Padasalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padasalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA

- Padasalai's Channel - Group
https://t.me/padasalaichannel

- Lesson Plan - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw

- 12th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_12th

- 11th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_11th

- 10th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_10th

- 9th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_9th

- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_6to8

- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_1to5

- TET - Group
https://t.me/Padasalai_TET

- PGTRB - Group
https://t.me/Padasalai_PGTRB

- TNPSC - Group
https://t.me/Padasalai_TNPSC

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

1. Sets, Relations and Functions

Symbols

$\mathbb{N}$	The set of all natural numbers	$\{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{W}$	The set of all whole numbers	$\{0,1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}$	The set of all integers	$\{\dots -3, -2, -1,0,1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Q}$	The set of all rational numbers	$\left\{\frac{p}{q}, q \neq 0, p, q \in Z\right\}$
$\mathbb{E}$	The set of all even numbers	$\{\dots -4, -2,0,1,4,6, \dots\}$
$\mathbb{O}$	The set of all odd numbers	$\{\dots -3, -1,1,3,5, \dots\}$
$\mathbb{R}$	The set of all real numbers	{rational $\cup$ irrational}
$\in$	Belongs to	
$\subset$	Subset of	
$\cup$	Union sets	
$\cap$	Intersection of sets	

Set:

A set is a collection of well defined objects. The sets are usually denoted by brackets $(A, B, C \dots)$ Elements are represented by small letters $(a, b, c, \dots)$

Cardinal numbers:

The number of elements in a set is called a cardinal number of a set and it is denoted by $n(A)$

Representing a set:

(i) Roster form (or) tabular form

(ii) set builder form

(i) Roster form:

All the elements of a sets are listed that is the elements are being separated by commas or enclosed in set bracket

(ii) Set builder form:

All the elements of a set posses a single common property

$A = \{x : x$ is natural number which is divides $42\}$

$= \{1,2,3,6,7,14,21,42\}$ (Roster form)

Empty set (or) Void set (or) null set

A set which does not contain any elements is called empty set. It is denoted by $\emptyset$ or { }

Subset:

A set A is said to be a subset of set B, if every element of A is also a element of B.

i.e. $A \subset B$ iff $a \in A, a \in B$

Note:

(i) if $A \subset B$ and $B \subset A \Leftrightarrow A = B$

(ii) Every set A is a subset of itself. i.e $A \subset A$

(iii) $\emptyset$ is a subset of every set

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

Trivial subsets:

Let A be a set, the empty set $\emptyset$ and the set A are always the subsets of A. These two subsets are called trivial subsets.

Note: The set and $\emptyset$ are trivial subsets

Proper subset:

Let A be a proper subset of B, if A is a subset of B and $A \neq B$

Proper subsets : 2^m

Improper subset:

Any set is a subset of itself this subset is called improper subset.

Eg. $A = \{1,2\}$

Proper Subset of $A = \{1\}, \{2\}$

Improper Subset of $A = \{1,2\}$

Improper subsets : 2^{m-1}

Power set:

The set of all subsets of A is called power set of A. It is denoted by $\mathcal{P}(A)$

$$n(A) = n$$

$$n[\mathcal{P}(A)] = 2^n$$

Union of two sets:

$A \cup B = \{\text{set of all } x: x \in A \text{ } or \text{ } x \in B\}$

Intersection of two sets

$A \cap B = x: x \in A \text{ } and \text{ } x \in B$

Disjoint sets:

Two sets A and B are disjoints they don't have any common elements

A and B are disjoint

$A \cap B = \emptyset$

Notations:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots .\cup A_n = \{x: x \in\backslash A_i, \text{for some } i\}$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \{x: x \in A_i, \text{for each } i\}$$

Universal sets:

This is a basic set and denoted by U

Complement set of A: (A' or A^c)

The complement set of A is a set of all elements of U which are not the elements of A and is

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

deonoted by A' or A^c

Eg: $A' = \{x : x \in U \text{ and } x \notin A\}$

The set difference $(A - B)$

$A - B = \{a : a \in A \text{ and } a \notin B\}$

An element in the set A and not existed in set B such a set is denoted by $A - B$ or $A \backslash B$

Note: i) $U - A = A'$

ii) $A - A = \emptyset$

iii) $\emptyset - A = \emptyset$

iv) $A - \emptyset = A$

v) $A - U = \emptyset$

The symmetric difference between two sets

$A \,\Delta\, B = (A - B) \cup (B - A)$ (or)

$A \,\Delta\, B = (A \cup B) - (A \cap B)$

Finite set: A set having only finite number of elements.

Eg. $A = \{a, b, c, d, e\}, n(A) = 5$

Infinite set: A set having infinite number of elements.

Eg. $E = \{2,4,6,8, \ldots\}$

$n(E) = \infty$

Note: The cardinality of finite set is infinity

Singleton set: A set having only one element

Eg. $A = \{5\}$

$n(A) = 1$

Properties of set operation

(i) Commutative Property

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

(ii) Associative Property

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(iii) Distributive property

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(iv) Identity:

i) $A \cup \emptyset = A$ ii) $A \cap U = A$

(v) Idempotent

i) $A \cup A = A$ ii) $A \cap A = A$

(vi) Absorption:

i) $A \cup (A \cap B) = A$ ii) $A \cap (A \cup B) = A$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

De Morgan's Law

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(iii) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

(iv) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

On symmetric difference:

(i) $A\Delta B = B\Delta A$

(ii) $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$

(iii) $A \cap (B\Delta C) = (A \cap B)\Delta(A\Delta C)$

On empty set and universal set:

(i) $\emptyset' = U$

(ii) $U' = \emptyset$

(iii) $A \cup A' = U$

(iv) $A \cap A' = \emptyset$

(v) $A \cup U = U$

(vi) $A \cap U = A$

On cardinality

(i) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

(ii) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ [A and B are disjoint sets]

(iii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

Cartesian Product:

It is nothing but a set of ordered elements.

Cartesian product of two set is ordered pairs.

(i.e) $A \times B = \{(a, b); a \in A, b \in B\}$

Cartesian product of 3 sets is a ordered triplet.

$$A \times B \times C = \{(a, b, c); a \in A, b \in B, c \in C\}$$

Note:

1. $A \times B = B \times A$ only if $A = B$
2. $n(A \times B) = n(A).n(B)$
3. $n(A \times B \times C) = n(A).n(B).n(C)$

Exercise 1.1

1. Write the following in roster form

(i) $\{x \in \mathbb{N}: x^2 < 121$ **and** x **is a prime** $\}$

$2^2 = 4$ (since 1 is neither prime number not composite number, 4,6,8 are composite numbers)

$3^2 = 9$

$5^2 = 25$

$7^2 = 49$

$x = \{2, 3, 5, 7\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

(ii) the set of positive roots of the equation $(x-1)(x+1)(x^2-1)=0$

The set of positive roots of the equation

$(x-1)(x+1)(x^2-1)=0$

$(x^2-1)(x^2-1)=0=\{1,1\}$

(iii) $\{x \in \mathbb{N}: 4x+9<52\}$

$x=1 \Rightarrow 4(1)+9=13$

$x=2 \Rightarrow 4(2)+9=17$

$x=3 \Rightarrow 4(3)+9=21$

$x=4 \Rightarrow 4(4)+9=25$

$x=5 \Rightarrow 4(5)+9=29$

$x=6 \Rightarrow 4(6)+9=33$

$x=7 \Rightarrow 4(7)+9=37$

$x=8 \Rightarrow 4(8)+9=41$

$x=9 \Rightarrow 4(9)+9=45$

$x=10 \Rightarrow 4(10)+9=49$

$x=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(iv) $\{x: \frac{x-4}{x+2}=3, x \in R-\{2\}\}$

$\frac{x-4}{x+2}=3$

$x-4=3(x+2)$

$x-4=3x+6$

$0=3x-x+6+4$

$2x+10=0$

$2x=-10$

$x=-\frac{10}{2}$

$x=\{-5\}$

2. Write the set $\{-1,1\}$ in set builder form

$A=\{x: x$ is an integer and the roots of the equation $(x-1)(x+1)(x^2-1)=0\}$

3. State whether the following sets are finite or infinite

(i) $\{x \in \mathbb{N}: x$ **is an even prime number**$\}$

$A=\{2\}=$ Finite set

(ii) $\{x \in \mathbb{N}: x$ **is an odd prime number**$\}$

$B=\{3,5,7,11,13,17,19,23,\ldots\}$

Infinite set

(iii) $\{x \in \mathbb{Z}: x$ **is even and less than 10**$\}$

$C=\{\ldots-8,-6,-4,-2,0,2,4,6,8,\}$

Infinite set

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

(iv) $\{x \in \mathbb{R} : x \text{ is a rational number}\}$

Infinite set

(v) $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ is a rational number}\}$

Infinite set

4. By taking suitable sets, A, B, C verify the following results

(i) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6\}, C = \{6,7,8\}$

LHS $A \times (B \cap C)$

$B \cap C = \{6\}$

$A \times (B \cap C) = \{1,2,3\} \times \{6\}$

$= \{(1,6),(2,6),(3,6)\}$ ....(1)

RHS

$(A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4),(1,5),(1,6),(2,4),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6)\}$

$A \times C = \{1,2,3\} \times \{6,7,8\}$

$= \{(1,6),(1,7),(1,8),(2,6),(2,7),(2,8),(3,6),(3,7),(3,8)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,6),(2,6),(3,6)\}$ ....(2)

From (1) and (2), LHS = RHS

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

LHS

$A \times (B \cup C)$

$B \cup C = \{4,5,6,7,8\}$

$A \times (B \cup C) = \{1,2,3\} \times \{4,5,6,7,8\}$

$= \{(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(3,8)\}$.....(1)

RHS

$(A \times B) \cup (A \times C)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4),(1,5),(1,6),(2,4),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6)\}$

$A \times C = \{1,2,3\} \times \{6,7,8\}$

$= \{(1,6),(1,7),(1,8),(2,6),(2,7),(2,8),(3,6),(3,7),(3,8)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(3,8)\}$.........(2)

From (1) and (2), LHS = RHS

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

(iii) $(\boldsymbol{A \times B}) \cap (\boldsymbol{B \times A}) = (\boldsymbol{A \cap B}) \times (\boldsymbol{B \cap A})$

LHS

$(A \times B) \cap (B \times A)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)\}$

$B \times A = \{4,5,6\} \times \{1,2,3\}$

$= \{(4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (6,1), (6,2), (6,3)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{\ \ \}$ ....(1)

RHS

$(A \cap B) \times (B \cap A)$

$A \cap B = \{\ \ \}$

$B \cap A = \{\ \ \}$

$(A \cap B) \times (B \cap A) = \{\ \ \}$ ....(2)

From (1) and (2), LHS = RHS

$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$

(iv) $\boldsymbol{C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')}$

$B - A = \{4,5,6\} - \{1,2,3\} = \{4,5,6\}$

$C - (B - A) = \{6,7,8\} - \{4,5,6\} = \{7,8\}$ ....(1)

RHS

$(C \cap A) \cup (C \cap B')$

$C \cap A = \{\ \ \}$

$C \cap B' = \{6,7,8\} \cap \{1,2,3,7,8\} = \{7,8\}$..............(2)

$(C \cap A) \cup (C \cap B') = \{7,8\}$

From (1) and (2), LHS = RHS

$C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$

(v) $\boldsymbol{(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)}$

$(B - A) \cap C$

$B - A = \{4,5,6\}$

$(B - A) \cap C = \{6\}$ ....(1)

$(B \cap C) - A$

$B \cap C = \{6\}$

$(B \cap C) - A = \{6\}$ ....(2)

$B \cap (C - A)$

$C - A = \{6, 7, 8\}$

$B \cap (C - A) = \{6\}$ ....(3)

From (1), (2) and (3), $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$

(vi) $(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}) \cup \boldsymbol{C}=(\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C})-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{C})$

LHS

$(B-A) \cup C$

$B-A=\{4,5,6\}$

$(B-A) \cup C=\{4,5,6,7,8\}$ ....(1)

RHS

$(B \cup C)-(A-C)$

$B \cup C=\{4,5,6,7,8\}$

$A-C=\{1,2,3\}$

$(B \cup C)-(A-C)=\{4,5,6,7,8\}$ ....(2)

From (1) and (2), LHS = RHS

$(B-A) \cup C=(B \cup C)-(A-C)$

5. Justify the truness of the statement:

"An element of a set can never be a subset of itself"

The given statement is false.

