11^{th} STD
UNIT IV Combinatorics and Mathematical Induction

www.Padasalai.Net

S.Ravikumar
PG Asst, GHSS
Senthamangalam

K.Bakthavachalam
PG Asst, GHSS
Virinchipuram

சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல்.

எண்ணுதலின் கூட்டல் விதி:- ஒரே நேரத்தில் செய்ய இயலாத இரண்டு பணிகளில் முதல் பணியினை M வழிகளிலும் இரண்டாவது பணியினை N வழிகளிலும் செய்யலாம் எனில் இவற்றில் ஏதேனும் ஒரு பணியினை M+N வழிகளில் செய்யலாம்.
அதாவது முதல் பணி அல்லது இரண்டாவது பணியினை M+N வழிகளில் செய்யலாம்.

சேர்த்தல் நீக்கல் கொள்கை:- A, B என்ற இரு பணிகளை தனித்தனியே n(A), n(B) வழிகளில் செய்யலாம். இரு பணிகளையும் ஒரே நேரத்தில் $n(A\cap B)$ வழிகளில் செய்யலாம் எனில் ஏதேனும் ஒரு பணியைச் செய்யும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $n(A\cup B) = n(A)+n(B)-n(A\cap B)$.

பெருக்கல் விதி: ஒரு செயல் செய்ய இரு படிநிலைகள் உள்ளது என்க. முதல் படிநிலையை M வழிகளிலும், இரண்டாவது படிநிலையை N வழிகளிலும் வெவ்வேறான வகையில் செய்ய இயலும் எனில் மொத்தமாக $M\times N$ வழிகளில் செய்து முடிக்க முடியும்.

காரணியப் பெருக்கம். (Factorials). முதல் n இயல் எண்களின் தொடர்ச்சியான பெருக்கல் n-ன் காரணியப் பெருக்கம் எனப்படும். இதனை n! எனக் குறிப்பிடுகிறோம்.
அதாவது $n! = 1\times2\times3\times\cdots n$. மேலும் $0! = 1$.

n ன் இரட்டை காரணியப் பெருக்கம்.

$10!! = 10\times8\times6\times4\times2$ $\qquad 9! = 9\times7\times5\times3\times1$

$8!! = 8\times6\times4\times2$ $\qquad 7! = 7\times5\times3\times1$

வரிசை மாற்றம்:- பொருட்களை வரிசைப்படுத்துதல் அல்லது அடுக்குதல்களின் எண்ணிக்கை.

வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை:- n, r ஆகியவை மிகைமுழு எண்கள் மேலும் $r\le n$ எனில் n வெவ்வேறான பொருட்களில் இருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்களைக் கொண்டு உருவாக்கும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ஆகும்.

குறிப்பு:- i) n வெவ்வேறான பொருட்களை ஒரு வரிசையில் n! வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.
2) n வெவ்வேறான பொருட்களில் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையான m பொருட்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றாக வரும் வகையில் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $m!\times(n-m+1)!$

www.Padasalai.Net

3) n வெவ்வேறான பொருட்களில், கொடுக்கப்பட்ட எந்த இரு k பொருட்களும் ஒன்றாக வராமலும் மீதமுள்ள $m = n - k$ பொருட்களின் மீது எவ்வித கட்டுப்பாடும் இல்லாமலும் உருவாகும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $m! \times {}^{(m+1)}P_k$.

4) n பொருட்களில், p பொருட்கள் ஒரே மாதிரியாகவும், மற்றவை அனைத்தும் வெவ்வேறாகவும் உள்ள பொருட்களின் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{p!}$

5) n நாணயங்களை சுண்டும் போது ஏற்படும் விளைவுகளின் எண்ணிக்கை 2^n ஆகும்.

6) n வெவ்வேறான பொருட்களை m இடங்களில் வைக்க மொத்தம் m^n வழிகள் உள்ளன.

$1, 2, 3, \ldots n$ [1] [2] [3] . . . . [m]

$\therefore$ $m \times m \times m \times \cdots m$ (n தடவைகள்) $= m^n$ வழிகள்.

7) n பூச்சியமற்ற இலக்கங்களைக் கொண்டு உருவாகும் எல்லா r இலக்க எண்களின் கூடுதல்

$\{ {}^{n-1}P_{r-1} \times$ (இலக்கங்களின் கூடுதல்) $\times 111\cdots1$ (r முறை) $\}$

www.Padasalai.Net

8) கொடுக்கப்பட்ட n இலக்கங்களில் 0 ஒரு இலக்கம் எனில், இவற்றைக் கொண்டு உருவாகும் எல்லா r இலக்க எண்களின் கூடுதல்

$\{ {}^{n-1}P_{r-1} \times$ {இலக்கங்களின் கூடுதல்} $\times 111\cdots1$ (r முறை) $\}$.

$- \{ {}^{n-2}P_{r-2} \times$ {இலக்கங்களின் கூடுதல்} $\times 111\cdots1$ (r−1) முறை $\}$

9) எந்த ஒரு முழு எண் $n \geq 1$ க்கும் $n! = n(n-1)!$ ஆகும்.

1. காரணியப் பெருக்கம் வரையறு. 0! ன் மதிப்பு?

தீர்வு: $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3.2.1$

மேலும் $0! = 1$.

2. ஒருவர் இரவு உணவிற்காக ஒரு உணவு விடுதிக்கு சென்றார். அங்கிருந்த உணவுப் பட்டியலில் 10 இந்திய மற்றும் 7 சீன உணவு வகைகள் உள்ளன. ஒரு இந்திய அல்லது ஒரு சீன உணவை அவர் எத்தனை வகைகளில் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

தீர்வு: $10 + 7 = 17$ வழிகளில்

3. ஒரு பள்ளி நூலகத்தில் 75 கணித புத்தகங்களும், 35 இயற்பியல் புத்தகங்களும் உள்ளன. ஒரு மாணவன் இதில் ஏதேனும் ஒரே ஒரு புத்தகத்தை தேர்ந்தெடுக்கலாம். கணிதம் அல்லது இயற்பியல் புத்தகங்களில் ஏதாவது ஒன்றை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

தீர்வு: $75 + 35 = 110$ வழிகளில்.

www.Padasalai.Net

4. ஒரு கடையில் 3 விதமான மகிழுந்து பொம்மைகளும், 2 விதமான தொடர் வண்டி பொம்மைகளும் உள்ளன. ஒரு குழந்தை ஒரு மகிழுந்து பொம்மையையும் மற்றும் ஒரு தொடர் வண்டி பொம்மையையும் எத்தனை வகைகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

தீர்வு: $3 \times 2 = 6$ வழிகளில்.

5. காஞ்சிபுரத்தில் உள்ள ஜவுளிக்கடையில் ஒரு பெண் ஒரு பட்டுப் புடவையையும், ஒரு சுங்குடி புடவையையும் வாங்க நினைக்கிறார். கடையில் 20 வெவ்வேறு வகையான பட்டுப் புடவைகளும், 8 வெவ்வேறு வகையான சுங்குடிப் புடவைகளும் உள்ளன. புடவைகளை எத்தனை வகைகளில் அவரால் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்?

தீர்வு: $20 \times 8 = 160$ வழிகளில்.

6. 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை திரும்ப வராத முறையில் பயன்படுத்தி எத்தனை ஈரிலக்க எண்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு:

4 எண்களுக்கு, 5 எண்களுக்கு வாய்ப்புகள்

$= 4 \times 5$ வழிகளில்

$= 20$ வழிகளில்.

7) 5 நபர்களை எத்தனை வழிகளில் வரிசையில் அமர வைக்கலாம்?

தீர்வு:

5ஆம்	4ம்	3ம்	2ஆம்	முதல் நபர்
1	2	3	4	5

வழிகளில்

$= 5! = 120$ வழிகளில்.

8) 10 இருக்கைகளில் மூன்று நபர்கள் எத்தனை வழிகளில் அமர வைக்கலாம்?

தீர்வு:

3ஆம் நபர்	2ஆம் நபர்	முதல் நபருக்கு
8	9	10

$8 \times 9 \times 10$

$= 720$ வழிகளில்.

9) ஒரு நீச்சல் போட்டியில் 8 பேர் கலந்துக் கொள்கின்றனர். தங்கம், வெள்ளி மற்றும் வெண்கலப் பரிசுகளை எத்தனை வழிகளில் வழங்க இயலும்?

தீர்வு:

வெண்கலம்	வெள்ளி	தங்கம்

$6 \times 7 \times 8$ வழிகளில்

$= 336$ வழிகளில்.

10) BIRD என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள 4 எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி எழுத்துக்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உருவாக்கலாம்

தீர்வு: BIRD – 4 வெவ்வேறான எழுத்துகள்

$1 \times 2 \times 3 \times 4$ வழிகளில்

$= 24$ எழுத்துச் சரங்கள்

11) PRIME என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள 5 எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி எழுத்துக்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உருவாக்கலாம்?

12) SIMPLE என்ற வார்த்தையில் உள்ள அனைத்து எழுத்துகளையும் பயன்படுத்தி (ஒரே நேரத்தில்) எத்தனை வரிசை மாற்றங்கள் உருவாக்கலாம்.

தீர்வு: SIMPLE - வெவ்வேறான 6 எழுத்துக்கள்

1	2	3	4	5	6

$= 6! = 720$ வழிகளில்.

13 "VOWELS" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு பின்வரும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்க முடியும்? i) E யில் தொடங்கும் வகையில் ii) E யில் தொடங்கி W ல் முடியும் வகையில்.

தீர்வு:
VOWELS வெவ்வேறான 6 எழுத்துக்கள்

i) E ல் தொடங்கும் வகையில்

E					
1	5	4	3	2	1

$= 120$ வழிகளில்

ii) E ல் தொடங்கி W ல் முடியும் வகையில்

E					W
1	4	3	2	1	1

$= 24$ வழிகளில்.

14 FLOWER என்ற வார்த்தையில் உள்ள 6 எழுத்துக்களைக் கொண்டு கீழ்க்காணும் கட்டுபாடுகளுடன் எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்.

i) F ல் தொடங்க வேண்டும் அல்லது R ல் முடிக்க வேண்டும்

ii) F ல் தொடங்கவோ R ல் முடியவோ கூடாது.

தீர்வு: FLOWER

i) F ல் தொடங்கினால்

F					
1	5	4	3	2	1

$= 120$ வழிகள்

R ல் முடிபவை

					R
5	4	3	2	1	1

$= 120$ வழிகள்.

F ல் தொடங்கி R ல் முடிபவை

F					R
1	4	3	2	1	1

$= 24$ வழிகள்

∴ F ல் தொடங்கி அல்லது R ல் முடிபவை
$120 + 120 - 24 = 216$ வழிகள்

ii) எந்த ஒரு நிபந்தனையுமின்றி

6	5	4	3	2	1

$= 720$ வழிகள்.

F ல் தொடங்கவோ அல்லது R ல் முடியவோ கூடாது
$= 720 - 216 = 504$ வழிகள்.

15) LOTUS எனும் வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி

i) L ல் ஆரம்பித்து அல்லது S ல் முடிக்கும் வகையில் எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உள்ளன.

ii) L ல் தொடங்கவோ மற்றும் S ல் முடிக்கவோ கூடாத எழுத்துச் சரங்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

www.Padasalai.Net

தீர்வு LOTUS

i) L ல் ஆரம்பித்தல்

L				
1	4	3	2	1

= 24 வழிகளில்

S ல் முடித்தல்

				S
4	3	2	1	1

= 24 வழிகளில்

L ல் ஆரம்பித்து S ல் முடித்தல்

L				S
1	3	2	1	1

= 6 வழிகளில்

L ல் ஆரம்பித்து அல்லது S ல் முடித்தல்.

= 24 + 24 − 6 = 42 வழிகளில்

ii) எந்த வித நிபந்தனையுமின்றி

LOTUS

5	4	3	2	1

= 120 வழிகளில்.

L ல் தொடங்கவோ, S ல் முடியவோ கூடாது

= 120 − 42 = 78 வழிகளில்

16) BANANA என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வகைகளில் வரிசைப் படுத்தலாம்?

தீர்வு. BANANA என்ற வார்த்தையில் 6 எழுத்துக்கள் உள்ளன. அவற்றில்

B − 1, A − 3, N − 2.

