

11TH STANDARD
MATHEMATICS -UNIT 1V
ASSIGNMENT 1&2

K.BAKTHAVACHALAM.,
P.G.ASSISTANT (MATHS),
VIRINCHIPURAM
VELLORE DISTRICT
CELL.9944481639

S.RAVIKUMAR.,
P.G.ASSISTANT (MATHS),
SENTHAMANGALAM
VELLORE DISTRICT
CELL.9894127745

1. கணிதத் தொடர்த்துவம் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி, எல்லா முடியாக்கம் $n > 1$ க்கு $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ என நிறுத்த.

தீர்வு:

$$P(n) = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ என்க.}$$

$n=1$ எனில்

$$L.H.S = 1$$

$$R.H.S = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2} \\ = 1.$$

$P(1)$ என்பது நிறுத்த.

$P(k)$ நிறுத்த என்க கொள்க.

$$1+2+3+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ நிறுத்த என நிறுத்தக வேண்டும்.

$$\begin{aligned} 1+2+3+\dots+k+k+1 &= (1+2+3+\dots+k) + k+1 \\ &= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \\ &= \frac{(k+1)(k+1+1)}{2} \rightarrow ② \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பது நிறுத்த.

இதைத் தொடர்த்துவம் கொள்கைப்படி $P(n)$ நிறுத்தமான நிபுக்கித்தப்பட்டது.

2. கணிதத் தொடர்த்துவம் மூலம், எல்லா முடியாக்கம் $n > 1$ க்கு $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ என நிறுத்த.

தீர்வு:

$$P(n) : 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ என்க.}$$

$n=1$ எனில்

$$L.H.S = 1^2 = 1$$

$$R.H.S = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} = 1$$

$P(1)$ என்பது நிறுத்த.

$P(k)$ நிறுத்த என்க கொள்க.

$$1^2+2^2+3^2+\dots+k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ நிறுத்த என நிறுத்தக வேண்டும்.

$$\begin{aligned}
 P(k+1) &= \underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2}_{k \text{ terms}} + (k+1)^2 \\
 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
 &= \frac{(k+1)(k+1+1)[2(k+1)+1]}{6}
 \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பதும் 2கண்டை.

எனவே கணிதத் தொடுத்தங்கள் கொள்கைப்பற
 $P(n)$ என்பது 2கண்டை என நிறோக்கப்பட்டது.

3. கணிதத் தொடுத்தங்கள் மூறையில் க>1 க்கு

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \text{ என நிறோக்க.}$$

தீர்வு:

$$P(n) : 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \text{ எனக்.}$$

$$n=1 \text{ எனில் } L.H.S = 1$$

$$R.H.S = \left(\frac{1(1+1)}{2}\right)^2$$

$$= 1$$

$P(1)$ என்பது 2கண்டை.

$P(k)$ 2கண்டை எனக் கொள்க.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ 2கண்டை என நிறோக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned}
 P(k+1) &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 \\
 &= \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 + (k+1)^3 \\
 &= \left\{ \frac{(k+1)(k+1+1)}{2} \right\}^2
 \end{aligned}$$

எனவே $P(k+1)$ என்பதும் 2கண்டை. எனவே கணிதத் தொடுத்தங்களின்பற $P(n)$ என்பது 2கண்டை என நிறோக்கப்பட்டது.

4. கணிதத் தொடுத்தங்கள் மூறையில் க>1 க்கு

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3} \text{ என நிறோக்க.}$$

$$\text{தீர்வு: } P(n) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = n \frac{(2n-1)(2n+1)}{3} \text{ என்று}$$

$$n=1 \text{ எனில் } L.H.S = 1^2 = 1$$

$$R.H.S = \frac{1(2-1)(2+1)}{3} = 1$$

$P(1)$ என்பது கண்டை.

$P(k)$ கண்டை எனக் கொள்க.

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ கண்டை என நினேக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 \\ &= \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3} + [2(k+1)-1]^2 \\ &= \frac{(k+1)[2(k+1)-1][2(k+1)+1]}{3} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பது கண்டை, எனவே, கண்டை தொகீதால் கொள்கைப்படி $P(n)$ என்பது கண்டை என நினேக்கப்பட்டு.