Ex: Let $A=\{a, b\}$ its elements are a, b

Subsets of A is $\{a\},\{b\},\{a, b\},\{\ \}$

Thus, neither element a nor b of A is a subset of A

6. If $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(A))=1024, n(A \cup B)=15}$ and $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(B))=32}$, then find $\boldsymbol{n(A \cap B)}$

$n(\mathcal{P}(A))=1024$

$2^n=1024$

$2^n=2^{10}$

$n(A)=10$

$n(P(B))=32$

$2^n=32$

$2^n=2^5$

$n(B)=5$

$n(A \cap B)=n(A)+n(B)-n(A \cup B)=10+5-15=0$

$n(A \cap B)=0$

2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

7. If $\boldsymbol{n(A \cap B)=3}$ and $\boldsymbol{n(A \cup B)=10}$, then find $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(A \Delta B))}$

$A \Delta B=(A \cup B)-(A \cap B)$

$n(A \Delta B)=n(A \cup B)-n(A \cap B)=10-3=7$

$n(\mathcal{P}(A \Delta B))=2^7=128$

8. For a set $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A \times A}$ contains 16 elements and tow of its elements are (1,3) and (0,2). Find the elements of $\boldsymbol{A}$

$$n(\mathcal{P}(A))=2^n$$

$$2^n=16$$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$$2^n = 2^4$$
$$n = 4$$
$$A = \{0,1,2,3\}$$

9. **Let A and B be two sets such that $n(A) = 3$ and $n(B) = 2$. If $(x, 1), (y, 2), (z, 1)$ are in $A \times B$. find A and B, where x, y, z are distinct elements.**

$$n(A) = 3$$
$$n(B) = 2$$
$$A = \{x, y, z\}$$
$$B = \{1,2\}$$

10. **If $A \times A$ has 16 elements, $S = \{(a, b) \in A \times A: a < b\}$: $(-1, 2)$ and $(0,1)$ are two elements of S, then find the remaining elements of S**

$$S = \{(a, b) \in A \times A; a < b\}$$
$$A = \{-1,0,1,2\}$$

$A \times A = \{-1,0,1,2\} \times \{-1, 0, 1,2\}$

$= \{(-1, -1), (-1,0), (-1,1), (-1,2), (0, -1), (0,0), (0,1), (0,2),$
$(1, -1), (1,0), (1,1), (1,2), (2, -1), (2,0), (2,1), (2,2)\}$

$S = \{(-1,0), (-1,1), (0,2), (1,2)\}$ [If $a < b$]

Constants, Variables, intervals and Neighbourhoods

Constants:

A quantity that remains unaltered throughout the mathematical process

Ex. Numbers 1, 2, 3…

Alphabets $a, b, c, \ldots$

Variables [A quantity that varies]

Independent Variables

It takes any arbitrary not depending on any other value

Dependent Variables

It depends on other variables

Ex: Area of rectangle

$A = lb$

Here, l and b are independent variable because we can give directly the value of l and b. Capital A is dependent variable because, if the value l and b change automatically the value of A will change.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

Intervals and Neighbourhoods

Intervals:

A subset I of R is said to be an interval if,

i) I contains atleast two elements

ii) $a, b \in I$ and $a < c < b$ then $c \in I$

Example:

(i) Both finite and infinite intervals are finite set

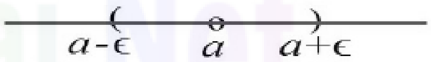
(ii) Infinity is not a number $-\infty$ and ∞ are used to indicate the ends of real line

(iii) The intervals (a, b) and $[a, b]$ are subsets of R

Interval	*Notation*	*Set*	*Diagramatic Representation*
finite	(a, b)	$\{x : a < x < b\}$	a b
	$[a, b]$	$\{x : a \leq x \leq b\}$	a b
	$(a, b]$	$\{x : a < x \leq b\}$	a b
	$[a, b)$	$\{x : a \leq x < b\}$	a b
infinite	(a, ∞)	$\{x : a < x < \infty\}$	a
	$[a, \infty)$	$\{x : a \leq x < \infty\}$	a
	$(-\infty, b)$	$\{x : -\infty < x < b\}$	b
	$(-\infty, b]$	$\{x : -\infty < x \leq b\}$	b
	$(-\infty, \infty)$ or $\mathbb{R}$	$\{x : -\infty < x < \infty\}$ or the set of real numbers	

Neighbourhood:

Neighbourhood of a point 'a' is any open interval containing 'a'. In particular, if ϵ is a positive number usually very small then the ϵ-neighbourhood of 'a' is the open interval $(a - \epsilon, a + \epsilon)$. The set $(a - \epsilon, a + \epsilon) - \{a\}$ is called deleted neighbourhood of 'a' and it is denoted as $0 < |x - a| < \epsilon$



Relations:

Let S be any non-empty set, let R be a relation on S. Then

i) If $(a, a) \in R, \forall a \in S$ (Reflexive)

ii) If $(a, b) \in R, (b, a) \in R$ (symmetric)

iii) If $(a, b), (b, c) \in R, (a, c) \in R$ (transitive)

These three relations are called **basic relations**.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

Equivalence Relation:

Let S be any set, a relation on S said to be an equivalence relation, if it is reflexive, symmetric and transitive. For any set $A, \emptyset$ and $A \times A$ are subsets of $A \times A$. These two relations are called **extreme relation**

The relation $\emptyset$ is called a empty relation and the relation $A \times A$ is called an **universal relation**.

Exercise-1.2

1. **Discuss the following relations for reflexivity, symmetricity and transitivity**

(i) The relation R defined on the set of all positive integers by "mRn if m divides n"

Given mRn if m divides n

Reflexive: If mRn

$\because$ m divides n, for all positive integers

$\therefore$ R is reflexive.

Symmetric: If $mRn \Rightarrow m$ divides n

If $m \neq n$ then $m < n$, thus n cannot divide m

mRn does not imply nRm

$\therefore$ R is not symmetry

Transitive: Let $m, n, p \in R$

mRn and $nRp \Rightarrow mRp$

Let m divides n and n divides p

$\therefore$ m divides p

$\therefore$ R is transitive

(ii) Let P denote the set of all straight lines in a plane. The relation R defined by "ℓRm if ℓ is perpendicular to m"

Given lRm, if l is perpendicular to m

Let $l, m, n \in P$

Reflexive:

We know that any line is not perpendicular to itself.

$\therefore$ $l \not R l$

$\therefore$ R is not reflexive

Symmetric:

If $lRm \Rightarrow mRl$

l is perpendicular $m \Rightarrow m$ is perpendicular to l

$\therefore$ R is symmetric

Transitive:

lRm and $mRn \Rightarrow lRn$

l is perpendicular to m and m is perpendicular to n

l is not perpendicular to n

$\therefore$ R is not transitive

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

(iii) Let A be the set consisting of all the members of a family. The relation R defined by "aRb if a is not a sister of b"

Given a and b if a is not a sister of b. Let $a, b, c \in A$

Reflexive: If $aRa \Rightarrow a$ is not a sister of a

$\therefore$ R is not reflexive.

Symmetric:

If $aRb \Rightarrow bRa$

a is not a sister of b also that b is not a sister of a

$\therefore$ It is true.

$\therefore$ R is symmetric.

Transitive:

If aRb and $bRc \Rightarrow aRc$

a is not a sister of b and b is not a sister of c

(i.e) a is not a sister of c.

$\therefore$ R is transitive.

(iv) Let A be the set consisting of all the female members of a family. The relation R defined by "aRb if a is not a sister of b"

Given a and b if a is not a sister of b. Let $a, b, c \in A$

Reflexive: If $aRa \Rightarrow a$ is not a sister of a

$\therefore$ R is not reflexive.

Symmetric:

If $aRb \Rightarrow bRa$

a is not a sister of b also that b is not a sister of a

$\therefore$ R is symmetric.

Transitive:

If aRb and $bRc \Rightarrow aRc$

a is not a sister of b and b is not a sister of c

(i.e) a is not a sister of c

$\therefore$ R is transitive

(v) On the set of natural numbers the relation R defined by "xRy if $x + 2y = 1$"

Given $R = xy \ if \ x + 2y = 1$

Let $x, y, z \in N$

Reflexive:

If $xRx \Rightarrow x + 2x \neq 1$

$3x \neq 1$

$x \neq \frac{1}{3}$

Which is true for all natural number

$\therefore R$ is not Reflexive

Symmetric:

If $xRy \Rightarrow yRx$

That is $x + 2y \neq 1$

$y + 2x \neq 1$ is true for all natural number

$\therefore R$ is not symmetry

Transitive:

If xRy and $yRz \Rightarrow xRz$

It is transitive.

2. **Let $X = \{a, b, c, d\}$ and $R = \{(a, a), (b, b), (a, c)\}$. Write down the minimum number of ordered pairs to be included in to R to make it.**

$X = \{a, b, c, d\}$ and $R = \{(a, a), (b, b), (a, c)\}$

(i) reflexive

R is not reflexive

Because (c, c) and (d, d) are not in R. It is enough to included the pairs (c, c) and (d, d)

(ii) symmetric

R is not symmetric

Because $(a, c) \in R$ but $(c, a) \notin R$

It is enough to included the pair (c, a)

(iii) transitive

R is not transitive

$\therefore (c, a) \notin R$

It is include (c, a)

(iv) equivalence

To make R is reflexive to include $(c, c), (d, d)$

To make R is symmetric, to include (c, a)

To make R is transitive to include (c, a)

We have to include $(c, c), (d, d)$ and (c, a) to R. So as ot make an equivalence relation.

3. **Let $A = \{a, b, c\}$ and $R = \{(a, a), (b, b), (a, c)\}$. Write down the minimum number of ordered pairs to be included in to R to make it**

(i) reflexive

R is not reflexive

Because (c, c) is not in A. It is enough to included the pair (c, c)

(ii) symmetric

R is not symmetric.

Because (c, a) is not in A. It is enough to included the pair (c, a)

(iii) transitive

R is not transitive.

Because (c, a) is not in A. It is enough to included the pair (c, a)

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

Need not to be added

(iv) equivalence

To make R reflexive to include (c,c)

To make R is symmetric to include (c,a)

To make R is transitive to include (c,a)

We have to include (c,c) and (c,a) to R. So as to make R an equivalence relation.

4. **Let P be the set of all triangles in a plane and R be the relation defined on P as aRb if a is similar to b. Prove that R is an equivalence relation.**

Let $a,b,c \in P$

Reflexive:

Let $aRa \Rightarrow a$ is similar to a for all $a \in P$

R is reflexive

Symmetric:

If $aRb \Rightarrow bRa$

Clearly w.k.that a is similar to b. Which is always b is similar to a

$\therefore R$ is symmetric

Transitive:

Let aRb and $bRc \Rightarrow aRc$

That a is similar to b, b is similar to c

a is similar to c

R is transitive

$\therefore R$ is reflexive, symmetric, transitive

$\therefore R$ is equivalence relation

5. **On the set of natural numbers let R be the relation defined by aRb if $2a+3b=30$. Write down the relation by listing the pairs. Check whether it is**

(i) reflexive

$a,b \in N$

$2a+3b=30$

$2a=30-3b$

$a=\frac{30-3b}{2}$

a	12	9	6	3
b	2	4	6	8

The ordered pairs are $(12,2),(9,4),(6,6),(3,8),(12,12) \notin R$

It is not reflexive

(ii) symmetric

$(9,4) \in R,\ (4,9) \notin R$

$\therefore$ It is not symmetric

(iii) transitive

From the listed of order pairs transitive is not satisfied

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

It is not transitive

(iv) equivalence

The given relation is not an equivalence relation.

6. **Prove that the relation "friendship" is not an equivalence relation on the set of all people in Chennai.**

Let a, b, c are the people in Chennai.

Reflexive: "a" is a friend of "a"

$aRa \Rightarrow R$ is reflexive

Symmetric:

a is a friend of b

b is a friend of a

$aRb \Rightarrow bRa \Rightarrow R$ is symmetric

Transitive:

a is a friend of b and

b is a friend of c

a need not be the friend of c

$aRb \Rightarrow bRc \neq aRc$

$\therefore R$ is not transitive

$\therefore$ The relation friendship is not an equivalence relation.

7. **On the set of natural numbers let R be the relation defined by a aRb if $a + b \leq 6$. Write down the relation by listing all the pairs. Check whether it is**

(i) reflexive (ii) symmetric (iii) transitive (iv) equivalence

$a + b \leq 6$

$a \leq 6 - b$

a	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5

$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1), (4,2), (5,1)\}$

The ordered pairs are $(5,1), (4,2), (3,3), (1,5), (2,4)$

(i) reflexive

R is not reflexive since $(5,5) \notin R$

(ii) symmetric

$(5,1) \in R \Rightarrow (1,5) \in R$

$(4,2) \in R \Rightarrow (2,4) \in R$

$\therefore R$ is symmetric

(iii) transitive

$(4,2) \in R$ and $(2,4) \in R$ but

$(4,4) \notin R$

R is not transitive

(iv) equivalence

R is not an equivalence relation.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

8. **Let $A = \{a, b, c\}$. What is the equivalence relation of smallest cardinality on A? What is the equivalence relation of largest cardinality on A?**

$A = \{a, b, c\}$

Let $R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$

This the equivalence relation of smallest cardinality on A

$$n(R) = 3$$

Let $R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (b, a), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

R is reflexive: $(a, a), (b, b), (c, c) \in R$

R is symmetric: $(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$

R is transitive: $(a, b), (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$

R is an equivalence relation of largest cardinality on A.

