5y + 12 = 0$

தேவையான கோடானது $7x + 3y = 10$, $5x - 4y = 1$ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் $13x + 5y + 12 = 0$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் செல்கிறது

$7x + 3y = 10$ ----- ①
 $5x - 4y = 1$ ----- ② ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி காண்போம்

① $\times 4$ + ② $\times 3 \Rightarrow$ $28x + 12y = 40$
 $15x - 12y = 3$

 $43x = 43$

$x = \frac{43}{43} = 1$

$x = 1$ என ①ல் பிரதியிட $\Rightarrow 7 \times 1 + 3y = 10$
 $7 + 3y = 10$
 $3y = 10 - 7 = 3$
 $y = 1$

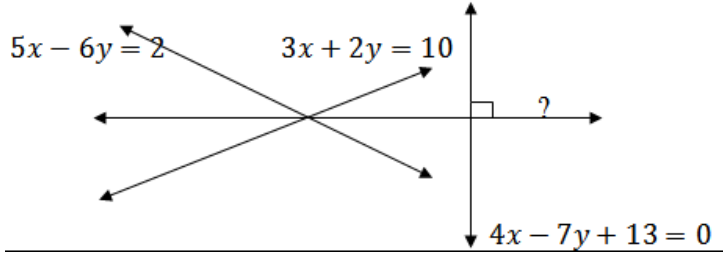
புள்ளி (1,1)

$ax + by + c = 0$ என்ற கோட்டிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $ax + by + k = 0$

$13x + 5y + 12 = 0$ என்ற கோட்டிற்கு (இங்கு $a = 13$, $b = 5$)
இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $13x + 5y + k = 0$
இது (1,1) என்ற புள்ளி வழியாக செல்வதால்
 $x = 1$, $y = 1$ என பிரதியிட $13 \times 1 + 5 \times 1 + k = 0$
 $13 + 5 + k = 0$
 $k = -18$

தேவையான கோடு $13x + 5y - 18 = 0$

10



தேவையான கோடானது $5x - 6y = 2$, $3x + 2y = 10$ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் $4x - 7y + 13 = 0$ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாகவும் செல்கிறது

$$5x - 6y = 2 \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$3x + 2y = 10 \quad \text{-----} \textcircled{2} \quad \text{ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி காண்போம்}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 3 \Rightarrow \begin{array}{rcl} 5x - 6y & = & 2 \\ 9x + 6y & = & 30 \\ \hline \end{array}$$

$$14x = 32$$

$$x = \frac{16}{7} \text{ என } \textcircled{2} \text{ ல் பிரதியிட } \Rightarrow 3 \times \frac{16}{7} + 2y = 10$$

$$\frac{48}{7} + 2y = 10$$

7 ஆல் பெருக்க

$$48 + 14y = 70$$

$$14y = 70 - 48$$

$$14y = 22$$

$$y = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

$$\text{புள்ளி } \left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7} \right)$$

$$ax + by + c = 0 \text{ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு } bx - ay + k = 0$$

$4x - 7y + 13 = 0$ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாக (இங்கு $a = 4$, $b = -7$) செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $-7x - 4y + k = 0$

இது $\left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7} \right)$ என்ற புள்ளி வழியாக செல்வதால்

$$x = \frac{16}{7} , y = \frac{11}{7} \text{ என பிரதியிட } -7 \times \frac{16}{7} - 4 \times \frac{11}{7} + k = 0$$

$$-16 - \frac{44}{7} + k = 0$$

$$7 \text{ ஆல் பெருக்க } -112 - 44 + 7k = 0$$

$$-156 + 7k = 0$$

$$7k = 156$$

$$k = \frac{156}{7}$$

தேவையான கோடு $-7x - 4y + \frac{156}{7} = 0$

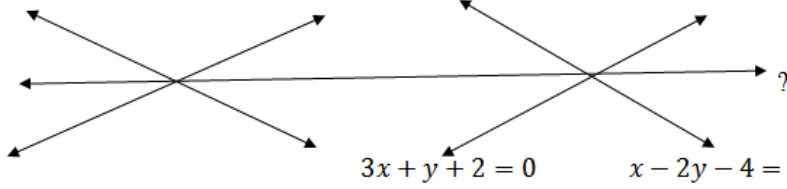
$$7x + 4y - \frac{156}{7} = 0$$

7 ஆல் பெருக்க $49x + 28y - 156 = 0$

11

$$7x - 3y = -12$$

$$2y = x + 3$$



$7x - 3y = -12$, $2y = x + 3$ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி A
 $3x + y + 2 = 0$, $x - 2y - 4 = 0$ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி B என்க
 $\therefore$ தேவையானது AB ன் சமன்பாடு

$$7x - 3y = -12 \text{ -----} \textcircled{1}$$

$$x - 2y = -3 \text{ -----} \textcircled{2} \text{ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி A காண்போம்}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 7 \Rightarrow$$

$$7x - 3y = -12$$

$$7x - 14y = -21$$

$$0 - 3y - (-14y) = -12 - (-21)$$

$$-3y + 14y = -12 + 21$$

$$11y = 9$$

$$y = \frac{9}{11}$$

$$y = \frac{9}{11} \text{ என } \textcircled{2} \text{ ல் பிரதியிட } \Rightarrow x - 2 \times \frac{9}{11} = -3$$

$$x - \frac{18}{11} = -3$$

$$11x - 18 = -3 \times 11$$

$$11x = -33 + 18$$

$$11x = -15$$

$$x = \frac{-15}{11}$$

$$\Rightarrow \therefore A \left(\frac{-15}{11}, \frac{9}{11} \right)$$

$$3x + y + 2 = 0 \text{ -----} \textcircled{3}$$

$$x - 2y - 4 = 0 \text{ -----} \textcircled{4} \text{ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி B காண்போம்}$$

$$\textcircled{3} \times 2 + \textcircled{4} \Rightarrow \begin{array}{l} 6x + 2y + 4 = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 7x + 0 + 0 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$x = 0$$

$$x = 0 \text{ என } \textcircled{3} \text{ ல் பிரதியிட } \Rightarrow 3 \times 0 + y + 2 = 0$$

$$y = -2$$

$$\Rightarrow \therefore B(0, -2)$$

$$B(0, -2) \text{ } A\left(\frac{-15}{11}, \frac{9}{11}\right) \text{ எனில்}$$

$$BA \text{ ன் சமன்பாடு } \frac{y - (-2)}{\frac{9}{11} - (-2)} = \frac{x - 0}{\frac{-15}{11} - 0}$$

$$\frac{y+2}{\frac{9}{11}+2} = \frac{x}{\frac{-15}{11}}$$

$$\frac{y+2}{\frac{31}{11}} = \frac{x}{\frac{-15}{11}}$$

$$(y+2) \times \frac{11}{31} = x \times \frac{11}{-15}$$

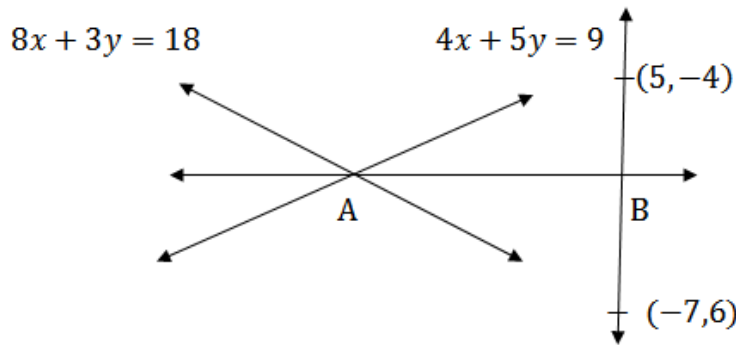
$$\frac{y+2}{31} = \frac{x}{-15}$$

$$(y+2) \times (-15) = x \times 31$$

$$-15y - 30 = 31x$$

$$31x + 15y + 30 = 0$$

12



$8x + 3y = 18$, $4x + 5y = 9$ ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி A
 $(5, -4)$, $(-7, 6)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி B
என்க

$\therefore$ தேவையானது AB ன் சமன்பாடு

$$8x + 3y = 18 \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$4x + 5y = 9 \quad \text{-----} \textcircled{2} \quad \text{ஆகிய கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி A காண்போம்}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 \Rightarrow \quad 8x + 3y = 18$$

$$8x + 10y = 18$$

$$\text{-----}$$

$$0 - 7y = 0$$

$$\text{-----}$$

$$\therefore y = 0$$

$$y = 0 \text{ என } \textcircled{1} \text{ ல் பிரதியிட } \Rightarrow 8x + 3 \times 0 = 18$$

$$8x = 18$$

$$x = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore A \left(\frac{9}{4}, 0 \right)$$

$(5, -4), (-7, 6)$ ன் நடுப்புள்ளி

$$B = \left(\frac{5+(-7)}{2}, \frac{-4+6}{2} \right)$$

$$B = \left(\frac{5-7}{2}, \frac{-4+6}{2} \right) = \left(\frac{-2}{2}, \frac{2}{2} \right) = (-1, 1)$$

$$A \left(\frac{9}{4}, 0 \right), (-1, 1)$$

எனில் AB ன் சமன்பாடு

$$\frac{y-0}{1-0} = \frac{x-\frac{9}{4}}{-1-\frac{9}{4}}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{\frac{4x-9}{4}}{\frac{-4-9}{4}}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{4x-9}{4} \times \frac{4}{-13}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{4x-9}{-13}$$

$$y \times (-13) = 4x - 9$$

$$-13y = 4x - 9$$

$$4x + 13y - 9 = 0$$

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளின் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே		
	STD-10	LN-6 EX-6.1
1	i	$\cot \theta + \tan \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$ $\cot \theta + \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $= \frac{\cos \theta \times \cos \theta + \sin \theta \times \sin \theta}{\sin \theta \times \cos \theta}$ $= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \times \cos \theta}$ $= \frac{1}{\sin \theta \times \cos \theta}$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\cot \theta + \tan \theta = \operatorname{cosec} \theta \times \sec \theta$
	ii	$\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$ $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \tan^2 \theta (\tan^2 \theta + 1)$ $= (\sec^2 \theta - 1) \times \sec^2 \theta$ $= \sec^2 \theta \times \sec^2 \theta - \sec^2 \theta$ $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$ $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$
2	i	$\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \tan^2 \theta$ $\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \frac{1 - \tan^2 \theta}{\frac{1}{\tan^2 \theta} - 1} = \frac{1 - \tan^2 \theta}{\frac{1 - \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta}}$ $= (1 - \cancel{\tan^2 \theta}) \times \frac{\tan^2 \theta}{1 - \cancel{\tan^2 \theta}}$ $= \tan^2 \theta$
	ii	$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$ $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ $= \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta}$ $= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
3	i	$\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \times \frac{1 + \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$ $= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$

		$= \frac{1+\sin \theta}{\cos \theta}$ $= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} = \sec \theta + \tan \theta$
	ii	$\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}} = \sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} \times \frac{1+\sin \theta}{1+\sin \theta} + \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}} \times \frac{1-\sin \theta}{1-\sin \theta}$ $= \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{1-\sin^2 \theta}} + \sqrt{\frac{(1-\sin \theta)^2}{1-\sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} + \sqrt{\frac{(1-\sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$ $= \frac{1+\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1-\sin \theta}{\cos \theta}$ $= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $= \sec \theta + \cancel{\tan \theta} + \sec \theta - \cancel{\tan \theta}$ $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}} = 2 \sec \theta$
4	i	$\sec^6 \theta = \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$ $\sec^6 \theta = (\sec^2 \theta)^3$ $= (1 + \tan^2 \theta)^3$ $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ $= 1^3 + \tan^6 \theta + 3 \times 1 \times \tan^2 \theta (1 + \tan^2 \theta)$ $= 1 + \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta (\sec^2 \theta)$ $= \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$
	ii	$(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$ $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = \sin^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \sin \theta \sec \theta + \cos^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \cos \theta \operatorname{cosec} \theta$ $= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \frac{2 \sin \theta}{\cos \theta} + \operatorname{cosec}^2 \theta + \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta}$ $= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$ $= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \left(\frac{\sin \theta \times \sin \theta + \cos \theta \times \cos \theta}{\sin \theta \times \cos \theta} \right)$ $= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \left(\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \times \cos \theta} \right)$ $= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \frac{1}{\sin \theta \times \cos \theta}$

		$= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$ $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$
5	i	$\sec^4 \theta (1 - \sin^4 \theta) - 2 \tan^2 \theta = 1$ $\sec^4 \theta (1 - \sin^4 \theta) - 2 \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^4 \theta} (1 + \sin^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta) - 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ $= \frac{1}{\cos^4 \theta} (1 + \sin^2 \theta) \cos^2 \theta - 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ $= \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1 + \sin^2 \theta - 2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ $= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ $= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ $= 1$
	ii	$\frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$ $\frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \cos \theta}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \cos \theta}$ $= \frac{\cancel{\cos \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} - 1 \right)}{\cancel{\cos \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} + 1 \right)}$ $= \frac{\left(\frac{1}{\sin \theta} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{\sin \theta} + 1 \right)}$ $= \frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$
6	i	$\frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} = 0$ குறுக்குப்பெருக்கல் செய்க $\Rightarrow$ $= \frac{(\sin^2 A - \sin^2 B) + (\cos^2 A - \cos^2 B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$ $= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) - (\sin^2 B + \cos^2 B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$ $= \frac{1 - 1}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$ $= 0$

	ii	$\frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$ $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ $= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A - \sin A \cos A + \cos^2 A)}{\sin A + \cos A}$ $+ \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \sin A \cos A + \cos^2 A)}{\sin A - \cos A}$ $= (\sin^2 A - \sin A \cos A + \cos^2 A) + (\sin^2 A + \sin A \cos A + \cos^2 A)$ $= 2\sin^2 A + 2\cos^2 A$ $= 2(\sin^2 A + \cos^2 A)$ $= 2$
7	i	$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $\tan \theta + \cot \theta = 1$ இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்தவும் $\Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 = (\sqrt{3})^2$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 3$ $1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 3$ $2 \sin \theta \cos \theta = 3 - 1 = 2$ $\sin \theta \cos \theta = \frac{2}{2} = 1$ $\sin \theta \cos \theta = 1$ எனக் கிடைக்கிறது $\tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ $= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{1}$ $\tan \theta + \cot \theta = 1$
	ii	$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 0$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ $\sqrt{3} \sin \theta = \cos \theta$ $\sqrt{3} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\therefore \theta = 30^\circ$ எனக் கிடைக்கிறது $\tan 3\theta = \tan 3 \times 30^\circ$ $= \tan 90^\circ = \infty \quad \text{-----} \textcircled{1}$

		$\frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \frac{3 \frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3}{1 - 3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}}}{1 - 3 \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{3}}}$ $= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 3 \times \frac{1}{3}}$ $= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 1} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{0}$ $\frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \infty \text{ ----- (2)}$ ① மற்றும் ② லிருந்து $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$
8	i	$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $(m^2 + n^2)\cos^2 \beta = n^2$ $\Rightarrow m^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \quad n^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$ $(m^2 + n^2)\cos^2 \beta = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}\right) \cos^2 \beta$ $= \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta}\right) \cos^2 \beta$ $= \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \left(\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta \times \sin^2 \beta}\right)$ $= \cos^2 \alpha \cancel{\cos^2 \beta} \left(\frac{1}{\cancel{\cos^2 \beta} \times \sin^2 \beta}\right)$ $= \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$ $(m^2 + n^2)\cos^2 \beta = n^2$
	ii	$\cot \theta + \tan \theta = x$, $\sec \theta - \cos \theta = y$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$ $x = \cot \theta + \tan \theta \quad y = \sec \theta - \cos \theta$ $x = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad y = \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$ $x = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \quad y = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta}$ $x = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \quad y = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$

		$x^2 = \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \quad y^2 = \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta}$ $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \times \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \times \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{\frac{2}{3}}$ $= \left(\frac{1}{\cos^3 \theta} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} \right)^{\frac{2}{3}}$ $= (\sec^3 \theta)^{\frac{2}{3}} - (\tan^3 \theta)^{\frac{2}{3}}$ $= \sec^2 \theta - \tan^2 \theta$ $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$
9	i	$\sin \theta + \cos \theta = p$, $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = q$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $q(p^2 - 1) = 2p$ $q(p^2 - 1) = (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)[(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 1]$ $= \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \right) [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1]$ $= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta \times \sin \theta} \right) [1 + 2 \sin \theta \cos \theta - 1]$ $= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} \right) [2 \sin \theta \cos \theta]$ $= 2(\sin \theta + \cos \theta)$ $q(p^2 - 1) = 2p$
	ii	$\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$ எனில் நிரூபிக்கவேண்டியது $\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4$ $\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$ இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த $\sin^2 \theta (1 + \sin^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$ $(1 - \cos^2 \theta)[1 + (1 - \cos^2 \theta)]^2 = \cos^4 \theta$ $(1 - \cos^2 \theta)[1^2 + (1 - \cos^2 \theta)^2 + 2(1 - \cos^2 \theta)] = \cos^4 \theta$ $(1 - \cos^2 \theta)[1 + 1 + \cos^4 \theta - 2 \cos^2 \theta + 2 - 2 \cos^2 \theta] = \cos^4 \theta$ $(1 - \cos^2 \theta)[4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta] = \cos^4 \theta$ $4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta - 4 \cos^2 \theta - \cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta = \cos^4 \theta$ $4 + 5 \cos^4 \theta - \cos^6 \theta - 8 \cos^2 \theta = \cos^4 \theta$

$$4 + 4\cos^4 \theta - 8\cos^2 \theta - \cos^6 \theta = 0$$

$$4 = \cos^6 \theta - 4\cos^4 \theta + 8\cos^2 \theta$$

$$\cos^6 \theta - 4\cos^4 \theta + 8\cos^2 \theta = 4$$

10

$$\frac{\cos \theta}{1+\sin \theta} = \frac{1}{a} \text{ எனில்}$$

$$\text{நிருபிக்கவேண்டியது} \quad \frac{a^2-1}{a^2+1} = \sin \theta$$

$$a = \frac{1+\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$a = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$a = \sec \theta + \tan \theta$$

$$\frac{a^2-1}{a^2+1} = \frac{(\sec \theta + \tan \theta)^2 - 1}{(\sec \theta + \tan \theta)^2 + 1}$$

$$= \frac{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta - 1}{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta + 1}$$

$$= \frac{\sec^2 \theta - 1 + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}{\sec^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}$$

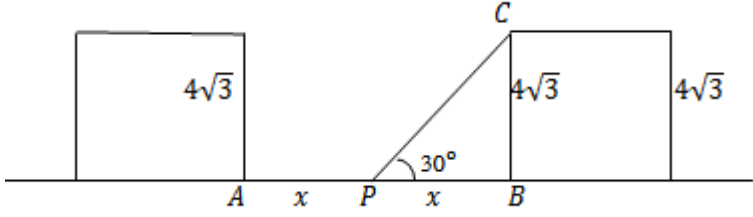
$$= \frac{\tan^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}{\sec^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}$$