5. பூச்சியடற்ற முதல் n கிரடியை எண்களின் கூடுதல் n^2+n என நினேக்க.

$$\text{தீர்வு: } P(n) : 2+4+6+\dots+2n = n^2+n \text{ என்க}$$

$$n=1 \text{ எனில் } L.H.S = 2$$

$$R.H.S = 1^2+1 = 2$$

$P(1)$ என்பது கண்டை.

$P(k)$ என்பது கண்டை எனக் கொள்க.

$$2+4+6+\dots+2k = k^2+k \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ என்பது கண்டை என நினேக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \underbrace{2+4+6+\dots+2k}_{k^2+k} + 2(k+1) \\ &= k^2+k+2(k+1) \\ &= (k+1)^2+(k+1) \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பது கண்டை. எனவே கண்டை தொகீதால் கொள்கைப்படி $P(n)$ என்பது கண்டை என நினேக்கப்பட்டு.

6. முதல் n ஒர்றை மீதை எண்களின் கூடுதல் n^2 என்க. தொகீதால் மூறையை நிறுவக.

$$\text{தீர்வு: } P(n) : 1+3+\dots+2(n-1) = n^2 \text{ என்க.}$$

$$n=1 \text{ எனில் } L.H.S = R.H.S \therefore P(1) \text{ என்பது கண்டை}$$

$P(k)$ கூண்டம் என்க தொகை.

$$1+3+5+\dots+2(k-1) = k^2 \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ கூண்டம் என நிறுத்த ஒவ்வொட்டு.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \underbrace{1+3+5+\dots+2(k-1)}_{(k+1)^2} + [2(k+1)-1] \\ &= (k+1)^2 \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பது கூண்டம் என நிறுத்தப்பட்டது.
எனவே, கணிதத் தொகைத்திட்டங்கள் தொகைகளைப்பற

$$1+3+5+\dots+2(n-1) = n^2 \text{ என நிறுத்தப்பட்டது.}$$

அதாவது $P(n)$ கூண்டம் என நிறுத்தப்பட்டது.

7. கணிதத் தொகைத்திட்டங்கள் முறையில் காட்கு

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \text{ என நிறுத்த.}$$

தீர்வு: $P(n) : 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ என்க.

$$n=1 \text{ எனில் } L.H.S = 1 \cdot 2 = 2$$

$$R.H.S = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} = 2$$

$P(1)$ என்பது கூண்டம். $P(k)$ கூண்டம் எனக் கொள்க.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ என்பது கூண்டம் என நிறுத்த வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \underbrace{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k(k+1)}_{\frac{k(k+1)(k+2)}{3}} + (k+1)(k+2) \end{aligned}$$

$$= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$P(k+1)$ என்பது கூண்டம். எனவே கணிதத் தொகையின்
தொகைகளைப்பற $P(n)$ என்பது கூண்டம் என நிறுத்தப்பட்டது.

கணிதத் தொகைத்திட்டங்கள் மூலம், எவ்வாறு இயல் என்கள்

$$n-\text{க்கும் } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ என நிறுத்த.}$$

$$P(n) := \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ என்க } \quad (5)$$

$$n=1 \text{ என்றால் } L.H.S = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$R.H.S = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$P(1)$ என்பது நோல்ல.

$P(k)$ நோல்ல எனக் கொள்க.

$$P(k) = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1} \rightarrow (1)$$

$P(k+1)$ நோல்ல என நிடுக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \underbrace{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)}}_{\text{கீழ்க்கண்ட}} + \frac{1}{(k+1)(k+1+1)} \\ &= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k+1}{k+1+1} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ நோல்ல என நிடுக்கப்பட்டது. எனவே, தனித்து நோல்ல எனக் கொள்கைப்படி $P(n)$ நோல்ல என நிடுக்கப்பட்டது.

9. கணித்த நோல்தாங்கலைப் பயன்தெரி எந்த ஒரு இயல் எண் n க்கும் $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

$$= \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)} \text{ என நிடுக்க.}$$

தீர்வு: $P(n) : \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

$n=1$ என்றால்

$$L.H.S = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

$$R.H.S = \frac{1(1+3)}{4(1+1)(1+2)} = \frac{1}{6}$$

$P(1)$ என்பது நோல்ல.