$n(R) = 9$

9. **In the set Z of integers, define mRn if $m - n$ is divisible by 7. Prove that R is an equivalence relation.**

$m - m = 0 \quad (mRm)$

$m - m$ is divided by $7 = \frac{0}{7} = 0$

R is reflexive

Let mRn, then $m - n = 7k (k \in Z)$

$n - m = -7k \Rightarrow nRm$

R is symmetric

Let mRn and nRp

$m - n = 7k \qquad n - p = 7l$

$m = 7k + n \qquad -p = 7l - n$

$m - p = 7k + n + 7l - n = 7k + 7l = 7(k + l)$

R is transitive

This is an equivalence relation

Functions:

Let A and B be two sets. A relation from A to B, a subset of $A \times B$ is called a function from A to B if it satisfies the following.

i) for all $a \in A$. There is an element $b \in B$, such that $(a, b) \in f$

ii) if $(a, b) \in f$ and $(a, c) \in f$ then $b = c$

Note: A is called the domain of f and B is called the co-domain of f. $f(a) = b$ the element b is called the image of a and the element a is called the pre-image of b . A set of images of elements of A is called the range of f

Equal function:

Two functions f and g are said to be equal functions, if their domains are same and $f(a) = g(a)$ For all a in the domain

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

Some elementary functions:

Identity function:

Let X be any non-empty set. The function $f: X \to X$ defined by $f(x) = x$ for all $x \in X$ is called the identity function. Here the domain of $f = x$, range of $f = x$

Constant function:

Let X and Y be two sets. Let C be a fixed element of Y. The function $f: X \to Y$ defined by $f(x) = c$ for all $x \in X$ is called constant function. Here the domain of $f = x$, Range of $f = \{c\}$

Note: If X is any set, then the constant function defined by $f(x) = c$, for all x is called the zero function. So zero function is a particular case of constant function

Modulus function or absolute value function:

The function $f: R \to R$ defined by $f(x) = |x|, x \in R$ is called the **modulus function** or **absolute value** function

$$|x| = \begin{cases} -x \text{ if } x < 0 \\ 0 \text{ if } x = 0 \\ x \text{ if } x > 0 \end{cases} \quad x \in R$$

Signum function:

The function $f: R \to R$ defined by $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} \text{ if } x \neq 0 \\ 0 \text{ if } x = 0 \end{cases}$ is called the **signum function**. This function is denoted by sg(n).

Greatest integer function or floor function:

The function $f: R \to R$ defined by $f(x)$ is the greatest integer less than or equal to x is called the **integral part function** or the **greatest integer function** or the **floor function**. This function is denoted by $\lfloor x \rfloor$

Smallest integer function or the ceil function:

The function $f: R \to R$ defined by $f(x)$ is the smallest integer greater than or equal to x is called the **smallest integer function** or the **ceil function**. This function is denoted by $\lceil . \rceil$

Note: These two functions are called **step function**.

Types of functions:

one to one function:

A function $f: A \to B$ is said to be one-to-one if $x, y \in A, x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

[or equivalently $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$]

A function $f: A \to B$ is said to be one to one . No two different elements in A have the same image. This is also called **injective function**.

Onto function [surjective function]

A function $f: A \to B$ is said to be onto if every elements of B appear as the images of atleast one element of A. It is also called **surjective function**.

One-one and onto function: [Bijective funciton]

A function $f: A \to B$ is said to be one-one onto. If it is both one-one and onto function.

Inverse function:

Let $f: x \to y$ be a bijection. The function $g: y \to x$ defined by $g(y) = x$. If $f(x) = y$ is called the inverse of f and is denoted by f

Algebra of functions:

Let X be any set. Let f and g be real valued functions defined on X

Define, for all $x \in X$

i) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

ii) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

iii) $(fg)(x) = f(x)g(x)$

iv) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, where $g(x) \neq 0$

v) $(cf)(x) = cf(x)$, where c is a real constant

vi) $(-f)(x) = -f(x)$

Some special functions:

Polynomial function:

The function $f: R \to R$ defined by

$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n,$

Where a_i are constants is called a polynomial function.

Linear function:

The function $f: R \to R$ defined by $f(x) = ax + b$ where $a \neq 0$ and b are constants is called a linear function.

Non-linear function:

A function which is not linear is called a non-linear function

Exponential function:

$f: R \to R$ defined by $f(x) = e^x$ is called an exponential function.

Logarithmic function:

Let $a > 1$, the function $f: (0, \infty) \to R$ defined by $f(x) = \log_a x$ is called a logarithmic function

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

Rational function:

$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ on a suitable domain, where $p(x)$ and $q(x)$ are polynomials, $q(x) \neq 0$ is called a **rational function.**

Reciprocal function:

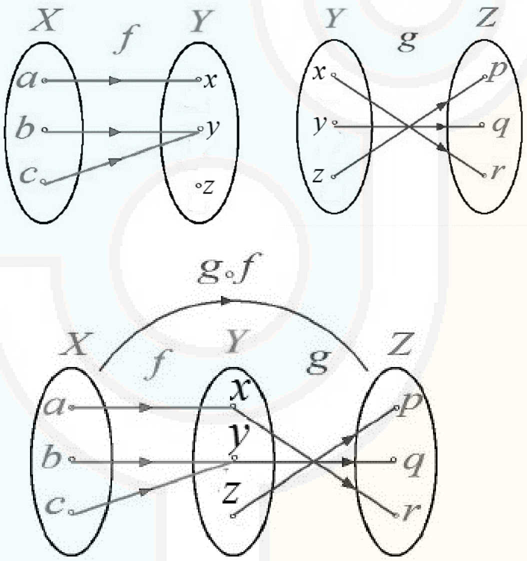
If f is a real valued function such that $f(x) \neq 0$ then the real valued function g defined by $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ on a suitable domain is called the reciprocal function.

Odd and even function:

A function $f: R \to R$ is said to be an odd function if $f(-x) = -f(x)$ for all $x \in R$. It is said to be an even function if $f(-x) = f(x)$ for all $x \in R$

Operations on Functions

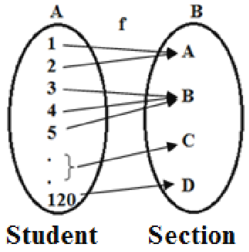
Composition



Let $f: X \to Y$ and $g: Y \to Z$ be two functions. Then the function $h: X \to Z$ defined as $h(x) = g[f(x)]$ for every $x \in X$ is called the composition of f with g. **It is denoted by $g \circ f$**

Exercicse 1.3

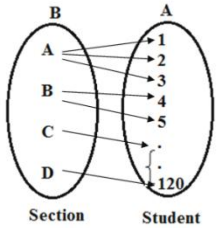
1. **Suppose that 120 students are studying in 4 sections of eleventh standard in a school. Let A denote the set of students and B denote the set of the sections. Define a relation from A to B as "x related to y if the student x belongs to the section y". Is this relation a function? What can you say about the inverse relation? Explain your answer.**



The relation: "x related to y if the student x belongs to the section" . It is a funciton from $A \to B$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

Inverse funciton:



It is not a funciton. By the rule of funcion, every element of domain has more than one images in co-domain.It is not a funciton [Inverse variation]

2. **Write the values of f at $-4, 1, -2, 7, 0$ if** $f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{if } -\infty < x \le -3 \\ x+4 & \text{if } -3 < x < -2 \\ x^2 - x & \text{if } -2 \le x < 1 \\ x - x^2 & \text{if } 1 \le x < 7 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$f(-4) = -x + 4 = -(-4) + 4 = 4 + 4 = 8$

$f(1) = x - x^2 = 1 - (1)^2 = 1 - 1 = 0$

$f(-2) = x^2 - x = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

$f(7) = 0$

$f(0) = x^2 - x = 0^2 - 0 = 0$

3. **Write the values of f at $-3, 5, 2, -1, 0$ if** $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 5 & \text{if } x \in (-\infty, 0) \\ x^2 + 3x - 2 & \text{if } x \in (3, \infty) \\ x^2 & \text{if } x \in (0, 2) \\ x^2 - 3 & \text{otherwise} \end{cases}$

$f(-3) = x^2 + x - 5 = (-3)^2 + (-3) - 5 = 9 - 3 - 5 = 1$

$f(5) = x^2 + 3x - 2 = (5)^2 + 3(5) - 2 = 25 + 15 - 2 = 38$

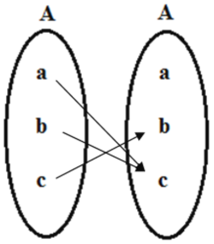
$f(2) = x^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

$f(-1) = x^2 + x - 5 = (-1)^2 + (-1) - 5 = 1 - 1 - 5 = 1 - 6 = -5$

$f(0) = x^2 - 3 = 0 - 3 = -3$

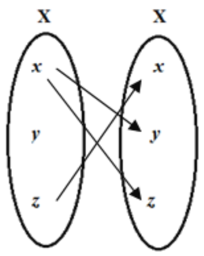
4. **State whether the following relations are functions are not. If it is a function check for one-to-oneness and ontoness. If it is not a function. State why?**

   (i) If $A = \{a, b, c\}$ and $f = \{(a, c), (b, c), (c, b)\}$; $(f: A \to A)$



It is a function. But neither one-one nor onto.

(ii) If $X = \{x, y, z\}$ and $f = \{(x, y), (x, z), (z, x)\}$; $(f: X \to X)$



It is not a function

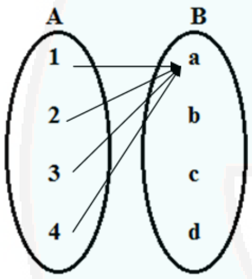
The element $y \in X$ has no image

5. Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{a, b, c, d\}$. Give a function from $A \to B$ for each of the following

(i) neither one-to-one (ii) not one-to-one but onto

(iii) one-to-one but not onto (iv) one-to-one and onto

(i) neither one-to-one



$f = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$

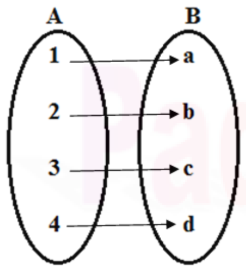
(ii) not one-to-one but onto

It is not possible

(iii) one-to-one but not onto

It is not possible

(iv) one-to-one and onto



$f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$

6. Find the domain of $\frac{1}{1-2\sin x}$

If $\sin\theta = \sin\alpha$, $\theta = n\pi \pm (-1)^n\alpha$

$1 - 2\sin x = 0$

$1 = 2\sin x$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

$\frac{1}{2} = \sin x$

$\theta = 30^0$

$\sin\theta = \sin\alpha$

$\sin\theta = \sin 30^0$

$\theta = n\pi \pm (-1)^n \frac{\pi}{6}$

7. Find the largest possible domain of the real valued function $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2-9}}$

If $x < -2$ or $x > 2$, then x^2 will be greater than 4 and hence $4 - x^2$ will become negative which has no square root in R. So x must be lie on the interval $[-2, 2]$

Also if $x \geq -3$ and $x \leq 3$, then $x^2 - 1$ will be negative $x^2 - 9$ has no square root in R. It is zero, f is not defined.

So, x must lies out side $[-3, 3]$ that is x must lies on $[-\infty, -3) \cup (3, \infty]$

Combining these two condition, there is no domain for f

8. Find the range of the function $\frac{1}{2\cos x - 1}$

$f(x) = \frac{1}{2\cos x - 1}$

$-1 \leq \cos x \leq 1$

$-2 \leq 2\cos x \leq 2$

$-3 \leq 2\cos x - 1 \leq 1$

$-\frac{1}{3} \geq \frac{1}{2\cos x - 1} \leq 1$

Range : $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup [1, \infty)$

9. Show that the relation $xy = -2$ is a function for a suitable domain. Find the domain and the range of the function.

Given relation

$x = -\frac{2}{y}$

$f(x_1) = f(x_2)$

$-\frac{2}{y_1} = -\frac{2}{y_2}$

$-\frac{1}{y_1} = -\frac{1}{y_2}$

$y_1 = y_2$

f is one-one function.

$0 \in$ The domain will not have a image

Domain $= R - \{0\}$

Range $= R - \{0\}$

10. If $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ are defined by $f(x) = |x| + x$ and $g(x) = |x| - x$, find $g \circ f$ and $f \circ g$

$f(x) = |x| + x$

$g(x) = |x| - x$

$$|x| = \begin{cases} -x & if\ x \leq 0 \\ x & if\ x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + x & if\ x \leq 0 \\ x + x & if\ x > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & if\ x \leq 0 \\ 2x & if\ x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -x - x & if\ x \leq 0 \\ x - x & if\ x > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -2x & if\ x \leq 0 \\ 0 & if\ x > 0 \end{cases}$$

i) Let $x \leq 0$

$(g \circ f)x = g[f(x)] = g(0) = -2(0) = 0$

$(f \circ g)x = f[g(x)] = f(-2x) = 0$

ii) Let $x > 0$

$(g \circ f)x = g[f(x)] = g(2x) = 0$

$(f \circ g)x = f[g(x)] = f(0) = 0$

11. If f, g, h are real valued functions defined on $\mathbb{R}$, then prove that $(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$. What can you say about $f \circ (g + h)$? Justify your answer

f, g, h are functions from $R \to R$

$(f + g) \circ h: R \to R$

i) $f \circ g + g \circ h: R \to R\ \forall\ x \in R$

$[(f + g) \circ h](x) = (f + g)(h(x))$

$= f(h(x)) + g(h(x))$

$= f \circ h(x) + g \circ h(x)$

$= (f + g) \circ h$

$= f \circ h + g \circ h$

ii) $f \circ (g + h) = f(g + h)(x)$

$= f[g(x) + h(x)]$

$= f[g(x)] + f[h(x)]$

$= (f \circ g)x + (f \circ h)(x)$

$\therefore f \circ (g + h) = (f \circ g)(x) + (f \circ h)(x)$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

12. If $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is defined by $f(x) = 3x - 5$. Prove that f is a bijection and find its inverse.