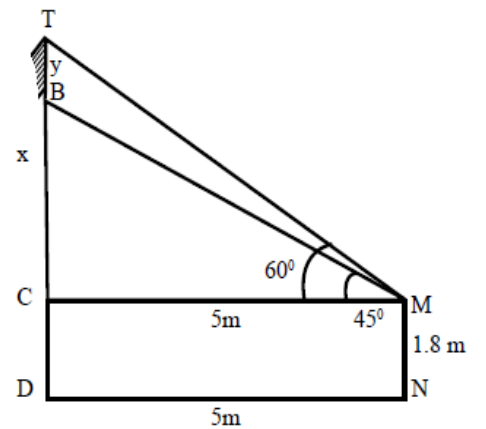
$$= \frac{2 \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}{2 \sec^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta}$$

$$= \frac{2 \tan \theta (\tan \theta + \sec \theta)}{2 \sec \theta (\sec \theta + \tan \theta)}$$

$$= \frac{\tan \theta}{\sec \theta} = \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta}{1}$$

$$\frac{a^2-1}{a^2+1} = \sin \theta$$

STD-10	LN-6	EX-6.2
உயரங்களும் தொலைவுகளும்		
1	படத்திலிருந்து $\tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$ $= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\theta = 30^\circ$	
2	 சாலையின் அகலம் AB சாலையின் மையப்புள்ளி P வீட்டின் உயரம் BC என்க $\Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$ மீ $AP = PB = x$ மீ என்க ΔPBC ல் $\tan 30^\circ = \frac{BC}{PB}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ $x = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4 \times 3 = 12 \text{ மீ}$ சாலையின் அகலம் $AB = 2x$ $= 2 \times 12$ $= 24 \text{ மீ}$	
3	காண்பவரின் உயரம் $NM = 180$ செ.மீ காண்பவருக்கும் சுவற்றுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு $\} = 5 \text{ மீ}$ T, B என்பன சன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி எனில் $CB = x$ $BT = y$ (சன்னலின் உயரம்) என்க ΔCMB ல் $\tan 45^\circ = \frac{x}{5}$	



$$1 = \frac{x}{5}$$

$$x = 1$$

$$\Delta CMT \text{ ல் } \tan 60^\circ = \frac{x+y}{5}$$

$$\sqrt{3} = \frac{5+y}{5}$$

$$5 \times \sqrt{3} = 5 + y$$

$$y = 5\sqrt{3} - 5$$

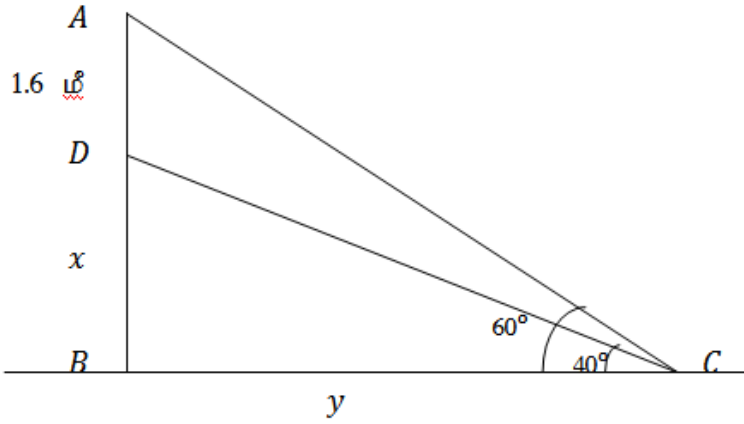
$$= 5(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 5 \times (1.732 - 1)$$

$$= 5 \times 0.732$$

சன்னலின் உயரம் $y = 3.66$ மீ

4



தரையில் பார்வைப்புள்ளி C என்க

பீடத்தின் உயரம் $BD = x$ மீ

சிலையின் உயரம் $AD = 1.6$ மீ

$BC = y$ மீ என்க

$$\angle BCD = 40^\circ, \angle BCA = 60^\circ$$

$$\Delta BCD \text{ ல் } \tan 40^\circ = \frac{x}{y}$$

$$y = \frac{x}{\tan 40^\circ} = \frac{x}{0.8391} \text{ ----- ①}$$

$$\Delta BCA \text{ ல் } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x+1.6}{y}$$

$$y = \frac{x+1.6}{\sqrt{3}} = \frac{x+1.6}{1.732} \text{ ----- ②}$$

$$\textcircled{1} \text{ மற்றும் } \textcircled{2} \text{ லிருந்து } \Rightarrow \frac{x}{0.8391} = \frac{x+1.6}{1.732}$$

$$1.732 x = (x + 1.6) 0.8391$$

$$1.732 x = 0.8391x + 1.343$$

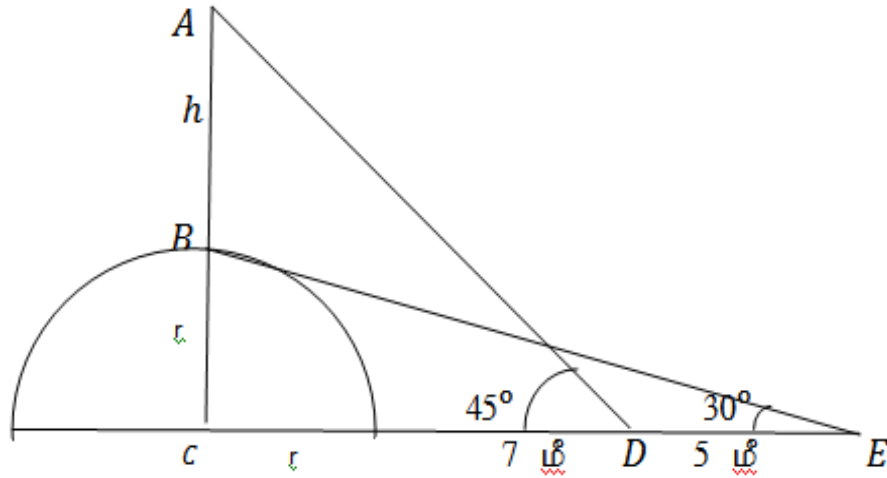
$$1.732 x - 0.8391x = 1.343$$

$$0.8929x = 1.343$$

$$x = \frac{1.343}{0.8929} = 1.5$$

பீடத்தின் உயரம் = 1.5 மீ

5



குவிமாடத்தின் ஆரம் r
கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் h என்க

$$\Delta ACD \text{ ல் } \tan 45^\circ = \frac{AC}{CD}$$

$$1 = \frac{h+r}{r+7}$$

$$r + 7 = h + r$$

$$h = 7$$

கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் $h = 7$ மீ

$$\Delta BCE \text{ ல் } \tan 30^\circ = \frac{BC}{CE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{r+7+5}$$

$$r + 12 = \sqrt{3} r$$

$$12 = \sqrt{3} r - r$$

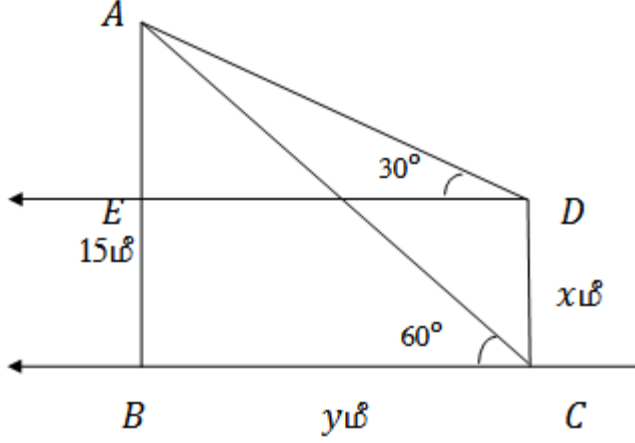
$$r(\sqrt{3} - 1) = 12$$

$$r = \frac{12}{\sqrt{3}-1}$$

$$r = \frac{12}{1.732-1} = \frac{12}{0.732} = \frac{12000}{732} = 16.39$$

குவிமாடத்தின் ஆரம் $r = 16.39$ மீ

6



கோபுரத்தின் உயரம் $AB = 15$ மீ
மின்கம்பத்தின் உயரம் $CD = x$ மீ என்க
இங்கு $CD = EB$

$$AE = 15 - x \text{ மீ}$$

$$BC = ED = y \text{ என்க}$$

$$\Delta ABC \text{ ல் } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{15}{y}$$

$$y = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{5 \times 3}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

$$\Delta AED \text{ ல் } \tan 30^\circ = \frac{AE}{ED}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15-x}{y}$$

$$y = (15-x)\sqrt{3}$$

$$5\sqrt{3} = (15-x)\sqrt{3}$$

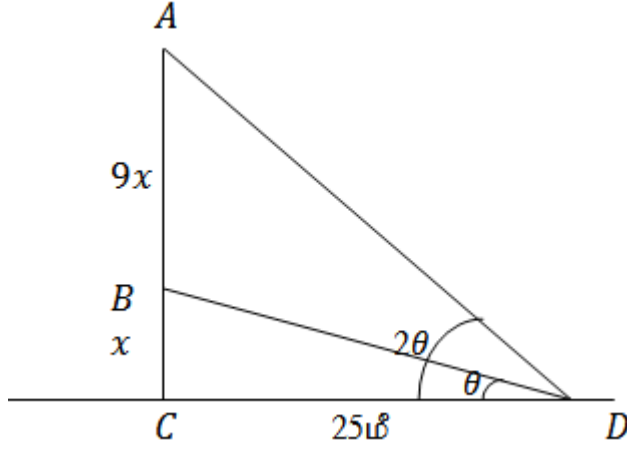
$$5 = 15 - x$$

$$x = 15 - 5$$

$$x = 10$$

$\therefore$ மின்கம்பத்தின் உயரம் 10 மீ

7



கம்பத்தின் உயரம் $AC = 10x$ என்க

கம்பத்தை $1 : 9$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி B என்க

இங்கு கம்பத்தின் மேல்பகுதியை காட்டிலும் கீழ்பகுதி குறைவு

$\therefore AB = 9x$, $BC = x$ என்க

$\angle CDB = \theta$ $\angle CDA = 2\theta$ என்க

கம்பத்தின் அடிக்கும் பார்வை புள்ளிக்கும்மிடையேயான தொலைவு $CD = 25$ மீ

$$\Delta BCD \text{ ல் } \tan \theta = \frac{BC}{CD} = \frac{x}{25}$$

$$\Delta ACD \text{ ல் } \tan 2\theta = \frac{AC}{CD} = \frac{10x}{25}$$

$$\tan 2\theta = \frac{10x}{25}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta} = \frac{2x}{5} \text{ இதில் } \tan \theta = \frac{x}{25} \text{ என பிரதியிட}$$

$$\frac{2\left(\frac{x}{25}\right)}{1 - \left(\frac{x}{25}\right)^2} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{\frac{2x}{25}}{1 - \frac{x^2}{625}} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{\frac{2x}{25}}{\frac{625 - x^2}{625}} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{2x}{25} \times \frac{25}{625 - x^2} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{25}{625-x^2} = \frac{1}{5}$$

$$125 = 625 - x^2$$

$$x^2 = 625 - 125$$

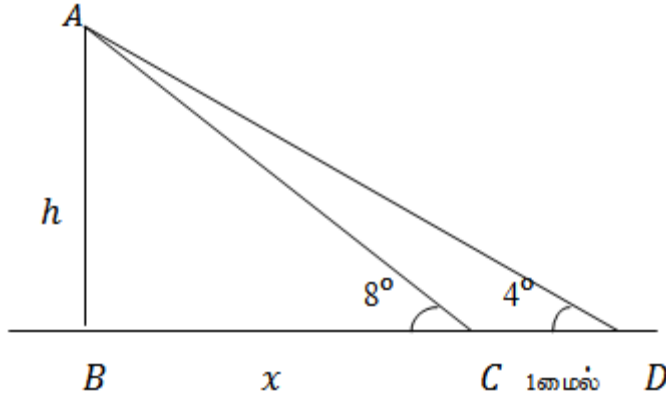
$$x^2 = 500 = 100 \times 5$$

$$x = 10\sqrt{5}$$

கம்பத்தின் உயரம் $10x = 10 \times 10\sqrt{5}$

$$= 100\sqrt{5} \text{ மீ}$$

8



மலையின் உயரம் $AB = h$ என்க
 C, D என்பன மைல்கல்கள் எனில் $CD = 1$ மைல்
 $BC = x$ என்க

$$\Delta ABC \text{ ல் } \tan 8^\circ = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\tan 8^\circ} \text{ ----- ①}$$

$$\Delta ABD \text{ ல் } \tan 4^\circ = \frac{h}{x+1}$$

$$x + 1 = \frac{h}{\tan 4^\circ}$$

$$x = \frac{h}{\tan 4^\circ} - 1 \text{ ----- ②}$$

① மற்றும் ② லிருந்து

$$\frac{h}{\tan 8^\circ} = \frac{h}{\tan 4^\circ} - 1$$

$$1 = \frac{h}{\tan 4^\circ} - \frac{h}{\tan 8^\circ}$$

$$1 = h \left(\frac{1}{\tan 4^\circ} - \frac{1}{\tan 8^\circ} \right)$$

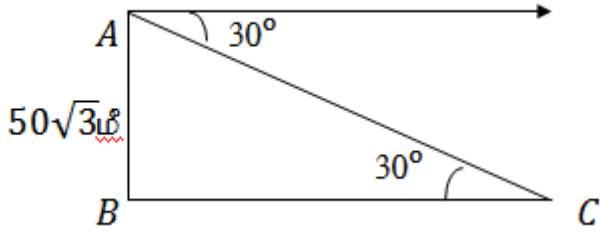
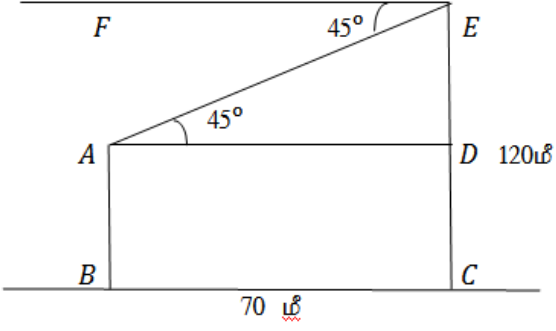
$$1 = h \left(\frac{\tan 8^\circ - \tan 4^\circ}{\tan 4^\circ \tan 8^\circ} \right)$$

$$h = \left(\frac{\tan 8^\circ \tan 4^\circ}{\tan 8^\circ - \tan 4^\circ} \right)$$

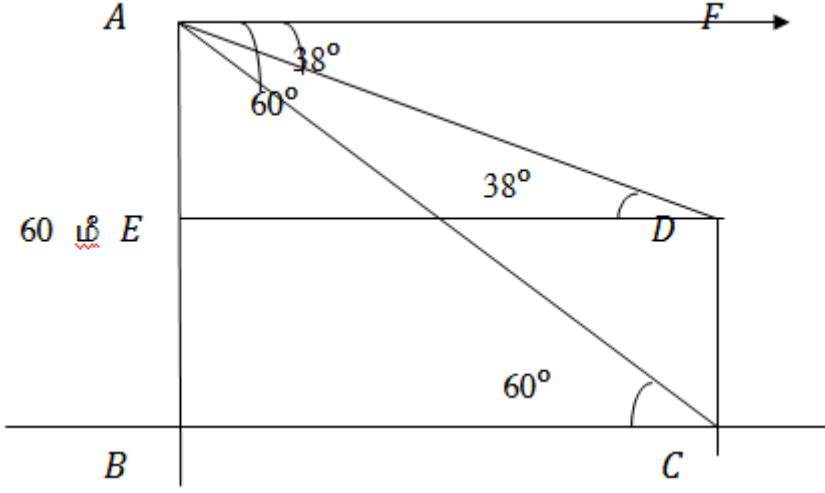
$$h = \frac{0.14 \times 0.07}{0.14 - 0.07}$$

$$h = \frac{0.0098}{0.07}$$

மலையின் உயரம் = 0.14 மைல்

10-STD	LN-6	EX-6.3
இறக்கக் கோண கணக்குகள்		
1	 பாறையின் உயரம் $AB = 50\sqrt{3}$ மீ C என்பது மகிழுந்து நிற்கும் புள்ளி என்க பாறைக்கும் மகிழுந்திற்கும் இடையேயான தொலைவு $BC = ?$ $\angle DAC = \angle ACB = 30^\circ$ ΔABC ல் $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$ $BC = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $= 50 \times 3 = 150$ பாறைக்கும் மகிழுந்திற்கும் இடையேயான தொலைவு = 150 மீ	
2	 முதல் கட்டடத்தின் உயரம் $AB = ?$ இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் $CE = 120$ மீ இரண்டு கட்டடங்களுக்கிடையேயான தொலைவு $BC = AD = 70$ மீ படத்தில் $\angle FEA = \angle EAD = 45^\circ$ மற்றும் $DE = 120 - DC$ ΔADE ல் $\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{DE}{AD}$ $1 = \frac{120 - DC}{70}$ $70 = 120 - DC$ $DC = 120 - 70 = 50$ $AB = DC \text{ எனவே}$ முதல் கட்டடத்தின் உயரம் = 50 மீ	

3



கோபுரத்தின் உயரம் $AB = 60$ மீ
 விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் $CD = ?$

படத்தில் $\angle FAD = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle FAC = \angle ACB = 60^\circ$
 $BC = DE$, $EB = CD$
 மற்றும் $AE = 60 - EB$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ \sqrt{3} &= \frac{60}{BC} \\ BC &= \frac{60}{\sqrt{3}} \\ BC &= \frac{3 \times 20}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 20}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3} \text{ மீ} \end{aligned}$$

$$BC = DE \text{ எனவே } DE = 20\sqrt{3} \text{ மீ}$$

$$\Delta AED \text{ ல் } \Rightarrow \tan 38^\circ = \frac{AE}{ED}$$

$$0.7813 = \frac{60 - EB}{20\sqrt{3}}$$

$$0.7813 \times 20\sqrt{3} = 60 - EB$$

$$0.7813 \times 20 \times 1.732 = 60 - EB$$

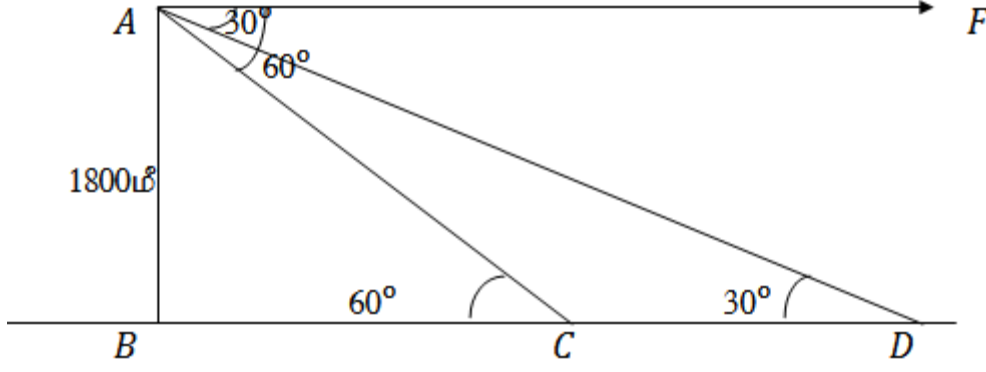
$$27.0642 = 60 - EB$$

$$EB = 60 - 27.0642 = 32.9358$$

$$EB = CD \text{ எனவே } CD = 32.9358$$

$\therefore$ விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் $= 32.9358$ மீ