$P(k)$ நோல்ல எனக் கொள்க.

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} \rightarrow (2)$$

$P(k+1)$ நோல்ல என நிடுக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{k(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{(k+1)(k+1+3)}{4(k+1+1)(k+1+2)}$$

$P(k+1)$ எண்டிடும் உதவியை என நிறோக்கப்பட்டது. எனவே கணித்து தொடர்த்துவும் ஒதுக்கப்பட்டு $P(n)$ எண்டிடும் உதவியை என நிறோக்கப்பட்டது.

கணித்து தொடர்த்துவைப் பயன்படுத்தி ஏற்க ஒடு நியல் எண் - n க்கும் $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$

தீர்வு: $P(n) : \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$ எண்டிடும்

 $L.H.S = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$

$R.H.S = \frac{1}{6+4} = \frac{1}{10}$

$P(1)$ எண்டிடும் உதவியை, $P(k)$ உதவியை எனக் காரணம்,

 $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{k}{6k+4} \rightarrow ①$

$P(k+1)$ உதவியை என நிறோக்க வேண்டும்.

$P(k+1) = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)}}_{\text{}} + \frac{1}{(3(k+1)-1)(3(k+1)+2)}$
 $= \frac{k}{6k+4} + \frac{1}{[3(k+1)-1][3(k+1)+2]}$
 $= \frac{k+1}{6(k+1)+4}$

$P(k+1)$ எண்டிடும் உதவியை என நிறோக்கப்பட்டது.

எனவே, கணித்து தொடர்த்துவும் ஒதுக்கப்பட்டு

$P(n)$ எண்டிடும் உதவியை என நிறோக்கப்பட்டது.

1. எந்த ஒடு கியல் எண் n க்கும், $a > b$ எனில் $a^n - b^n$ சீர்வது $a - b$ ஆல் புகுபடும் என நிறுவக்கு.

தீர்வு: $P(n) := a^n - b^n$ அல்லது $a - b$ ஆல் புகுபடும் என்க

$n=1$ எனில் $a - b$ ஆல்லது $a - b$ ஆல் புகுபடும்

$P(1)$ கூறுகிறது. $P(k)$ கூறுகிறது எனக் கொள்க.

$a^k - b^k$ அல்லது $a - b$ ஆல் புகுபடும்.

$$a^k - b^k = \lambda(a - b), \quad \lambda \in \mathbb{N}.$$

$P(k+1)$ கூறுகிறது என நிறுவக்கு வேண்டும்.

$$a^{k+1} - b^{k+1} = a^{k+1} - ab^k + ab^k - b^{k+1}$$

$$= a(a^k - b^k) + b^k(a - b)$$

$$= a\lambda(a - b) + b^k(a - b)$$

$$= (a - b)(a\lambda + b^k)$$

$\therefore a^{k+1} - b^{k+1}$ அல்லது $a - b$ ஆல் புகுபடும்.

எனவே $P(k+1)$ என்பது கூறுகிறது. கூறுகிறது எனக் கொள்கிறோம்.

வேட்டி.

2. கூறுகிறது எதானுக்காதவைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒடு கியல் எண் n -க்கும் $x^{2n} - y^{2n}$ அல்லது $x+y$ ஆல் புகுபடும் என நிறுவக்கு

தீர்வு: $P(n) := x^{2n} - y^{2n}$ அல்லது $x+y$ ஆல் புகுபடும். என்க.

$n=1$ எனில் $x^2 - y^2$ அல்லது $x+y$ ஆல் புகுபடும்.

எனவே $P(1)$ என்பது கூறுகிறது.

$P(k)$ கூறுகிறது எனக் கொள்க.