$f(x) = 3x - 5$

One-to-one:

Let $f(x) = f(y)$

$3x - 5 = 3y - 5$

$x = y$

$f(x) = f(y)$

$x = y$

$\therefore f$ is one-to-one

Onto:

Let $y \in R$

$3x - 5 = y$

$3x = y + 5$

$x = \frac{y+5}{3}$

$f(x) = 3\left(\frac{y+5}{3}\right) - 5 = y + 5 - 5$

$\therefore f$ is onto. $\therefore f$ is bijection.

Inverse:

Let $y = 3x - 5$

$3x = y + 5$

$x = \frac{y+5}{3}$

$f^{-1}(y) = \frac{y+5}{3}$

Replace by x

$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$

13. The weight of the muscles of a man is a function of his body weight x and can be expressed as $W(x) = 0.35x$. Determine the domain of this function.

Given $W(x) = 0.35x$

Since x represents the number of men, it will take only positive integers.

$$W: W \to R^+$$

Hence, the domain is the set of whole numbers

14. The distance of an object falling is a function of time t and can be expressed as $s(t) = -16t^2$. Graph the function and determine if it is one-to-one

Given $s(t) = -16t^2$

$s(t_1) = s(t_2)$

$-16t_1^2 = -16t_2^2$

$t_1^2 = t_2^2$

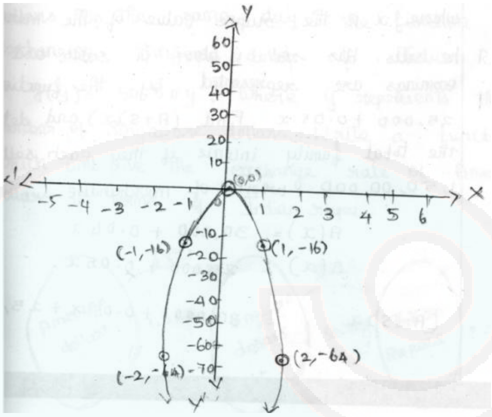
$\pm t_1 = \pm t_2$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

The function $s(t)$ is not one-to –one

x	0	-1	1	2	-2
$f(x)$	0	-16	-16	-64	-64

Graph of $s(t) = -16t^2$



15. The total cost of airfare on a given route is comprised of the base cost C and the fuel surcharge S in rupee. Both C and S are functions of the mileage m; $C(m) = 0.4m + 50$ and $S(m) = 0.03m$. Determine a function for the total cost of a ticket in terms of the mileage and find the airfare for flying 1600 miles.

$C(m) = 0.4m + 50$ and $S(m) = 0.03m$

Total cost $= C(m) + S(m)$

Total fare for flying $= 0.43m + 50$

Given $m = 1600$

$= 0.43(1600) + 50 = 738$

16. A salesperson whose annual earnings can be represented by the function $A(x) = 30,000 + 0.04x$, where x is the rupee value of the merchandise he sells. His son is also in sales and his earnings are represented by the function $S(x) = 25,000 + 0.05x$. Find $(A + S)(x)$ and determine the total family income if they each sell Rupees 1,50,00,000 worth merchandise

$A(x) = 30{,}000 + 0.04x$

$S(x) = 25{,}000 + 0.05x.$

$(A + S)x = 30{,}000 + 0.04x + 25000 + 0.05x$

Total Income $(A + S)x = 55000 + 0.9x$

$x = 1{,}50{,}00{,}000$

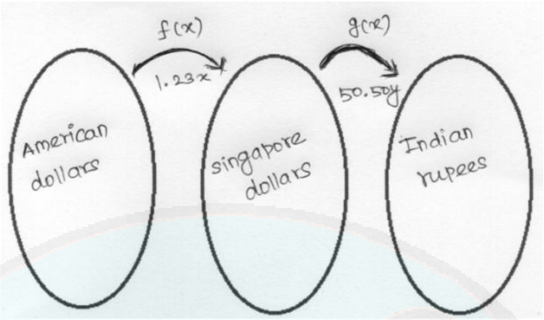
$(A + S)x = 55000 + 0.09(1{,}50{,}00{,}000)$

$= 55000 + 1350000$

$= 14{,}05{,}000$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

17. The function for exchanging American dollars for Singapore Dollar on a given day is $f(x) = 1{:}23x$, where x represents the number of American dollars. On the same day the function for exchanging Singapore Dollar to Indian Rupee is $g(y) = 50{:}50y$, where y represents the number of Singapore dollars. Write a function which will give the exchange rate of American dollars in terms of Indian rupee.



Given, $f(x) = 1.23x$

x represents the number of American dollars

$g(y) = 50.50y$

y represents the number of Singapore dollars to convert American dollar to Indian rupees. We have to find out $g \circ f(x)$

$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(1.23x) = 50.50(1.23x) = 62.1150x$

18. The owner of a small restaurant can prepare a particular meal at a cost of Rupees 100. He estimates that if the menu price of the meal is x rupees, then the number of customers who will order that meal at that price in an evening is given by the function $D(x) = 200 - x$. Express his day revenue, total cost and profit on this meal as functions of x.

Cost on one meal = Rs. 100

Number of customers is given by the function $D(x) = 200 - x$

Day cost function $= (200 - x)(100)$

$= 2000 - 100x$

19. The formula for converting form Fahrenheit to Celsius temperature is $y = \frac{5x}{9} - \frac{160}{9}$. Find the inverse of this function and determine whether the inverse is also a function.

Let $f(x) = \frac{5x-160}{9}$

$y = \frac{5x-160}{9}$

$9y = 5x - 160$

$5x = 9y + 160$

$x = \frac{9y+160}{5}$

$g(y) = \frac{9y+160}{5}$

$$g \circ f(x) = g\big(f(x)\big) = g\left(\frac{5x-160}{9}\right) = \frac{9\left(\frac{5x-160}{9}\right)}{5} = \frac{5x-160+160}{5} = \frac{5x}{5} = x$$

$$f \circ g(x) = f[g(y)] = f\left(\frac{9y+160}{5}\right) = \frac{5\left(\frac{9y+160}{5}\right)-160}{9} = \frac{9y+160-160}{9} = \frac{9y}{9} = y$$

$f^{-1}(x) = \frac{9x-160}{5}$

20. A simple cipher takes a number and codes it, using the function $f(x) = 3x - 4$. Find the inverse of this function, determine whether the inverse is also a function and verify the symmetrical property about the line $y = x$ (by drawing the lines)

$f(x) = 3x - 4$

$y = 3x - 4$

$\frac{y+4}{3} = x$

Let $g(y) = \frac{y+4}{3}$

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$= g(3x - 4)$

$= \frac{3x-4+4}{3}$

$= \frac{3x}{x} = x$

$f \circ g(y) = f[g(y)]$

$= f\left(\frac{y+4}{3}\right)$

$= 3\left(\frac{y+4}{3}\right) - 4$

$= y + 4 - 4 = y$

$\therefore g \circ f(x) = I_x$

$f \circ g(x) = I_y$

f and g are bijection to each other

$f^{-1}(y) = \frac{y+4}{3}$, $x = \frac{y+4}{3}$

Replacing y by x

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

$y = \frac{x+4}{3}$

If $y = 0$

$x = \frac{y+4}{3} = \frac{0+4}{3} = \frac{4}{3}$

If $x = 0$

$x = \frac{y+4}{3}$

$0 = \frac{y+4}{3}$

$0 = y + 4$

$y = -4$

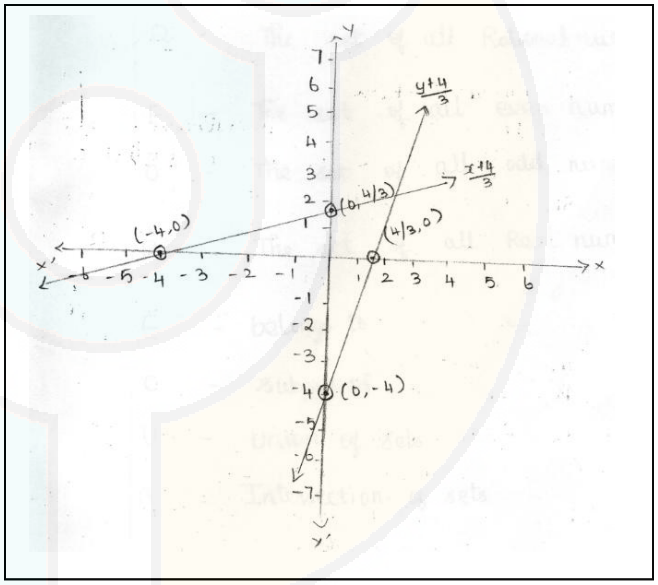
Then, $y = \frac{x+4}{3}$

If $x = 0 \Rightarrow y = \frac{0+4}{3} = \frac{4}{3}$

If $y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{x+4}{3}$

$0 = x + 4$

$x = -4$



Exercise 1.4

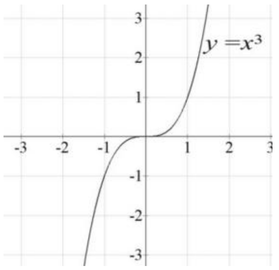
1. For the curve $y = x^3$ given in figure draw

(i) $y = -x^3$

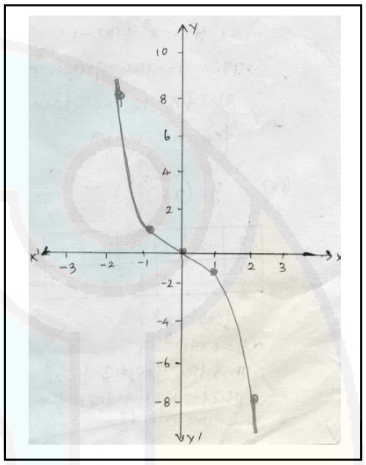
(ii) $y = x^3 + 1$

(iii) $y = x^3 - 1$

(iv) $y = (x+1)^3$ with the same scale



(i) $y = -x^3$



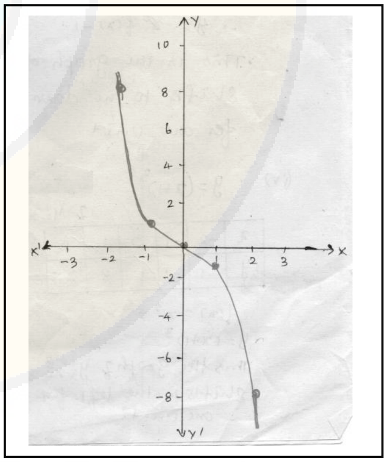
x	-2	-1	0	1	2
y	8	1	0	-1	-8

$f(x) = -x^3$

$y = -f(x)$

This the reflection of the graph $y = x^3$ about the x axis.

ii) $y = x^3 + 1$



x	-2	-1	0	1	2
y	-7	0	1	2	9

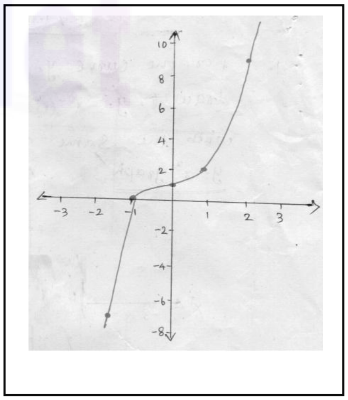
$f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x) + 1$

This is the graph of $y = x^3$ shifts to the **upward** for one unit

iii) $y = x^3 - 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-9	-2	-1	0	7



$f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x) - 1$

This is the graph of $y = x^3$ shifts to the **downward** for one unit.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

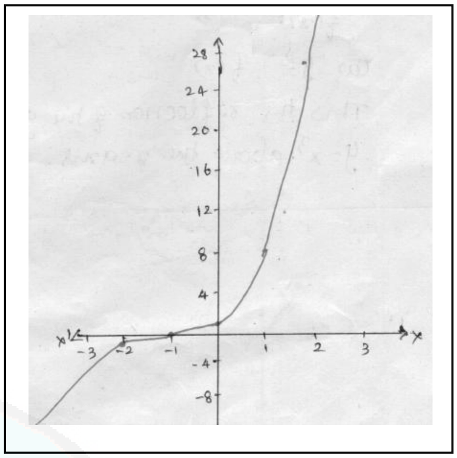
iv) $\boldsymbol{y = (x+1)^3}$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	8	27

$f(x) = x^3$

$y = (x+1)^3$

This the graph of $y = x^3$ shifts to the **left for one unit.**



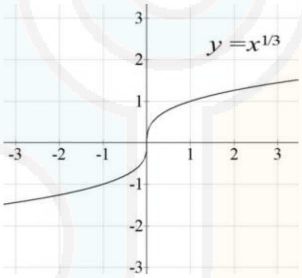
2. For the curve $\boldsymbol{y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}}$ given in figure draw

(i) $\boldsymbol{y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)}}$

(ii) $\boldsymbol{y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 1}$

(iii) $\boldsymbol{y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1}$

(iv) $\boldsymbol{y = (x+1)^{\left(\frac{1}{3}\right)}}$



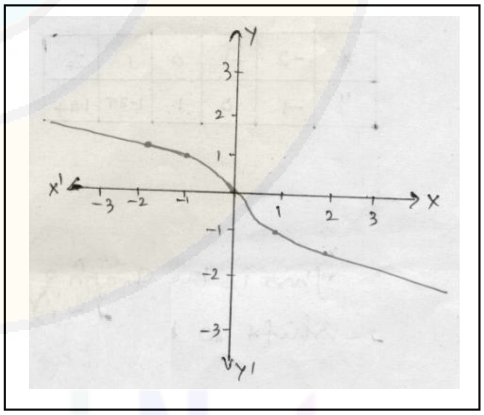
i) $\boldsymbol{y = -x^{\frac{1}{3}}}$

x	-2	-1	0	1	2
y	1.25	1	0	-1	-1.25

$y = x^{\frac{1}{3}}$

Then $y = -x^{\frac{1}{3}}$ is the **reflection** of the graph

$y = x^{\frac{1}{3}}$ about the x axis.