4



விமானம் பறக்கும் உயரம் $AB = 1800$ மீ

C, D என்பன படகுகள் எனில்

இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு $CD = ?$

$$\Delta ABC \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{1800}{BC}$$

$$BC = \frac{1800}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3 \times 600}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 600}{\sqrt{3}} = 600\sqrt{3}$$

$$\Delta ABD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1800}{BC + CD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1800}{BC + CD}$$

$$BC + CD = 1800 \times \sqrt{3}$$

$$600\sqrt{3} + CD = 1800\sqrt{3}$$

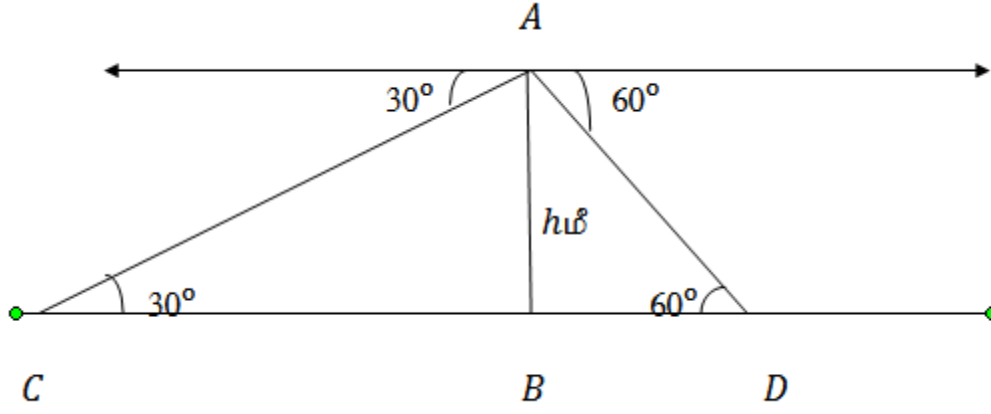
$$CD = 1800\sqrt{3} - 600\sqrt{3}$$

$$CD = 1200\sqrt{3}$$

$$CD = 1200 \times 1.732 = 2078.4$$

$\therefore$ இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு 2078.4 மீ

5



கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $AB = h$ மீ

C, D என்பன இரண்டு கப்பல்கள் எனில்

நாம் காணவேண்டியது இரு கப்பல்களுக்கிடையேயான தொலைவு $CD = ?$

$$\Delta ABC \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC}$$

$$BC = \sqrt{3} h$$

$$\Delta ABD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{BD}$$

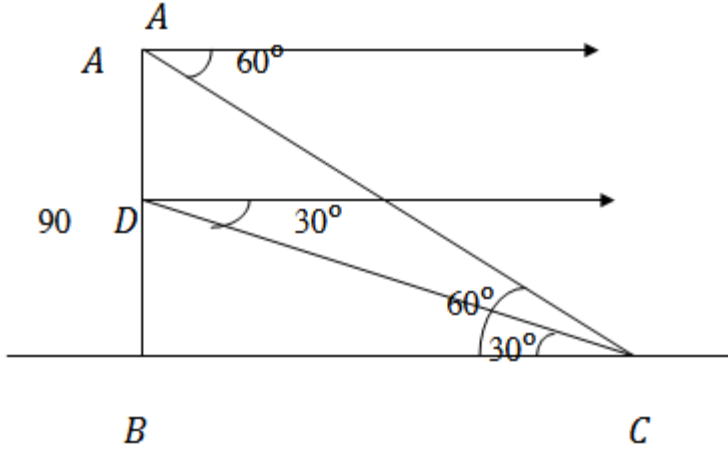
$$BD = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$CD = CB + BD \text{ என்பதால் } CD = \sqrt{3} h + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}h+h}{\sqrt{3}} = \frac{3h+h}{\sqrt{3}} = \frac{4h}{\sqrt{3}}$$

இரு கப்பல்களுக்கிடையேயான தொலைவு $CD = \frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ

6



மின்தூக்கியின் உயரம் $AB = 90$ அடி

நீருற்று உள்ள புள்ளி C

நீருற்றுக்கும் மின்தூக்கியின் நுழைவுவாயிலுக்கும் உள்ள தொலைவு

$$BC = 30\sqrt{3} \text{ அடி}$$

இரண்டு நிமிடம் கழித்து மின்தூக்கி உள்ள புள்ளி D என்க

படத்தில் $BD = AB - AD = 90 - AD$

$$\Delta BCD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BD}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{90-AD}{30\sqrt{3}}$$

$$90 - AD = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$90 - AD = 30$$

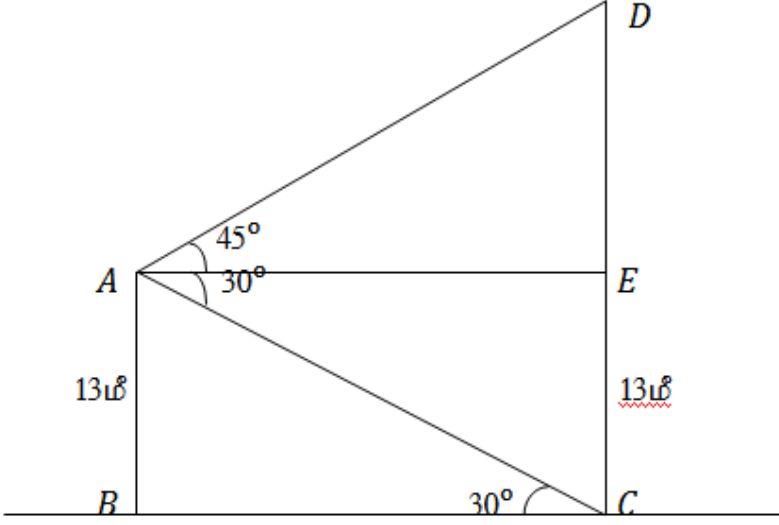
$$AD = 90 - 30 = 60$$

இரண்டு நிமிடங்களில் மின்தூக்கி கடந்த தொலைவு = 60 அடி

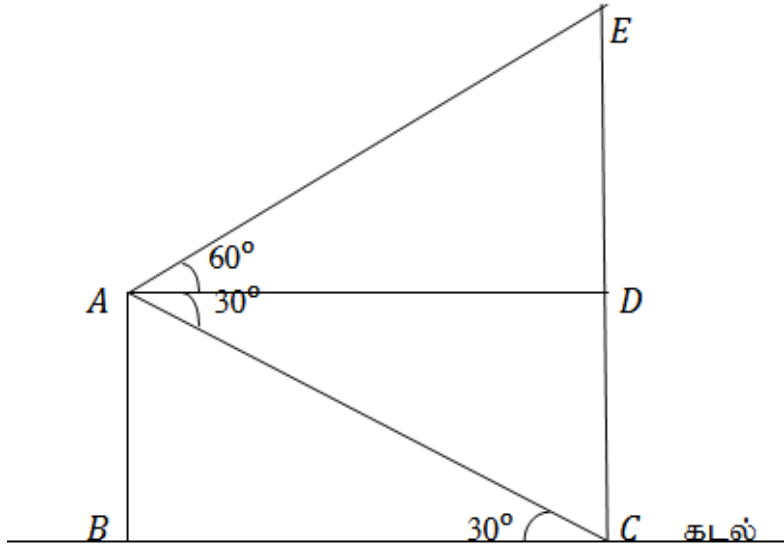
$$\therefore \text{மின்தூக்கியின் வேகம்} = \frac{\text{தொலைவு}}{\text{நேரம்}}$$

$$= \frac{60}{2} = 30$$

$$\therefore \text{மின்தூக்கியின் வேகம்} = 30 \text{ அடி/நி (அல்லது)} \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ அடி/நொ}$$

STD-10	LN-6	EX-6.4
ஏற்றக்கோணமும் இறக்கக்கோணமும் கொண்ட கணக்குகள்		
1	 பார்வை கிடைநிலைக்கோடு AE முதல் மரத்தின் உயரம் $AB = 13$ மீ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் $CD = DE + 13$ மீ $\triangle ABC$ ல் $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{BC}$ $BC = 13 \times \sqrt{3} = 13\sqrt{3}$ மேலும் $AE = BC = 13\sqrt{3}$ $\triangle AED$ ல் $\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{DE}{AE}$ $1 = \frac{DE}{13\sqrt{3}}$ $DE = 13\sqrt{3}$ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் $CD = CE + DE = 13 + 13\sqrt{3}$ $= 13(1 + \sqrt{3})$ $= 13(1 + 1.732) = 13 \times 2.732 = 35.52$ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் $= 35.52$ மீ	

2



கப்பலின் மேல்பகுதியில் உள்ள புள்ளி A
கடலின் நீர் மட்டம் B

$$\therefore AB = 40 \text{ மீ}$$

குன்றின் அடி C

குன்றின் உச்சி E

AD என்பது பார்வை கிடைநிலைக்கோடு என்க
கப்பல் மற்றும் குன்றிற்கிடைப்பட்ட தொலைவு BC = ?
குன்றின் உயரம் CE = ?

$$\Delta BCD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40}{BC}$$

$$BC = 40 \times \sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

$$\text{மேலும் } AD = BC = 40\sqrt{3}$$

$$\Delta ADE \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{DE}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{DE}{40\sqrt{3}}$$

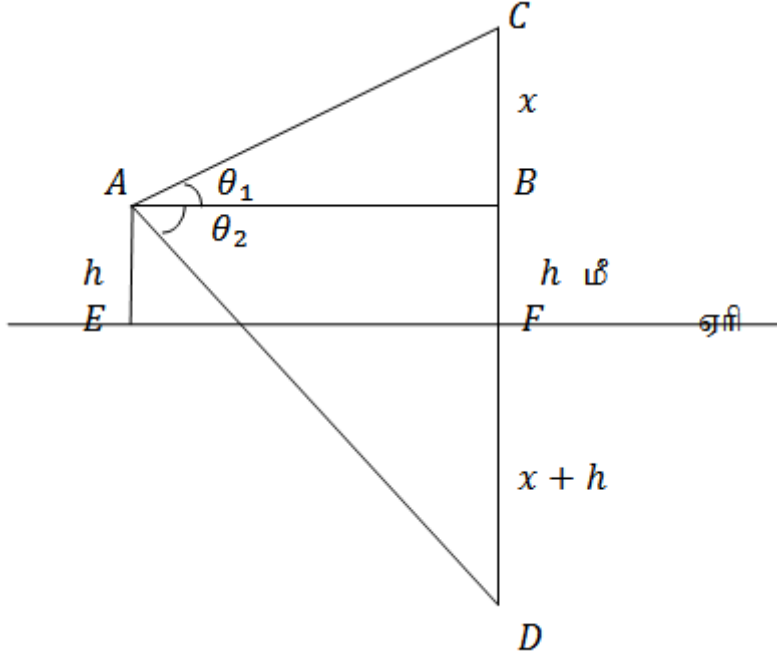
$$DE = 40\sqrt{3}\sqrt{3}$$

$$DE = 40 \times 3 = 120$$

$$\begin{aligned} \text{குன்றின் உயரம் } CE &= CD + DE \\ &= 40 + 120 = 160 \text{ மீ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கப்பல் மற்றும் குன்றிற்கிடைப்பட்ட தொலைவு } BC &= 40\sqrt{3} \\ &= 40 \times 1.732 \\ &= 69.28 \text{ மீ} \end{aligned}$$

3



படத்தில்

ஏரியின் மேற்பரப்பு EF

நீர்மட்டத்திலிருந்து h மீ உயரத்தில் உள்ள புள்ளி A

C என்பது மேகம் மற்றும் D என்பது நீர்மட்டத்திலிருந்து கீழே மேகத்தின் பிம்பம்

AB என்பது பார்வை கிடைநிலைக்கோடு

$AE = BF = h$ மீ

$BC = x$ என்க

$\therefore$ தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம் $FC = ?$

$$\Delta ABC \text{ ல் } \Rightarrow \tan \theta_1 = \frac{BC}{AB}$$

$$AB = \frac{x}{\tan \theta_1} \text{ ----- } ①$$

$$\Delta ABD \text{ ல் } \Rightarrow \tan \theta_2 = \frac{BD}{AB}$$

$$AB = \frac{BD}{\tan \theta_2}$$

இங்கு $BD = FB + FD$ மேலும் $FD = FB + BC = h + x$ என்பதால்

$$BD = h + h + x = 2h + x$$

$$AB = \frac{2h+x}{\tan \theta_2} \text{ ----- } ②$$

$$① \text{ மற்றும் } ② \text{ லிருந்து } AB = \frac{x}{\tan \theta_1} = \frac{2h+x}{\tan \theta_2}$$

$$\begin{aligned}
 x \tan \theta_2 &= (2h + x) \tan \theta_1 \\
 x \tan \theta_2 &= 2h \tan \theta_1 + x \tan \theta_1 \\
 x \tan \theta_2 - x \tan \theta_1 &= 2h \tan \theta_1 \\
 x(\tan \theta_2 - \tan \theta_1) &= 2h \tan \theta_1
 \end{aligned}$$

$$x = \frac{2h \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)}$$

∴ தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம் $FC = BC + BF = h + x$

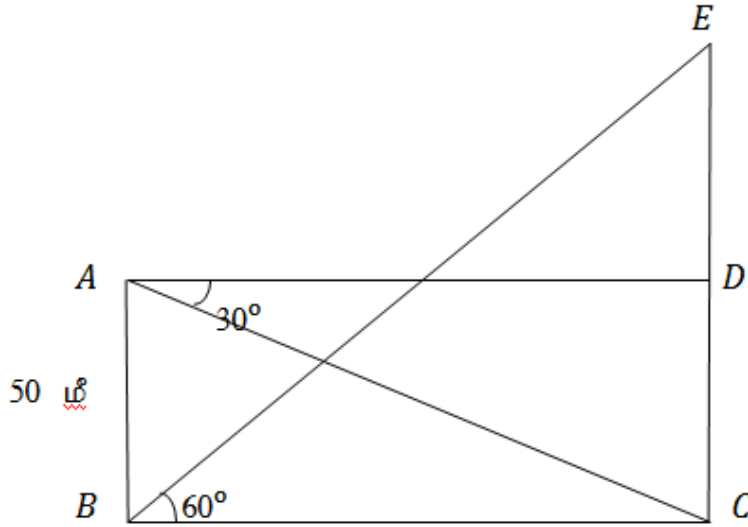
$$= h + \frac{2h \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)}$$

$$= h \left(1 + \frac{2 \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)} \right)$$

$$= h \left(\frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1 + 2 \tan \theta_1}{(\tan \theta_2 - \tan \theta_1)} \right)$$

$$\text{தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம்} = h \left(\frac{\tan \theta_2 + \tan \theta_1}{\tan \theta_2 - \tan \theta_1} \right)$$

4



படத்தில்

அடுக்குமாடி குடியிருப்பின் உயரம் $AB = 50$ மீ

அலைபேசிகோபுரத்தின் உயரம் $CE = ?$

AD என்பது பார்வை கிடைநிலைக்கோடு

$$\Delta ACD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{DC}{AD}$$

$DC = AB = 50$ மீ என்பதால்

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{AD}$$

$$AD = 50 \times \sqrt{3} = 50\sqrt{3}$$

$$\text{மேலும் } AD = BC = 50\sqrt{3}$$

$$\Delta BCE \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{CE}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{CE}{50\sqrt{3}}$$

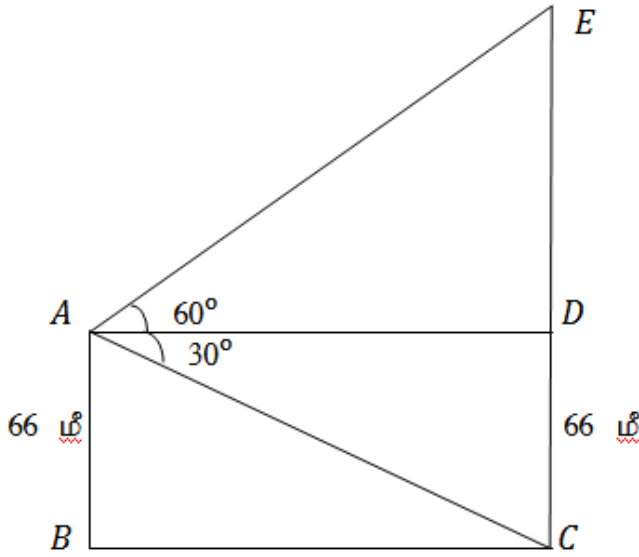
$$CE = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$CE = 50 \times 3 = 150$$

$\therefore$ அலைபேசிகோபுரத்தின் உயரம் = 150 மீ

அலைபேசிகோபுரம் கட்டுப்பாட்டிற்குட்பட்டுள்ளது ஏனெனில் இதன் உயரமானது குறைந்தபட்ச உயரம் 120 மீ ஐவிட அதிகமாக உள்ளது.

5



படத்தில்

அடுக்குமாடி குடியிருப்பின் உயரம் $AB = 66$ மீ

விளக்குக்கம்பத்தின் உயரம் $CE = ?$

AD என்பது பார்வை கிடைநிலைக்கோடு

$$\Delta ACD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD}$$

$CD = AB = 66$ மீ என்பதால்

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{66}{AD}$$

$$AD = 66 \times \sqrt{3} = 66\sqrt{3}$$

மேலும் $AD = BC = 66\sqrt{3}$ மீ

$$\Delta ADE \text{ ல் } \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{DE}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{DE}{66\sqrt{3}}$$

$$DE = 66\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$DE = 66 \times 3 = 198$$

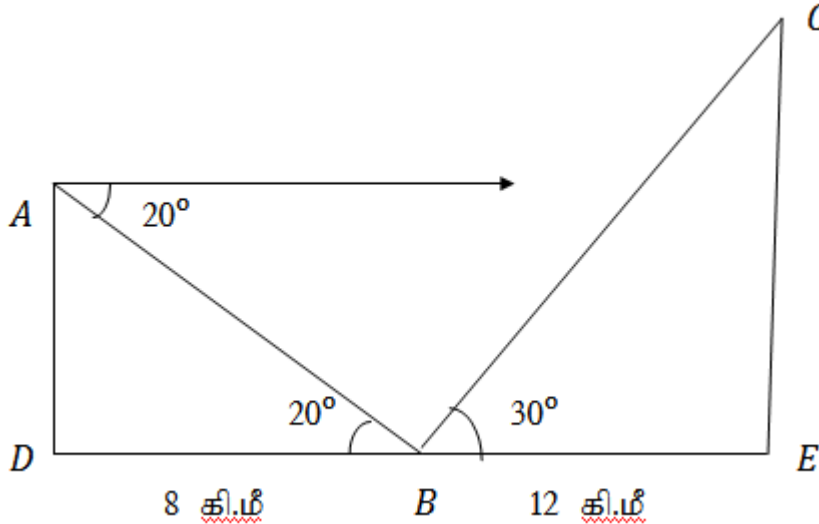
$\therefore$ விளக்குக்கம்பத்தின் உயரம் $CE = CD + DE$ என்பதால்
 $= 66 + 198 = 264$

விளக்குக்கம்பத்தின் உயரம் $= 264$ மீ

விளக்குக்கம்பத்தின் உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின்
 உயரத்திற்கும் உள்ள வித்யாசம் } $= CE - AB$
 $= 264 - 66 = 198$ மீ

விளக்குக்கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள
 தொலைவு BC } $= 66\sqrt{3}$
 $= 66 \times 1.732$ மீ
 $= 114.31$ மீ