வரிசைப்படுத்தும் முறைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{6!}{3!\,2!}$

$= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 60$

17) MISSISSIPPI என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வெவ்வேறான வரிசை மாற்றங்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு: MISSISSIPPI ல் 11 எழுத்துகள் உள்ளன. இவற்றில் M − 1, S − 4, I − 4, P − 2 உள்ளன.

தேவையான வரிசை மாற்றங்கள்

$= \frac{11!}{4!\,4!\,2!}$

$= 34650.$

18) $a^2 b^3 c^4$ என்ற பெருக்கலில் அடுக்குக் குறிகளைப் பயன்படுத்தாமல் எத்தனை வகைகளில் எழுதலாம்.

தீர்வு: $a^2 b^3 c^4$ ல் a − 2, b − 3, c − 4 உள்ளன. மொத்தம் 9 எழுத்துக்கள். தேவையான வரிசை மாற்றங்கள்.

$= \frac{9!}{2!\,3!\,4!}$

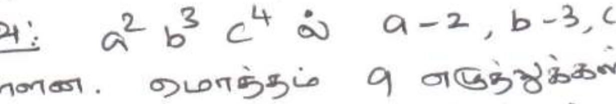
www.Padasalai.Net

19) 5 நாணயங்களை ஒரு முறை சுண்டும்போது ஏற்படும் விளைவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க

தீர்வு: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

20) 5 பந்துகளை எத்தனை வகைகளில் 3 பெட்டிகளில் விநியோகிக்கலாம்.

தீர்வு



$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243.$

21) 3 பந்துகளை எத்தனை வழிகளில் 5 பெட்டிகளில் விநியோகிக்கலாம்.

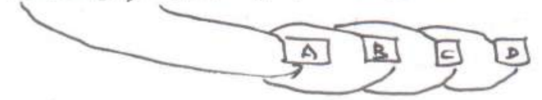
தீர்வு.

$5 \times 5 \times 5 = 125$ வழிகளில.

22) ஒவ்வொரு குறிக்கோள் வினாவிற்கும் 4 வாய்ப்புகள் உள்ளன. 6 வினாக்களுக்கு எத்தனை வாய்ப்புகளில் வழிகளில் விடையளிக்கலாம்?

தீர்வு.

1ஆவது, 2, 3, 4, 5, 6 வது வினா



$4\times4\times4\times4\times4\times4 = 4^6$ வழிகளில்

23) 3 புறாக்கூடுகளில் 10 புறாக்களை எத்தனை வழிகளில் தங்க வைக்கலாம்?

தீர்வு:

புறாக்கள் - 10 புறாக்கூடுகள் 3

□ □ □

$= 3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^{10}$ வழிகள்

24) 10 மாணவர்களுக்கு 12 வெவ்வேறான பரிசுகளை எத்தனை வகைகளில் பகிர்ந்து அளிக்கலாம்?

12 பரிசுகள் பத்து மாணவர்க்கு

□ □ . . . □

$=10\times10\times10 \ldots \times10$ (12 பரிசுகள்)

$=10^{12}$ வழிகளில்

25) ஒரு அறையில் 10 விளக்குகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனியாக இயக்கமுடியும் அந்த அறையினை எத்தனை வழிகளில் ஒளியூட்டலாம்.

தீர்வு:

ஒளியூட்டல், அணைத்தல் என 2^{10} வழிகளில் இயக்கலாம். எல்லா விளக்குகளையும் அணைத்து வைக்கும் போது ஒளியூட்ட இயலாது.

$\therefore 2^{10}-1$ வழிகளில் ஒளியூட்டலாம்

= 1024 − 1 = 1[redacted]023 வழிகளில்.

26) ஒரு அலைபேசியில் 6 வெவ்வேறான இலக்கங்களைக் கொண்ட கடவுச் சொல் உள்ளது. அந்தக் கடவுச்சொல்லை மீட்டெடுக்க அதிகபட்சம் எத்தனை முயற்சிகள் செய்ய வேண்டும்.

தீர்வு: 6 இலக்கங்கள் கொண்ட கடவுச் சொல்

10 ×	9 ×	8 ×	7 ×	6 ×	5

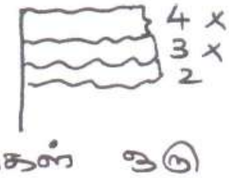
வழிகளில் மீட்கலாம்.

= 151200.

27) 4 வெவ்வேறு நிற கொடிகளில் 3 கொடிகளை ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக அமைத்து எத்தனை வெவ்வேறு விதமான சமிக்ஞைகள் உருவாக்கலாம்

தீர்வு:

24 வழிகளில்.



28) நான்கு குழந்தைகள் ஒரு ஓட்டப் பந்தயத்தில் ஓடுகிறார்கள்
i) முதல் இரண்டு இடங்களை எத்தனை வழிகளில் நிரப்பலாம்?
ii) அந்தப் பந்தயத்தை எத்தனை வழிகளில் முடிக்கலாம்?

தீர்வு:

i) 4 குழந்தைகள்

1	2

முதல் இரண்டு இடங்களை 4×3 வழிகளில்
=12 வழிகளில் நிரப்பலாம்.

ii) அந்த பந்தயத்தை
$4\times3\times2\times1 = 24$ வழிகளில் முடிக்கலாம்

29) முதல் இரண்டு வெவ்வேறான ஆங்கில எழுத்துக்களையும் அதனைத் தொடர்ந்து நான்கு வெவ்வேறான எண்களையும் அல்லது முதல் இரண்டு வெவ்வேறான எண்களையும் அதனைத் தொடர்ந்து நான்கு வெவ்வேறான எழுத்துக்களையும் கொண்டு எத்தனை வெவ்வேறான உரிமைத் தட்டுக்கள் உருவாக்கலாம்.

தீர்வு:

$(26\times25\times10\times9\times8\times7)$
$+ (10\times9\times26\times25\times24\times23)$

= 32,76,000 + 3,22,92,00

= 3,55,68,000. வழிகள்.

30) $n!! \neq (n!)!$ என்ற கூற்றுக்கு தகுந்த உதாரணம் தருக.

தீர்வு: $4!! = 8$ ஆனால் $(4!)! = 24!$

சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல். —

31. 7000 த்தை விட அதிகமாகவும் 8000 த்தை விட குறைவாகவும் உள்ள எண்களில் இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு உள்ள 5 ஆல் வகுபடும் எண்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

தீர்வு:

| 7 | | | 0/5 |

1 × 8 × 7 × 2

= 112 வழிகள்.

32. இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை 4 – இலக்க இரட்டைப் படை எண்களை 0, 1, 2, 3 மற்றும் 4 ஆகிய எண்களை கொண்டு அமைக்கலாம்?

தீர்வு:

நிலை 1 | | | | 0 |

4 × 3 × 2 × 1

= 24 வழிகள்.

நிலை 2 | $\bar{0}$ | | | 2/4 |

3 × 3 × 2 × 2

= 36 வழிகள்

மொத்த வழிகள் = 24 + 36
= 60.

33. 2, 4, 6, 8 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி எத்தனை 3 இலக்க எண்களை i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு காணலாம்

தீர்வு: i) திரும்ப வராதவாறு

2, 4, 6, 8 | | | |

4 × 3 × 2

24 வழிகள்

ii) திரும்ப வருமாறு

64 வழிகள். | | | |

4 × 4 × 4

34) எத்தனை மூன்று – இலக்க எண்களை 3 ஆனது ஒன்றாம் இலக்க இடத்தில் வருமாறு i) இலக்கங்கள் திரும்ப வரும் நிலையால் ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு

தீர்வு:

i) இலக்கங்கள் திரும்ப வரும் நிலையால் | | | 3 |

9 10 1

= 90 வழிகள்

ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு

| | | 3 |

8 × 8 × 1

= 8 × 8
= 64 வழிகள்.

35) 100 க்கும் 500 க்கும் இடையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி i) இலக்கங்கள் திரும்ப வரும் நிலையால் எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம். ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்.

தீர்வு i) திரும்ப வரும் நிலையால்

| 1, 2, 3, 4 | | |

4 வழி × 6 வ × 6 வழிகள்

= 144 வழிகளில்

ii) திரும்ப வராத நிலையால்

| 1, 2, 3, 4 | | |

4 வழி × 5 வழி × 4 வழி

= 80 வழிகளில்

36) எத்தனை 3 இலக்க ஒற்றைப்படை எண்களை 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு

தீர்வு: i) திரும்ப வராமல்

| | | 1 |

4 4 1

= (4 × 4) + (4 × 4) + (4 + 4)

| | | 3 |

4 4 1

= 48

| | | 5 |

4 4 1

ii) திரும்ப வருமாறு

| | | 1 |

5 × 6 × 1

| | | 3 |

5 × 6 × 1

| | | 5 |

5 × 6 × 1

30 + 30 + 30
= 90 வழிகளில்

www.Padasalai.Net

37 கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு 999 மற்றும் 10000க்கு இடையே உள்ள எண்களை எண்ணுக.
i) எந்த நிபந்தனையும் இல்லாமல்
ii) எந்த இலக்கமும் திரும்ப வராமல்
iii) குறைந்தபட்சம் ஏதேனும் ஒரு இலக்கம் திரும்ப வருமாறு.

தீர்வு:

i) எந்த நிபந்தனையும் இல்லாமல்

$\overline{0}$			

$9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9000$

ii) எந்த இலக்கமும் திரும்ப வராதவாறு

$\overline{0}$			

$9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$

iii) குறைந்தபட்சம் ஒரு இலக்கம் திரும்ப வருமாறு

$\boxed{9000 - 4536} = 4464$

38 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி 5 ஆல் வகுபடும் மூன்று இலக்க எண்கள் கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்கிட்பட்டு எத்தனை உள்ளன.
i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல்
ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு

தீர்வு: i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல்

		0

$5 \times 4 \times 1$

$\overline{0}$		5

$4 \times 4 \times 1$

$= 20 + 16$

$= 36$ வழிகள்

ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு

		0

$5 \times 6 \times 1$

$\overline{0}$		5

$5 \times 6 \times 1$

$= 30 + 30$

$= 60$ வழிகள்

39 1-க்கும் 1000க்கும் இடையே உள்ள (இரண்டையும் உள்ளடக்கிய) எண்களில் 2 ஆலும் 5 ஆலும் வகுபடாத எண்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

தீர்வு: $U = \{1, 2, 3, \ldots 1000\}$

$n(U) = 1000$.

2 ஆல் வகுபடுபவை A எனில் $n(A) = 500$

5 ஆல் வகுபடுபவை B எனில் $n(B) = 200$

2 மற்றும் 5ல் வகுபடுபவை $n(A \cap B) = 100$

2 அல்லது 5 ஆல் வகுபடுபவை

$n(A \cup B) = 500 + 200 - 100 = 600$

2 மற்றும் 5 ஆல் வகுபடாதவை

$= n(U) - n(A \cup B)$

$= 1000 - 600 = 400$.

40) நான்கு வெவ்வேறான இலக்கங்களை கொண்ட 4 இலக்க எண்களை 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி உருவாக்கும் போது கீழ்க் கண்டவற்றை காண்க
i) இவ்வாறான எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்.
ii) இவற்றில் எத்தனை எண்கள் இரட்டைப் படை எண்கள்
iii) இவற்றில் எத்தனை எண்கள் சரியாக 4 ஆல் வகுபடும்.

தீர்வு: தரப்பட்ட எண்கள் 1, 2, 3, 4, 5

i)

$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ எண்கள்

ii) இரட்டைப் படை எண்கள்

			2, 4

$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ எண்கள்

iii) 4 ஆல் வகுபடுபவை

இரண்டு இலக்கங்கள்

		12, 24, 32, 52

$3 \times 2 \times 4 = 24$ வழிகள்.

www.Padasalai.Net

41 "EQUATION" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி
i) உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்
ii) உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராத வகையில் எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்

தீர்வு:

i) E Q U A T I O N

(EUAIO) Q T N

எழுத்து சரங்கள் $= 4! \times 5!$

$= 24 \times 120 = 2880$.

ii) எந்த ஒரு நிபந்தனையுமின்றி எழுத்துச் சரங்கள் $= 8!$

$= 40320$.

உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராத வகையில்

$= 40320 - 2880$

$= 37440$.