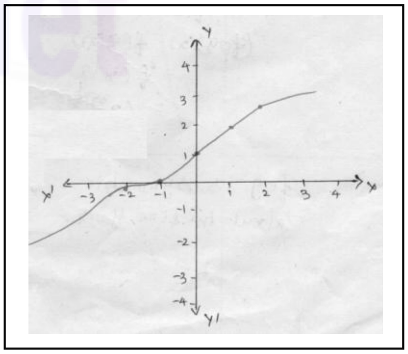


ii) $\boldsymbol{y = x^{\frac{1}{3}} + 1}$

x	-2	-1	0	1	2
y	0.25	0	1	2	2.25

$y = x^{\frac{1}{3}}$

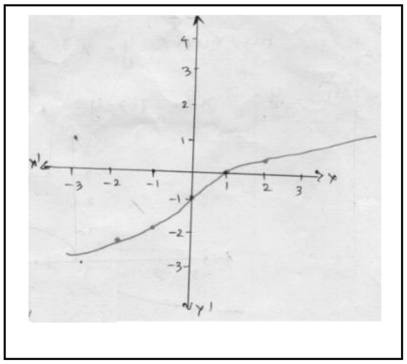
$\therefore$ $y = x^{\frac{1}{3}} + 1$ is the graph of $y = x^{\frac{1}{3}}$ shifts to the **upward** for one unit.



www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

iii) $\boldsymbol{y = x^{\frac{1}{3}} - 1}$

x	-2	-1	0	1	2
y	-2.25	-2	-1	0	0.25

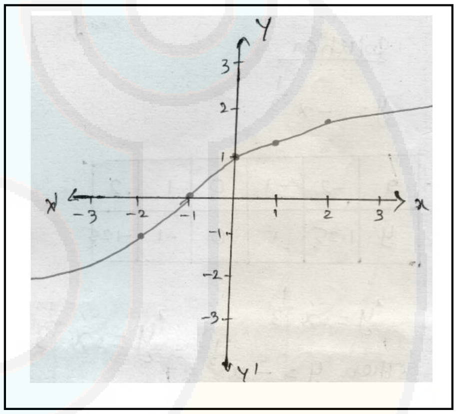


$y = x^{\frac{1}{3}} - 1$

This is the graph of $y = x^{\frac{1}{3}}$ shifts to **down ward** for one unit.

iv) $\boldsymbol{y = (x+1)^{\frac{1}{3}}}$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	1.25	1.44

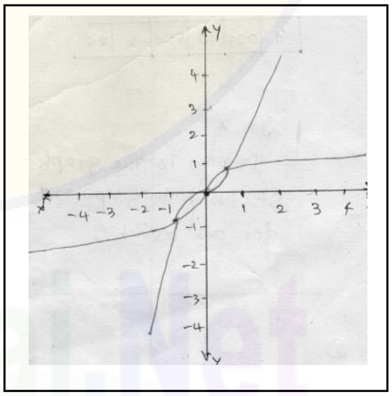


This is the graph of $y = x^{\frac{1}{3}}$ is shift

to the **left for one unit.**

3. **Graph the functions $f(x) = x^3$ and $g(x) = \sqrt[3]{x}$ on the same coordinate plane. Find $f \circ g$ and graph it on the plane as well. Explain your results.**

Given $f(x) = x^3; g(x) = \sqrt[3]{x}$



$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(x^{\frac{1}{3}})$$

$$= (x^x)^{\frac{1}{3}} = x$$

$f \circ g$ is symmetric about the line $y = x$

4. **Write the steps to obtain the graph of the function $y = 3(x-1)^2 + 5$ from the graph $y = x^2$**

Step 1

The graph $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

Step 2

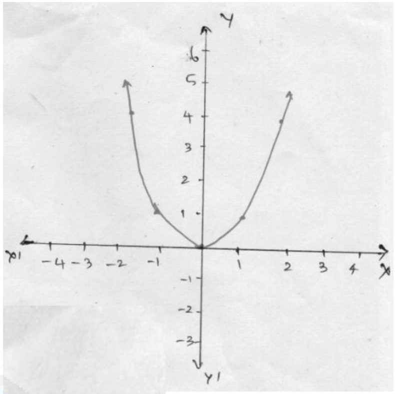
W.K.T The graph of $y = (x-1)^2$ shifts to the right for one unit.

Step 3

The graph of $y = 3(x-1)^2$ compresses towards the y −axis that is moves away from the x − axis because the multiply by 3 which is greater than 1.

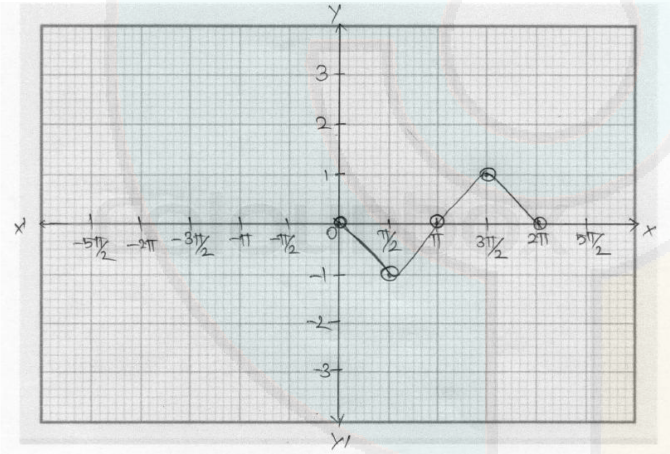
Step 4

$y = 3(x-1)^2 + 5$is shift to the upward for 5 units.

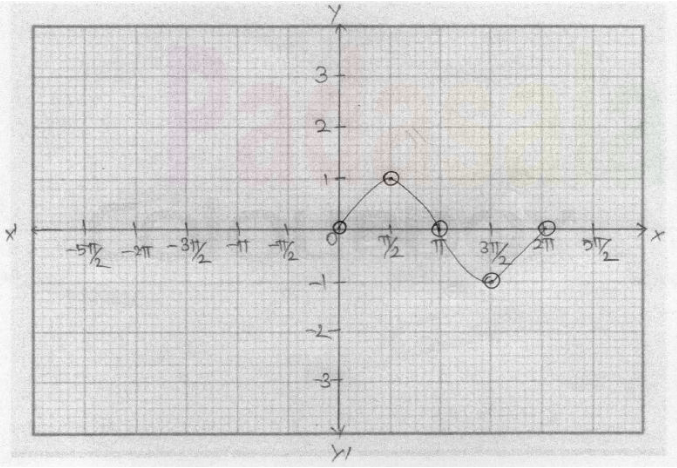


5. **From the curve $y = \sin x$, graph the functions**
(i) $y = \sin(-x)$ (ii) $y = -\sin(-x)$ (iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ which is $\cos x$ (iv) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ Which is also $\cos x$ (refer trigonometry)

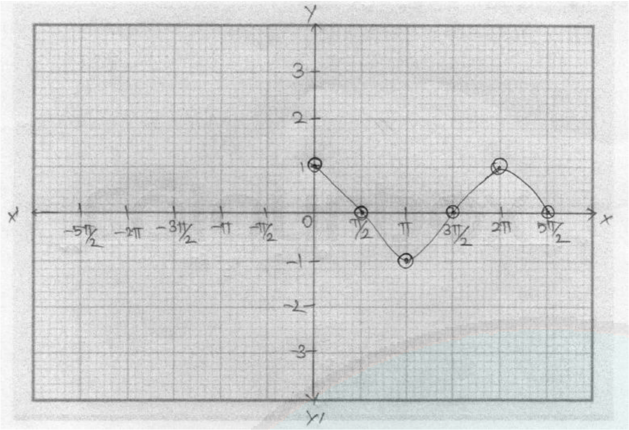
(i) $y = \sin(-x)$



(ii) $y = -\sin(-x)$

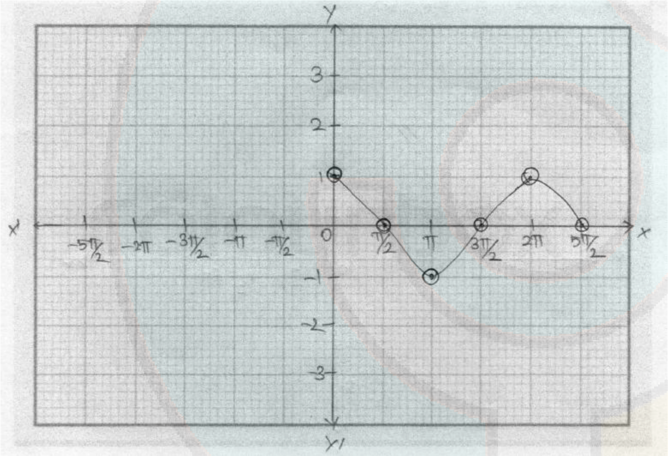


(iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ **which is** $\cos x$



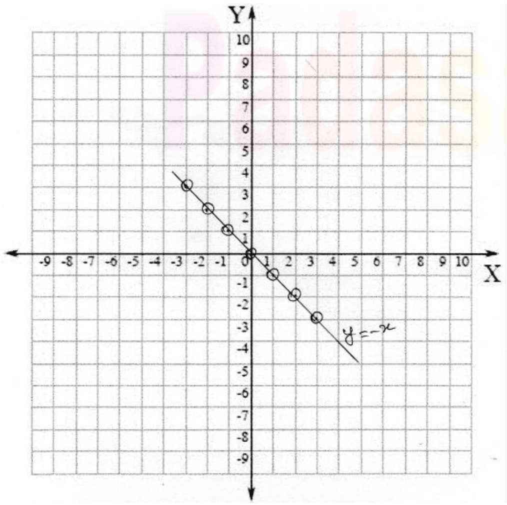
(iv) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Which is also $\cos x$ **(refer trigonometry)**



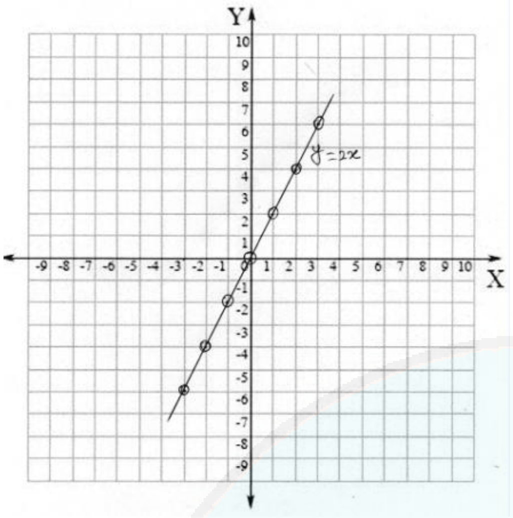
6. **From the curve** $y = x$**, draw (i)** $y = -x$ **(ii)** $y = 2x$ **(iii)** $y = x + 1$ **(iv)** $y = \frac{1}{2}x + 1$ **(v)** $2x + y + 3$