6



படத்தில்

A, B, C என்பவை கிராமவாசிகள் நிற்கும் புள்ளிகள்

A க்கும் B க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம் $AD = ?$

B க்கும் C க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம் $CE = ?$

$$\Delta ABD \text{ ல் } \Rightarrow \tan 20^\circ = \frac{AD}{DB}$$

$$0.3640 = \frac{AD}{8}$$

$$0.3640 \times 8 = AD$$

$$AD = 2.912 \text{ கி.மீ}$$

$$\Delta BCE \text{ ல் } \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{CE}{BE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CE}{12}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} = CE$$

$$CE = \frac{4 \times 3}{\sqrt{3}} = \frac{4 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4 \times \sqrt{3}$$

$$= 4 \times 1.732$$

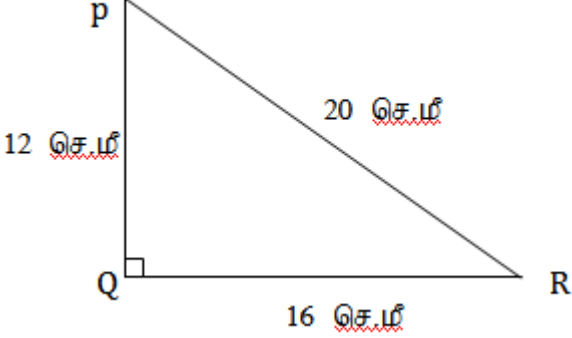
$$= 6.93 \text{ கி.மீ}$$

A க்கும் B க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம் $AD = 2.912$ கி.மீ

B க்கும் C க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம் $CE = 6.93$ கி.மீ

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளின் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே		
STD-10	LN-7	EX-7.1
அளவியல்		
வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பு		
நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அ நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi r(h + r)$ ச.அ உள்ளிடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi(R + r)h$ ச.அ உள்ளிடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi(R + r)(R - r + h)$ ச.அ நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi rl$ ச.அ நேர்வட்டக் கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi r(l + r)$ ச.அ நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ அ கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$ ச.அ அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi r^2$ ச.அ அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 3\pi r^2$ ச.அ உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi(R^2 + r^2)$ ச.அ உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi(3R^2 + r^2)$ ச.அ இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $= \pi(R + r)l$ ச.அ இடைக்கண்டத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$ ச.அ		
1	ஆரம் $r = ?$ உயரம் $h = ?$ $r : h = 5 : 7$ வளைபரப்பு $= 5500$ ச.செ.மீ $r : h = 5 : 7 \rightarrow \frac{r}{h} = \frac{5}{7}$ $7r = 5h$ $h = \frac{7r}{5}$ நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அ $5500 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{7r}{5}$	

	$5500 = \frac{44}{5} \times r^2$ $\frac{5500 \times 5}{44} = r^2$ $r^2 = \frac{500 \times 5}{4} = 125 \times 5 = 625 = 25^2$ $\therefore r = 25$ $\therefore h = \frac{7r}{5} = \frac{7 \times 25}{5} = 7 \times 5 = 35$ $r = 25 \text{ செ.மீ} \quad h = 35 \text{ செ.மீ}$
2	தின்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = 1848 ச.மீ வளைபரப்பு = $\frac{5}{6} \times$ மொத்தப் புறப்பரப்பு , $r = ?$, $h = ?$ நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi rh$ ச.அ நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $2\pi r(h + r)$ ச.அ வளைபரப்பு = $\frac{5}{6} \times$ மொத்தப் புறப்பரப்பு $2\pi rh = \frac{5}{6} \times 2\pi r(h + r)$ $h = \frac{5}{6} \times (h + r)$ $6h = 5 \times (h + r)$ $6h = 5h + 5r$ $6h - 5h = 5r$ $h = 5r \quad \text{இதை} \quad 2\pi r(h + r) = 1848 \quad \text{ல் பிரதியிட}$ $2 \times \frac{22}{7} \times r \times (5r + r) = 1848$ $2 \times \frac{22}{7} \times r \times 6r = 1848$ $r^2 = \frac{1848 \times 7}{2 \times 22 \times 6} = \frac{308 \times 7}{2 \times 22} = \frac{14 \times 7}{2} = 7 \times 7 = 7^2$ $r = 7$ $r = 7$ என $h = 5r$ ல் பிரதியிட $h = 5 \times 7 = 35$ $\therefore r = 7 \quad , \quad h = 35$

3	$R = 16$ செ.மீ , $h = 13$ செ.மீ தடிமன் $= R - r = 4$ செ.மீ $\therefore r = 16 - 4 = 12$ செ.மீ உள்ளிடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi (R + r) (R - r + h)$ ச.அ $= 2 \times \frac{22}{7} \times (16 + 12) (16 - 12 + 13)$ $= 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 17$ $= 2 \times 22 \times 4 \times 17$ உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2992$ ச.செ.மீ
4	 ΔPQR ல் பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ $PQ^2 = PR^2 - QR^2$ $PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2} = \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144}$ $PQ = 12$ PQ ஐ மைய அச்சாக கொண்டு சுழலும்போது $h = 12$ செ.மீ $r = 16$ செ.மீ $l = 20$ செ.மீ நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r l$ ச.அ $= \pi \times 16 \times 20$ $= 320 \pi$ QR ஐ மைய அச்சாக கொண்டு சுழலும்போது $h = 16$ செ.மீ $r = 12$ செ.மீ $l = 20$ செ.மீ நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r l$ ச.அ $= \pi \times 12 \times 20$ $= 240 \pi$
5	சாயுயரம் $l = 19$ செ.மீ ஒருவர் அமர தேவையான இடம் $= 22$ ச.செ.மீ கூடாரத்தில் 4 பேர் அமர்ந்துள்ளதால் கூம்பின் அடிபரப்பு $= 4 \times 22 = 88$ ச.செ.மீ கூம்பின் அடிபரப்பு ஓர் வட்டம் என்பதால் $\pi r^2 = 88$

	$\frac{22}{7} \times r^2 = 88$ $r^2 = 88 \times \frac{7}{22} = 4 \times 7$ $r^2 = 28$ நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ $l^2 = h^2 + r^2$ $h^2 = l^2 - r^2$ $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ $h = \sqrt{19^2 - 28}$ $h = \sqrt{361 - 28} = \sqrt{333} = 18.25$ கூம்பின் உயரம் $h \simeq 18.25$ செ.மீ
6	பயன்படுத்தப்பட்ட காகிதத்தின் மொத்த பரப்பு = 5720 ச.செ.மீ $h = 12$ செ.மீ $r = 5$ செ.மீ நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ $l = \sqrt{12^2 + 5^2}$ $h = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு = $\pi r l$ ச.அ ஒரு தொப்பியின் பரப்பு = $\frac{22}{7} \times 5 \times 13$ தொப்பிகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{\text{மொத்த பரப்பு}}{\text{ஒரு தொப்பியின் பரப்பு}}$ $= \frac{5720}{\frac{22}{7} \times 5 \times 13} = \frac{5720 \times 7}{22 \times 5 \times 13} = \frac{1124 \times 7}{22 \times 13} = \frac{562 \times 7}{11 \times 13}$ தொப்பிகளின் எண்ணிக்கை = 28
7	சிறிய கூம்பின் ஆரம் r_1 உயரம் h_1 சாயுயரம் l_1 பெரிய கூம்பின் ஆரம் r_2 உயரம் h_2 சாயுயரம் l_2 என்க கொடுக்கப்பட்டவை $h_1 = h_2$ $r_1 : r_2 = 1 : 3 \implies \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3} \implies \therefore r_2 = 3r_1$ பெரிய கூம்பின் உயரம் $h_2 = 3 \times r_1$ $h_1 = h_2 = 3r_1$

நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + r_1^2} = \sqrt{(3r_1)^2 + r_1^2} = \sqrt{9r_1^2 + r_1^2} = \sqrt{10r_1^2} = \sqrt{10}r_1$$

$$\begin{aligned} l_2 &= \sqrt{h_2^2 + r_2^2} = \sqrt{(3r_1)^2 + (3r_1)^2} \\ &= \sqrt{9r_1^2 + 9r_1^2} = \sqrt{18r_1^2} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times r_1 \times r_1} \\ &= 3\sqrt{2}r_1 \end{aligned}$$

நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r l$ ச.அ

$$\text{வளைபரப்புகளின் விகிதம்} = \frac{\pi r_1 l_1}{\pi r_2 l_2} = \frac{r_1 l_1}{r_2 l_2} = \frac{r_1 \times \sqrt{10}r_1}{3r_1 \times 3\sqrt{2}r_1} = \frac{\sqrt{10}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

$$\therefore \text{வளைபரப்புகளின் விகிதம்} \quad \sqrt{5} : 9$$

8

கோளத்தின் ஆரம்ப ஆரம் $= r$ எனில்

கோளத்தின் ஆரம்ப புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$ ச.அ

$$25\% \text{ அதிகரித்தபின் ஆரம் } R = r + \frac{25}{100} \times r = r + \frac{r}{4} = \frac{4r+r}{4} = \frac{5r}{4}$$

ஆரம் 25% அதிகரித்தபின் புறப்பரப்பு $= 4\pi R^2$ ச.அ

$$= 4\pi \times \left(\frac{5r}{4}\right)^2 = 4\pi \times \frac{25r^2}{16} = \frac{25\pi r^2}{4}$$

அதிகரித்த புறப்பரப்பு $=$ அதிகரித்தபின் புறப்பரப்பு $-$ ஆரம்ப புறப்பரப்பு

$$= \frac{25\pi r^2}{4} - 4\pi r^2 = \frac{25\pi r^2 - 16\pi r^2}{4} = \frac{9\pi r^2}{4}$$

$$\text{அதிகரித்த புறப்பரப்பின் சதவீதம்} = \frac{\frac{9\pi r^2}{4}}{4\pi r^2} \times 100$$

$$= \frac{9\pi r^2}{4} \times \frac{1}{4\pi r^2} \times 100$$

$$= \frac{9}{16} \times 100 = \frac{9}{4} \times 25 = \frac{225}{4}$$

$$\text{அதிகரித்த புறப்பரப்பின் சதவீதம்} = 56.25\%$$

9	உள்விட்டம் $d = 20$ செ.மீ வெளிவிட்டம் $D = 28$ செ.மீ உள் ஆரம் $r = 10$ செ.மீ வெளி ஆரம் $R = 14$ செ.மீ உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi(3R^2 + r^2)$ ச.அ $= \pi \times (3 \times 14^2 + 10^2)$ $= \pi \times (3 \times 196 + 100)$ $= \pi \times (588 + 100)$ $= 688\pi$ ச.செ.மீ ஒரு சதுர செ.மீ க்கு ஆகும் செலவு $= 0.14$ ரூ $\therefore 688\pi$ ச.செ.மீ க்கு ஆகும் செலவு $= 688\pi \times 0.14$ ரூ $= 688 \times \frac{22}{7} \times 0.14$ $= 688 \times 22 \times 0.2$ $\therefore 688\pi$ ச.செ.மீ க்கு ஆகும் செலவு $= 302.72$ ரூ
10	கீழ் ஆரம் $R = 12$ மீ மேல் ஆரம் $r = 6$ மீ உயரம் $h = 8$ மீ சாயுயரம் $l = \sqrt{(R - r)^2 + h^2}$ $l = \sqrt{(12 - 6)^2 + 8^2}$ $= \sqrt{6^2 + 8^2}$ $h = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $= \pi(R + r)l$ ச.அ வட்டத்தின் பரப்பு $= \pi r^2$ ச.அ வர்ணம் பூசப்படும் பரப்பளவு $=$ இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு $+$ மேல் வட்டப் பரப்பு வர்ணம் பூசப்படும் பரப்பளவு $= \pi(R + r)l + \pi r^2$ $= \frac{22}{7} \times (12 + 6) \times 10 + \frac{22}{7} \times 6^2$ $= \frac{22}{7} \times 18 \times 10 + \frac{22}{7} \times 36$ $= \frac{22}{7} \times 180 + \frac{22}{7} \times 36$ $= \frac{22}{7} \times (180 + 36)$

$$= \frac{22}{7} \times 216$$

$$= \frac{4752}{7}$$

வர்ணம் பூசப்படும் பரப்பளவு = 678.86 ச.மீ

ஒரு சதுர செ.மீ க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = 2 ரூ

∴ 678.86 ச.செ.மீ க்கு ஆகும் செலவு = 678.86 × 2 ரூ

$$= 1357.72 \text{ ரூ}$$

STD-10	LN-7	EX-7.2
கன அளவு		
திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ உள்ளிடற்ற உருளையின் கன அளவு $= \pi(R^2 - r^2) h$ க.அ திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ க.அ கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$ க.அ உள்ளிடற்ற கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3} \pi(R^3 - r^3)$ க.அ திண்ம அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3} \pi r^3$ க.அ உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3} \pi(R^3 - r^3)$ க.அ திண்ம இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு $= \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2)$ க.அ		
1	கிணற்றின் விட்டம் $d = 10$ மீ $\therefore$ ஆரம் $r = 5$ மீ உயரம் $h = 14$ மீ திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ உருளை வடிவ கிணற்றின் கனஅளவு $= \frac{22}{7} \times 5^2 \times 14 = 22 \times 25 \times 2 = 1100$ க.மீ 1100 க.மீ மண் கொண்டு உள்ளிடற்ற உருளை வடிவ மேடை அமைக்கப் இதன் உள்ளூரம் $r = 5$ மீ வெளி ஆரம் $R =$ உள்ளூரம் + மேடையின் அகலம் $= 5 + 5 = 10$ மீ உயரம் h_1 என்க உள்ளிடற்ற உருளையின் கன அளவு $= \pi(R^2 - r^2) h$ க.அ உள்ளிடற்ற உருளை வடிவ மேடையின் கன அளவு $= \frac{22}{7} \times (10^2 - 5^2) \times h_1$ $1100 = \frac{22}{7} \times (100 - 25) \times h_1$ $1100 \times 7 = 22 \times 75 \times h_1$ $\frac{1100 \times 7}{22 \times 75} = h h_1$ $h_1 = \frac{44 \times 7}{22 \times 3} = \frac{14}{3} = 4.67 \text{ மீ}$ மேடையின் உயரம் $h_1 = 4.67$ மீ	

2

உருளை வடிவ கண்ணாடி குவளையின் விட்டம் $d = 20$ செ.மீ

$$\therefore \text{ஆரம் } r_1 = 10 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{உயரம் } h_1 = 9 \text{ செ.மீ}$$

உலோக உருளையின் ஆரம் $r_2 = 5$ செ.மீ

$$\text{உயரம் } h_2 = 4 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு} = \pi r^2 h \text{ க.அ}$$

$$\begin{aligned} \text{உருளை வடிவ கண்ணாடி குவளை நீரின் கன அளவு} &= \pi \times 10^2 \times 9 \text{ க.செ.மீ} \\ &= \pi \times 100 \times 9 \\ &= 900 \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{உலோக உருளையின் கன அளவு} &= \pi \times 5^2 \times 4 \text{ க.செ.மீ} \\ &= \pi \times 25 \times 4 \\ &= 100 \pi \end{aligned}$$

உலோக உருளை முழுமையாக நீரில் மூழ்கி இருக்கும்போது

உயரம் H என்க

$$\text{ஆரம் } r_1 = 10 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{மொத்த கன அளவு} = \pi \times 10^2 \times H = 100 \pi H \text{ க.செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{மொத்த கன அளவு} &= \text{குவளை நீரின் கன அளவு} + \\ &\quad \text{உலோக உருளையின் கன அளவு} \\ &= 900 \pi + 100 \pi = 1000 \pi \end{aligned}$$

$$100 \pi H = 1000 \pi$$

$$H = \frac{1000}{100} = 10$$

நீரின் உயர்வு = உலோக உருளை முழுமையாக நீரில் மூழ்கி இருக்கும்போது

உள்ள உயரம் - ஆரம்ப நீரின் உயரம்

$$\text{நீரின் உயர்வு} = H - h_1 = 10 - 9 = 1 \text{ செ.மீ}$$

3

மரக்கூம்பின் சுற்றளவு = 484 செ.மீ

உயரம் $h = 105$ செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு = ?

$$\text{கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு} = 2\pi r = 484$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 484$$

$$r = \frac{484 \times 7}{22 \times 2} = \frac{22 \times 7}{2} = 11 \times 7 = 77 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ க.அ}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 77 \times 77 \times 105$$

$$= 22 \times 77 \times 11 \times 35$$

$$\text{கூம்பின் கன அளவு} = 652190 \text{ க.செ.மீ}$$

4

கூம்பு வடிவ கொள்கலனின் ஆரம் $r = 10$ மீஉயரம் $h = 15$ மீ

மொத்த பெட்ரோலின் அளவு = கூம்பின் கன அளவு

$$\text{திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ க.அ}$$

$$\text{மொத்த பெட்ரோலின் அளவு} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times 15$$

$$= \frac{22 \times 100 \times 5}{7}$$

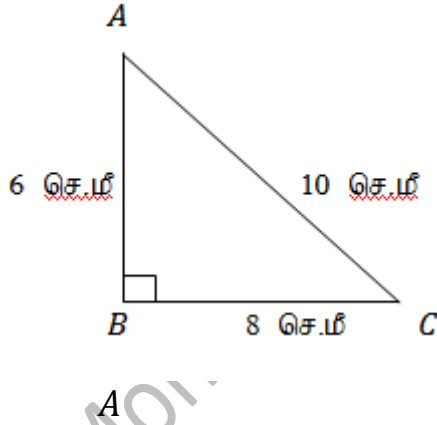
$$= \frac{11000}{7} \text{ க.செ.மீ}$$

வெளியேற்றப்படும் பெட்ரோலின் வீதம் = 25 க.மீ/நி

$$\begin{aligned} \text{மொத்த பெட்ரோலும் வெளியேற்ற ஆகும் நேரம்} &= \frac{\text{மொத்த பெட்ரோலின் அளவு}}{\text{வெளியேற்றப்படும் வீதம்}} \\ &= \frac{\frac{11000}{7}}{25} = \frac{11000}{7 \times 25} = \frac{440}{7} = 62.851 \text{ நி} \end{aligned}$$

 $\therefore$ மொத்த பெட்ரோலும் வெளியேற்ற ஆகும் நேரம் ≈ 63 நிமிடங்கள்

5



$$\text{திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ க.அ}$$

படத்தில் ABயை மைய அச்சாக கொண்டு சுழலும்போது ஏற்படும் கூம்பின்

உயரம் $h = 6$ செ.மீஆரம் $r = 8$ செ.மீசாயுயரம் $l = 10$ செ.மீ

$$\therefore \text{கனஅளவு} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 6$$

$$= \frac{22 \times 64 \times 2}{7} = \frac{2816}{7} \text{ க.செ.மீ}$$

	BCயை மைய அச்சாக கொண்டு சுழலும்போது ஏற்படும் கூம்பின் உயரம் $h = 8$ செ.மீ ஆரம் $r = 6$ செ.மீ சாயுபரம் $l = 10$ செ.மீ $\therefore$ கனஅளவு $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 8$ $= \frac{22 \times 2 \times 6 \times 8}{7} = \frac{2112}{7}$ க.செ.மீ கன அளவுகளின் வித்தியாசம் $= \frac{2816}{7} - \frac{2112}{7} = \frac{704}{7} = 100.58$ க.செ.மீ
6	இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் $V_1 = 3600$ க.செ.மீ $V_2 = 5040$ க.செ.மீ மற்றும் ஆரங்கள் சமம் $r_1 = r_2$ திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ க.அ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{3600}{5040}$ இங்கு $r_1 = r_2$ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{3600}{5040} = \frac{40}{56}$ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{7}$ உயரங்களின் விகிதம் $h_1 : h_2 = 5 : 7$
7	இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் $r_1 : r_2 = 4 : 7$ கன அளவுகளின் விகிதம் $V_1 : V_2 = ?$ கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$ க.அ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3}{\frac{4}{3} \pi r_2^3}$ $= \frac{r_1^3}{r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{64}{343}$ கன அளவுகளின் விகிதம் $V_1 : V_2 = 64 : 343$
8	திண்ம கோளத்தின் பரப்பு = திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$ ச.அ