42. 15 மாணவர்கள் எழுதும் ஒரு தேர்வில், 7 மாணவர்கள் கணிதத் தேர்வையும், மீதமுள்ள 8 மாணவர்கள் வெவ்வேறு பாடங்களுக்கான தேர்வையும் எழுதுகின்றனர். கணிதத் தேர்வு எழுதும் எந்த இரு மாணவர்களும் ஒரே வரிசையில் அடுத்தடுத்து இல்லாத வகையில் எத்தனை வழிகளில் அமர வைக்கலாம்?

தீர்வு: மற்ற பாடங்கள் 'O' என்க

$_O_1_O_2_O_3_O_4_O_5_O_6_O_7_O_8_$

வரிசை மாற்றங்கள்

$= 8!\ 9P_7$

$= 8! \times \frac{9!}{2!}$

43) 5 மாணவர்கள் மற்றும் 4 மாணவிகளை ஒரே வரிசையில் எந்த இரு மாணவிகளும் அடுத்தடுத்து வராமல் எத்தனை வழிகளில் அமர வைக்கலாம்?

தீர்வு: $_B_1_B_2_B_3_B_4_B_5_$

அமர வைக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $5! \times 6P_4 = 5! \times \frac{6!}{2!}$

$= 120 \times 360 = 43200$

44) 4 மாணவர்களையும் மற்றும் 4 மாணவிகளை ஒரே வரிசையில் மாணவனும் மாணவியும் அடுத்தடுத்து வருமாறு எத்தனை வழிகளில் நிற்க வைக்கலாம்?

தீர்வு:

$B_1 - B_2 - B_3 - B_4 -$

அல்லது

$G_1 - G_2 - G_3 - G_4 -$

$= (4! \times 4!) + (4! \times 4!)$

$= (24 \times 24) + (24 \times 24)$

$= 576 + 576 = 1152$.

45) RAMANUJAN என்ற வார்த்தையில் உள்ள உயிர் மற்றும் உயிர்மெய் எழுத்துக்களின் இடம்பட நிலைகள் மாறாமல் எத்தனை வழிகளில் வரிசைபடுத்தலாம்?

தீர்வு:

A, A, U, A உயிரெழுத்துகள்

R, M, N, J, N உயிர்மெய் எழுத்துகள்

வரிசை மாற்றங்கள் (இடம்பட நிலை மாறாமல்) $= \frac{4!}{3!} \times \frac{5!}{2!}$

$= 4 \times 5 \times 4 \times 3$

$= 240$.

46) 1, 2, 3, 4, 2, 1 என்ற இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி இரட்டைப்படை எண்கள் இரட்டை இடத்தில் வருமாறு எத்தனை எண்கள் உருவாக்கலாம்: $\frac{3!}{\ } \times \frac{3!}{\ } = 9$

தீர்வு:

www.Padasalai.Net

47) ஒரு தேர்வில் 10 பல்வாய்ப்பு விடையளி வினாக்கள் உள்ளன. கீழ்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் இத்தேர்விற்கு விடையளிக்கலாம்.

i) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் நான்கு வாய்ப்புகள் உள்ளன.

ii) முதல் நான்கு வினாக்களுக்கு மூன்று வாய்ப்புகளும் மீதமுள்ள வினாக்களுக்கு 5 வாய்ப்புகளும் உள்ளன.

iii) n ஆவது வினாவிற்கு n+1 வாய்ப்புகள் உள்ளன.

தீர்வு

i) $4\times4\times4\times4\times4\times4\times4\times4\times4\times4 = 4^{10}$ வழிகள்

ii) $3\times3\times3\times3\times5\times5\times5\times5\times5\times5 = 3^4\times5^6$ வழிகள்

iii) முதல் வினாவிற்கு 2 வாய்ப்புகள்

2ஆம் வினாவிற்கு 3 வாய்ப்புகள்

3ஆவது வினாவிற்கு 4 வாய்ப்புகள்

...

10 ஆவது வினாவிற்கு 11 வாய்ப்புகள்

மொத்த வழிகள்

$= 2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11$

$= 11!$

48) ஒரு மாணவன் 5 பல்வாய்ப்பு விடையளி வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் உள்ள நான்கு வாய்ப்புகளில் ஒன்று சரியானது அதிகபட்சமாக எத்தனை வெவ்வேறான விடைகளை ஒரு மாணவனால் தரமுடியும்.

தீர்வு

$4\times4\times4\times4\times4 = 4^5$

வழிகளில் விடையளிக்க முடியும்.

49) ARTICLE என்ற வார்த்தையில் உள்ள மெய் எழுத்துக்கள் இரட்டை இலக்க இடத்தில் வருமாறு எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உருவாக்க முடியும்?

தீர்வு: A R T I C L E

உயிர் – 3, மெய் – 4

□ ☒ □ ☒ □ ☒ □

எழுத்துச் சரங்கள் $= 3!\times4!$

$= 6\times24 = 144$.

50) 8 பெண்கள் மற்றும் 6 ஆண்கள் ஓர் வரிசையில் நிற்கிறார்கள்

i) எவரும் எந்த இடத்திலும் நிற்கலாம் என்ற வகையில் எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

ii) 6 ஆண்களும் அடுத்தடுத்து வருமாறு எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

iii) எந்த இரு ஆண்களும் ஒன்றாக நிற்காமல் எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

தீர்வு: i) எந்த நிபந்தனையுமின்றி

$= 14!$ வழிகள்.

ii) [6ஆ] □ □ □ □ □ □ □ □

$= 6!\times9!$

iii) – □ – □ – □ – □ – □ – □ – □ – □ –

$= 8!\times{}^9P_6$

$= 8!\times\frac{9!}{3!}$

51) 4 கணிதப் புத்தகங்கள், 3 இயற்பியல் புத்தகங்கள், 2 வேதியியல் புத்தகங்கள், மற்றும் 1 உயிரியல் புத்தகத்தை ஓர் அலமாரியில் ஒரே பாடப்புத்தகங்கள் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை வகைகளில் அடுக்கலாம்.

தீர்வு: [4m] [3P] [2C] [1B]

$4!\times3!\times2!\times1!\times4!$

$= 24\times6\times2\times1\times24 = 6912$ வழிகள்

www.Padasalai.Net

52 SUCCESS என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களில் எல்லா S'களும் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை வழிகளில் அடுக்கலாம்? வரிசைப்படுத்தலாம்?

தீர்வு: (SSS) U C C E

$= \frac{5!}{2!1!1!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}$

$=60$ வழிகளில்.

53 ஒரு நாணயம் 8 முறை சுண்டப்படுகிறது. i) வெவ்வேறான தலைகள் மற்றும் பூக்களைக் கொண்ட வரிசைகள் எத்தனை இருக்கும்? ii) ஆறு தலைகள் மற்றும் இரண்டு பூக்கள் கொண்ட வெவ்வேறான வரிசைகள் எத்தனை இருக்கும்.

தீர்வு: i) 2^8

ii) $\frac{2^8}{6!\,2!}$

www.Padasalai.Net

54 INTERMEDIATE என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி கீழ்காணும் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்.

i) உயிர் எழுத்துக்கள் மற்றும் மெய் எழுத்துக்கள் அடுத்தடுத்து வருமாறு.

ii) எல்லா உயிர் எழுத்துக்களும் ஒன்றாக வருமாறு.

iii) உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வராத வகையில்

iv) எந்த இரு எழுத்துக்களும் ஒன்றாக வராத நிலையில்

தீர்வு: INTERMEDIATE

மொத்த எழுத்துக்கள் =12

உயிர் எழுத்துக்கள் A(1), I(2), E(3) என மொத்தம் 6 உயிர் எழுத்துக்கள்

N(1), T(2), R(1), M(1) D(1) என 6 மெய் எழுத்துக்கள் உள்ளன

முதல் எழுத்து உயிர்

i) ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ (அல்லது)

2 ஆவது எழுத்து உயிர்

\+ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒ □ ☒

$= \frac{6!}{2!3!} \times \frac{6!}{2!} + \frac{6!}{2!} \times \frac{6!}{2!3!}$

$= 2\left(\frac{6!}{2!3!} \times \frac{6!}{2!}\right)$

$= 2(360 \times 60)$

$= 2(21600) = 43200.$

ii) எல்லா உயிர் எழுத்துக்களும் ஒன்றாக வருமாறு

[6 உயிர்] □ □ □ □ □ □

$= \frac{6!}{2!3!} \cdot \frac{7!}{2!} = 151200.$

iii) உயிர் எழுத்துக்கள் ஒன்றாக வரா வகையில்

$= \frac{12!}{2!2!3!} - \frac{7!}{2!} \cdot \frac{6!}{2!}$

$= 19958400 - 151200$

$= 19807200.$

iv) எந்த இரு உயிர் எழுத்துக்களும் ஒன்றாக வராத நிலையில்

$= 43200$ (Same as (i)).

55) 1, 1, 2, 3, 3 மற்றும் 4 என்ற இலக்கங்கள் தனித்தனியா அட்டையில் எழுதப்பட்டுள்ளது. ஒரு 6 இலக்க எண்ணை அமைக்க. இந்த ஆறு அட்டைகளையும் வரிசைப்படுத்தும் போது i) எத்தனை வெவ்வேறான 6-இலக்க எண்களை உருவாக்கலாம்?

ii) இவற்றில் எத்தனை 6 இலக்க எண்கள் இரட்டைப்படை ?

iii) இவற்றில் எத்தனை 6 இலக்க எண்கள் 4 ஆல் வகுபடும் ?

தீர்வு: i) வெவ்வேறான 6 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{6!}{2!\,2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}$$

$$=180$$

ii) 6 இலக்க எண்களில் இரட்டை படை எண்களின் எண்ணிக்கை

					2/4

$$\frac{5!}{2!\,2!} \times 2$$

$$= \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}\times 2$$

$$=60$$

iii) 4 ஆல் வகுபடும் 6 இலக்க எண்கள்.

				12

அல்லது

				24

$$\frac{4!}{2!}\times1 + \frac{4!}{2!\,2!}\times1$$

$$=(4\times3)+(2\times3)$$

$$=12+6$$

$$=18.$$

56 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் திரும்ப வராத வகையில் உருவாகும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகை காண்க.

தீர்வு: கூடுதல்

$$= {}^{n-1}P_{r-1} \times (\text{இலக்கங்களின் கூடுதல்}) \times (11\cdots1)\ (r\ \text{முறை})$$

இங்கு $n=5,\ r=4$.

$$= 4P_3\,(1+2+3+4+5)\,(1111)$$

$$= 24\,(15)\,(1111) = 360\times1111$$

$$= 3,99,960.$$

57) 1, 2, 4, 6, 8 என்ற இலக்கங்களை கொண்டு உருவாக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூடுதலைக் காண்.

தீர்வு: இங்கு $n=5,\ r=4$

$$\text{கூடுதல்} = {}^{n-1}P_{r-1} \times (\text{இலக்கங்களின் கூடுதல்}) \times (111\cdots1)\ r\ \text{முறை}$$

$$= 4P_3\,(1+2+4+6+8)\,(1111)$$

$$= 4!\,(21)\,(1111)$$

$$= 24\times21\times1111$$

$$=559944.$$

58) 0, 2, 5, 7, 8 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் வராத வகையில் உருவாக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

தீர்வு: இங்கு $n=5,\ r=4$

$$\text{கூடுதல்} = \left\{ {}^{n-1}P_{r-1} \times (\text{இ.கூ}) \times 111\cdots1\ r\ \text{முறை} \right\} - \left\{ {}^{n-2}P_{r-2} \times (\text{இ.கூ}) \times 111\cdots1\ r-1\ \text{முறை} \right\}$$

$$= 4P_3\,(0+2+5+7+8)\,(1111) - 3P_2\,(0+2+5+7+8)\,(111)$$

$$= 4!\times22\times1111 - 3!\times22\times111$$

$$= 24\times22\times1111 - 6\times22\times111$$

$$= 586608 - 14652$$

$$= 571956.$$

59) BHASKARA என்ற ஆங்கில வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளபடி வரிசை மாற்றம் செய்யும் போது B யில் துவங்கும் வார்த்தைகளுக்கு முன்னதாக எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் இருக்கும்

தீர்வு: 'B' க்கு முன்னதாக A யில் துவங்கும் வார்த்தைகள் வரும்.