$x^{2k} - y^{2k}$ அல்லது $x+y$ ஆல் புகுபடும்.

$$\Rightarrow x^{2k} - y^{2k} = \lambda(x+y) \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ கூறுகிறது என நிறுவக்கு வேண்டும்.

$$P(k+1) = x^{2(k+1)} - y^{2(k+1)} = x^{2k+2} - y^{2k+2}$$

$$= x^{2k} \cdot x^2 - y^{2k} \cdot y^2$$

$$= x^{2k}x^2 - x^{2k}y^2 + x^2y^{2k} - y^{2k}y^2$$

$$= x^{2k}(x^2 - y^2) + y^{2k}(x^2 - y^2)$$

$$= x^2 (\lambda(x^2 - y^2)) + y^{2k} (x^2 - y^2)$$

$$= x^2 (\lambda(x+y)(x-y)) + y^{2k} (x+y)(x-y)$$

$$\Rightarrow x^{2(k+1)} - y^{2(k+1)}$$

இரண்டு $x+y$ ஆல் உடுபடும்.
 $\therefore P(k+1)$ கூண்டம். எனவே, தணிடத் தொகையின்
 கொள்கைப்படி, $P(n)$ கூண்டம் என நிறுஷ்டப்பட்டது.

3. தொகைத்திட்டம் பயனிப்பதற்கு எவ்வாறு கியல் எண்கள் ம் க்கும்
 $n^3 - 7n + 3$ அடியை 3 ஆல் உடுபடும் என நிறுமீக்க.

திருதி:

$$P(0): n^3 - 7n + 3 \text{ அடியை } 3 \text{ ஆல் உடுபடும்.}$$

$$n=1 \text{ எனில் } 1^3 - 7(1) + 3 = 1 - 7 + 3 \\ = -3 \text{ அடியை } 3 \text{ ஆல் உடுபடும்.}$$

$\therefore P(1)$ கூண்டம்.

$P(k)$ கூண்டம் எண்கள் கொள்கை.

$$k^3 - 7k + 3 \text{ அடியை } 3 \text{ ஆல் உடுபடும்.}$$

$$k^3 - 7k + 3 = 3\lambda \text{ எண்கள்.} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ கூண்டம் என நிறுமீக்க வேண்டும்.

$$(k+1)^3 - 7(k+1) + 3 = \cancel{k^3} + 3k^2 + 3k + 1 - \cancel{7k} - \cancel{7} + 3 \\ = k^3 + 3k^2 - 4k - 3 \\ = k^3 + 3k^2$$

$$= 3\lambda + 3k^2 + 3k - b \text{ அடியை } 3 \text{ ஆல் உடுபடும்.}$$

எனவே $P(k+1)$ எண்ணால் கூண்டம். கூண்டத் தொகையின் கொள்கைப்படி $P(n)$ கூண்டம் என நிறுஷ்டப்பட்டது.

4. தொகைத்திட்டம் பயனிப்பதற்கு எவ்வாறு கியல் எண்கள் ம் க்கும்
 $n-க்கும்$ $5^{n+1} + 4 \times 6^n$ யை 20 ஆல் உடுக்கக் கிடைக்கிற
 மதி 9 என நிறுமீக்க.

திருதி:-

$$P(n): 5^{n+1} + 4 \times 6^n \text{ யை } 20 \text{ ஆல் உடுக்கக் கிடைக்கும் மதி } 9.$$

$$n=1 \text{ எனில் } P(1) = 5^2 + 4 \times 6^1 \\ = 25 + 24$$

$$= 49 \text{ யை } 20 \text{ ஆல் உடுக்கக் கிடைக்கும் மதி } 9.$$

எனவே $P(1)$ எண்ணால் கூண்டம்.

$P(K)$ 2ஆண்டும் எனக் கொள்க.

$$5^{k+1} + 4 \times 6^k = 20\lambda + 9 \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ எனிடதும் 2ஆண்டும் என நினோக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = 5^{k+1+1} + 4 \times 6^{k+1}$$

$$= 5 \cdot 5^{k+1} + 4 \times 6^k \cdot 6$$

$$= 5 \cdot 5^{k+1} + 24 \times 6^k$$

$$= 5 \cdot 5^{k+1} + 20 \times 6^k + 4 \times 6^k$$

$$= 5 (5^{k+1} + 4 \times 6^k) + 4 \times 6^k$$

$$= 5 (20\lambda + 9) + 4 \times 6^k$$

$$= 100\lambda + 45 + 4 - 4 + 4 \times 6^k$$

$$= 100\lambda + 49 + 4 (6^k - 1)$$

எல்லா மதிப்பீகள்க் $k > 1$ க்கும் $6^k - 1$ ஆனது 5 அல்ல உடுப்பும். எனவே $4(6^k - 1)$ ஆனது 20 அல்ல உடுப்பு.