(i) $y = -x$

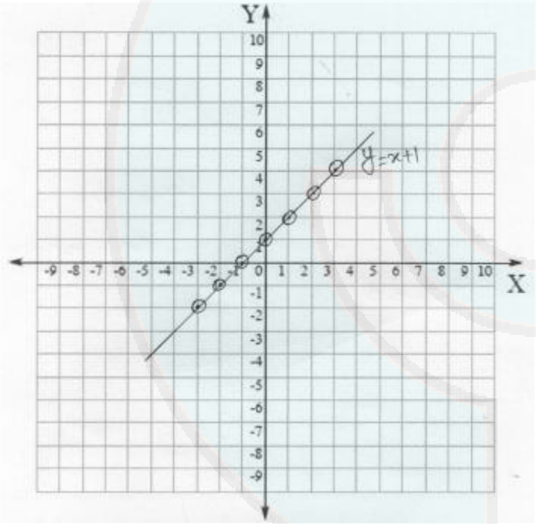


www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

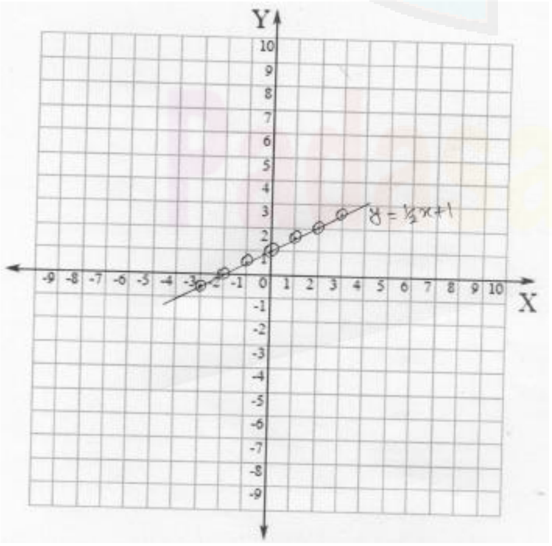
(ii) $y = 2x$



(iii) $y = x + 1$

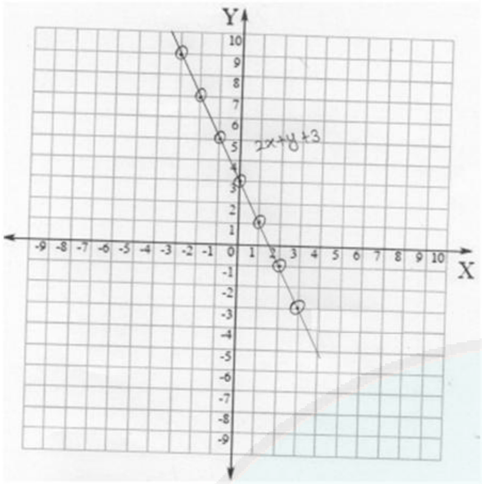


(iv) $y = \frac{1}{2}x + 1$



Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

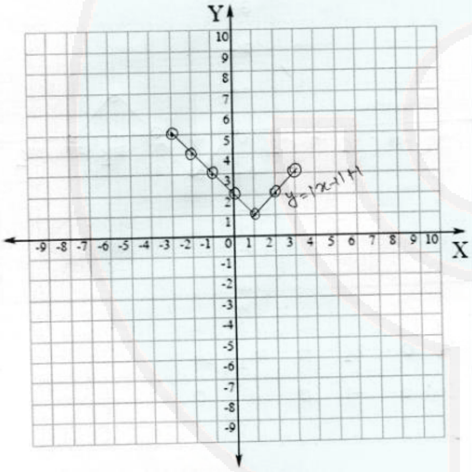
(v) $2x + y + 3$



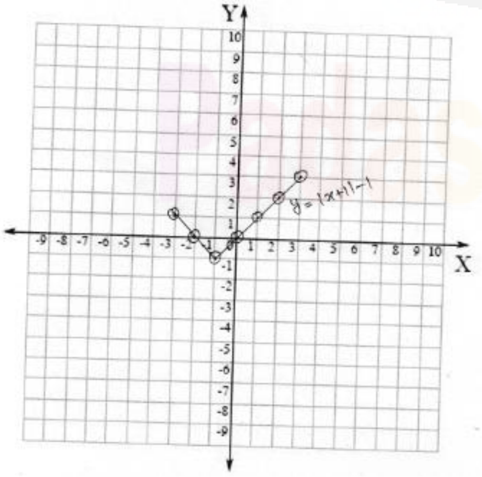
7. From the curve $y = |x|$, draw

(i) $y = |x - 1| + 1$ (ii) $y = |x + 1| - 1$ (iii) $y = |x + 2| - 3$

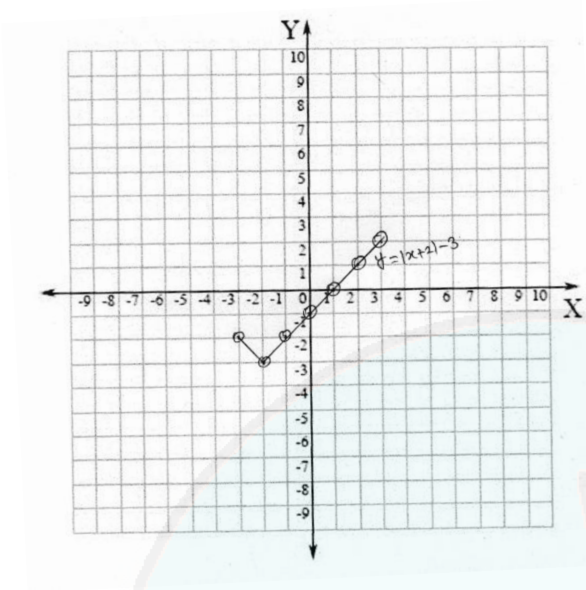
(i) $y = |x - 1| + 1$



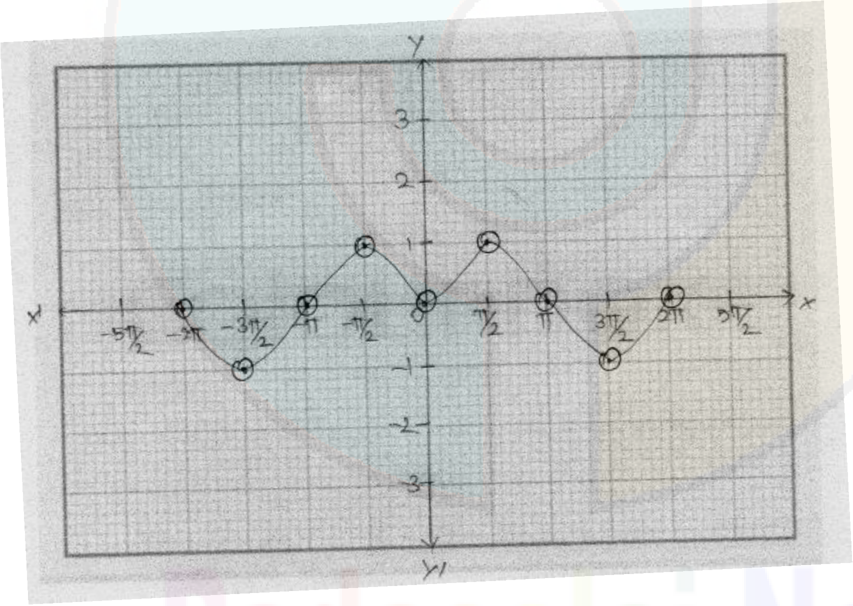
(ii) $y = |x + 1| - 1$



(iii) $y = |x + 2| - 3$



8. From the curve $y = \sin x$, draw $y = \sin|x|$ (Hint $\sin(-x) = -\sin x$)



Exercise 1.5

Choose the correct or the most suitable answer

1. If $A = \{(x, y): y = e^x, x \in R\}$ and $B = \{(x, y): y = e^{-x}, x \in R\}$ then $n(A \cap B)$ is
   (1) Infinity (2) 0 **(3) 1** (4) 2

2. If $A = \{(x, y): y = \sin x, x \in R\}$ and $B = \{(x, y): y = \cos x, x \in R\}$ then $A \cap B$ contains
   (1) no element **(2) infinitely many elements**
   (3) only one element (4) cannot be determined

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

3. The relation R defined on a set $A = \{0, -1, 1, 2\}$ by xRy if $|x^2 + y^2| \leq 2$, then which one of the following is true?
   (1) $R = \{(0,0), (0,-1), (0,1), (-1,0), (-1,1), (1,2), (1,0)\}$
   (2) $R^{-1} = \{(0,0), (0,-1), (0,1), (-1,0), (1,0)\}$
   (3) Domain of R is $\{0, -1, 1, 2\}$
   (4) Range of R is $\{0, -1, 1\}$
4. If $f(x) = |x-2| + |x+2|, x \in \mathbb{R}$, then
   (1) $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{if } x \in (-\infty, -2] \\ 4 & \text{if } x \in (-2, 2] \\ 2x & \text{if } x \in (2, \infty) \end{cases}$
   (2) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{if } x \in (-\infty, -2] \\ 4x & \text{if } x \in (-2, 2] \\ -2x & \text{if } x \in (2, \infty) \end{cases}$
   (3) $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{if } x \in (-\infty, -2] \\ -4x & \text{if } x \in (-2, 2] \\ 2x & \text{if } x \in (2, \infty) \end{cases}$
   (4) $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{if } x \in (-\infty, -2] \\ 2x & \text{if } x \in (-2, 2] \\ 2x & \text{if } x \in (2, \infty) \end{cases}$
5. Let $\mathbb{R}$ be the set of all real numbers. Consider the following subsets of the plane $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$;
   $S = \{(x, y): y = x + 1 \text{ and } 0 < x < 2\}$ and $T = \{(x, y): x - y$ is an integer $\}$ Then which of the following is true?
   (1) T is an equivalence relation but S is not equivalence relation.
   (2) Neither S nor T is an equivalence relation
   (3) Both S and T are equivalence relation
   (4) S is an equivalence relation but T is not an equivalence relation.
6. Let A and B be subsets of the universal set $\mathbb{N}$, the set of natural number. Then $A' \cup [(A \cap B) \cup B']$ is
   (1) A (2) A' (3) B **(4)** $\mathbb{N}$
7. The number of students who take both subjects Mathematics and Chemistry is 70. This represents 10% of the enrollment in mathematics and 14% of the enrollment in Chemistry. The number of students take at least one of these two subjects, is
   (1) 1120 **(2) 1130** (3) 1100 (4) insufficient data
8. If $n\big((A \times B) \cap (A \times C)\big) = 8$ and $n(B \cap C) = 2$, then $n(A)$ is
   (1) 6 **(2) 4** (3) 8 (4) 16
9. If $n(A) = 2$ and $n(B \cup C) = 3$, then $n[(A \times B) \cup (A \times C)]$ is
   (1) 2^3 (2) 3^2 **(3) 6** (4) 5
10. If two sets A and B have 17 elements in common, then the number of elements common to the set $A \times B$ and $B \times A$ is
    (1) 2^{17} **(2) 17^2** (3) 34 (4) insufficient data
11. For non-empty sets A and B, if $A \subset B$ then $(A \times B) \cap (B \times A)$ is equal to
    (1) $A \cap B$ **(2) $A \times A$** (3) $B \times B$ (4) none of these
12. The number of relations on a set containing 3 elements is
    (1) 9 (2) 81 **(3) 512** (4) 1024
13. Let R be the universal relation on a set X with more than one element. Then R is
    (1) not reflexive (2) not symmetric **(3) transitive** (4) none of the above
14. Let $X = \{1,2,3,4\}$ and $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (3,3), (2,1), (3,1), (1,4), (4,1)\}$. Then R is
    (1) reflexive **(2) symmetric** (3) transitive (4) equivalence

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

15. The range of the function $\frac{1}{1-2\sin x}$ is
    (1) $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{1}{3},\infty\right)$ (2) $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$ (3) $\left[-1,\frac{1}{3}\right]$ **(4) $(-\infty,-1]\cup\left[\frac{1}{3},\infty\right)$**
16. The range of the function $f(x)=|\lfloor x\rfloor - x|, x\in\mathbb{R}$ is
    (1) $[0,1]$ (2) $[0,\infty)$ **(3) $[0,1)$** (4) $(0,1)$
17. The rule $f(x)=x^2$ is a bijection if the domain and the co-domain are given by
    (1) $\mathbb{R},\mathbb{R}$ (2) $\mathbb{R},(0,\infty)$ (3) $(0,\infty),\mathbb{R}$ **(4) $[0,\infty),[0,\infty)$**
18. The number of constant functions from a set containing m elements to a set containg n elements is
    (1) mn (2) m **(3) n** (4) $m+n$
19. The function $f:[0,2\pi]\to[-1,1]$ defined by $f(x)=\sin x$ is
    (1) one-to-one **(2) onto** (3) bijection (4) cannot be defined
20. If the function $f:[-3,3]\to S$ defined by $f(x)=x^2$ is onto, then S is
    (1) $[-9,9]$ (2) $\mathbb{R}$ (3) $[-3,3]$ **(4) $[0,9]$**
21. Let $X=\{1,2,3,4\}, Y=\{a,b,c,d\}$ and $f=\{(1,a),(4,b),(2,c),(3,d),(2,d)\}$. Then f is
    (1) an one-to-one function (2) an onto function
    (3) a function which is not ono-to-one **(4) not a function**
22. The inverse of $f(x)=\begin{cases} x & if\ x<1 \\ x^2 & if\ 1\le x\le 4 \\ 8\sqrt{x} & if\ x>4\end{cases}$ is