A யில் துவங்கும் A A B H K R S என்ற

A							

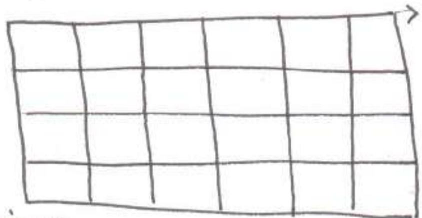
எழுத்துகளை கொண்டு உருவாக்கப்படும் எழுத்து சரங்கள்

$$= \frac{7!}{2!} = 2520\ \text{ஆகும்.}$$

www.Padasalai.Net

60) படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு 6×4 கட்டகத்தில் ஆரம்பத்தில் இருந்து இறுதி வரை செல்ல எத்தனை பாதைகள் உள்ளன?

→ இறுதி



ஆரம்பம்

தீர்வு: மொத்த பாதைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{10!}{6! \times 4!}$

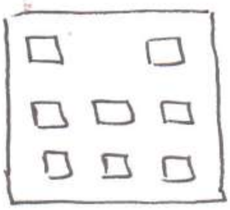
61) ஒரு வண்டியில் 8 இருக்கைகள் உள்ளன. முன் வரிசையில் 2 இருக்கைகளும் அதற்கு பின்புறம் இரண்டு வரிசைகளில் ஒவ்வொன்றிலும் மூன்று இருக்கைகள் உள்ளன. அந்த வண்டியானது ஏழு நபர்கள் F, M, S_1, S_2, S_3, D_1, D_2 உள்ள ஒரு குடும்பத்திற்கு சொந்தமானது பின் வரும் நிபந்தனைகளுக்குட்பட்டு அக்குடும்பத்தை அந்த வண்டியில் எத்தனை வழிகளில் அமர வைக்கலாம்?

i) எந்தக் கட்டுப்பாடும் இல்லாமல்

ii) F அல்லது M வண்டியை ஓட்ட வேண்டும்.

iii) F வண்டியை ஓட்டும் போது D_1, D_2 சன்னலோரம் அமர வேண்டும்.

தீர்வு:



8 இருக்கைகள்
ஏழு நபர்கள்

i) எந்த நிபந்தனையுமின்றி.

ஓட்டுநர் இருக்கை $= 7P_1$
$= 7$

மீதமுள்ள 7 இருக்கையில் 6 பேர் $= 7P_6 = 7! = 5040$.

மொத்த வழிகள் $= 7 \times 5040$
$= 35280$.

ii) ஓட்டுநர் இருக்கை F அல்லது M ஆல் நிரப்பப்பட வேண்டும்.

$= 2 \times 7P_6$

$= 2 \times 7!$

$= 2 \times 5040 = 10080$.

iii) F வண்டியை ஓட்டும் போது D_1, D_2 சன்னலோரம் அமர வேண்டும்.

$= 1 \times 5P_2 \times 5P_4$

$= 1 \times \frac{5!}{3!} \times \frac{5!}{1!}$

$= 1 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$

$= 2400$.

62) TABLE என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு

5	1	2	4	3
T	A	B	L	E
4	0	0	1	0
4!	3!	2!	1!	0! +

தரம் $= (4 \times 4!) + 1(1!) + 1$

$= 4 \times 24 + 1 + 1$

$= 96 + 1 + 1 = 98$.

63) BLEAT என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு:

2	4	3	1	5
B	L	E	A	T
1	2	1	0	0
4!	3!	2!	1!	0!

தரம் $= (1 \times 4!) + (2 \times 3!) + (1 \times 2!) + 1$

$= 24 + 12 + 2 + 1$

$= 39$

www.Padasalai.Net

64) GARDEN என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு:

4	1	6	2	3	5
G	A	R	D	E	N
3	0	3	0	0	0
5!	4!	3!	2!	1!	0!

தரம் $= (3\times5!) + (3\times3!) + 1$

$= (3\times120) + (3\times6) + 1$

$= 360 + 18 + 1$

$= 379.$

65) DANGER என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு:

2	1	5	4	3	6
D	A	N	G	E	R
1	0	2	1	0	0
5!	4!	3!	2!	1!	0!

தரம் $= (1\times5!) + (2\times3!) + (1\times2!) + 1$

$= (1\times120) + (2\times6) + (1\times2) + 1$

$= 120 + 12 + 2 + 1$

$= 135.$

66) THING என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களை வரிசை மாற்றத்திற்கு உட்படுத்தி கிடைக்கும் எழுத்துச் சரங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண். இவற்றில் ஆங்கில அகராதியில் 85 ஆவது எழுத்துச் சரம் என்ன?

தீர்வு: எழுத்துச் சரங்களின் எண்ணிக்கை $= 5!$

$= 120$

இதில் 85 வது எழுத்துசரம் காண்போம்.

THING அகர வரிசைப்படி

G H I N T.

G .... $= 4! = 24$

H .... $= 4! = 24$

I .... $= 4! = 24$

NG .... $= 3! = 6$

NH .... $= 3! = 6$

NIGHT 1

85

85 ஆவது எழுத்துச் சரம் = NIGHT.

67) FUNNY என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு:

1	3	2	2	4
F	U	N	N	Y
0	$\frac{2}{2!}$	$\frac{0}{2!}$	0	0
4!	3!	2!	1!	0!

தரம் $= \left(\frac{2}{2!}\times3!\right) + 1$

$= 6 + 1 = 7.$

68) IITJEE என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்.

தீர்வு:

2	2	4	3	1	1
I	I	T	J	E	E
$\frac{2}{2!2!}$	$\frac{2}{2!}$	$\frac{3}{2!}$	$\frac{2}{2!}$	0	0
5!	4!	3!	2!	1!	0!

தரம் $= \left(\frac{2}{2!2!}\times5!\right) + \left(\frac{2}{2!}\times4!\right) + \left(\frac{3}{2!}\times3!\right) + \left(\frac{2}{2!}\times2!\right) + 1$

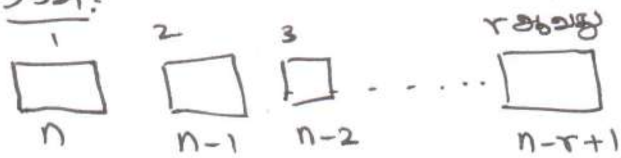
$= 60 + 24 + 9 + 2 + 1$

$= 96.$

www.Padasalai.Net

69 n, r ஆகியவை மிகை முழு எண்கள் மேலும் $r \leq n$ எனில் n வெவ்வேறான பொருட்களில் இருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்களைக் கொண்டு உருவாக்கும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)$ ஆகும் என நிறுவு.

தீர்வு:



$$\therefore nP_r = n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$$

70 $n \geq 1$ மற்றும் $0 \leq r \leq n$ எனில் $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)(n-r)\cdots 3.2.1}{(n-r)\ldots\ldots 3.2.1}$$

$$= \frac{n!}{(n-1)!}$$

71 $nP_n = nP_{n-1}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$nP_{n-1} = \frac{n!}{(n-(n-1))!}$$

$$= \frac{n!}{1!}$$

$$= n!$$

$$= nP_n.$$

72 $nP_r = n \times {}^{n-1}P_{r-1}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$n \times {}^{n-1}P_{r-1} = n \cdot \frac{(n-1)!}{[(n-1)-(r-1)]!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!} = nP_r.$$

73) $nP_r = {}^{n-1}P_r + r \times {}^{n-1}P_{r-1}$ என நிறுவுக.

$$R.H.S = \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!} + r \cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)!\,(n-r)}{(n-r)\,(n-r-1)!} + \frac{r \cdot (n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r)!}(n-r) + \frac{r \cdot (n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r)!}[n - \cancel{r} + \cancel{r}]$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$= nP_r.$$

74) மதிப்பிடுக i) $4P_4$ ii) $5P_3$ iii) $8P_4$ iv) $6P_5$

தீர்வு:

i) $4P_4 = 4! = 24$

ii) $5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5\times4\times3 = 60$

iii) $8P_4 = \frac{8!}{4!} = 8\times7\times6\times5 = 1680$

iv) $6P_5 = \frac{6!}{1!} = 6\times5\times4\times3\times2 = 720$

www.Padasalai.Net

75) $(n+2)P_4 = 42 \times nP_2$ எனில் n ஐக் காண்க.

தீர்வு: தரவாண்படி

$$(n+2)P_4 = 42 \times nP_2$$

$$\frac{(n+2)!}{(n-2)!} = 42 \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$(n+2)(n+1)n! = 42\, n!$$

$$(n+2)(n+1) = 42$$

$$(n+2)(n+1) = 7 \times 6$$

$$n+1 = 6$$

$$\boxed{n=5}$$

76 $10P_r = 7P_{r+2}$ எனில் r ஐக் காண்க.

தரவாண்படி

$$10P_r = 7P_{r+2}$$

$$\frac{10!}{(10-r)!} = \frac{7!}{(5-r)!}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)(5-r)!} = \frac{7!}{(5-r)!}$$

$$10 \times 9 \times 8 = (10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)$$

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = (10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)$$

$$10-r = 6$$

$$\therefore r = 10-6$$

$$\boxed{r=4}$$

77) $(n-1)P_3 : nP_4 = 1:10$ எனில் n ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\frac{(n-1)!}{(n-4)!} : \frac{n!}{(n-4)!} = 1:10$$

$$\frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{(n-1)!}{n(n-1)!} = \frac{1}{10}$$

$$\boxed{n=10}$$

78) $10P_{r-1} = 2 \times 6P_r$ எனில் r ஐக் காண்க.

தீர்வு: $10P_{r-1} = 2 \times 6P_r$

$$\frac{10!}{(11-r)!} = 2 \times \frac{6!}{(6-r)!}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)!} = 2 \times \frac{6!}{(6-r)!}$$

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 2(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$$

$$5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 8 \times 7 = 2(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$$

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = (11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$$

$$\therefore 7-r = 3$$

$$\boxed{r=4}$$

K. BAKTHAVACHALAM.
PG ASST (MATHS)
GHSS VIRINCHIPURAM
9944481639.

www.Padasalai.Net

சேர்வுகள்

1. சேர்வு என்றால் என்ன? வரிசை மாற்றங்களுக்கும் சேர்வுகளுக்குமான தொடர்பு யாது?

தீர்வு: தேர்வு செய்யும் அல்லது குழுக்களை உருவாக்கும் முறைகளின் எண்ணிக்கை சேர்வு ஆகும். n வெவ்வேறு பொருட்களில் இருந்து ஒரு சமயத்தில் r பொருட்களை தேர்வு செய்யும் சேர்வுகளின் எண்ணிக்கை nC_r ஆகும்.

$nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ ஆகும்.

எனவே

$nC_r = \frac{1}{r!}\, nP_r$.

2. மதிப்புக் காண் i) nC_0 ii) nC_n

தீர்வு: i) $nC_0 = \frac{n!}{0!\,(n-0)!}$

$= 1$.

ii) $nC_n = \frac{n!}{n!\,(n-n)!}$

$= \frac{n!}{n!\,0!}$

$= 1$.

3. $nC_r = nC_{n-r}$ என நிறுவுக.

நிரூபணம்

R.H.S $= nC_{n-r}$

$= \frac{n!}{(n-r)!\,[n-(n-r)]!}$

$= \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = nC_r$

$=$ L.H.S.

4. $nC_r + nC_{r-1} = {n+1}C_r$ என நிறுவுக.

L.H.S $= nC_r + nC_{r-1}$

$= \frac{n!}{r!\,(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r+1)!}$

$= \frac{n!}{r\,(r-1)!\,(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r+1)\,(n-r)!}$

$= \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right]$

$= \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left[\frac{n-r+1+r}{r\,(n-r+1)}\right]$

$= \frac{(n+1)!}{r(r-1)!\,(n-r+1)!} = \frac{(n+1)!}{r!\,(n-r+1)!}$

$= {n+1}C_r =$ R.H.S

5. $nC_r = \frac{n}{r} \times (n-1)C_{r-1}$ என நிறுவுக.

R.H.S $= \frac{n}{r} \times (n-1)C_{r-1}$

$= \frac{n}{r}\,\frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!}$

$= \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = nC_r =$ L.H.S.