$\therefore 5^{k+1+1} + 4 \times 6^{k+1}$ ஆனது 20 அல்ல உடுப்பு மீண்டும் 9 கிடைக்கும்.

$P(k+1)$ 2ஆண்டும் என நினோக்கப்பட்டது.

5. ஒதாகுதீதறிதலுப் பயணிடுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n க்கும் $10^n + 3 \times 4^{n+2} + 5$ ஆனது 9 அல்ல உடுப்பும் என நினோக்க.

தீர்வு:

$$P(n) : 10^n + 3 \times 4^{n+2} + 5 \text{ ஆனது } 9 \text{ அல்ல உடுப்பும்.}$$

$$\begin{aligned} n=1 \text{ எனில் } P(1) &= 10^1 + 3 \times 4^3 + 5 \\ &= 10 + 3(64) + 5 \\ &= 10 + 192 + 5 \\ &= 207 \text{ ஆனது } 9 \text{ அல்ல உடுப்பும்.} \end{aligned}$$

$P(1)$ எனிடது 2ஆண்டும்.

$P(k)$ 2ஆண்டும் எனக் கொள்க.

$$10^k + 3 \times 4^{k+2} + 5 \text{ ஆனது } 9 \text{ அல்ல உடுப்பும்}$$

$$10^k + 3 \times 4^{k+2} + 5 = 91 \rightarrow ①$$

$P(K+1)$ 2001-ம் மாத என நிடோக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned}
 & 10^{K+1} + 3 \times 4^{K+2} + 5 = 10 \cdot 10^K + 3 \times 4^{K+2} \times 4 + 5 \\
 & = 10 \cdot 10^K + 12 \times 4^{K+2} + 5 \\
 & = 10 \cdot 10^K + 30 \times 4^{K+2} + 50 - 18 \times 4^{K+2} - 45 \\
 & = 10 (10^K + 3 \times 4^{K+2} + 5) - 9 (2 \times 4^{K+2} - 5)
 \end{aligned}$$

9 ஆல் வடிபடும்.

$\therefore P(K+1)$ என்பது 2001-ம் மாத எனவு கணித்து தொடுத்தினால் பற $P(n)$ என்பது 2001-ம் மாத.

b. $n \geq 1$ க்கு $3^{2n+2} - 8n - 9$ ஆனது 8 ஆல் வடிபடும் என்பதை நிரேக்க.

தீர்வு:

$P(n) : 3^{2n+2} - 8n - 9$ ஆனது 8 ஆல் வடிபடும்.

$n=1$ எனில் $P(1) = 3^4 - 8 - 9$
 $= 64$ ஆனது 8 ஆல் வடிபடும்.

$P(1)$ என்பது 2001-ம் மாத.

$P(K)$ 2001-ம் மாத எனக் கொள்க.

$3^{2K+2} - 8K - 9$ ஆனது 8 ஆல் வடிபடும்.

$\Rightarrow 3^{2K+2} - 8K - 9 = 8\lambda \rightarrow ① \quad \lambda \in \mathbb{N}$.

$P(K+1)$ 2001-ம் மாத என நிரேக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned}
 P(K+1) &= 3^{2(K+1)+2} - 8(K+1) - 9 \\
 &= 3^{2K+2+2} - 8K - 8 - 9 \\
 &= 9 \cdot 3^{2K+2} - 72K + 64K = 81 + 64 \\
 &= 9 \cdot 3^{2K+2} - 72K - 81 + 64(K+1) \\
 &= 9(8\lambda) + 64(K+1)
 \end{aligned}$$

$P(K+1)$ 2001-ம் மாத. எனவு $P(n)$ 2001-ம் மாத என நிரேக்கப்பட்டது.

7. நண்டித்து ஏதாகுத்தனதில் கொள்கைகளைப்படி $n > 1$ க்கு ⑪

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$$

என நிறுத.

தீர்வு: $P(n) : 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ என்க.

$n=1$ எனில் $P(1) = 1^2 > \frac{1^3}{3}$ என்று உண்மை.
 $P(1)$ உண்மை.