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 3\pi r^2$ ச.அ

$$4\pi r_1^2 = 3\pi r_2^2$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

கன அளவுகளின் விகிதம் $V_1 : V_2 = ?$

கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$ க.அ

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ க.அ

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{2}{3}\pi r_2^3} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$= 2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2 \times 2 \times 2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

கன அளவுகளின் விகிதம் $V_1 : V_2 = 3\sqrt{3} : 4$

9 உள்ளீடற்ற தாமிர கோளத்தின் வெளிப்புற பரப்பு $= 576\pi$ ச.செ.மீ
உட்புற பரப்பு $= 324\pi$ ச.செ.மீ

கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$ ச.அ

$$\text{வெளிப்புற பரப்பு} = 4\pi R^2 = 576\pi$$

$$R^2 = \frac{576}{4} = 144$$

$$R = 12$$

$$\text{உட்புற பரப்பு} = 4\pi r^2 = 324\pi$$

$$r^2 = \frac{324}{4} = 81$$

$$r = 9$$

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ க.அ

உள்ளீடற்ற தாமிர கோளம் செய்ய தேவையான

$$\begin{aligned}
\text{தாமிரத்தின் கன அளவு} &= \frac{4}{3}\pi(12^3 - 9^3) \\
&= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (1728 - 729) \\
&= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 999 \\
&= \frac{88 \times 333}{7} = 12.57 \times 333 \\
&= 4186.29 \text{ க.செ.மீ}
\end{aligned}$$

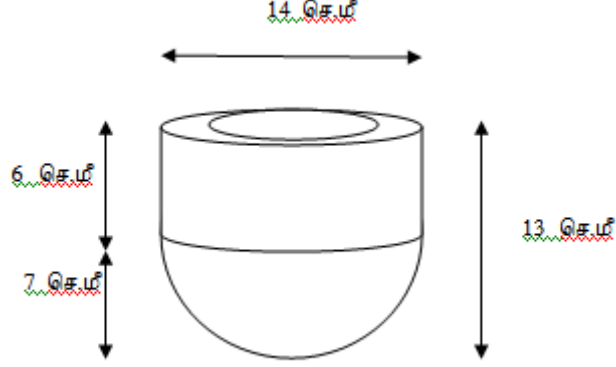
- 10 இடைக்கண்டத்தின் உயரம் $h = 16$ செ.மீ
கீழ்ப்புற ஆரம் $r = 8$ செ.மீ
மேற்புற ஆரம் $R = 20$ செ.மீ
ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை = 40 ரூ

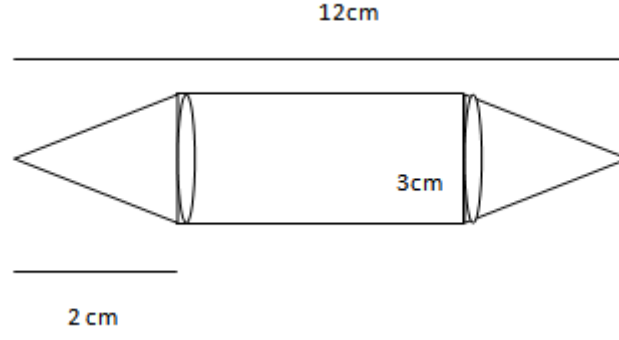
$$\text{திண்ம இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு} = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2) \text{ க.அ}$$

$$\begin{aligned}
\text{பாலின் கன அளவு} &= \frac{22}{7} \times \frac{16}{3} \times (20^2 + 20 \times 8 + 8^2) \\
&= \frac{22}{7} \times \frac{16}{3} \times (400 + 160 + 64) \\
&= \frac{22}{7} \times \frac{16}{3} \times 624 \\
&= \frac{22}{7} \times 16 \times 208 \\
&= \frac{22}{7} \times 3328 \\
&= 3.14 \times 3328 \\
&= 10459.42 \text{ க.செ.மீ} \\
&= \frac{10459.42}{1000} \text{ லி}
\end{aligned}$$

$$\text{மொத்த பாலின் அளவு} = 10.459 \text{ லி}$$

$$\begin{aligned}
\text{மொத்த பாலின் விலை} &= \text{மொத்த பாலின் அளவு} \times \text{ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை} \\
&= 10.459 \times 40 \\
&= 418.36 \text{ ரூ}
\end{aligned}$$

STD-10	LN-7	EX-7.3
இணைந்த உருவங்களின் கனஅளவு மற்றும் புறப்பரப்பு		
1	 கொடுக்கப்பட்ட வடிவத்தின் கொள்ளளவு = அரைக்கோளத்தின் கொள்ளளவு + உருளையின் கொள்ளளவு அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r_1 = 7$ செ.மீ உருளையின் ஆரம் $r_2 = 7$ செ.மீ உருளையின் உயரம் $h = 6$ செ.மீ திண்ம அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ க.அ திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ வடிவத்தின் கொள்ளளவு $= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3 + \frac{22}{7} \times 7^2 \times 6$ $= \frac{2}{3} \times 22 \times 7^2 + 22 \times 7 \times 6$ $= \frac{2}{3} \times 22 \times 49 + 22 \times 7 \times 6$ $= \frac{2156}{3} + 924$ $= 718.67 + 924$ $= 1642.67 \text{ க.செ.மீ}$	
2	கொடுக்கப்பட்ட வடிவத்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு + $2 \times$ கூம்பின் கனஅளவு உருளையின் விட்டம் $d = 3$ செ.மீ உருளையின் ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ செ.மீ உருளையின் நீளம் அல்லது உயரம் $h = 8$ செ.மீ	



கூம்பின் ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் $h = 2$ செ.மீ

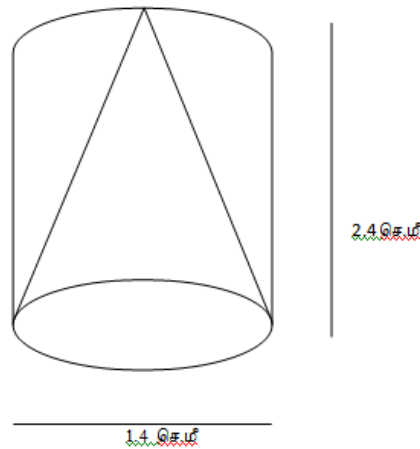
திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ க.அ

$$\begin{aligned}
 \text{வடிவத்தின் கன அளவு} &= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 8 + 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 2 \\
 &= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(8 + \frac{2}{3} \times 2\right) \\
 &= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times \left(8 + \frac{4}{3}\right) \\
 &= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times \left(\frac{24+4}{3}\right) \\
 &= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times \frac{28}{3} \\
 &= 22 \times 3
 \end{aligned}$$

வடிவத்தின் கன அளவு $= 66$ க.செ.மீ

3



மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு $=$ உருளையின் கனஅளவு $-$ கூம்பின் கனஅளவு

உருளையின் உயரம் $h = 2.4$ செ.மீ

உருளையின் விட்டம் $d = 1.4$ செ.மீ

உருளையின் ஆரம் $r = \frac{1.4}{2} = 0.7$ செ.மீ

கூம்பின் விட்டம் $d = 1.4$ செ.மீ

கூம்பின் ஆரம் $r = \frac{1.4}{2} = 0.7$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் $h = 2.4$ செ.மீ

திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ க.அ

மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு $= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

$$= \left(1 - \frac{1}{3}\right) \pi r^2 h$$

$$= \left(\frac{3-1}{3}\right) \pi r^2 h$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \times 2.4$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.49 \times 2.4$$

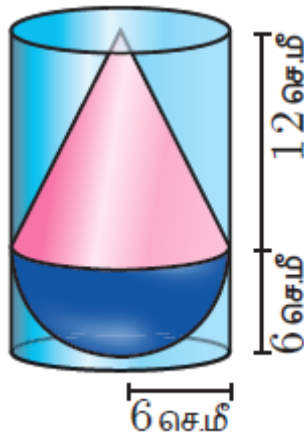
$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{100} \times \frac{24}{10}$$

$$= \frac{2 \times 22 \times 7 \times 8}{1000}$$

$$= \frac{2464}{1000}$$

மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு $= 2.464$ க.செ.மீ

4



வெளியேரும் நீரின் கனஅளவு = திண்மத்தின் கனஅளவு = அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு
+ கூம்பின் கனஅளவு

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r = 6$ செ.மீ

கூம்பின் ஆரம் $r = 6$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் $h = 12$ செ.மீ

$$\text{திண்ம அரைக்கோளத்தின் கன அளவு} = \frac{2}{3}\pi r^3 \text{ க.அ}$$

$$\text{திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ க.அ}$$

$$\text{வெளியேரும் நீரின் கனஅளவு} = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3}2\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 (2r + h)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6^2 \times (2 \times 6 + 12)$$

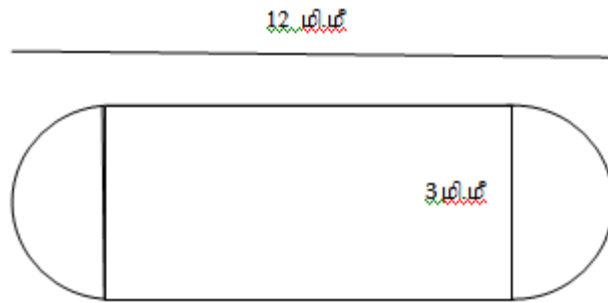
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 36 \times 24$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 24$$

$$= 3.14 \times 288$$

$$\text{வெளியேரும் நீரின் கனஅளவு} = 904.32 \text{ க.செ.மீ}$$

5



மருந்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு + (2 × அரைக்கோளத்தின் கன அளவு)

மருந்து குப்பியின் மொத்த நீளம் = 12 மி.மீ

மருந்து குப்பியின் விட்டம் $d = 3$ மி.மீ

மருந்து குப்பியின் ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ மி.மீ

உருளையின் உயரம் $h = 12 - 2 \times \frac{3}{2} = 12 - 3 = 9$ மி.மீ

உருளையின் ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ மி.மீ

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ மி.மீ

திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

திண்ம அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3} \pi r^3$ க.அ

மருந்தின் கனஅளவு $= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \pi r^2 h + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right)$$

$$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2} \right)^2 \times \left(9 + \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times (9 + 2)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times (9 + 2)$$

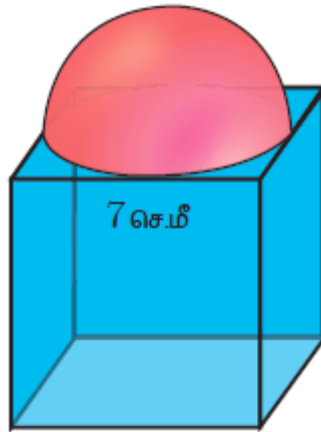
$$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times 11$$

$$= 3.14 \times \frac{99}{4}$$

$$= 3.14 \times 24.6$$

மருந்தின் கனஅளவு $= 77.24$ க.மி.மீ

6



திண்மத்தின் புறப்பரப்பு = கனசதுரத்தின் புறப்பரப்பு - அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு +
அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

கனசதுரத்தின் பக்க அளவு $a = 7$ செ.மீ

கோளத்தின் விட்டம் $d = 7$ செ.மீ

கோளத்தின் ஆரம் $r = \frac{7}{2}$ செ.மீ

கனசதுரத்தின் புறப்பரப்பு = $6a^2$

அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு = πr^2

அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு = $2\pi r^2$

திண்மத்தின் புறப்பரப்பு = $6a^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$
= $6a^2 + \pi r^2$

$$= 6 \times 7^2 + \left(\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2} \right)^2 \right)$$

$$= 6 \times 49 + \left(\frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2 \times 2} \right)$$

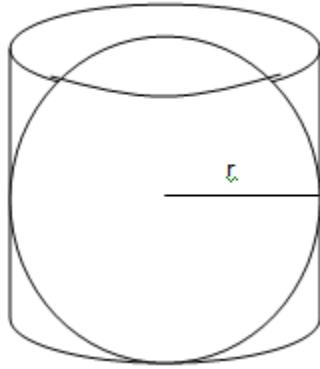
$$= 294 + \left(\frac{11}{2} \times 7 \right)$$

$$= 294 + \frac{77}{2}$$

$$= 294 + 38.5$$

திண்மத்தின் புறப்பரப்பு = 332.5 க.செ.மீ

7



கோளத்தின் ஆரம் = r செ.மீ

உருளையின் ஆரம் = r செ.மீ

உருளையின் உயரம் = $2r$ செ.மீ (கோளத்தின் விட்டம்)

கோளத்தின் புறப்பரப்பு = $4\pi r^2$ ச.செ.மீ

உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi rh$

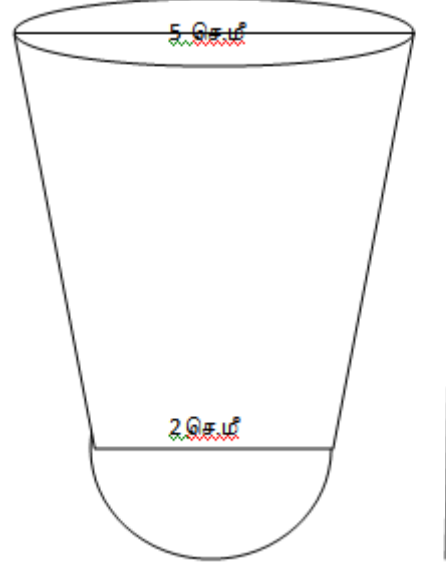
$$= 2\pi r \times 2r$$

$$= 4\pi r^2 \text{ ச.செ.மீ}$$

கோளத்தின் புறப்பரப்பு மற்றும் உருளையின் வளைபரப்பு

$$\begin{aligned} \text{இவற்றிற்கிடையே உள்ள விகிதம்} &= 4\pi r^2 : 4\pi r^2 = \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{1} \\ &= 1 : 1 \end{aligned}$$

8



இறகுப்பந்தின் புறப்பரப்பு = இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

இடைக்கண்டத்தின் அடிவிட்டம் = 5 செ.மீ

$$\text{அடி ஆரம் } R = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

இடைக்கண்டத்தின் மேல்விட்டம் = 2 செ.மீ

$$\text{மேல்ஆரம் } r = \frac{2}{2} = 1 \text{ செ.மீ}$$

இறகுப்பந்தின் மொத்த உயரம் = 7 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் உயரம் $h = 7 - 1 = 6$ செ.மீ

$$\begin{aligned} \text{இடைக்கண்டத்தின் சாய்வுயரம் } l &= \sqrt{h^2 + (R - r)^2} \\ l &= \sqrt{6^2 + (2.5 - 1)^2} \end{aligned}$$

$$l = \sqrt{36 + (1.5)^2}$$

$$l = \sqrt{36 + 2.25}$$

$$l = \sqrt{38.25}$$

$$l = 6.1 \text{ செ.மீ}$$

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r = 1$ செ.மீ (இடைக்கண்டத்தின் மேல்ஆரம்)

$$\text{அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு} = 2\pi r^2$$

$$\text{இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு} = \pi(R + r)l$$

$$\text{இறகுப்பந்தின் புறப்பரப்பு} = \pi(R + r)l + 2\pi r^2$$

$$= \pi[(R + r)l + 2r^2]$$

$$= \frac{22}{7} \times [(2.5 + 1) \times 6.1 + 2 \times 1^2]$$

$$= \frac{22}{7} \times [(3.5 \times 6.1) + 2]$$

$$= \frac{22}{7} \times [21.15 + 2]$$

$$= \frac{22}{7} \times 23.15$$

$$\text{இறகுப்பந்தின் புறப்பரப்பு} = 73 \text{ ச.செ.மீ}$$

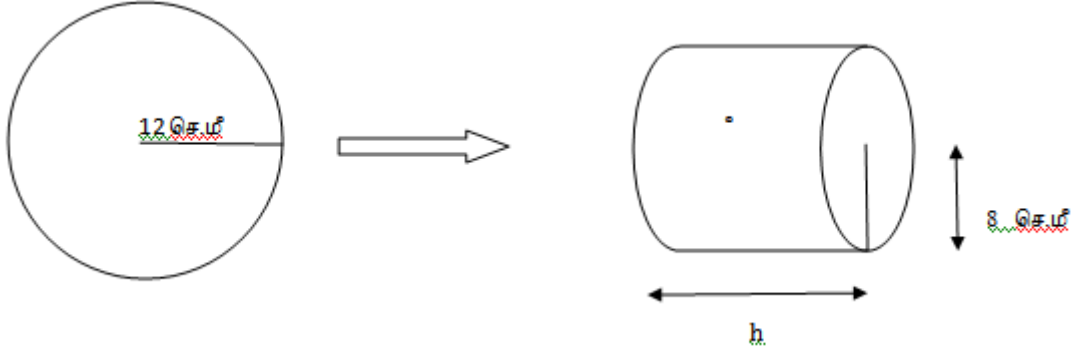
STD-10

LN-7

EX- 7.4

திண்மங்களின் கனஅளவுகள் மாறாமல் மற்றொரு உருவத்திற்கு மாற்றி அமைத்தல்

1



கோளத்தின் ஆரம் $R = 12$ செ.மீ
 உருளையின் ஆரம் $r = 8$ செ.மீ
 உருளையின் உயரம் = ?