    (1) $f^{-1}(x)=\begin{cases} x & if\ x<1 \\ \sqrt{x} & if\ 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & if\ x>16\end{cases}$ (2) $f^{-1}(x)=\begin{cases} -x & if\ x<1 \\ \sqrt{x} & if\ 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & if\ x>16\end{cases}$

    (3) $f^{-1}(x)=\begin{cases} x^2 & if\ x<1 \\ \sqrt{x} & if\ 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{64} & if\ x>16\end{cases}$ (4) $f^{-1}(x)=\begin{cases} 2x & if\ x<1 \\ \sqrt{x} & if\ 1\le x\le 16 \\ \frac{x^2}{8} & if\ x>16\end{cases}$
23. Let $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be defined by $f(x)=1-|x|$. Then the range of f is
    (1) $\mathbb{R}$ (2) $(1,\infty)$ (3) $(-1,\infty)$ **(4) $(-\infty,1]$**
24. The function $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be defined by $f(x)=\sin x+\cos x$ is
    (1) an odd function **(2) neither an add function nor an even function**
    (3) an even function (4) both odd function and even function
25. The function $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is defined by $f(x)=\frac{(x^2+\cos x)(1+x^4)}{(x-\sin x)(2x-x^3)}+e^{-|x|}$ is
    (1) an odd function (2) neither an odd function nor an even function
    (3) an even function (4) both odd function and even function

Creative questions objective

1. Let $A=\{1,2,3\}$ and $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3),(3,2),(1,2)\}$ then R is
   a) Reflexive and symmetric but not transitive
   b) Reflexive and transitive but not symmetric
   c) Symmetric and transitive but not reflexive.
   d) An equivalence relation

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

2. Let $A = \{1,2,3\}$ then total number of elements in $A \times A$ is

a) 3 b) 6 **c) 9** d)12

3. The domain of the function $f = \{(1,3),(3,5),(2,6)\}$ is

a)1, 3 and 2 **b) $\{1,3,2\}$** c)$\{3,5,6\}$ d) 3, 5 *and* 6

4. If $f(x) = \frac{x}{x-1}; x \pm 1$, then $f^{-1}(x)$ is

a) $\frac{x-1}{x}$ **b) $\frac{x}{x-1}$** c)$\frac{1-x}{x}$ d) $\frac{x}{1-x}$

Ans: Let $y = f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow xy - y = x$

$\Rightarrow x(y-1) = y$

$\Rightarrow x = \frac{y}{y-1}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y}{y-1}$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{x}{x-1}$

5. If $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ then $f(f\left(\frac{1}{x}\right))$ is

a) $\frac{1}{x}$ b)$\frac{1}{1+x}$ **c)$\frac{x}{x-1}$** d) $\frac{1}{x-1}$

Ans: $f\left(\frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{yx} = 1 - x$

$f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) = f(1-x) = 1 - \frac{1}{1-x} = \frac{1-x-1}{1-x} = \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$

6. If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$; $x \neq \frac{2}{3}$, then $(f \circ f)(x)$ =?

a) x b) $2x - 3$ c)$\frac{4x-6}{3x+4}$ d) None of these

Ans:

$f(x) = \frac{4x+3}{6x-4} = y$

Then $f(4) = \frac{4y+3}{6y-4} = \frac{4\left(\frac{4x+3}{6x-4}\right)+3}{6\left(\frac{4x+3}{6x-4}\right)-4} = \frac{34x}{34} = x$

$\Rightarrow f(f(x)) = x \Rightarrow (f \circ f)(x) = x$

7. If R is an equivalence relation of a set, then R^{-1} is

a) reflexive only b) symmetric but not transitive

c) equivalence d) Reflexive and symmetric only

Ans: If R is an equivalence relation then also R^{-1} is an equivalence relation.

8. Let S be the set of all straight lines in a plane. Let R be a relation on S is defined by $aRb \Leftrightarrow a \perp b$, then R is

a) symmetric b) Reflexive c) Transitive d) Equivalence

Ans: $a \perp a$ is not true. So, R is not Reflexive

$a \perp b$ and $b \perp c$ doesnot $\Rightarrow a \perp c$, So R is not transitive .

But $a \perp b \Rightarrow b \perp a$ is always true.

9. If $f(x) = ax^7 + bx^3 + cx - 5, a, b, c$ are real constants and $f(-7) = 7$ then the range of $f(7) + 17\cos x$ is

a) $[-34, 0]$ b) $[0, 34]$ c)$[-34, 34]$ d) None of these

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

Ans: a) $f(7)+f(-7)=-10$

$\Rightarrow f(7)+7=-10$

$f(7)=-17$

$\therefore f(7)+17\cos x=-17+17\cos x$ which has the range $[-34,0]$

10. Let $A=\{1,2,3\}$ then total number of relations in $A\times A$ is

a) 2^3 b) 2^6 **c)** $\mathbf{2^9}$ d) 2^{12}

Ans: The total no of relation: 2^{n^2}

11. Given $f(x)=(-1)^x$ is a function from Z to Z then range of f is

a) $\{1\}$ b) N **c)** $\{\mathbf{1},-\mathbf{1}\}$ d) Z

12. For two sets A and B, $A\cup B=A$ if and only if

a) $\boldsymbol{B\subseteq A}$ b) $A\subseteq B$ c) $A\pm B$ d) $A\cap B=\emptyset$

13. If A is the set of even natural numbers less than 8 and B is the set of prime numbers less than 7, then the number of relations from A to B is

a) $\mathbf{2^9}$ b) 9^2 c) 3^2 d) 2^8

Ans: $A=\{2,4,6\}; B=\{2,3,7\}$

$A\times B$ contains $3\times 3=9$ elements

$\therefore$No of relations$=2^9$

14. If $X\cup\{3,4\}=\{1,2,3,4,5,6\}$ then which of the following is true.

a) Smallest set $\boldsymbol{X=\{1,2,5,6\}}$ b) Smallest set $X=\{1,2,3,5,6\}$

c) Smallest set $X=\{1,2,3,4\}$ d) Greatest set $X=\{1,2,3,4\}$

Ans: $X\cup\{3,4\}-\{3,4\}=\{1,2,5,6\}$is the smallest set.

15. The relation R defined on the set $A=\{1,2,3,4,5\}$ by $R=\{(x,y)|\,|x^2+y^2|\le 16\}$ is given by

a) $\{(1,1),(2,1),(3,1),(4,1),(2,3)\}$ b) $\{(2,2),(3,2),(4,2),(2,4)\}$

c) $\{(3,3),(4,3),(5,4),(3,4)\}$ **d) None of these**

Ans: $\because (1,2)\in R$ but $(1,2)\notin a$ or b or c

16. If A$=\{f,k\}$ and $B=\emptyset$ then $A\times B=$

a) A **b)** $\boldsymbol{\emptyset}$ c) 1 d) $\{f\}$

17. If A is a set and $|A|=5$, then what is $|P(A)|$?

a) 8 b) 4 c) 16 **d) 32**

Ans:

$|P(A)|=2^{|A|}=2^5=32$

18. $A=\{12,14,5,1\}$then$|(A\times A)\cup A|=?$

a) 10 **b) 20** c) 30 d) 40

Ans: $\because (A\times A)\cap A=\emptyset$

$\Rightarrow |(A\times A)\cup A|=(4\times 4)+4=20$

19. If $n(A)=n(B)=3$, then how many bijective function from A to B can be formed?

a) 3 b) 4 c) 5 **d) 6**

20. If $f: A\to B$ is bijective function such that $n(A)=10$, then $n(B)=?$

a) 10 b) 20 c) 15 d) 5

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

CREATIVE QUESTIONS (SHORT ANSWERS)

1. **Find the domain and range of $f(x) = |2x-3| - 3$**

Domain is R . Range$[-3, \infty)$

2. **If $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$, find $f(-2) + f\left(\frac{1}{3}\right)$**

Given $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$

$f(-2) = \frac{(-2)^2-3(-2)+1}{-2-1}$

$= \frac{4+6+1}{-3} = -\frac{11}{3}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{(\frac{1}{3})^2-3(\frac{1}{3})+1}{\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{6}$

$\therefore f(-2) + f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{11}{3} - \frac{1}{6} = \frac{-22-1}{6} = -\frac{23}{6} = -3\frac{5}{6}$

3. **Let $A = \{1,2\}$ and $B = \{3,4\}$ write $A \times B$ how many subsets will $A \times B$have ? List them.**

$A \times B = \{(1,2),(1,4),(2,3),(2,4)\}$

$A \times B$have 16 subsets

Subsets:

$\emptyset, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{(1,3),(1,4)\}, \{(1,3),(2,3)\}, \{(1,3),(2,4)\}, \{(1,4),(2,3)\}, \{(1,4),(2,4)\},$
$\{(2,3),(2,4)\}, \{(1,3),(1,4),(2,3)\}, \{(1,3),(1,4),(2,4)\}, \{(1,3),(2,3),(2,4)\}, \{(1,4),(2,3),(2,4)\},$
$\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$

4. **Find the domain of the function $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$**

W.K.T $x + [x] > 0, \sqrt{x} > 0$

$x + [x] = 0$ for $x = 0$

$x + [x] < 0$for $x < 0$

Also $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$ is defined for all x satisfying $x + [x] > 0$

$\therefore Domain = (0, \infty)$

5. **In a school there are 20 teachers who teach maths or physics of these 12 teach mathematics and 4 teachers both physics and mathematics. How many teachers in physics?.**

$n(m \cup p) = 20; \quad n(m) = 12$

$n(m \cap p) = 4$

$\therefore n(m \cup p) = n(m) + n(p) - n(m \cap p)$

$20 = 12 + n(p) - 4$

$n(p) = 12$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

6. **Prove that if $A \cup B = C$ and $A \cap B = \emptyset$ then $A = C - B$**

$C - B = (A \cup B) - B$

$= (A \cup B) \cap B'$

$= B' \cap (A \cup B)$

$= (B' \cap A) \cup (B' \cap B)$

$= (B' \cap A) \cup \emptyset$

$= B' \cap A$

$= A \cap B'$

$= A - B$

$= A \qquad \because A \cap B = \emptyset$

7. **Two finite sets have m and n element respectively. The total number of subsets of first set is 112 more than the total number of subsets of the second set. The value of m and n are.**

Given $2^m = 2^n + 112$

$\Rightarrow 2^m - 2^n = 2^4 \times 7$

$\Rightarrow 2^n[2^m.2^{-n} - 1] = 2^4 \times 7$

$\Rightarrow n = 4$ and $2^{m-n} - 1 = 7$

$\Rightarrow n = 4$ and $2^{m-4} - 1 = 7$

$2^{m-4} = 8$

$2^{m-4} = 2^3$

$m - 4 = 3$

$m = 3 + 4$

$\boldsymbol{n = 4} \qquad \boldsymbol{m = 7}$

8. **If $n(A) = 6$ and $n(B) = 4$ then minimum value of $n(A - B)$ is**

$n(A) = 6$; $n(B) = 4$

$\Rightarrow n(A) > n(B)$

$\Rightarrow n(A) - n(B) > 0$

$\Rightarrow n(A) - n(B) \le n(A - B) \le n(A)$

$\Rightarrow 2 \le n(A - B) \le 6$

$\therefore$minimum value of $n(A - B) = 2$

9. **Let $P = \{a, b, c\}$ form the set $P \times P \times P$.**

$P \times P \times P = \{(a,a,a), (a,a,b), (a,a,c), (a,b,a), (a,b,b), (a,b,c), (a,c,a), (a,c,b), (a,c,c)$
$(b,a,a), (b,a,b), (b,a,c), (b,b,a), (b,b,b), (b,b,c), (b,c,a), (b,c,b), (b,c,c), (c,a,a)$
$(c,a,b), (c,a,c), (c,b,a), (c,b,b), (c,b,c), (c,c,a), (c,c,b), (c,c,c)\}$

$n(P \times P \times P) = 27$

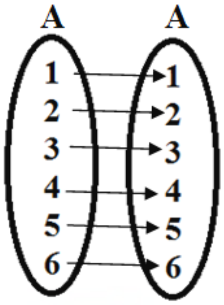
10. **Let $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ R is defined by $R = \{(x, y) \in A \times A |\, y = x + 1\}$. Find Domain, co-Domain and Range.**

$R = \{(x, y) \in A \times A |\, y = x + 1\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6)\}$



Domain :{1, 2, 3, 4, 5}

Co-Domain :{1, 2, 3, 4, 5, 6}

Range :{ 2, 3, 4, 5, 6}

11. **Let $A = \{1,2,3,4,5\}$ Then the relation R is defined by $R = \{(n, m)/$ the difference between n and m is an odd no$\}$ Show that R is not transitive.**

For transitive.

$(n,m) \in R$ and $(m,k) \in R \Rightarrow (n,k) \in R$

But here

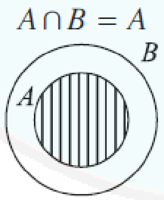
$(1,2) \in R$ and $(2,3) \in R$

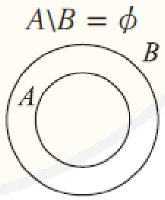
$\Rightarrow (1,3) \notin$ R

$\therefore R$ is not transitive.