$P(k)$ உண்மை என்க கொள்க.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 > \frac{k^3}{3} \rightarrow ①$$

$P(k)$ உண்மை என நிறுத்த வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 \\ &> \frac{k^3}{3} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)^3}{3} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ என்பது உண்மை. எனவே நண்டித்து ஏதாகுத்தில் கொள்கைப்படி $P(n)$ உண்மை என நிறுத்தப்பட்டு.

8. சமூகித்து ஏதாகுத்தனில் முறையில் $n > 2$ என உள்ள எந்த ஒடு முடு என்கொள்கின்றும் $3n^2 > (n+1)^2$ என நிறுத.

தீர்வு: $P(n) : n > 2$ என கிடுத்தும் போது $3n^2 > (n+1)^2$ என்க.

$n=2$ எனில் $P(1) : 3(2)^2 > (2+1)^2$ என்று உண்மை. எனவே $P(1)$ உண்மை.

$P(k)$ உண்மை எனக்கொள்க.

$$K > 2 \text{ என கிடுத்தும் போது } 3k^2 > (k+1)^2 \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ உண்மை என நிறுத்த வேண்டும்.

$$\begin{aligned} 3(k+1)^2 &= 3[k^2 + 2k + 1] \\ &= 3k^2 + 6k + 3 \\ &> (k+1)^2 + 6k + 3 \\ &= (k+1)^2 + 6k + 3 \\ &= k^2 + 2k + 1 + 6k + 3 \\ &= k^2 + 8k + 4 = k^2 + 4k + 4 + 4k \\ &= (k+2)^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3(k+1)^2 > (k+2)^2, \quad k > 0.$$

எனவே $P(k+1)$ உண்மை. நண்டித்து ஏதாகுத்து ஏவ்வீரும் $P(n)$ உண்மை என நிறுத்தப்பட்டு.

9. கணிதத் தொடுத்தால் முறையீல் $n \geq 2$ என உள்ள
நான் ஒடு பூடு எண்ணிர்க்கும் $3^n > n^2$ என நிடுபி.

தீர்வு: $P(n) : n \geq 2$ என கிடைக்கும் பொழுது $3^n > n^2$

$$n=2 \text{ எனில்} \quad 3^2 > 2^2 \text{ ஆக்கம்}$$

$P(2)$ ஆக்கம். $P(k)$ ஆக்கம் எனக் கொள்க.

$$3^k > k^2 \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ ஆக்கம் என நிடுக்கு வேண்டும்.

$$\begin{aligned} 3^{k+1} &= 3^k \cdot 3^1 = 3 \cdot 3^k \\ &> 3^k & (\because ① \text{ வேல}) \\ &> 3 \cdot (k+1)^2. \end{aligned}$$

$P(k+1)$ எண்பதும் ஆக்கம் என நிடுக்கப்பட்டது.

எனவே கணித தொடுத்தாலித்தன் கொண்டகூஸி $P(n)$ ஆக்கம்.

10. கணித தொடுத்தாலைப் பயிற்சித் தொடுத்தால் $n \geq 2$ எனக்கொண்ட
நான் ஒடு கியல் எண்ணிர்க்கும்

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n} \text{ என நிடுக்க.}$$

தீர்வு: $P(n) : \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$ எனக்

$$\begin{aligned} n=2 \text{ எனில்} \quad L.H.S &= 1 - \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4}, \quad R.H.S = \frac{3}{4} \\ \therefore P(1) \text{ ஆக்கம்.} \quad P(k) \text{ ஆக்கம் எனக்கொண்டு.} \end{aligned}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \rightarrow ①$$

$P(k+1)$ ஆக்கம் என நிடுக்கு வேண்டும்.

$$P(k+1) = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right)$$

$$= \frac{k+1}{2k} \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right)$$

$$= \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{k^2 + 2k}{(k+1)^2}$$

$$= \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{k(k+2)}{(k+1)^2} = \frac{k+2}{2(k+1)}$$

$P(k+1)$ எண்பதும் ஆக்கம். எனவே $P(n)$ ஆக்கம்.

கி.பக்தவத்சலம். மு.ஶா (கணிதம்) 9944461639.