கோளம் அப்படியே உருளையாக மாற்றப்படுவதால்
 கோளத்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2 h$$

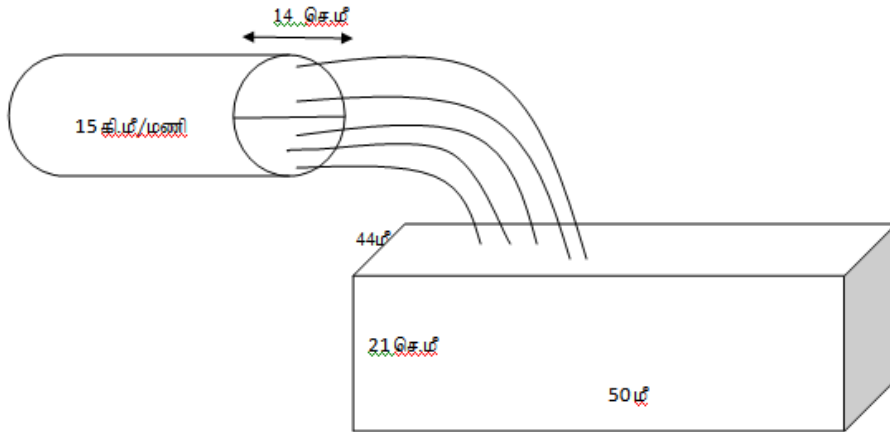
$$\frac{4}{3} \times 12^3 = 8^2 \times h$$

$$\frac{4}{3} \times 12 \times 12 \times 12 = 8 \times 8 \times h$$

$$h = \frac{4 \times 12 \times 12 \times 12}{3 \times 8 \times 8} = 3 \times 12 = 36$$

உருளையின் உயரம் $h = 36$ செ.மீ

2



தேவையான நேரம் (மணியில்) = $\frac{\text{மொத்த நீரின் கனஅளவு}}{1 \text{ மணி நேரத்தில் வரும் நீரின் கனஅளவு}}$

மொத்த நீரின் கனஅளவு = தொட்டியின் கனஅளவு

கனச்செவ்வக வடிவ தொட்டியின் நீளம் $l = 50$ மீ

அகலம் $b = 44$ மீ

உயரம் $h = 21$ செ.மீ $= \frac{21}{100}$ மீ

கனச்செவ்வக வடிவ தொட்டியின் கனஅளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்
 $= 50 \times 44 \times \frac{21}{100}$
 $= 22 \times 21$
 $= 462$ க.மீ

1 மணி நேரத்தில் வரும் நீரின் கனஅளவு = 15000 மீ நீளமும் 7 செ.மீ ஆரமும்
 கொண்ட குழாயின் கனஅளவு
 ஏனெனில் நீரின் வேகம் = 15 கி.மீ / மணி = 15000 மீ / மணி

$$\text{வேகம்} = \frac{\text{தொலைவு}}{\text{நேரம்}}$$

தொலைவு = வேகம் $\times$ நேரம் என்பதால்

1 மணி நேரத்தில் நீர் செல்லும் தொலைவு = $15000 \times 1 = 15000$ மீ

அதாவது குழாயின் நீளம் $l = 15000$ மீ

உருளை வடிவ குழாயின் விட்டம் $d = 14$ செ.மீ

குழாயின் ஆரம் $r = 7$ செ.மீ $= \frac{7}{100}$ மீ

உருளை வடிவ குழாயின் கனஅளவு = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{100}\right)^2 \times 15000$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 15000$$

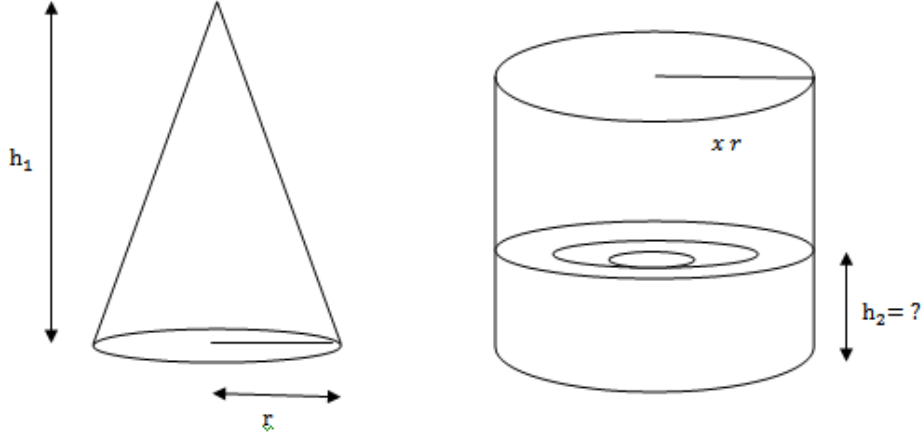
$$= 11 \times 7 \times 3$$

$$= 231 \text{ க.மீ}$$

தேவையான நேரம் (மணியில்) = $\frac{462}{231} = 2$

தொட்டியின் நீர் மட்டம் 21 செ.மீ க்கு உயர ஆகும் நேரம் = 2 மணி

3



கூம்பு வடிவ குடுவையின் ஆரம் $r_1 = r$ அ
 உயரம் $h_1 = h$ அ
 உருளை வடிவ குடுவையின் ஆரம் $r_2 = xr$ அ
 உயரம் $h_2 = ?$

கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

உருளையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h$

கூம்பு வடிவ குடுவை நீரின் கனஅளவு = உருளை வடிவ குடுவை நீரின் கனஅளவு

$$\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

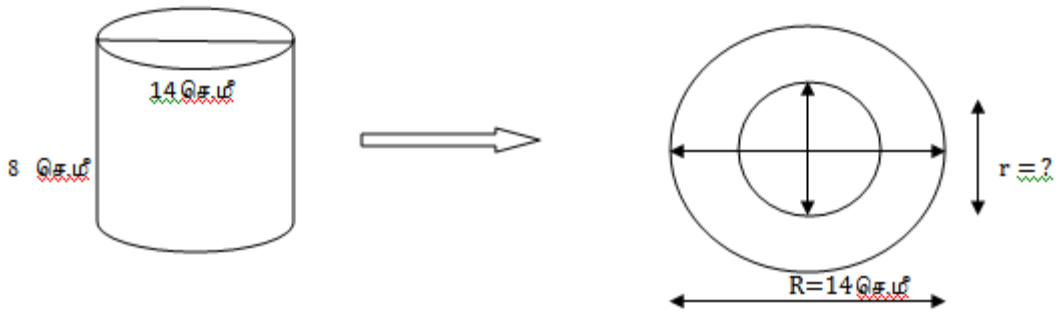
$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi (xr)^2 h_2$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi x^2 r^2 h_2$$

$$\frac{1}{3} h = x^2 h_2$$

நீரின் உயரம் $h_2 = \frac{h}{3x^2}$ அ

4



திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் விட்டம் = 14 செ.மீ
 ஆரம் = 7 செ.மீ
 உயரம் = 8 செ.மீ

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் வெளிவிட்டம் = 10 செ.மீ
 வெளிஆரம் = 5 செ.மீ
 உள் விட்டம் = ?

திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ க.அ

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ க.அ

திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு = உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு

$$\frac{1}{3}\pi \times 7^2 \times 8 = \frac{4}{3}\pi (5^3 - r^3)$$

$$\frac{1}{3} \times 49 \times 8 = \frac{4}{3} (125 - r^3)$$

$$\frac{1 \times 49 \times 8 \times 3}{3 \times 4} = 125 - r^3$$

$$49 \times 2 \times 1 = 125 - r^3$$

$$98 = 125 - r^3$$

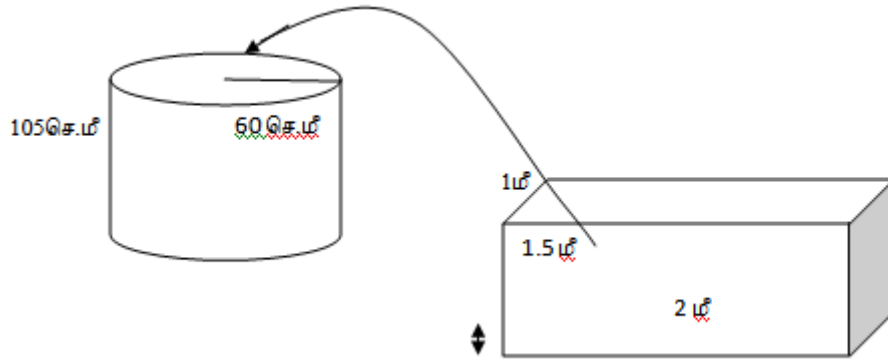
$$r^3 = 125 - 98$$

$$r^3 = 27 = 3^3$$

$$r = 3$$

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் உள் விட்டம் = 6 செ.மீ

5



உருளை வடிவ மேல் தொட்டியின் ஆரம் = 60 செ.மீ
 உயரம் = 105 செ.மீ

கனச்செவ்வக வடிவ கீழ்த்தொட்டியின் நீளம் $l = 2$ மீ = 200 செ.மீ
 அகலம் $b = 1.5$ மீ = 150 செ.மீ
 உயரம் $h = 1$ மீ = 100 செ.மீ

கனச்செவ்வக வடிவ கீழ்த்தொட்டியின் கனஅளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்
 உருளையின் கனஅளவு = $\pi r^2 h$

கீழ்த்தொட்டியில் மீதமுள்ள

நீரின் கனஅளவு = கனச்செவ்வக வடிவ கீழ்த்தொட்டியின் கனஅளவு -
 உருளை வடிவ மேல் தொட்டியின் கனஅளவு

$$= (200 \times 150 \times 100) - \left(\frac{22}{7} \times (60)^2 \times 105 \right)$$

$$= 3000000 - \left(\frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 105 \right)$$

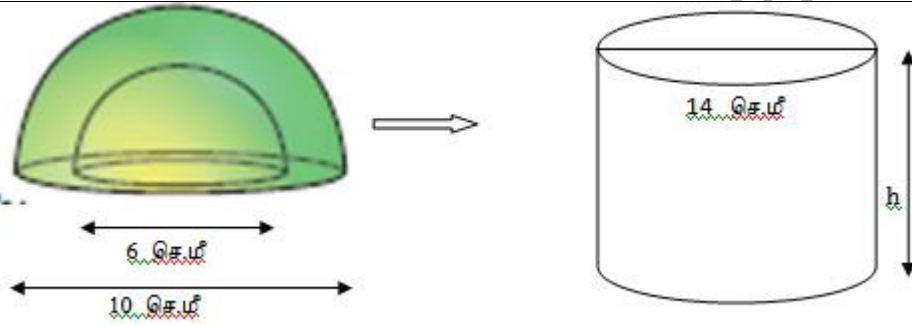
$$= 3000000 - (22 \times 60 \times 60 \times 15)$$

$$= 3000000 - 1188000$$

கீழ்த்தொட்டியில் மீதமுள்ள

நீரின் கனஅளவு = 1812000 க.செ.மீ

6



உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் உட்புற விட்டம் = 6 செ.மீ

உட்புற ஆரம் = 3 செ.மீ

வெளிப்புற விட்டம் = 10 செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம் = 5 செ.மீ

திண்ம உருளையின் விட்டம் = 14 செ.மீ

ஆரம் = 7 செ.மீ

உயரம் $h = ?$

உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$ க.அ

திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ க.அ

உள்ளிடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = திண்ம உருளையின் கன அளவு

$$\frac{2}{3} \times \pi \times (5^3 - 3^3) = \pi \times 7^2 \times h$$

$$\frac{2}{3} \times (125 - 27) = 49 \times h$$

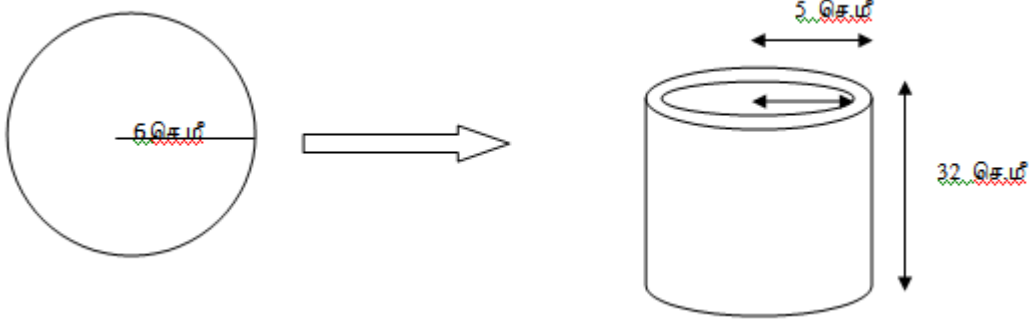
$$\frac{2}{3} \times 98 = 49 \times h$$

$$h = \frac{2 \times 98}{3 \times 49} = \frac{4}{3}$$

$$h = 1.33 \text{ செ.மீ}$$

திண்ம உருளையின் உயரம் $h = 1.33$ செ.மீ

7



திண்மக்கோளத்தின் ஆரம் = 6 செ.மீ

உள்ளிடற்ற உருளையின் வெளி ஆரம் $R = 5$ செ.மீ

உயரம் $h = 32$ செ.மீ

தடிமன் $= R - r = ?$

கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$ க.அ

உள்ளிடற்ற உருளையின் கன அளவு $= \pi(R^2 - r^2) h$ க.அ

திண்மக்கோளத்தின் கனஅளவு = உள்ளிடற்ற உருளையின் கனஅளவு

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \pi \times (5^2 - r^2) \times 32$$

$$\frac{4}{3} \times 6 \times 6 \times 6 = (25 - r^2) \times 32$$

$$\frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 32} = 25 - r^2$$

$$\frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 4 \times 4 \times 2} = 25 - r^2$$

$$9 = 25 - r^2$$

$$r^2 = 25 - 9$$

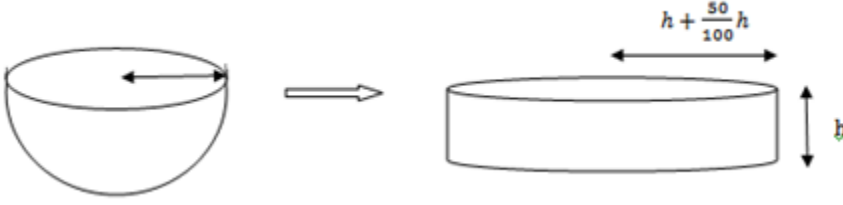
$$r^2 = 16$$

$$\text{உள்ளுரம் } r = 4$$

$$\text{தடிமன் } = R - r = 5 - 4 = 1$$

உள்ளிடற்ற உருளையின் தடிமன் = 1 செ.மீ

8



அரைக்கோளத்தின் ஆரம் r என்க

உருளையின் உயரம் $= h$ எனில்

$$\text{ஆரம் } r = h + \frac{50}{100}h = h + \frac{1}{2}h = \frac{2h+h}{2} = \frac{3h}{2}$$

அரைக்கோளத்தின் விட்டம் $=$ உருளையின் விட்டம் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$\therefore$ அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $=$ உருளையின் ஆரம்

அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ க.அ

உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

$$\begin{aligned} \text{அரைக்கோளவடிவ கிண்ணத்தின் கனஅளவு} &= \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{3h}{2}\right)^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \pi \times \frac{27}{8} h^3 \\ &= \frac{9}{4} \pi h^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{உருளைவடிவ கிண்ணத்தின் கனஅளவு} &= \pi \times \left(\frac{3h}{2}\right)^2 \times h \\ &= \pi \times \left(\frac{3h}{2}\right)^2 \times h \\ &= \pi \times \frac{9}{4} h^2 \times h \\ &= \frac{9}{4} \pi h^3 \end{aligned}$$

$\therefore$ அரைக்கோளவடிவ கிண்ணத்தின் கனஅளவும் உருளைவடிவ கிண்ணத்தின் கனஅளவும் சமம் எனக்கிடைத்துள்ளது

$\therefore$ பழச்சாறு அனைத்தையும் அதாவது 100 % பழச்சாறு உருளைவடிவ கிண்ணத்திற்கு மாற்ற இயலும்

இவ்வுலகில் சாதிக்கப்பட்ட சாதனைகளிள் எவையும் வலிமையால் சாதிக்கப்பட்டவை அல்ல விடாமுயற்ச்சியால் சாதிக்கப்பட்டவையே			
	STD-10	LN-8	EX-8.1
1	மிகப்பெரிய மதிப்பு $L = 125$ மிகச்சிறிய மதிப்பு $S = 63$ வீச்சு $R = L - S$ $R = 125 - 63 = 62$ வீச்சுக்கெழு $= \frac{L-S}{L+S}$ $= \frac{125-63}{125+63} = \frac{62}{188} = 0.33$		
ii	மிகப்பெரிய மதிப்பு $L = 61.4$ மிகச்சிறிய மதிப்பு $S = 13.6$ வீச்சு $R = L - S$ $R = 61.4 - 13.6 = 47.8$ வீச்சுக்கெழு $= \frac{L-S}{L+S}$ $= \frac{61.4-13.6}{61.4+13.6} = \frac{47.8}{75} = 0.64$		
2	வீச்சு $R = 36.8$ மிகச்சிறிய மதிப்பு $S = 13.4$ மிகப்பெரிய மதிப்பு $L = ?$ $R = L - S$ $36.8 = L - 13.4$ $36.8 + 13.4 = L$ மிகப்பெரிய மதிப்பு $L = 50.2$		
3	மிகப்பெரிய மதிப்பு $L = 650$ மிகச்சிறிய மதிப்பு $S = 400$ வீச்சு $R = L - S$ $R = 650 - 400 = 250$		

4

மொத்த பக்கங்கள் = 60

நிறைவு செய்த பக்கங்கள் 32,35,37,30,33,36,35,37

$$\therefore \text{நிறைவு செய்யாத பக்கங்கள்} = 60 - 32, 60 - 35, 60 - 37, 60 - 30, 60 - 33, 60 - 36, 60 - 35, 60 - 37$$

$$= 28, 25, 23, 30, 27, 24, 25, 23$$

ஊகச்சராசரி முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

ஏறுவரிசையில் 23, 23, 24, 25, 25, 27, 28, 30

 $\therefore$ ஊகச்சராசரி $A = 25$ என்க

x	$d = x - A$	d^2
23	-2	4
23	-2	4
24	-1	1
25	0	0
25	0	0
27	2	4
28	3	9
30	5	25
	$\Sigma d = 5$	$\Sigma d^2 = 47$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{47}{8} - \left(\frac{5}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{47}{8} - \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{47 \times 8}{8 \times 8} - \frac{25}{64}}$$

$$= \sqrt{\frac{376}{64} - \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{376-25}{64}} = \sqrt{\frac{351}{64}} = \frac{\sqrt{351}}{\sqrt{64}} = \frac{18.74}{8}$$

$$\sigma \approx 2.34$$

5

ஊழியர்களின் ஊதியங்கள் 310, 290, 320, 280, 300, 290, 320, 310, 280

படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

ஏறுவரிசையில் 280, 280, 290, 290, 300, 310, 310, 320, 320

 $\therefore$ ஊகச்சராசரி $A = 300$ என்கபொது வகுத்தி $C = 10$ என்க

$$\therefore \text{விலக்கம் } d = \frac{x-A}{C} = \frac{x-300}{10}$$

x	$d = \frac{x - 300}{10}$	d^2
280	-2	4
280	-2	4
290	-1	1
290	-1	1
300	0	0
310	1	1
310	1	0
320	2	4
320	2	4
	$\Sigma d = 0$	$\Sigma d^2 = 20$

விலக்கவாக்க சராசரி $\sigma^2 = \frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2 \times C^2$

$$= \frac{20}{9} - \left(\frac{0}{9}\right)^2 \times 10^2$$

$$= \frac{20}{9} - 0 \times 100$$

$$= \frac{20}{9} \times 100 = \frac{2000}{9}$$

$$\sigma^2 = 222.2$$

$\therefore$ திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{222.2}$

$$\sigma \approx 14.906$$

6

ஒரு நாளில் கழகாரம்
எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கை } = 2 \times (12\text{மணி நேரத்தில் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கை})

$$= 2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 12)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ என்பதால்}$$

$$\text{ஒலி எண்ணிக்கை} = 2 \times \frac{12 \times 13}{2} = 156$$

முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$ என்பதால்

ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 2 \times 12\text{மணி நேரத்தில் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்டவிலக்கம்}$