6. i) $10C_3$ ii) $15C_{13}$ iii) $100C_{99}$ iv) $50C_{50}$ மதிப்பு காண்.

i) $10C_3 = \frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1} = 120$

ii) $15C_{13} = 15C_2 = \frac{15\times \not{14}^{\,7}}{\not{2}\times 1} = 105$.

iii) $100C_{99} = 100C_1 = 100$

iv) $50C_{50} = 1$.

www.Padasalai.Net

7 $^{24}C_4 + \sum_{r=0}^{4} {}^{(28-r)}C_3 = {}^{29}C_4$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $L.H.S = {}^{24}C_4 + \sum_{r=0}^{4} {}^{(28-r)}C_3$

$= {}^{24}C_4 + {}^{28}C_3 + {}^{27}C_3 + {}^{26}C_3 + {}^{25}C_3 + {}^{24}C_3$

$= {}^{24}C_4 + {}^{24}C_3 + {}^{25}C_3 + {}^{26}C_3 + {}^{27}C_3 + {}^{28}C_3$

$= {}^{25}C_4 + {}^{25}C_3 + {}^{26}C_3 + {}^{27}C_3 + {}^{28}C_3$

$= {}^{26}C_4 + {}^{26}C_3 + {}^{27}C_3 + {}^{28}C_3$

$= {}^{27}C_4 + {}^{27}C_3 + {}^{28}C_3$

$= {}^{28}C_4 + {}^{28}C_3$

$= {}^{29}C_4$.

8 $^{n}C_4 = 495$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்

தீர்வு: $^{n}C_4 = 495$

$n(n-1)(n-2)(n-3) = 4\times3\times2\times1\times495$

$n(n-1)(n-2)(n-3) = 12\times11\times10\times9$

$\boxed{n=12}$

9 $^{n}P_r = 11880$ மற்றும் $^{n}C_r = 495$ எனில் n மற்றும் r ன் மதிப்பு காண.

தீர்வு: $\frac{^{n}P_r}{^{n}C_r} = r!$

$r! = \frac{11880}{495} = 24 = 4!$

$\boxed{r=4}$

$^{n}C_4 = 495$

$n(n-1)(n-2)(n-3) = 4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot495$

$n(n-1)(n-2)(n-3) = 12\times11\times10\times9$

$\boxed{n=12}$

10 $^{10}C_2 + 2\times{}^{10}C_3 + {}^{10}C_4 = {}^{12}C_4$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$L.H.S = {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_4$

$= {}^{11}C_3 + {}^{11}C_4$

$= {}^{12}C$ ...

11) $^{(n+2)}C_7 : {}^{(n-1)}P_4 = 13:24$ எனில் n ன் மதிப்பினைக் காண்க

தீர்வு:-

$24\ {}^{(n+2)}C_7 = {}^{(n-1)}P_4 \cdot 13$

$\frac{24\ (n+2)!}{7!\,(n-5)!} = 13\cdot\frac{(n-1)!}{(n-5)!}$

$24\ n(n+1)(n+2) = 13\times7!$

$n(n+1)(n+2) = 13\times14\times15$

$\boxed{n=13}$

12. $^{n}C_x = {}^{n}C_y$ எனில் x மற்றும் y க்கான தொடர்புகள் யாவை?

தீர்வு: $^{n}C_x = {}^{n}C_y$ எனில்

$x=y$ அல்லது $x+y=n$ ஆகும்.

13. $^{n}C_{12} = {}^{n}C_9$ எனில் $^{21}C_n$ காண்.

தீர்வு: $^{n}C_{12} = {}^{n}C_9$

$\Rightarrow n = 12+9$

$\boxed{n=21}$

மேலும்.

$^{21}C_{21} = 1$

14) $^{15}C_{2r-1} = {}^{15}C_{2r+4}$ எனில் r ஐக் காண்க.

தீர்வு: $^{15}C_{2r-1} = {}^{15}C_{2r+4}$.

$2r-1 = 2r+4$ (அ) $2r-1+2r+4 = 15$

$-1 = 4$ சாத்தியமல்ல

எனவே $4r+3 = 15$

$4r = 12$

$\boxed{r=3}$

15) $^{n}P_r = 720$ மற்றும் $^{n}C_r = 120$ எனில் n, r ஐக் காண்க.

தீர்வு. $\frac{^{n}P_r}{^{n}C_r} = r!$

$r! = \frac{720}{120} = 6 = 3!$

www.Padasalai.Net

மேலும் $nC_r = 120$

$nC_3 = 120$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1} = 120$$

$n(n-1)(n-2) = 120\times3\times2\times1$

$n(n-1)(n-2) = 720$

$n(n-1)(n-2) = 10\times9\times8$

$\boxed{n=10}$

16. நிறுவுக. $15C_3 + 2\times15C_4 + 15C_5 = 17C_5$

$L.H.S = 15C_3 + 2\times15C_4 + 15C_5$

$= 15C_3 + 15C_4 + 15C_4 + 15C_5$

$= 16C_4 + 16C_5$

$= 17C_5$

$= R.H.S.$

17. நிறுவுக.

$$35C_5 + \sum_{r=0}^{4}(39-r)C_4 = 40C_5$$

$L.H.S = 35C_5 + 39C_4 + 38C_4 + 37C_4 + 36C_4 + 35C_4$

$= (35C_5 + 35C_4) + 36C_4 + 37C_4 + 38C_4 + 39C_4$

$= (36C_5 + 36C_4) + 37C_4 + 38C_4 + 39C_4$

$= (37C_5 + 37C_4) + 38C_4 + 39C_4$

$= (38C_5 + 38C_4) + 39C_4$

$= 39C_5 + 39C_4$

$= 40C_5$

$= R.H.S.$

18. $(n+1)C_8 : (n-3)P_4 = 57:16$ எனில் n ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$(n+1)C_8 : (n-3)P_4 = 57:16$

$$\frac{(n+1)!}{8!(n-7)!} : \frac{(n-3)!}{(n-7)!} = 57:16$$

$$\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{8!} = \frac{57}{16}$$

$(n+1)n(n-1)(n-2)$

$= \frac{57}{16}\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2$

$= 20\times21\times19\times18$

$= 21\times20\times19\times18$

$n+1 = 21$

$\Rightarrow \boxed{n=20}$

19) $$2nC_n = \frac{2^n\times1\times3\times\dots\times(2n-1)}{n!}$$

தீர்வு:

$$2nC_n = \frac{(2n)!}{n!\,n!}$$

$$= \frac{2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)\cdots3.2.1}{n!\,n!}$$

$$= \frac{(2n)(2n-2)\cdots4.2.(2n-1)(2n-3)\cdots3.1}{n!\,n!}$$

$$= \frac{2^n.n!(2n-1)(2n-3)\cdots3.1}{n!\,n!}$$

$$= \frac{2^n.1.3.5\cdots(2n-3)(2n-1)}{n!}$$

$= R.H.S$

20) $1 \le r \le n$ எனில் $n\times(n-1)C_{r-1} = (n-r+1)\times nC_{r-1}$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $L.H.S = n\times(n-1)C_{r-1}$

$$= n\times\frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= (n-r+1).\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}$$

$= (n-r+1)\times nC_{r-1} = R.H.S$

www.Padasalai.Net

21) ஓர் உணவு விடுதியில் பழக் கலவை செய்ய ஆப்பிள், வாழை, கொய்யா, மாதுளை, திராட்சை, பப்பாளி மற்றும் அன்னாசி பழங்களில் இருந்து 4 பழங்களைப் பயன்படுத்துகிறார்கள். பழக் கலவைகள் மொத்தம் எத்தனை வழிகளில் செய்ய முடியும்?

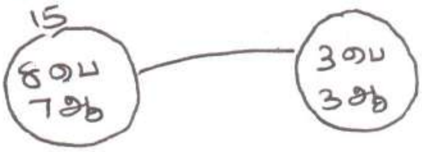
தீர்வு:

$$7C_4 = 7C_3 = \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$$

$$=35.$$

22) ஒரு கணித மன்றத்தில் 15 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர். இதில் 8 உறுப்பினர்கள் பெண்கள். பாதி பெண்கள் ஆக இருக்குமாறு ஒரு போட்டிக்கு 6 நபர்களைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் எத்தனை சாத்தியமான வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு:



$= 8C_3 \times 7C_3$ வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

$$= \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} \times \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$$

$$= 56\times35$$

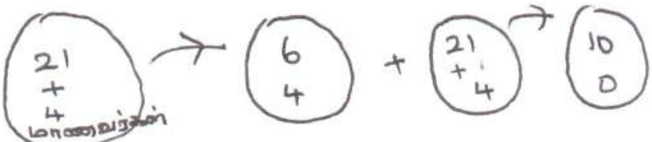
$$= 1960$$

23) 20 வியாபார முத்திரை மகிழுந்துகளில், மகிழுந்துகளை மதிப்பீடு செய்யும் நிறுவனம் 5 வியாபார முத்திரை மகிழுந்துகளை முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது மற்றும் 5ஆவது மிகச்சிறந்த வியாபார முத்திரை மகிழுந்துகள் எனவும், மேலும் மீதமுள்ள 15 இல் 7 ஐ தேர்ந்தெடுத்து ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய வகையில் உள்ளவை எனக் கூற எத்தனை வழிகள் உள்ளன?

தீர்வு: $20P_5 \times 15C_7$ வழிகள்.

24) 25 மாணவர்கள் கொண்ட வகுப்பறையில் 10 மாணவர்களை சுற்றுலா பயணத்திற்காக தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இதில் 4 மாணவர்கள் எல்லோரும் ஒன்றாக வருவது அல்லது ஒன்றாக வராமல் இருப்பது என முடிவெடுக்கிறார்கள். சுற்றுலா பயணத்திற்கு எத்தனை வழிகளில் மாணவர்களை தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு: நிலை 1 நிலை 2

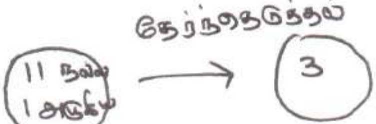


$$= 21C_6 \times 4C_4 + 21C_{10} \times 4C_0$$

$$= \frac{21!}{6!\times15!} + \frac{21!}{10!\,11!}$$

25) ஒரு டஜன் ஆப்பிள் பழங்கள் உள்ள ஒரு பெட்டியில் ஒரு அழுகிய ஆப்பிள் உள்ளது. இவற்றில் 3 ஆப்பிள்களை ஒரே சமயத்தில் எடுக்கும் போது, எத்தனை வழிகளில் நல்ல ஆப்பிள்களை மட்டுமே பெற முடியும்?

தீர்வு:



12 பழங்களில் 3 பழங்களை $12C_3$ வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

அவற்றில் 3ல் 1 அழுகிய பழம் தேர்ந்தெடுக்க

$= 11C_2 \times 1C_1$ வழிகள்

நல்ல ஆப்பிள்கள் மட்டுமே.

$12C_3 - 11C_2$ வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

$$= \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} - \frac{11\times10}{2\times1}$$

www.Padasalai.Net

26 ஒரு வினாத்தாளில் உள்ள 8 வினாக்களில் 4 வினாக்கள் பகுதி அ-விலும் 4 வினாக்கள் பகுதி ஆ-விலும் உள்ளன. தேர்வு எழுதுபவர் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். கீழ்க்கண்ட நிபந்தனைகளை நிறைவுசெய்யும் வகையால் எத்தனை வழிகளில் இதனைச் செய்யலாம்.

i) இரு பகுதிகளிலும் எவ்வித கட்டுப்பாடும் இல்லாமல் எத்தனை வினாக்களை வேண்டுமானாலும் தேர்வு செய்யலாம்.

ii) குறைந்தபட்சம் இரண்டு வினாக்களையாவது பகுதி-அ இருந்து எழுத வேண்டும்.

தீர்வு:

i) எந்தக் கட்டுப்பாடும் இல்லாமல்

$= 8C_5$

$= 8C_3$

$= \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$ வழிகள்.

ii) குறைந்தபட்சம் 2 வினாக்கள் பகுதி அ-ல் இருக்க.

பகுதி அ	பகுதி ஆ	சேர்வுகளின் எண்ணிக்கை
2	3	$4C_2\times4C_3$
3	2	$4C_3\times4C_2$
4	1	$4C_4\times4C_1$

விடையளிக்கும் விதங்களின் எண்ணிக்கை.