	$\sigma = 2 \times \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} \quad \text{இங்கு } n = 21$ $\therefore \sigma = 2 \times \sqrt{\frac{12^2-1}{12}} = 2 \times \sqrt{\frac{144-1}{12}} = 2 \times \sqrt{\frac{143}{12}}$ $= 2 \times \sqrt{11.91} = 2 \times 3.45$ $\sigma = 6.9$
7	முதல் 21 இயல் எண்கள் = 1,2,3, ... 21 முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$ இங்கு $n = 21$ $\sigma = \sqrt{\frac{21^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{441-1}{12}} = \sqrt{\frac{440}{12}}$ $= \sqrt{\frac{4 \times 110}{4 \times 3}} = \sqrt{\frac{110}{3}} = \sqrt{36.66}$ $\sigma \approx 6.05$
8	திட்டவிலக்கம் $\sigma = 4.5$ கொடுக்கப்பட்ட தரவுப்புள்ளிகளுடன் ஏதேனும் மாறிலியை கூட்டினாலோ அல்லது கழித்தாலோ கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் மாறாது என்பதால் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 4.5$
9	திட்டவிலக்கம் $\sigma = 3.6$ கொடுக்கப்பட்ட தரவுப்புள்ளிகளை ஏதேனும் மாறிலியால் வகுப்பதால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கமானது முன்பிருந்த திட்டவிலக்கத்தை அதே மாறிலியால் வகுக்க கிடைக்கும் மதிப்பிற்குச் சமம் என்பதால் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = \frac{3.6}{3} = 1.2$
10	படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம் $\therefore$ ஊகச்சராசரி $A = 60$ என்க பொது வகுத்தி $C = 5$ என்க $\therefore$ விலக்கம் $d = \frac{x-A}{C} = \frac{x-60}{5}$

x	f	$d = \frac{x - 60}{5}$	d^2	$f \times d$	$f \times d^2$
45	5	-3	9	-15	45
50	13	-2	4	-26	52
55	4	-1	1	-4	4
60	9	0	0	0	0
65	5	1	1	5	5
70	4	2	4	8	16
$N = \sum f = 40$				$\sum fd = -32$	$\sum fd^2 = 122$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times C$

$$= \sqrt{\frac{122}{40} - \left(\frac{-32}{40}\right)^2} \times 5 = \sqrt{\frac{61}{20} - \left(\frac{-4}{5}\right)^2} \times 5 = \sqrt{\frac{61}{20} - \frac{16}{25}} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{61 \times 5}{20 \times 5} - \frac{16 \times 4}{25 \times 4}} \times 5 = \sqrt{\frac{305}{100} - \frac{64}{100}} \times 5 = \sqrt{\frac{305 - 64}{100}} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{241}{100}} \times 5 = \sqrt{2.41} \times 5 = 1.57 \times 5$$

$$\sigma \approx 7.8$$

11 படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

$\therefore$ ஊகச்சராசரி $A = 35$ என்க
இடைவெளியின் அகலம் $C = 10$ என்க

$$\therefore \text{விலக்கம் } d = \frac{x - A}{C} = \frac{x - 35}{10}$$

வயது	மைய மதிப்பு x	நிகழ்வெண் f	$d = \frac{x - 35}{10}$	d^2	$f \times d$	$f \times d^2$
0 - 10	5	3	-3	9	-9	27
10 - 20	15	5	-2	4	-10	20
20 - 30	25	16	-1	1	-16	16
30 - 40	35	18	0	0	0	0
40 - 50	45	12	1	1	12	12
50 - 60	55	7	2	4	14	28
60 - 70	65	4	3	9	12	36
		$N = \sum f = 65$			$\sum fd = 3$	$\sum fd^2 = 139$

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum f d^2}{N} - \left(\frac{\sum f d}{N}\right)^2} \times C$$

$$= \sqrt{\frac{139}{65} - \left(\frac{3}{65}\right)^2} \times 10 = \sqrt{\frac{139}{65} - \frac{9}{(65)^2}} \times 10 = \sqrt{\frac{139 \times 65}{65 \times 65} - \frac{9}{(65)^2}} \times 10$$

$$= \sqrt{\frac{9035}{(65)^2} - \frac{9}{(65)^2}} \times 10 = \sqrt{\frac{9035-9}{(65)^2}} \times 10 = \sqrt{\frac{9026}{(65)^2}} \times 10$$

$$= \frac{\sqrt{9026}}{65} \times 10 = \frac{95.005}{65} \times 10 = 1.46 \times 10$$

$$\sigma \approx 14.6$$

12 படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

∴ ஊகச்சராசரி $A = 34.5$ என்க

இடைவெளியின் அகலம் $C = 4$ என்க

$$\therefore \text{விலக்கம் } d = \frac{x-A}{C} = \frac{x-34.5}{4}$$

விட்டங்கள்	மைய மதிப்பு x	நிகழ்வெண் f	$d = \frac{x-34.5}{4}$	d^2	$f \times d$	$f \times d^2$
21 – 24	22.5	15	-3	9	-45	135
25 – 28	26.5	18	-2	4	-36	72
29 – 32	30.5	20	-1	1	-20	20
33 – 36	34.5	16	0	0	0	0
37 – 40	38.5	8	1	1	8	8
41 – 44	42.5	7	2	4	14	28
		$N = \sum f = 84$			$\sum f d = -79$	$\sum f d^2 = 263$

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum f d^2}{N} - \left(\frac{\sum f d}{N}\right)^2} \times C$$

$$= \sqrt{\frac{263}{84} - \left(\frac{-79}{84}\right)^2} \times 4 = \sqrt{\frac{263}{84} - \frac{79^2}{84^2}} \times 4 = \sqrt{\frac{263 \times 84}{84 \times 84} - \frac{6241}{84^2}} \times 4$$

$$= \sqrt{\frac{22092}{84^2} - \frac{6241}{84^2}} \times 4 = \sqrt{\frac{22092-6241}{84^2}} \times 4 = \sqrt{\frac{15851}{84^2}} \times 4$$

$$= \frac{\sqrt{15851}}{84} \times 4 = \frac{125.9}{21} = 5.995$$

$$\sigma \approx 6$$

13

படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

∴ ஊகச்சராசரி $A = 11$ என்க

இடைவெளியின் அகலம் $C = 1$ என்க

$$\therefore \text{விலக்கம் } d = \frac{x-A}{C} = d = \frac{x-11}{1} = x - 11$$

விட்டங்கள்	மைய மதிப்பு x	நிகழ்வெண் f	$d = x - 11$	d^2	$f \times d$	$f \times d^2$
8.5 – 9.5	9	6	–2	4	–12	24
9.5 – 10.5	10	8	–1	1	–8	8
10.5 – 11.5	11	17	0	0	0	0
11.5 – 12.5	12	10	1	1	10	10
12.5 – 13.5	13	9	2	4	18	36
		$N = \sum f = 50$			$\sum fd = 8$	$\sum fd^2 = 78$

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times C$$

$$= \sqrt{\frac{78}{50} - \left(\frac{8}{50}\right)^2} \times 1 = \sqrt{\frac{78}{50} - \frac{64}{50^2}} = \sqrt{\frac{78 \times 50}{50 \times 50} - \frac{64}{50^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{3900}{50^2} - \frac{64}{50^2}} = \sqrt{\frac{3900-64}{50^2}} = \sqrt{\frac{3836}{50^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3836}}{50} \times = \frac{61.935}{50} = 1.238$$

$$\sigma \simeq 1.24$$

14

$$n = 100$$

தவறான சராசரி $\bar{x} = 60$

தவறான திட்டவிலக்கம் $\sigma = 15$

$$\text{தவறான சராசரி } \bar{x} = \frac{\sum x}{100} = 60$$

$$\begin{aligned} \sum x &= 60 \times 100 \\ \text{தவறான } \sum x &= 6000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{திருத்தப்பட்ட } \sum x &= 6000 - (40 + 27) + (45 + 72) \\ &= 6000 - 67 + 117 \\ &= 6050 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{திருத்தப்பட்ட சராசரி } \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{6050}{100} = 60.5$$

$$\text{தவறான திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} = 15$$

$$\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 15^2$$

$$\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 225$$

$$\frac{\sum x^2}{n} = 225 + \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$\frac{\sum x^2}{100} = 225 + (60)^2 = 225 + 3600$$

$$\frac{\sum x^2}{100} = 3825$$

$$\sum x^2 = 3825 \times 100$$

$$\text{தவறான } \sum x^2 = 382500$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{திருத்தப்பட்ட } \sum x^2 &= 382500 - (40^2 + 27^2) + (45^2 + 72^2) \\ &= 382500 - (1600 + 729) + (2025 + 5184) \\ &= 382500 - 2329 + 7209 \end{aligned}$$

$$\text{திருத்தப்பட்ட } \sum x^2 = 387380$$

$$\begin{aligned} \text{திருத்தப்பட்ட திட்டவிலக்கம் } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{387380}{100} - \left(\frac{6050}{100}\right)^2} \\ &= \sqrt{3873.80 - (60.5)^2} \\ &= \sqrt{3873.80 - 3660.25} \\ &= \sqrt{213.55} \end{aligned}$$

$$\text{திருத்தப்பட்ட திட்டவிலக்கம் } \sigma = 14.61$$

$$\text{திருத்தப்பட்ட சராசரி } \bar{x} = 60.5$$

15

$$n = 7$$

$$\text{சராசரி } \bar{x} = 8$$

$$\text{விலக்கவர்க்க சராசரி } \sigma^2 = 16$$

5 தரவுப்புள்ளிகள் 2, 4, 10, 12, 14

மற்ற இரு தரவுப்புள்ளிகள் a, b என்க

$$\begin{aligned}\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 8 \text{ எனவே } \frac{2+4+10+12+14+a+b}{7} &= 8 \\ \frac{42+a+b}{7} &= 8 \\ 42 + a + b &= 8 \times 7 \\ a + b &= 56 - 42 \\ a + b &= 14 \text{ ----- (1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{விலக்கவர்க்க சராசரி } \sigma^2 &= \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 \\ 16 &= \frac{\sum x^2}{7} - 8^2\end{aligned}$$

$$16 + 64 = \frac{\sum x^2}{7}$$

$$\begin{aligned}80 &= \frac{\sum x^2}{7} \\ \sum x^2 &= 80 \times 7 \\ \sum x^2 &= 560\end{aligned}$$

$$2^2 + 4^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2 + a^2 + b^2 = 560$$

$$4 + 16 + 100 + 144 + 196 + a^2 + b^2 = 560$$

$$460 + a^2 + b^2 = 560$$

$$a^2 + b^2 = 560 - 460$$

$$a^2 + b^2 = 100 \text{ ----- (2)}$$

① லிருந்து $b = 14 - a$ என ② ல் பிரதியிட

$$a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

$$a^2 + 14^2 + a^2 - 28a = 100$$

$$2a^2 + 196 - 28a = 100$$

$$2a^2 - 28a + 196 - 100 = 0$$

$$2a^2 - 28a + 96 = 0$$

$$a^2 - 14a + 48 = 0$$

$$(a - 8)(a - 6) = 0$$

$$a = 8 \text{ அல்லது } a = 6$$

$$\therefore a = 8 \text{ எனில் } b = 14 - 8 = 6$$

$$a = 6 \text{ எனில் } b = 14 - 6 = 8$$

$\therefore$ மற்ற இரு தரவுப்புள்ளிகள் 6, 8

	STD-10	LN-8	EX-8.2
1	திட்டவிலக்கம் $\sigma = 6.5$ சராசரி $\bar{x} = 12.5$ மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \%$ $= \frac{6.5}{12.5} \times 100 = \frac{650}{12.5}$ $C.V = 52 \%$		
2	திட்டவிலக்கம் $\sigma = 1.2$ மாறுபாட்டு கெழு $C.V = 25.6$ சராசரி $\bar{x} = ?$ $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ $25.6 = \frac{1.2}{\bar{x}} \times 100$ $\bar{x} = \frac{1.2}{25.6} \times 100$ $\bar{x} = \frac{120}{25.6}$ $\bar{x} = 4.69$		
3	சராசரி $\bar{x} = 15$ மாறுபாட்டு கெழு $C.V = 48$ திட்டவிலக்கம் $\sigma = ?$ $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ $48 = \frac{\sigma}{15} \times 100$ $\frac{48 \times 15}{100} = \sigma$ $\sigma = \frac{720}{100}$ $\sigma = 7.2$		
4	$n = 5$ $\bar{x} = 6$ $\sum x^2 = 765$ மாறுபாட்டு கெழு $C.V = ?$		

$$\begin{aligned}
 \text{திட்டவிலக்கம் } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{765}{5} - (6)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{765}{5} - 36} = \sqrt{\frac{765-80}{5}} = \sqrt{\frac{585}{5}} = \sqrt{117} \\
 \sigma &= 10.82
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{மாறுபாட்டு கெழு } C.V &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \\
 &= \frac{10.82}{6} \times 100 \\
 &= \frac{1082}{6} \\
 C.V &= 180.28 \%
 \end{aligned}$$

5 தரவுப்புள்ளிகள் 24, 26, 33, 37, 29, 31

$$\text{மாறுபாட்டு கெழு } C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

சராசரி $\bar{x}$ காண்போம்

$$\bar{x} = \frac{24+26+33+37+29+31}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{180}{6}$$

$$\bar{x} = 30$$

கூட்டு சராசரி முறையில் திட்டவிலக்கம் σ காண்போம்
ஏறுவரிசையில் 24, 26, 29, 31, 33, 37

$$\therefore \text{சராசரி } \bar{x} = 30$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	-7	49
26	-5	25
29	-2	4
31	0	0
33	2	4
37	6	36
	$\sum d = -6$	$\sum d^2 = 118$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{118}{6} - \left(\frac{-6}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{118}{6} - (-1)^2} = \sqrt{\frac{118}{6} - 1}$$

$$= \sqrt{\frac{118-6}{6}} = \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.6}$$

$$\sigma \simeq 4.31$$

மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{4.31}{30} \times 100$

$$= \frac{431}{30}$$

$$C.V = 14.4 \%$$

6 தரவுப்புள்ளிகள் 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53

மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

சராசரி $\bar{x}$ காண்போம்

$$\bar{x} = \frac{38+40+47+44+46+43+49+53}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{360}{8}$$

$$\bar{x} = 45$$

கூட்டு சராசரி முறையில் திட்டவிலக்கம் σ காண்போம்

ஏறுவரிசையில் 38, 40, 43, 44, 46, 47, 49, 53

$\therefore$ சராசரி $\bar{x} = 45$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	-8	64
40	-6	36
43	-3	9
44	-2	4
46	0	0
47	1	1
49	3	9
53	7	49
	$\sum d = -8$	$\sum d^2 = 172$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{172}{8} - \left(\frac{-8}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{172}{8} - (-1)^2} = \sqrt{\frac{172}{8} - 1}$$

$$= \sqrt{\frac{172-8}{8}} = \sqrt{\frac{164}{6}} = \sqrt{20.5}$$

$$\sigma \simeq 4.53$$

மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{4.53}{45} \times 100$

$$= \frac{453}{45}$$

$$C.V = 10.07 \%$$

7 சத்யாவின் 5 பாடங்களின் மொத்த மதிப்பெண் $\sum x = 460$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = 4.6$

சத்யாவின் மாறுபாட்டு கெழு $C.V_1$ என்க

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{460}{5} = 92$$

$$C.V_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{4.6}{92} \times 100 = \frac{460}{92} = 5$$

வித்யாவின் 5 பாடங்களின் மொத்த மதிப்பெண் $\sum x = 480$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = 2.4$

வித்யாவின் மாறுபாட்டு கெழு $C.V_2$ என்க

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{480}{5} = 96$$

$$C.V_2 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.4}{96} \times 100 = \frac{240}{96} = 2.5$$

மாறுபாட்டு கெழுக்களை ஒப்பிட $C.V_1 > C.V_2$

மாறுபாட்டு கெழு குறைவானதே அதிக நிலைத்தன்மையுடையதாகும் எனவே
 $\therefore$ வித்யாவின் செயல்திறன் அதிக நிலைத்தன்மையுடையதாகும்

8

	சராசரி	திட்டவிலக்கம்
கணிதம்	56	12
அறிவியல்	65	14
சமூக அறிவியல்	60	10

மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

கணிதத்திற்கு மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{12}{56} \times 100 = \frac{1200}{56} = 21.428$

அறிவியலுக்கு மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{14}{65} \times 100 = \frac{1400}{65} = 21.538$

சமூக அறிவியலுக்கு மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{10}{60} \times 100 = \frac{1000}{60} = 16.67$

மாறுபாட்டு கெழுக்களை ஒப்பிட $21.538 > 21.428 > 16.67$

மாறுபாட்டு கெழு குறைவானதே அதிக நிலைத்தன்மையுடையதாகும் எனவே

∴ அதிக நிலைத்தன்மையுடைய பாடம் சமூக அறிவியல்

∴ குறைந்த நிலைத்தன்மையுடைய பாடம் அறிவியல்

9

A	18	20	22	24	26
B	11	14	15	17	18

நகரம் A வின் சராசரி வெப்பநிலை $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{18+20+22+24+26}{5} = \frac{110}{5} = 22$

படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

$$d = \frac{x - \bar{x}}{C}$$

$$\bar{x} = 22$$

$$\text{பொது வகுத்தி } C = 2$$

x	$d = \frac{x - 22}{2}$	d^2
18	-2	4
20	-1	1
22	0	0
24	1	1
26	2	4
	$\sum d = 0$	$\sum d^2 = 10$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} \times C$

$$\sigma = \sqrt{\frac{10}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2} \times 2 = \sqrt{2 - 0} \times 2 = \sqrt{2} \times 2$$

$$\sigma = 2\sqrt{2}$$

மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

$$\therefore \text{நகரம் } A \text{ வின் மாறுபாட்டு கெழு } C.V = \frac{2\sqrt{2}}{22} \times 100 = \frac{\sqrt{2}}{11} \times 100$$

$$= \frac{1.414}{11} \times 100 = \frac{141.4}{11}$$

$$= 12.85$$

நகரம் B யின் சராசரி வெப்பநிலை $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{11+14+15+17+18}{5} = \frac{75}{5} = 15$

படிவிலக்க முறையில் திட்டவிலக்கம் காண்போம்

$$d = \frac{x - \bar{x}}{C}$$

$$\bar{x} = 15$$

$$\text{பொது வகுத்தி } C = 1$$

x	$d = \frac{x - 15}{1}$	d^2
11	-4	16
14	-1	1
15	0	0
17	2	4
18	3	9
	$\sum d = 0$	$\sum d^2 = 30$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} \times C$

$$\sigma = \sqrt{\frac{30}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2} \times 1 = \sqrt{6 - 0} = \sqrt{6}$$

$$\sigma = 2.45$$

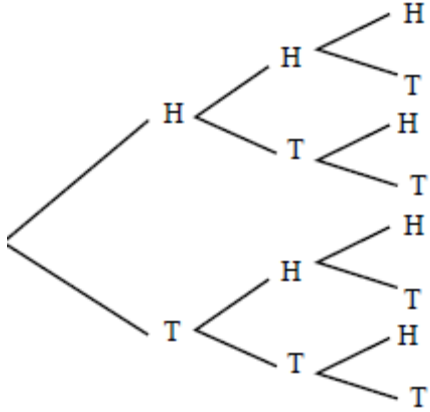
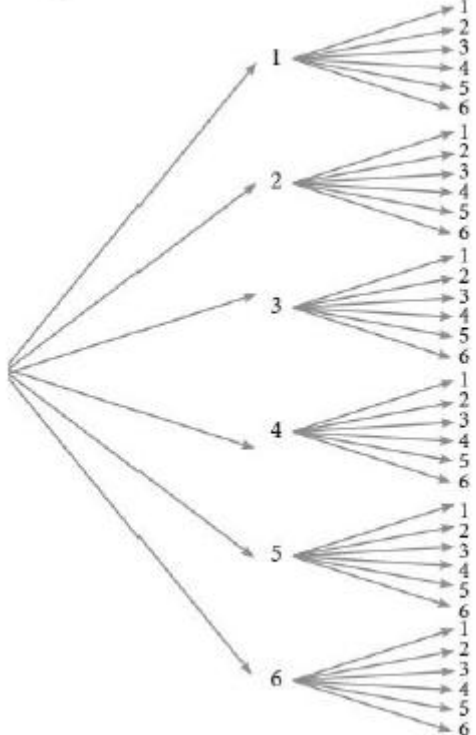
மாறுபாட்டு கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

$$\therefore \text{நகரம் } A \text{ வின் மாறுபாட்டு கெழு } C.V = \frac{2.45}{15} \times 100 = \frac{245}{15} = 16.34$$