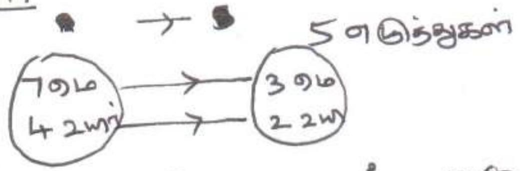
$= 4C_2\times4C_3 + 4C_3\times4C_2 + 4C_4\times4C_1$

$= 24+24+4$

$= 52.$

27 7 மெய்யெழுத்துக்கள் மற்றும் 4 உயிரெழுத்துகளில் இருந்து 3 மெய் எழுத்துக்கள் மற்றும் 2 உயிர் எழுத்துக்கள் உள்ள எழுத்துச் சரங்கள் எத்தனை அமைக்கலாம்?

தீர்வு:



தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள்

$= 7C_3 \times 4C_2$

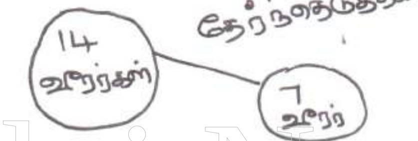
எழுத்துச் சரங்கள் $7C_3\times4C_2\times5!$

$= 35\times6\times120$

$= 25200.$

28) ஒரு கபடி பயிற்சியாளரிடம் 14 விளையாட்டு வீரர்கள் விளையாட தயார் நிலையில் உள்ளனர். 7 விளையாட்டு வீரர்களைக் கொண்ட எத்தனை வெவ்வேறான குழுக்களை அவர் அமைக்கலாம்?

தீர்வு:

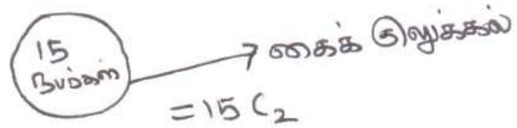


$= 14C_7$ வழிகள்

$= 3432$ வழிகள்.

29) ஒரு விருந்தில் 15 நபர்கள் உள்ளனர். எந்த இரு நபர்களும் தங்களுக்குள் கைக்குலுக்கிக் கொள்கிறார்கள் எனக் கொண்டால் அந்த விருந்தில் எத்தனை கைக் குலுக்கல்கள் நடைபெறும்?

தீர்வு



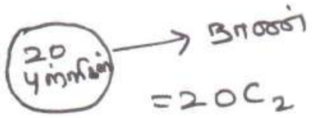
$= 15C_2$

$= \frac{15\times14}{2\times1}$

$= 105$ வழிகள்.

30) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள 20 புள்ளிகள் வழியே எத்தனை நாண்கள் வரைய முடியும்?

தீர்வு



$= 20C_2$

$= \frac{20\times19}{2\times1}$

$= 190$ வழிகள்.

www.Padasalai.Net

31. ஒரு வண்டி நிறுத்தும் இடத்தில் ஒரு வருட பழைய மகிழுந்துகள் 100 நிறுத்தப்பட்டு உள்ளன. அந்த மகிழுந்துகளின் மாசு கட்டுப்பாட்டுக் கருவிகள் எவ்வாறு செயல்படுகின்றன என்பதை சோதனை செய்ய ஏதேனும் 5 மகிழுந்துகளை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். எத்தனை விதமாக இந்த ஐந்து மகிழுந்துகளை தேர்ந்து எடுக்கலாம்?

தீர்வு

100 ம.உ $\rightarrow$ 5 ம.உ.

$= 100C_5$ வழிகள்

32. 3 ஆண்கள், 2 பெண்கள் மற்றும் 1 திருநங்கை ஆகியோர்களை 5 ஆண்கள், 2 பெண்கள் மற்றும் 2 திருநங்கைகள் இருந்து எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

தீர்வு:

5 ஆ, 2 பெ, 2 தி.ந $\rightarrow$ 3 ஆ, 2 பெ, 1 தி.ந

$= 5C_3 \times 2C_2 \times 2C_1$ வழிகளில்.

33. 'n' உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை காண். 4 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையும், 5 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையும் காண்.

தீர்வு:- உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை முறையே 2^n, 2^4, 2^5 ஆகும்.

34. ஒரு குழுவில் உள்ள 10 நபர்களில் ஒரு தலைவர், ஒரு செயலர் உள்ளடக்கி 6 நபர்களை எத்தனை வழிகளில் தேர்வு செய்யலாம்?

தீர்வு:

10 நபர்கள் $\rightarrow$ 1 தலைவர், 1 செயலர், 4 நபர்கள் } 6 பேர்

$= 10C_1 \times 9C_1 \times 8C_4$ வழிகள்

35) ஓர் அறக்கட்டளையில் 25 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர். i) இவர்களில் 3 அதிகாரிகளை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம் ii) ஒரு தலைவர், ஒரு உபதலைவர் மற்றும் ஒரு செயலரை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு:

i) 25 உறுப்பினர்கள் $\rightarrow$ 3 அதிகாரிகள்

$= 25C_3$ வழிகள்

ii) 25 உறுப்பினர்கள் $\rightarrow$ 1 தலைவர், 1 உபதலைவர், 1 செயலர்

$= 25C_1 \times 24C_1 \times 23C_1$ வழிகள்.

www.Padasalai.Net

36) 12 வெவ்வேறான புத்தகங்களில் 5 புத்தகங்களை கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்? i) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகங்களை எப்பொழுதுமே தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். ii) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகங்களை எப்பொழுதும் தேர்ந்தெடுக்க கூடாது?

தீர்வு:

12 $\rightarrow$ 5

i) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகங்கள் உள்ளவாறு $= 2C_2 \times 10C_3$

$= 1 \times \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$

$= 120$ வழிகள்.

ii) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகம் இல்லாதவாறு

$= 2C_0 \times 10C_5$

37) 5 ஆசிரியர்கள் மற்றும் 20 மாணவர்களில் இருந்து 2 ஆசிரியர்கள் மற்றும் 3 மாணவர்களைக் கொண்டு ஒரு குழு அமைக்கப்படுகின்றது. எத்தனை வழிகளில் இதனைச் செய்யலாம்? மேலும் இவற்றில் கீழ்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை குழுக்களை அமைக்கலாம்?

i) அக்குழுவில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் உள்ளவாறு.

ii) அக்குழுவில் குறிப்பிட்ட மாணவர் வராதவாறு.

தீர்வு:

5 ஆ, 20 மா	→	2 ஆ, 3 மா

$= 5C_2 \times 20C_3$ வழிகள்

i) குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் ஒருவர் உள்ளவாறு

$= 4C_1 \times 20C_3$

ii) குறிப்பிட்ட மாணவர் இல்லாத வகையில்

$= 5C_2 \times 19C_3$

38) ஒரு மாணவர் ஒரு தேர்வில் 9 வினாக்களில் 2 வினாக்களுக்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்க வேண்டும். என்ற நிபந்தனையுடன் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். எத்தனை வழிகளில் அந்த வினாக்களுக்கு ஒரு மாணவர் விடையளிக்கலாம்.

தீர்வு:

9 வி	→	2 கட்டாயம் எனவே மீதமுள்ள 7ல் மூன்று

$= 7C_3$ வழிகள்

$= \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$

$= 35$.

39) 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டு கட்டிலிருந்து 5 சீட்டுகளை தேர்வு செய்யும் அவ்வாறு சேர்வுகளிலும் எப்பொழுதும் 3 ஏஸ்கள் உள்ளவாறு எத்தனை சேர்வுகள் இருக்கும் எனக் காண்க.

தீர்வு:

4 ஏ, 48 ம	→	3 ஏஸ்கள் கட்டாயம், மற 48ல் இருந்து 2

$= 4C_3 \times 48C_2$ வழிகள்.

40) 7 இந்தியர்கள் மற்றும் 5 அமெரிக்கர்களில் இருந்து இந்தியர்கள் அதிக அளவில் இருக்கும்படியான 5 நபர்களைக் கொண்ட எத்தனை வேறுமான குழுக்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு:

7 இந்தியர்கள், 5 அமெரிக்கர்கள்

இந்தியர்கள் அதிகம் இருக்கும்படி 5 நபர்களை கொண்ட குழுக்கள்.

வ.எ	இந்தியர்கள் (7)	அமெரிக்கர் (5)	சேர்வுகள்
1.	5	0	$7C_5 \times 5C_0$
2	4	1	$7C_4 \times 5C_1$
3	3	2	$7C_3 \times 5C_2$

மொத்த வழிகள் $= 21 + 175 + 350$

$= 546$.

41) 8 ஆண்கள் மற்றும் 4 பெண்களில் இருந்து 7 பேர் கொண்ட குழு அமைக்கப்படுகின்றது. கீழ்க்காணும் நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யும் வகையில் எத்தனை குழுக்களை அமைக்கலாம்.

i) சரியாக 3 பெண்கள் இருக்குமாறு

ii) குறைந்தபட்சம் 3 பெண்கள் இருக்குமாறு

iii) அதிகபட்சம் 3 பெண்கள் இருக்குமாறு.

www.Padasalai.Net

8 ஆ 4 பெ

→ 7 பேர் கொண்ட குழு.

i) சரியாக 3 பெண்கள் இருக்குமாறு $= 4C_3 \times 8C_4$

ii) குறைந்தபட்சம் 3 பெண்கள்

வ.எ	பெ (4)	ஆ (8)	சேர்வுகள்
1	3	4	$4C_3 \times 8C_4$
2.	4	3	$4C_4 \times 8C_3$

மொத்த வழிகள்

$= 4C_3 \times 8C_4 + 4C_4 \times 8C_3$

$= 280 + 56$

$= 336.$

iii) அதிகபட்சம் 3 பெண்கள்

வ.எ	பெ (4)	ஆ (8)	சேர்வுகள்
1.	0	7	$4C_0 \times 8C_7$
2	1	6	$4C_1 \times 8C_6$
3	2	5	$4C_2 \times 8C_5$
4.	3	4	$4C_3 \times 8C_4$

மொத்த வழிகள்

$= 8 + 112 + 336 + 280$

$= 736.$

42 ஒரு ஆணுக்கு 4 பெண்கள் மற்றும் 3 ஆண்கள் என 7 உறவினர்கள் உள்ளனர். அவரது மனைவிக்கு 3 பெண்கள் மற்றும் 4 ஆண்கள் என 7 உறவினர்கள் உள்ளனர். ஒரு இரவு விருந்திற்கு 3 பெண்கள் மற்றும் 3 ஆண்கள் அழைக்கப்படும் போது, ஆணின் உறவினர்கள் 3 பேர் மற்றும் அவரது மனைவியின் உறவினர்கள் 3 பேர் என்றவாறு விருந்தில் கலந்து கொள்ள எத்தனை வழிகளில் அமைக்கலாம்?

தரவண்படி

வ.எ	ஆணுக்கு ஆ(3)	ஆணுக்கு பெ(4)	பெண்ணுக்கு ஆ(4)	பெண்ணுக்கு பெ(3)	சேர்வுகள்
1	3			3	$3C_3 \times 3C_3$
2	2	1	1	2	$(3C_2 \times 4C_1) * (4C_1 \times 3C_2)$
3	1	2	2	1	$3C_1 \times 4C_2 * 4C_2 \times 3C_1$
4		3	3		$4C_3 \times 4C_3$

மொத்தம் $= (1 \times 1) + (3 \times 4) * (4 \times 3) + (3 \times 6) * (6 \times 3) + (4 \times 4)$

$= 1 + (12 * 12) + (18 * 18) + 16$

$= 1 + 144 + 324 + 16$

$= 485.$

43. ஒரு பெட்டியில் இரண்டு வெள்ளைப் பந்துகள், மூன்று கருப்புப் பந்துகள் மற்றும் நான்கு சிவப்புப் பந்துகள் உள்ளன. பெட்டியில் இருந்து மூன்றுப் பந்துகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவற்றில் குறைந்தபட்சம் ஒரு கருப்பு பந்து இருக்குமாறு எத்தனை வகைகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

வ.எ	2W	3B	4R	சேர்வுகள்
1	2	1	–	$2C_2 \times 3C_1 = 1 \times 3 = 3$
2	1	1	1	$2C_1 \times 3C_1 \times 4C_1 = 24$
3	–	1	2	$3C_1 \times 4C_2 = 3 \times 6 = 18$
4	1	2	–	$2C_1 \times 3C_2 = 2 \times 3 = 6$
5		2	1	$3C_2 \times 4C_1 = 3 \times 4 = 12$
6	–	3	–	$3C_3 = 1$

மொத்த வழிகள் $= 3 + 24 + 18 + 6 + 12 + 1$

$= 64$

www.Padasalai.Net

44. m இணையான கோடுகளின் ஒரு தொகுப்பு மற்றொரு n இணையான கோடுகளின் ஒரு தொகுப்பை (முதல் தொகுப்பில் உள்ள கோடுகளுக்கு இணை -யல்லாத) வெட்டும் போது உருவாகும் பின்னல் அமைப்பில் உள்ள இணைகரங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு: $mC_2 \times nC_2$ இணைகரங்கள்

45. n பக்கங்கள் உள்ள ஒரு பல கோணத்திற்கு எத்தனை மூலை விட்டங்கள் இருக்கும்? மேலும் ஒரு ஐங்கோணம் மற்றும் எழுகோணம் ஆகிய -வற்றின் மூலை விட்டங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண.

தீர்வு: n பக்கங்கள் கொண்ட பல கோணத்தின் மூலை விட்டங்களின் எண்ணிக்கை $= nC_2 - n$

$$= \frac{n(n-1)}{2} - n$$

$$= \frac{n^2 - n - 2n}{2}$$

$$= \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$= \frac{n(n-3)}{2}.$$

ஐங்கோணத்தில் மூலை விட்டங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{5(5-3)}{2}$

$$= \frac{5(2)}{2}$$

$$= 5.$$

எழுகோணத்தில் மூலை விட்டங்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{7(7-3)}{2}$$

$$= \frac{7(4)^2}{2}$$

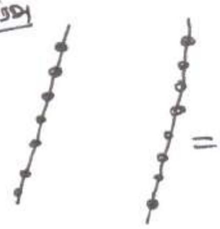
$$= 14$$

46) எந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறு 15 புள்ளிகளைக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு: முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை $= 15C_3$

47) 15 புள்ளிகளில், 7 புள்ளிகள் ஒரு கோட்டிலும் மற்றும் மீதமுள்ள 8 புள்ளிகள் மற்றொரு இணைக் கோட்டிலும் அமைந்து உள்ளது எனில் இந்த 15 புள்ளிகளை கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்கள் அமைக்கலாம்?

தீர்வு



$$7C_2 \times 8C_1 + 8C_2 \times 7C_1$$

$$= \left(\frac{7 \times 6^3}{2 \times 1} \times 8\right) + \left(\frac{8^4 \times 7}{2 \times 1} \times 7\right)$$

$$= 168 + 196 = 364$$

48) ஒரு தளத்தில் 11 புள்ளிகள் உள்ளன. இவற்றில் 4 புள்ளிகளை தவிர மற்ற எந்த 3 புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையவில்லை எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

i) இப்புள்ளிகளில் ஒரு சோடி புள்ளிகளினால் அமையும் கோடுகள் எத்தனை?

ii) இந்தப் புள்ளிகளை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்கள் அமைக்கலாம்?

தீர்வு: i) கோடுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 11C_2 - 4C_2 + 1$$

$$= \frac{11 \times 10}{2 \times 1} - \frac{4 \times 3}{2 \times 1} + 1$$

$$= 55 - 6 + 1 = 50.$$

ii) முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை

$$= 11C_3 - 4C_3$$

$$= 165 - 4$$

$$= 161.$$

www.Padasalai.Net

49. 90 மூலைவிட்டங்கள் கொண்ட பலகோணத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன?

தீர்வு:

பலகோணத்தின் மூலைவிட்டங்கள் $= 90$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 90$$

$$n^2 - 3n - 180 = 0$$

-180 ; -15, 12 ; $= -3$

$$(n-15)(n+12) = 0$$

$$n = 15, \quad n = -12$$

மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை $= 15$.

50. EXAMINATION என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு எத்தனை 4 எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு:

எழுத்துக்களின் வாய்ப்புகள்	தேர்வுகள்	வரிசைப்படுத்தல்
4 வெவ்வேறானவை E, X, M, T, O, A, I, N	$8C_4$	$8C_4 \times 4!$ $= 1680$
2 ஒரே எழுத்துக்களை கொண்ட தொகுப்பு 1, 2 வெவ்வேறானவை	$3C_1 \times 7C_2$	$3C_1 \times 7C_2 \times \frac{4!}{2!}$ $= 756$
2 ஒரே எழுத்துக்களை கொண்ட தொகுப்பு 2	$3C_2$	$\frac{3C_2 \times \lfloor 4}{\lfloor 2 \lfloor 2}$ $= 18$

மொத்தம் $= 1680 + 756 + 18$
$= 2454$.

K. BAKTHAVACHALAM
PG ASST (MATHS)
GHSS VIRINCHIPURAM
VELLORE DT.
Cell. 9944481639.

www.Padasalai.Net

1. கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி, எல்லா மிகை எண்கள் $n \geq 1$ க்கு $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$P(n) = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ என்க.

$n=1$ எனில்

$L.H.S = 1$

$R.H.S = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2}$

$= 1.$

$P(1)$ என்பது உண்மை.

$P(k)$ உண்மை எனக் கொள்க

$1+2+3+\cdots k = \frac{k(k+1)}{2} \longrightarrow (1)$

$P(k+1)$ உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$1+2+3+\cdots+k+k+1 = (1+2+3+\cdots k)+k+1$

$= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$

$= \frac{(k+1)(k+1+1)}{2} \longrightarrow (2)$

www.Padasalai.Net

$P(k+1)$ என்பதும் உண்மை.

கணித தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி $P(n)$ உண்மையென நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம், எல்லா மிகை எண்கள் $n \geq 1$க்கு $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$P(n): 1^2+2^2+3^2+\cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ என்க

$n=1$ எனில்

$L.H.S = 1^2 = 1$

$R.H.S = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} = 1$

$P(1)$ என்பது உண்மை

$P(k)$ உண்மை எனக் கொள்க.

$1^2+2^2+3^2+\cdots k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \longrightarrow (1)$

$P(k+1)$ உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$$P(k+1) = \underbrace{1^2+2^2+3^2+\cdots k^2}+(k+1)^2$$

$$= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2$$

$$= \frac{(k+1)(k+1+1)[2(k+1)+1]}{6}$$

P(k+1) என்பதும் உண்மை.
எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி
P(n) என்பது உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$ க்கு
$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:
$P(n): 1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ என்க.

$n=1$ எனில் $L.H.S = 1$

$$R.H.S = \left(\frac{1(1+1)}{2}\right)^2 = 1$$

P(1) என்பது உண்மை.
P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$$1^3+2^3+3^3+\cdots k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 \longrightarrow (1)$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \underbrace{1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3}+(k+1)^3$$

$$= \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2+(k+1)^3$$

$$= \left[\frac{(k+1)(k+1+1)}{2}\right]^2$$

எனவே P(k+1) என்பதும் உண்மை. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதலின்படி P(n) என்பது உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$ க்கு
$1^2+3^2+5^2+\cdots\cdots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ என நிரூபிக்க.

www.Padasalai.Net

தீர்வு: $P(n) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots\dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ என்க.

$n=1$ எனில் $L.H.S = 1^2 = 1$

$R.H.S = \frac{1(2-1)(2+1)}{3} = 1$

$P(1)$ என்பது உண்மை.

$P(k)$ உண்மை எனக் கொள்க.

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots\dots + (2k-1)^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3} \rightarrow (1)$

$P(k+1)$ உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$P(k+1) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots\dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2$

$= \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3} + [2(k+1)-1]^2$

$= \frac{(k+1)[2(k+1)-1][2(k+1)+1]}{3}$

$P(k+1)$ என்பதும் உண்மை. எனவே, கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி $P(n)$ என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. பூச்சியமற்ற முதல் n இரட்டை எண்களின் கூடுதல் n^2+n என நிரூபிக்க.

www.Padasalai.Net

தீர்வு: $P(n) : 2 + 4 + 6 + \dots\dots 2n = n^2 + n$ என்க

$n=1$ எனில் $L.H.S = 2$

$R.H.S = 1^2 + 1 = 2$

$P(1)$ என்பது உண்மை.

$P(k)$ என்பது உண்மை எனக் கொள்க.

$2 + 4 + 6 + \dots\dots + 2k = k^2 + k \rightarrow (1)$

$P(k+1)$ என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$P(k+1) = \underbrace{2 + 4 + 6 + \dots 2k} + 2(k+1)$

$= k^2 + k + 2(k+1)$

$= (k+1)^2 + (k+1)$

$P(k+1)$ என்பதும் உண்மை. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி $P(n)$ என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. முதல் n ஒற்றை மிகை எண்களின் கூடுதல் n^2 எனத் தொகுத்தறிதல் முறையால் நிறுவுக.

தீர்வு: $P(n) : 1 + 3 + \dots\dots\dots 2(n-1) = n^2$ என்க.

$n=1$ எனில் $L.H.S = R.H.S$. $\therefore P(1)$ என்பது உண்மை

P(K) உண்மை எனக் கொள்க.

$1+3+5+\cdots+2(k-1) = k^2 \rightarrow (1)$

P(K+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$P(k+1) = \underbrace{1+3+5+\cdots 2(k-1)} + [2(k+1)-1]$

$= (k+1)^2$

P(K+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.
எனவே, கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி
$1+3+5+\cdots\cdots 2(n-1) = n^2$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.
அதாவது P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$க்கு
$1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \cdots\cdots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ என நிறுவுக.

<u>தீர்வு:</u> $P(n) : 1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \cdots n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ என்க.

n=1 எனில் $L.H.S = 1\cdot2 = 2$

$R.H.S = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} = 2$

P(1) என்பது உண்மை. P(K) உண்மை எனக் கொள்க.

$1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \cdots\cdots k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \rightarrow (1)$

P(K+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$P(k+1) = \underbrace{1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4 + \cdots k(k+1)} + (k+1)(k+2)$

$= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$

$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$

P(K+1) என்பதும் உண்மை. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம், எல்லா இயல் எண்கள் n-க்கும் $\frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{2\cdot3} + \frac{1}{3\cdot4} + \cdots\cdots \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ என நிறுவுக.

www.Padasalai.Net

$P(n) := \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ என்க

$n=1$ எனில் $L.H.S = \frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2}$

$R.H.S = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

P(1) என்பது உண்மை.

P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$$P(k) = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1} \longrightarrow (1)$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \underbrace{\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots \frac{1}{k(k+1)}} + \frac{1}{(k+1)(k+1+1)}$$

$$= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k+1}{k+1+1}$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது

www.Padasalai.Net

9. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n க்கும் $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5} + \cdots \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு: $P(n) : \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5} + \cdots \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

$n=1$ எனில்

$L.H.S = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} = \frac{1}{6}$

$R.H.S = \frac{1(1+3)}{4(1+1)(1+2)} = \frac{1}{6}$

P(1) என்பது உண்மை.

P(k) உண்மை எனக்கொள்க.

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5} + \cdots \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} \rightarrow (1)$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5} + \cdots \frac{1}{k(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{(k+1)(k+1+3)}{4(k+1+1)(k+1+2)}$$

P(k+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) என்பது உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

10. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் - n க்கும் $\frac{1}{2\cdot5} + \frac{1}{5\cdot8} + \frac{1}{8\cdot11} + \cdots \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு: $P(n): \frac{1}{2\cdot5} + \frac{1}{5\cdot8} + \frac{1}{8\cdot11} + \cdots \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$ என்க.

n=1 எனில் $L.H.S = \frac{1}{2\cdot5} = \frac{1}{10}$

$R.H.S = \frac{1}{6+4} = \frac{1}{10}$

P(1) என்பது உண்மை. P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$$\frac{1}{2\cdot5} + \frac{1}{5\cdot8} + \frac{1}{8\cdot11} + \cdots \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{k}{6k+4} \longrightarrow (1)$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \underbrace{\frac{1}{2\cdot5} + \frac{1}{5\cdot8} + \frac{1}{8\cdot11} + \cdots \frac{1}{(3k-1)(3k+2)}} + \frac{1}{(3(k+1)-1)(3(k+1)+2)}$$

$$= \frac{k}{6k+4} + \frac{1}{[3(k+1)-1][3(k+1)+2]}$$

$$= \frac{k+1}{6(k+1)+4}$$

P(k+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

எனவே, கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

www.Padasalai.Net

1. எந்த ஒரு இயல் எண் n க்கும், $a > b$ எனில் $a^n - b^n$ ஆனது $a-b$ ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

தீர்வு: $P(n) := a^n - b^n$ ஆனது $a-b$ ஆல் வகுபடும் என்க

$n=1$ எனில் $a-b$ ஆனது $a-b$ ஆல் வகுபடும்

$P(1)$ உண்மை. $P(k)$ உண்மை எனக் கொள்க.