மாறுபாட்டு கெழுக்களை ஒப்பிட $12.85 < 16.34$

மாறுபாட்டு கெழு குறைவானதே அதிக நிலைத்தன்மையுடையதாகும் எனவே

$\therefore$ வெப்பநிலை மாறுபாட்டில் அதிக நிலைத்தன்மையுடைய நகரம் A ஆகும்

	STD-10	LN-8	EX-8.3
1			கூறுவெளி = { (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) }
2			கூறுவெளி = { (1,1) (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) (3,1) (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) (4,1) (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) (5,1) (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) (6,1) (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }
3	கொடுக்கப்பட்டது $P(A):P(\bar{A}) = 17:15$ $\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$ $\frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{17}{15}$ $15 \times P(A) = 17 \times (1 - P(A))$ $15P(A) = 17 - 17P(A)$ $15P(A) + 17P(A) = 17$ $32P(A) = 17$ $P(A) = \frac{17}{32}$		

	$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32}$ $\frac{n(A)}{640} = \frac{17}{32}$ $n(A) = \frac{17}{32} \times 640 = 340$ (i) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $= 1 - \frac{17}{32} = \frac{32-17}{32} = \frac{15}{32}$ $P(\bar{A}) = \frac{15}{32}$ (ii) $n(A) = 340$
4	கூறுவெளி $S = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) \}$ $n(S) = 8$ இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ (HTT), (TTH), (TTT) \}$ $n(A) = 3$ இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$
5	$n(S) = 1000$ 500 ஐ விட அதிகமாக உள்ள வார்க்க எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ 23^2, 24^2, 25^2, \dots \dots 31^2 \}$ $n(A) = 9$ 500 ஐ விட அதிகமாக உள்ள வார்க்க எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{1000}$ (i) $\therefore$ முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{9}{1000}$ (ii) எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை எனவே தற்போது $n(S) = 999$ இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெறும் நிகழ்ச்சி B என்க $n(B) = 8$ இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{999}$
6	நீல நிற பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 12 சிவப்பு நிற பந்துகளின் எண்ணிக்கை x $\therefore$ மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை = $12 + x$ $n(S) = 12 + x$

(i) சிவப்பு நிற பந்தாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி R_1 என்க

$$n(R_1) = x$$

சிவப்பு நிற பந்தாக இருக்க நிகழ்தகவு $P(R_1) = \frac{n(R_1)}{n(S)} = \frac{x}{12+x}$

(ii) 8 புதிய சிவப்பு நிற பந்துகள் அப்பையில் வைத்தபின்னர்
 மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(S) = 12 + x + 8 = 20 + x$

தற்போது ஒரு சிவப்பு நிற பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி R_2 என்க
 தற்போது சிவப்பு நிற பந்துகளின் எண்ணிக்கை $x + 8$

$$n(R_2) = x + 8$$

ஒரு சிவப்பு நிற பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(R_2) = \frac{n(R_2)}{n(S)} = \frac{x+8}{20+x}$

கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டின்படி $P(R_2) = 2 \times P(R_1)$

$$\frac{x+8}{20+x} = 2 \times \frac{x}{12+x}$$

$$\frac{x+8}{20+x} = \frac{2x}{12+x}$$

$$(x+8)(12+x) = 2x(20+x)$$

$$12x + x^2 + 96 + 8x = 40x + 2x^2$$

$$x^2 + 20x + 96 = 40x + 2x^2$$

$$2x^2 - x^2 + 40x - 20x - 96 = 0$$

$$x^2 + 20x - 96 = 0$$

$$(x+24)(x-4) = 0$$

$$x = -24 \quad \text{அல்லது} \quad x = 4$$

$$\therefore x \text{ ன் மதிப்பு } 4$$

சிவப்பு நிற பந்தாக இருக்க நிகழ்தகவு $P(R_2) = \frac{x}{12+x} = \frac{4}{12+4} = \frac{4}{16}$

$$= \frac{1}{4}$$

7 கூறுவெளி $S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$

$$n(S) = 36$$

	(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ $n(A) = 6$ இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கட்பலன் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$ $n(B) = 6$ முக மதிப்புகளின் பெருக்கட்பலன் பகா எண்ணாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5)\}$ $n(C) = 15$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36}$ (iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி D என்க $D = \{ \}$ $n(D) = 0$ $\therefore$ இது ஓர் நடக்க இயலா நிகழ்ச்சி இதன் நிகழ்தகவு $P(D) = 0$
8	கூறுவெளி $S = \{(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)\}$ $n(S) = 8$ (i) அனைத்தும் தலையாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{(HHH)\}$ $n(A) = 1$ அனைத்தும் தலையாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$ (ii) குறைந்தது ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{(HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)\}$ $n(B) = 7$ குறைந்தது ஒரு பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$ (iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{(HTT), (THT), (TTH), (TTT)\}$ $n(C) = 4$

	அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி D என்க $D = \{(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), \}$ $n(D) = 7$ அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$
9	கூறுவெளி $S = \{ (1,1), (1,1), (1,2), (1,2), (1,3), (1,3)$ $(2,1), (2,1), (2,2), (2,2), (2,3), (2,3)$ $(3,1), (3,1), (3,2), (3,2), (3,3), (3,3)$ $(4,1), (4,1), (4,2), (4,2), (4,3), (4,3)$ $(5,1), (5,1), (5,2), (5,2), (5,3), (5,3)$ $(6,1), (6,1), (6,2), (6,2), (6,3), (6,3) \}$ $n(S) = 36$ (i) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 2 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{(1,1), (1,1)\}$ $n(A) = 2$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 2 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ (ii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 3 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{(1,2), (1,2), (2,1), (2,1)\}$ $n(B) = 4$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 3ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ (iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{(1,3), (1,3), (2,2), (2,2), (3,1), (3,1)\}$ $n(C) = 6$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 5 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி D என்க $D = \{(1,3), (1,3), (2,2), (2,2), (3,1), (3,1)\}$ $n(D) = 6$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 5 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (v) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 6 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி E என்க $E = \{(3,3), (3,3), (4,2), (4,2), (5,1), (5,1), \}$ $n(E) = 6$

	முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 6 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (vi) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 7 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி F என்க $F = \{(4,3), (4,3), (5,2), (5,2), (6,1), (6,1)\}$ $n(F) = 6$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 7 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (vii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி G என்க $G = \{(5,3), (5,3), (6,2), (6,2)\}$ $n(G) = 4$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ (viii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 9 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி F என்க $F = \{(6,3), (6,3)\}$ $n(F) = 2$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 9 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
10	கூறுவெளி $S = \{ 5R, 6W, 7G, 8B \}$ $n(S) = 26$ (i) வெள்ளைநிற பந்துகளாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $n(A) = 6$ வெள்ளைநிற பந்துகளாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$ (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு பந்துகளாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $n(B) = 13$ கருப்பு அல்லது சிவப்பு பந்துகளாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$ (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $n(C) = 20$ வெள்ளையாக இல்லாமல் இருக்க நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$ (iv) வெள்ளையாகவும் கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி D என்க $n(D) = 12$ வெள்ளையாகவும் கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருக்க நிகழ்தகவு $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

11	குறைபாடில்லாத விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 20 குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = x என்க $\therefore n(S) = 20 + x$ குறைபாடுடையதாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $n(A) = x$ குறைபாடுடையதாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{x}{20+x} = \frac{3}{8}$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) $8x = 3 \times (20 + x)$ $8x = 60 + 3x$ $8x - 3x = 60$ $5x = 60$ $x = \frac{60}{5} = 12$ குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 12
12	கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி $n(S) = 52 - 2 - 2 - 2 = 46$ (i) க்ளவராக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $n(A) = 13$ க்ளவராக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$ (ii) சிவப்பு இராணியாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $n(B) = 0$ சிவப்பு இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46} = 0$ (iii) கருப்பு இராசாவாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $n(C) = 1$ கருப்பு இராசாவாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$
13	செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீ $\times$ அ ச.அ $= 4 \times 3 = 12$ ச.அ $\therefore n(S) = 12$ வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2 ச.அ $= \pi \times 1 \times 1 = \pi$ ச.அ வெற்றி பெறும் நிகழ்ச்சி A என்க $\therefore n(A) = \pi$ வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\pi}{12}$ $P(A) = \frac{3.14}{12} = \frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$

14	ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் ஒரு முறை இருவரும் சமவாய்ப்பு முறையில் அங்காடிக்கு செல்கின்றனர் எனில் $S = \{ \text{தி, செ, பு, வி, வெ, ச} \}$ $n(S) = 6$ (i) இருவரும் ஒரே நாளில் செல்லும் நிகழ்ச்சி A என்க $n(A) = 1$ இருவரும் ஒரே நாளில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$ (ii) இருவரும் வெவ்வேறு நாளில் செல்லும் நிகழ்ச்சி B என்க $n(B) = 5$ இருவரும் வெவ்வேறு நாளில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{6}$ (iii) இருவரும் அடுத்தடுத்த நாளில் செல்லும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{ (\text{தி, செ}) (\text{செ, பு}) (\text{பு, வி}) (\text{வி, வெ}) (\text{வெ, ச}) \}$ $n(C) = 5$ இருவரும் அடுத்தடுத்த நாளில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{5}{6}$
15	கூறுவெளி $S = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) \}$ $n(S) = 8$ (i) மூன்று தலைகள் விழுந்து நுழைவுக்கட்டணம் இருமடங்காக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ (HHH) \}$ $n(A) = 1$ $\therefore$ நுழைவுக்கட்டணம் இருமடங்காக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$ (ii) ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்து நுழைவுக்கட்டணம் திரும்பக்கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{ (HTT), (THT), (HHT), (HTH), (THH), (TTH) \}$ $n(A) = 6$ $\therefore$ நுழைவுக்கட்டணம் திரும்பக்கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (iii) ஒரு தலைகூட விழாமல் எந்தக்கட்டணமும் திரும்பக்கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{ (TTT) \}$ $n(C) = 1$ நுழைவுக்கட்டணத்தை இழப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

	STD-10	LN-8	EX-8.4
1	நிகழ்தகவு கூட்டல் தேற்றம் $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$ $= \frac{2 \times 5 + 2 \times 3 - 1 \times 5}{15} = \frac{10 + 6 - 5}{15}$ $P(A \cap B) = \frac{11}{15}$		
2	(i) $P(A \text{ இல்லை}) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $= 1 - 0.42$ $= 0.58$ (ii) $P(B \text{ இல்லை}) = P(\bar{B}) = 1 - P(B)$ $= 1 - 0.48$ $= 0.52$ (ii) $P(A \text{ அல்லது } B) = P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= 0.42 + 0.48 - 0.16 = 0.90 - 0.16$ $= 0.74$		
3	$P(A \text{ இல்லை}) = 0.45$ $P(A \cup B) = 0.65$ $P(B) = ?$ $P(A \text{ இல்லை}) = P(\bar{A})$ $0.45 = 1 - P(A)$ $P(A) = 1 - 0.45$ $P(A) = 0.55$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்) $0.65 = 0.55 + P(B)$ $0.65 - 0.55 = P(B)$ $P(B) = 0.10$		
4	$P(A \cup B) = 0.6$ $P(A \cap B) = 0.2$ $P(\bar{A}) + P(\bar{B}) = ?$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $0.6 = P(A) + P(B) - 0.2$ $0.6 + 0.2 = P(A) + P(B)$		

	$P(A) + P(B) = 0.8$ $P(\bar{A}) + P(\bar{B}) = 1 - P(A) + 1 - P(B)$ $= 1 + 1 - P(A) - P(B)$ $= 2 - [P(A) + P(B)]$ $= 2 - 0.8$ $P(\bar{A}) + P(\bar{B}) = 1.2$
5	$P(A) = 0.5$ $P(B) = 0.3$ $P(A \cap B) = 0 \quad (\text{ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்})$ A யும் B யும் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= P(\bar{A} \cap \bar{B})$ $= P(\overline{A \cup B})$ $= 1 - P(A \cup B)$ $= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ $= 1 - [0.5 + 0.3 - 0]$ $= 1 - 0.8$ $= 0.2$
6	கூறுவெளி $S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$ $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$ $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)$ $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$ $(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$ $(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$ $n(S) = 36$ முதல் பகடையின் முகமதிப்பு இரட்டைப்படை எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$ $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$ $(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$ $n(A) = 18$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$ முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{ (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) \}$ $n(B) = 5$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$ முதல் பகடையின் முகமதிப்பு இரட்டைப்படை எண் மற்றும் முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி $(A \cap B)$

	$A \cap B = \{ (2,6), (4,4), (6,2) \}$ $n(A \cap B) = 3$ $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$ $P(A) = \frac{18}{36}, P(B) = \frac{5}{36}, P(A \cap B) = \frac{3}{36}$ முதல் பகடையின் முகமதிப்பு இரட்டைப்படை எண் அல்லது முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A \cup B)$ $\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36}$ $= \frac{18+5-3}{36} = \frac{20}{36}$ $P(A \cup B) = \frac{5}{9}$
7	$n(S) = 52$ சிவப்பு இராசாவாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $n(A) = 2$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{52}$ கருப்பு இராணியாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $n(B) = 2$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{52}$ சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (\text{ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்})$ $= \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ $P(A \cup B) = \frac{1}{13}$
8	கூறுவெளி $S = \{ 3,5,7,9, \dots, 35,37 \}$ $n(S) = 18$ 7 ன் மடங்காக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ 7,21,35 \}$ $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{18}$$

பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க

$$B = \{ 3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37 \}$$

$$n(B) = 11$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{18}$$

7 ன் மடங்காக மற்றும் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி $(A \cap B)$

$$A \cap B = \{ 7 \}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{18}$$

$$P(A) = \frac{3}{18}, \quad P(B) = \frac{11}{18}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{18}$$

7 ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18} = \frac{3+11-1}{18}$$

$$P(A \cup B) = \frac{13}{18}$$

9 கூறுவெளி $S = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) \}$

$$n(S) = 8$$

அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க

$$A = \{ (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (HHH) \}$$

$$n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க

$$B = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (THH) \}$$

$$n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் மற்றும் குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி $A \cap B$ என்க

$$A \cap B = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (THH) \}$$

$$n(A \cap B) = 4$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

	$P(A) = \frac{7}{8} \quad , \quad P(B) = \frac{4}{8} \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{4}{8}$ அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7+4-4}{8}$ $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$
10	மின் ஒப்பந்தம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A எனில் $P(A) = \frac{3}{5}$ குழாய் பதிக்கும் ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி $\bar{B}$ எனவே $P(\bar{B}) = \frac{5}{8}$ $\therefore$ குழாய் பதிக்கும் ஒப்பந்தம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $P(B) = 1 - P(\bar{B})$ $= 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8}$ $P(B) = \frac{3}{8}$ ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி $A \cup B$ எனில் $P(A \cup B) = \frac{5}{7}$ இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி $A \cap B$ $\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ $P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{3}{8} - \frac{5}{7}$ $= \frac{3 \times 7 \times 8 + 3 \times 5 \times 7 - 5 \times 5 \times 8}{5 \times 8 \times 7}$ $= \frac{168 + 105 - 200}{280} = \frac{273 - 200}{280}$ இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A \cap B) = \frac{73}{280}$
11	$n(S) = 8000$ பெண்ணாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி A எனில் $n(A) = 3000$ $P(A) = \frac{3000}{8000}$ 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்களாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி B எனில் $n(B) = 1300$ $P(B) = \frac{1300}{8000}$ 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்ணாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி $A \cap B$ எனில் $n(A \cap B) = \frac{30}{100} \times 3000 = 900$

	$P(A \cap B) = \frac{900}{8000}$ ஒரு நபர் பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{3000}{8000} + \frac{1300}{8000} - \frac{900}{8000}$ $= \frac{3000+1300-900}{8000} = \frac{4300-900}{8000} = \frac{3400}{8000}$ $P(A \cup B) = \frac{17}{40}$
12	கூறுவெளி $S = \{ (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) \}$ $n(S) = 8$ சரியாக இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி A என்க $A = \{ (HHT), (HTH), (THH) \}$ $n(A) = 3$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$ குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி B என்க $B = \{ (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT) \}$ $n(B) = 7$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$ அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க $C = \{ (HHT), (THH), (HHH) \}$ $n(C) = 3$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{8}$ $\therefore A \cap B = \{ (HHT), (HTH), (THH) \}$ $n(A \cap B) = 3$ $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$ $\therefore B \cap C = \{ (HHT), (THH) \}$ $n(B \cap C) = 2$ $P(B \cap C) = \frac{n(B \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{8}$ $\therefore C \cap A = \{ (HHT), (THH) \}$ $n(C \cap A) = 2$ $P(C \cap A) = \frac{n(C \cap A)}{n(S)} = \frac{2}{8}$

$$\therefore A \cap B \cap C = \{ (HHT), (THH) \}$$

$$n(A \cap B \cap C) = 2$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$$

$$= \frac{3+7+3-3-2-2+2}{8} = \frac{8}{8}$$

$$P(A \cup B \cup C) = 1$$

13 A, B, C என்ற நிகழ்ச்சிகளின்

$$P(B) = 2 \times P(A)$$

$$P(C) = 3 \times P(A) \text{ எனில்}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\frac{9}{10} = P(A) + 2P(A) + 3P(A) - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{9}{10} = 6P(A) - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) + \frac{1}{15}$$

$$6P(A) = \frac{9}{10} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) - \frac{1}{15}$$

$$6P(A) = \frac{9}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{108+20+30+15-8}{120}$$

$$= \frac{165}{120}$$

$$P(A) = \frac{165}{120 \times 6} = \frac{165}{720} = \frac{11 \times 15}{48 \times 15}$$

$$P(A) = \frac{11}{48}$$

$$\therefore P(B) = 2 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{24}$$

$$\therefore P(C) = 3 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{16}$$

$$P(A) = \frac{11}{48}, \quad P(B) = \frac{11}{24}, \quad P(C) = \frac{11}{16}$$

14

$$n(S) = 35$$

மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதம் 4 : 3

மொத்த பகுதிகள் $4 + 3 = 7$

$$\text{மாணவர்களின் எண்ணிக்கை} = \frac{4}{7} \times 35 = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{மாணவிகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{3}{7} \times 35 = 3 \times 5 = 15$$

$\therefore$ 1 முதல் 20 வரை மாணவர்கள் மற்றும் 21 முதல் 35 வரை மாணவிகள்

வரிசை எண் பகா எண் கொண்ட மாணவராக இருக்கும் நிகழ்ச்சி A

$$A = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \}$$

$$n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{35}$$

வரிசை எண் பகு எண் கொண்ட மாணவியாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி B

$$B = \{ 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35 \}$$

$$n(B) = 12$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{35}$$

வரிசை எண் இரட்டை எண்ணாக கொண்டவராக இருக்கும் நிகழ்ச்சி C என்க

$$C = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34 \}$$

$$n(C) = 17$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{17}{35}$$

$$\therefore A \cap B = \{ \}$$

$$n(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$\therefore B \cap C = \{ 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34 \}$$

$$n(B \cap C) = 7$$

$$P(B \cap C) = \frac{n(B \cap C)}{n(S)} = \frac{7}{35}$$

$$\therefore C \cap A = \{ 2 \}$$

$$n(C \cap A) = 1$$

$$P(C \cap A) = \frac{n(C \cap A)}{n(S)} = \frac{1}{35}$$

$$\therefore A \cap B \cap C = \{ \}$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{8}{35} + \frac{12}{35} + \frac{17}{35} - 0 - \frac{7}{35} - \frac{1}{35} + 0$$

$$= \frac{8+12+17-7-1}{35} = \frac{37-8}{35} = \frac{29}{35}$$