$a^k - b^k$ ஆனது $a-b$ ஆல் வகுபடும்.

$a^k - b^k = \lambda (a-b)$, $\lambda \in N$.

$P(k+1)$ உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$a^{k+1} - b^{k+1} = a^{k+1} - ab^k + ab^k - b^{k+1}$$

$$= a(a^k - b^k) + b^k(a-b)$$

$$= a\lambda(a-b) + b^k(a-b)$$

$$= (a-b)(a\lambda + b^k)$$

$\therefore$ $a^{k+1} - b^{k+1}$ ஆனது $a-b$ ஆல் வகுபடும்.

www.Padasalai.Net

எனவே $P(k+1)$ என்பது உண்மை. கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி $P(n)$ என்பது உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n-க்கும் $x^{2n} - y^{2n}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க

தீர்வு:

$P(n) := x^{2n} - y^{2n}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும். என்க

$n=1$ எனில் $x^2 - y^2$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும்.

எனவே $P(1)$ என்பது உண்மை.

$P(k)$ உண்மை எனக் கொள்க.

$x^{2k} - y^{2k}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும்

$\Rightarrow x^{2k} - y^{2k} = \lambda(x+y) \longrightarrow (1)$

$P(k+1)$ உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = x^{2(k+1)} - y^{2(k+1)} = x^{2k+2} - y^{2k+2}$$

$$= x^{2k} \cdot x^2 - y^{2k} \cdot y^2$$

$$= x^{2k} x^2 - x^2 y^{2k} + x^2 y^{2k} - y^{2k} y^2$$

$$= x^2(x^{2k} - y^{2k}) + y^{2k}(x^2 - y^2)$$

$= x^2\left(\lambda(x^2-y^2)\right) + y^{2k}(x^2-y^2)$

$= x^2\left(\lambda(x+y)(x-y)\right) + y^{2k}(x+y)(x-y)$

$\Rightarrow x^{2(k+1)} - y^{2(k+1)}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும்.

$\therefore$ P(k+1) உண்மை. எனவே, கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி, p(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n க்கும் n^3-7n+3 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

P(n): n^3-7n+3 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

n=1 எனில் $1^3-7(1)+3 = 1-7+3$
$= -3$ ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

$\therefore$ P(1) உண்மை.

P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

k^3-7k+3 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

$k^3-7k+3 = 3\lambda$ என்க. $\longrightarrow$ (1)

www.Padasalai.Net

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$(k+1)^3 - 7(k+1) + 3 = k^3+3k^2+3k+1-7k-7+3$

$= k^3+3k^2-4k-3$

$= k^3+3k^2$

$= 3\lambda + 3k^2+3k-6$ ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

எனவே P(k+1) என்பதும் உண்மை. கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n-க்கும் $5^{n+1}+4\times 6^n$ ஐ 20 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி 9 என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

P(n): $5^{n+1}+4\times 6^n$ ஐ 20 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி 9.

n=1 எனில் $P(1) = 5^2+4\times 6^1$
$= 25+24$
$= 49$ ஐ 20 ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி 9. எனவே P(1) என்பது உண்மை.

P(K) உண்மை எனக் கொள்க.

$5^{K+1} + 4\times 6^{K} = 20\lambda + 9 \longrightarrow (1)$

P(K+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(K+1) = 5^{K+1+1} + 4\times 6^{K+1}$$
$$= 5\cdot 5^{K+1} + 4\times 6^{K}\cdot 6$$
$$= 5\cdot 5^{K+1} + 24\times 6^{K}$$
$$= 5\cdot 5^{K+1} + 20\times 6^{K} + 4\times 6^{K}$$
$$= 5\left(5^{K+1} + 4\times 6^{K}\right) + 4\times 6^{K}$$
$$= 5(20\lambda + 9) + 4\times 6^{K}$$
$$= 100\lambda + 45 + 4 - 4 + 4\times 6^{K}$$
$$= 100\lambda + 49 + 4(6^{K}-1)$$

எல்லா மதிப்புகள் $K \geq 1$க்கும் $6^{K}-1$ ஆனது 5 ஆல் வகுபடும். எனவே $4(6^{K}-1)$ ஆனது 20 ஆல் வகுபடும்.

$\therefore 5^{K+1+1} + 4\times 6^{K+1}$ ஆனது 20 ஆல் வகுபட மீதி 9 கிடைக்கும்.

P(K+1) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n க்கும் $10^{n} + 3\times 4^{n+2} + 5$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

$P(n)$: $10^{n} + 3\times 4^{n+2} + 5$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும்.

$n=1$ எனில் $P(1) = 10^{1} + 3\times 4^{3} + 5$

$$= 10 + 3(64) + 5$$
$$= 10 + 192 + 5$$
$$= 207$$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும்.

P(1) என்பது உண்மை.

P(K) உண்மை எனக் கொள்க.

$10^{K} + 3\times 4^{K+2} + 5$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும்

$10^{K} + 3\times 4^{K+2} + 5 = 9\lambda \longrightarrow (1)$

www.Padasalai.Net

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$10^{k+1} + 3 \times 4^{k+1+2} + 5 = 10 \cdot 10^{k} + 3 \times 4^{k+2} \times 4 + 5$$

$$= 10 \cdot 10^{k} + 12 \times 4^{k+2} + 5$$

$$= 10 \cdot 10^{k} + 30 \times 4^{k+2} + 50 - 18 \times 4^{k+2} - 45$$

$$= 10\left(10^{k} + 3 \times 4^{k+2} + 5\right) - 9\left(2 \times 4^{k+2} - 5\right)$$

9 ஆல் வகுபடும்.

∴ P(k+1) என்பதும் உண்மை. எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் படி P(n) என்பது உண்மை.

6. $n \geq 1$ க்கு $3^{2n+2} - 8n - 9$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும் என்பதை நிரூபிக்க.

<u>தீர்வு:</u>

P(n) : $3^{2n+2} - 8n - 9$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும்.

n=1 எனில் $P(1) = 3^{4} - 8 - 9$

$= 64$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும்.

www.Padasalai.Net

P(1) என்பது உண்மை.

P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$3^{2k+2} - 8k - 9$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும்.

$$\Rightarrow 3^{2k+2} - 8k - 9 = 8\lambda \rightarrow (1) \quad \lambda \in N.$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = 3^{2(k+1)+2} - 8(k+1) - 9$$

$$= 3^{2k+2+2} - 8k - 8 - 9$$

$= 9 \cdot 3^{2k+2} - 72k + 64k$ [redacted] $81 + 64$

$$= 9 \cdot 3^{2k+2} - 72k - 81 + 64(k+1)$$

$$= 9(8\lambda) + 64(k+1)$$

$= 8\left[9\lambda + 8(k+1)\right]$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும்

P(k+1) உண்மை. எனவே P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கையின்படி $n \geq 1$ க்கு (11)
$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 > \frac{n^3}{3}$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $P(n): 1^2+2^2+3^2+\cdots n^2 > \frac{n^3}{3}$ என்க.

$n=1$ எனில் $P(1) = 1^2 > \frac{1^3}{3}$ என்பது உண்மை.

P(1) உண்மை.

P(K) உண்மை எனக் கொள்க.

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+K^2 > \frac{K^3}{3} \longrightarrow (1)$$

P(K+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(K+1) = 1^2+2^2+3^2+\cdots+K^2+(K+1)^2$$

$$> \frac{K^3}{3}+(K+1)^2 = \frac{(K+1)^3}{3}$$

P(K+1) என்பதும் உண்மை. எனவே கணித தொகுத்தறிதல் கொள்கைப்படி P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையால் $n \geq 2$ என உள்ள எந்த ஒரு முழு எண்ணிற்கும் $3n^2 > (n+1)^2$ என நிறுவுக.

www.Padasalai.Net

தீர்வு: P(n): $n \geq 2$ என இருக்கும் போது $3n^2 > (n+1)^2$ என்க.

$n=2$ எனில் $P(1): 3(2)^2 > (2+1)^2$ என்பது உண்மை

எனவே P(1) உண்மை.

P(K) உண்மை எனக்கொள்க.

$K \geq 2$ என இருக்கும் போது $3K^2 > (K+1)^2 \longrightarrow (1)$

P(K+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} 3(K+1)^2 &= 3[K^2+2K+1] \\ &= 3K^2+6K+3 \\ &> (K+1)^2+6K+3 \\ &= (K+1)^2+6K+3 \\ &= K^2+2K+1+6K+3 \\ &= K^2+8K+4 = K^2+4K+4+4K. \\ &= (K+2)^2+4K \end{aligned}$$

$\Rightarrow 3(K+1)^2 > (K+2)^2, \quad K>0.$

எனவே P(K+1) உண்மை. கணிதத் தொகுத்தறிதலின்படி P(n) உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையால் $n \geq 2$ என உள்ள எந்த ஒரு மிகை எண்ணிற்கும் $3^n > n^2$ என நிரூபி.

<u>தீர்வு</u>: P(n) : $n \geq 2$ என இருக்கும் போது $3^n > n^2$

$n = 2$ எனில் $3^2 > 2^2$ உண்மை

P(2) உண்மை. P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$3^k > k^2 \longrightarrow (1)$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$3^{k+1} = 3^k \cdot 3^1 = 3 \cdot 3^k$$

$$> 3k^2 \quad (\because (1) \text{ லிருந்து})$$

$$> (k+1)^2.$$

P(k+1) என்பதும் உண்மை என நிரூபிக்கப்பட்டது.
எனவே கணித தொகுத்தறிதலின் கொள்கைப்படி P(n) உண்மை.

10. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி $n \geq 2$ எனக்கொண்ட எந்த ஒரு இயல் எண்ணுக்கும்

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$ என நிரூபிக்க.

www.Padasalai.Net

<u>தீர்வு</u>: P(n) : $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$ என்க.

$n = 2$ எனில் $L.H.S = 1 - \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4}$, $R.H.S = \frac{3}{4}$

$\therefore$ P(1) உண்மை. P(k) உண்மை எனக்கொள்க.

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \longrightarrow (1)$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$P(k+1) = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{k^2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)$$

$$= \frac{k+1}{2k} \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right)$$

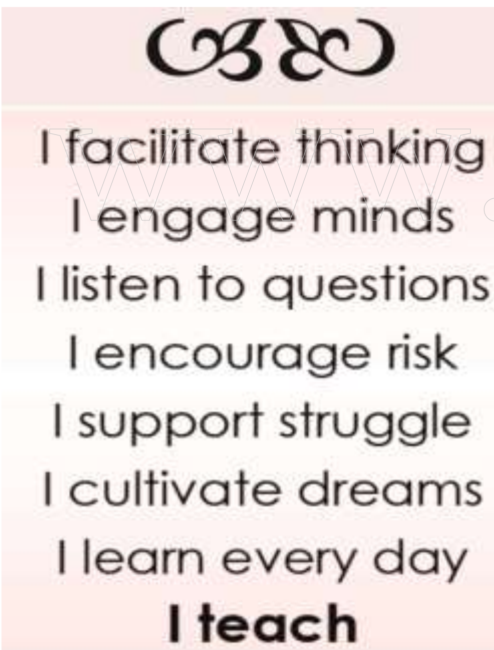
$$= \frac{k+1}{2k} \quad \frac{k^2+2k}{(k+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{k+1}}{2\cancel{k}} \quad \frac{\cancel{k}(k+2)}{(k+1)^{\cancel{2}}} = \frac{k+2}{2(k+1)}$$

P(k+1) என்பதும் உண்மை. எனவே P(n) உண்மை.

கி. பக்தவச்சலம். மு. அ (கணிதம்) 9944461639.

11^{th} STD
UNIT IV Combinatorics and Mathematical Induction



THANK YOU

K.Bakthavachalam
bakthabrte@gmail.com
9944481639

www.Padasalai.Net