12. **If $A \subset B$, then find $A \cap B$ and A / B ?(use venn diagram)**

Given $A \subset B$





13. **Find the inverse of $f(x) = \frac{x-3}{2}$ and also verify it.**

$$f(x) = \frac{x-3}{2}$$

Let $y = f(x)$

$\Rightarrow y = \frac{x-3}{2}$

Swap x with y

$\Rightarrow x = \frac{y-3}{2}$

$2x = y - 3$

$2x + 3 = y$

$y = 2x + 3$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$y = f^{-1}(x)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 3$

$\therefore f(x) = \frac{x-3}{2};\ f^{-1}(x) = 2x + 3$

Put $x = 5 \Rightarrow f(5) = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Put $x = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2(1) + 3 = 5$

14. Let A=$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ and the relation is defined by $R = \{(n, m) \in A \times A / n\ \ divides\ m\}$. show that R is not symmetric.

$R = \{(n, m) \in A \times A / n\ \ divides\ m\}$

$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$(1,2) \in R$ but $(2, 1) \notin R$

$(2, 6) \in R$ but $(6, 2) \notin R$

$\Rightarrow$R is not symmetric.

15. If A and B are two sets, and $A \times B$ consist of 6 elements. If three elements of $A \times B$ are $(2, 5), (3, 7), (4, 7)$ find $A \times B$

$\because (2,5), (3,7), (4,7)$are elements of $A \times B$. So, we can say that 2,3,4 are the elements of A and 5,7 are elements of B

$\therefore A = \{2,3,4\}; B = \{5,7\}$

$\therefore A \times B = \{(2,5), (2,7), (3,5), (3,7), (4,5), (4,7)\}$

CREATIVE QUESTIONS (LONG ANSWER)

1. In a competition , a school awarded medals in different categories. 36 medal in dance , 12 medals in dramatics and 18 medal in music. If these medals went to a total of 45 persons and only 4 persons got medals in all the three categories, how many received medals in exactly two of these categories?

Let A= set of persons who got medals in dance.

B= set of persons who got medals in dramatics.

C= set of persons who got medals in music.

Given

$$n(A) = 36$$
$$n(B) = 12$$
$$n(C) = 18$$
$$n(A \cup B \cup C) = 45$$
$$n(A \cap B \cap C) = 4$$

W.K.T number of elements belonging to exactly two of the three sets A, B, C

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) - 3[n(A \cap B \cap C)]$

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) - 3 \times 4$ ....(1)

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) = n(A) + n(B) + n(C) + n(A \cap B \cap C) - n(A \cup B \cup C)$

From (1)

$= n(A) + n(B) + n(C) + n(A \cap B \cap C) - n(A \cup B \cup C) - 12$

$= 36 + 12 + 18 + 4 - 45 - 12$

$= 70 - 67$

$= 3$

2. In the given ordered pair (4,6), (8,4), (4,4), (9,11), (6,3), (3,0), (2,3). Find the following relations. Also, find the Domain and Range. a) is too less than b) is less than c) is greater than d) is equal to

a) R_1 is the set of all ordered pairs whose I[st] component is too less than the 2nd component.

$\therefore R_1 = \{(4,6), (9,11)\}$

$\therefore$Domain :$\{4,9\}$

Range $= \{6,11\}$

b) R_2 is the set of all ordered pairs whose I[st] component is less than the second component.

$\therefore R_2 = \{(4,6), (9,11), (2,3)\}$

$\therefore$Domain :$\{4,9,2\}$

Range $= \{6,11,3\}$

c) R_3 is the set of all ordered pairs whose I[st] component is greater than the second component.

$\therefore R_2 = \{(8,4), (6,3), (3,0)\}$

$\therefore$Domain :$\{8, 6, 3\}$

Range $= \{4, 3, 0\}$

d) $R_4$is the set of all ordered pairs whose I[st] component is equal to II [nd] component

$\therefore R_4 = \{(3,3)\}$

$\therefore$Domain :$\{ 3\}$

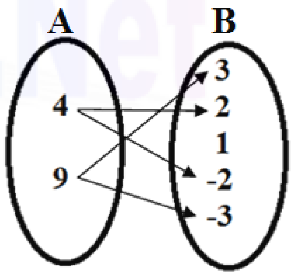
Range $= \{3\}$

3. The adjoining figure shows a relation between the sets A & B. write this relation in

a) Set builder form

b) Roster form

c) Find Domain & Range.



a) Set builder form

We observe that the relation R is "a is the square of b"

$\therefore$ Set builder form:

$R = \{(a, b)/a$ is the square of $b, a \in A, b \in B\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

b) Roster form

$R = \{(4,2),(4,-2),(9,3),(9,-3)\}$

c) Domain $R = \{(4,9)\}$

Range $= R = \{(2,-2,3,-3)\}$

4. If R is a relation defined on the set of natural numbers N as follows.

$R = \{(x,y), x \in N, y \in N$ and $2x + y = 24\}$, then verify R is an equivalence Relation or not.

$R = \{(1,22),(2,20)(3,18),(4,16),(5,14),(6,12),(7,10),(8,8),(9,6),(10,4)(11,2)\}$

Reflexive:

$\because$ for $a \in R$ and $(9,a) \notin R$

$\therefore R$ is not reflexive.

Symmetric:

$\because (1,22) \in R$ but $(22,1) \notin$ R

$\therefore$ R is not Symmetric

Transitive:

There are no elements such that $(a,b) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$

$\therefore R$ is not transitive.

$\therefore$ R is not an equivalent relation.

5. If the function $f: R \to R$ is given by $f(x) = \frac{x+3}{3}$ and $g: R \to R$ is given by $g(x) = 2x - 3$, then find i) $f \circ g$ ii) $g \circ f$, is $f^{-1} = g$?

Given $f: R \to R$ such that $f(x) = \frac{x+3}{3}$

$g: R \to R$ such that $g(x) = 2x - 3$

i) $(fog)(x) = f[g(x)]$

$= f[2x - 3]$

$= \frac{(2x-3)+3}{3}$

$(fog)(x) = \frac{2x}{3}$

ii) $(gof)(x) = g[f(x)]$

$= g\left(\frac{x+3}{3}\right)$

$= 2\left(\frac{x+3}{3}\right) - 3$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$= \frac{2x+6}{3} - 3$

$(gof)(x) = \frac{2x-3}{3}$

Now, find f^{-1}

Let $y = \frac{x+3}{3}$

$3y = x + 3$

$\Rightarrow x = 3y - 3$

$f^{-1}(y) = 3y - 3$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3x - 3$

But $g(x) = 2x - 3$

$\therefore f^{-1} \neq g$

6. Let Z denote the set of all integers Define R on Z as follows $R = \{(n, m) \in R$ if $n \equiv m(mod\ 9)\}$

Verify whether it is an equivalence relation.

$R = \{(n, m) | n \equiv m(mod\ 9)\}$

Reflexive

$n \in z$

$\Rightarrow n - n = 0 = 0 \times 9$

$\Rightarrow n \equiv n(mod\ 9)$

$\Rightarrow (n, n) \in R$

$\Rightarrow nRn$

$\Rightarrow R$is reflexive

Symmetric:

Suppose $(n, m) \in R$

nRm

$\Rightarrow n \equiv m(mod\ 9)$

$\Rightarrow n - m$ is divisible by 9

$\exists$ an integer K such that,

$n - m = k9$

$\Rightarrow m - n = -k9$

$\therefore m - n$is divisible by 9

$\Rightarrow m \equiv n(mod\ 9)$

$\Rightarrow (m, n) \in R$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$\Rightarrow mRn$

$\therefore n\ R\ m \Rightarrow m\ R\ n$

$\therefore R$is symmetric.

Transitive:

Let $n\ R\ m \Rightarrow m\ R\ s$

$\Rightarrow n \equiv m(mod\ 9)$ $m \equiv s(mod\ 9)$

$(u)n, m$ is divisible by 9; $m - s$ is divisible by 9

$\Rightarrow n - m = k9$ and $m - s = p9$ for some K & P

Now: $n - s = n - m + m - s$

$= 9k + 9p$

$= (k + p)9$ $\because k + p$ is an integer

$\therefore n - s$ is divisible by 9

$\Rightarrow n \equiv s(mod\ 9)$

$\Rightarrow nRs$

$\therefore R$is transitive

$\therefore R$is an equivalence relation.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

1. கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்

குறியீடுகள்

$\mathbb{N}$	இயல் எண்களின் கணம்	$\{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{W}$	குறையற்ற முழு எண்களின் கணம்	$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}$	முழுக்களின் கணம்	$\{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Q}$	விகிதமுறு எண்களின் கணம்	$\left\{\frac{p}{q}, q \neq 0, p, q \in Z\right\}$
$\mathbb{E}$	இரட்டைப்படை எண்களின் கணம்	$\{\dots -4, -2, 0, 1, 4, 6, \dots\}$
$\mathbb{O}$	ஒற்றைப்படை எண்களின் கணம்	$\{\dots -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
$\mathbb{R}$	மெய்யெண்களின் கணம்	{விகிதமுறு எண் $\cup$ விகிதமுறா எண்}
$\in$	உறுப்பு	
$\subset$	தகு உட்கணம்	
$\cup$	சேர்ப்பு	
$\cap$	வெட்டு	

கணம்: முழுமையாக வரையறுக்கப்பட்ட பொருட்களின் தொகுப்பே கணம் எனப்படும். பொதுவாக கணங்கள் $(A, B, C \dots)$ என்ற எழுத்துக்களாலும், கணத்தின் உறுப்புகள் $(a, b, c, \dots)$என்ற எழுத்துக்களாலும் குறிக்கப்படும்.

செவ்வெண்: ஒரு கணத்திலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, அக்கணத்தின் செவ்வெண் எனப்படும்.

கணத்தை குறிப்பிடும் முறைகள்

(i) விவரித்தல் முறை அல்லது வர்ணணை முளை (Descriptive form)
(ii) கணக்கட்டமைப்பு முறை அல்லது விதி முறை (Set-Builder form or Rule form)
(iii) பட்டியல் முறை அல்லது அட்டவணை முறை (Roster form or Tabular form)

(i) விவரித்தல் முறை அல்லது வர்ணணை முறை (Descriptive form)

கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளைச் சொற்களால் தெளிவாக விவரிக்கும் முறை விவரித்தல் முறை அல்லது வர்ணனை முறை எனப்படும்.
எ.கா: ஆங்கில உயிர் எழுத்துக்களின் கணம்

(ii) கணக்கட்டமைப்பு முறை அல்லது விதி முறை (Set-Builder form or Rule form)

ஒரு கணத்தில் உள்ள உறுப்புக்கள் அனைத்தும் நிறைவு செய்யும் பண்புகளின் அடிப்படையில் கணத்தை குறிப்பிடும் முறை கணக்கட்டமைப்பு முறையாகும்.
எ.கா: $A = \{x : x$ என்பது ஆங்கில் உயிரெழுத்து$\}$

(iii) பட்டியல் முறை அல்லது அட்டவணை முறை (Roster form or Tabular form)

ஒரு கணத்தில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளையும் பட்டியலிடுவத பட்டியல் முறை அல்லது அட்டவணை முறை என்றழைக்கப்படுகிறது.
எ.கா: $A = \{a, e, i, o, u\}$

வெற்றுக்கணம் அல்லது வெறுமைக் கணம் (Empty set (or) Void set (or) null set):
எந்த ஒரு உறுப்பும் இல்லாத கணம் வெற்றுக்கணம் அல்லது உறுப்புக்கள் இன்மைக்கணம் அல்லது வெறுகைக்கணம் எனப்படும். இது $\{\ \}$ அல்லது $\emptyset$ என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும்.

உட்கணம் : A, B என்பன இரு கணங்கள் என்க. கணம் A இல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் கணம் B இல் ஓர் உறுப்பு எனில், A என்பது B இன் ஓர் உட்கணம் ஆகும். இதை $A \subseteq B$ என எழுதலாம்.

$A \subseteq B$ எனில் $a \in A$ மற்றும் $a \in B$ ஆகும்

குறிப்பு:

(i) $A \subset B$ மற்றும் $B \subset A$ எனில் $A = B$
(ii) ஒவ்வொரு கணத்திற்கும் அந்த கணமே ஓர் உட்கணம் ஆகும்.
(iii) $\emptyset$ எனும் வெற்றுக்கணம் என்பது ஒவ்வொரு கணத்திற்கும் உட்கணமாக அமையும்.

வெள்ளிடை உட்கணங்கள் (Trivial subsets): எந்தவொரு A என்கிற கணத்திற்கு வெற்றுக்கணமும் அந்தக் கணமும் எப்போதும் உட்கணங்களாகும். இந்த இரு உட்கணங்களும் வெள்ளிடை உட்கணங்கள் எனப்படுகின்றன.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

தகு உட்கணம் (Proper subset): A கணமானது B ன் உட்கணமாகவும் $A \neq B$ எனவும் இருந்தால் A கணமானது B இன் தகு உட்கணம் எனப்படும்.

தகு உட்கணம் : $2^m, \boldsymbol{m}$ என்பது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

எ.கா: $A = \{1,2\}$

A ன் தகு உட்கணம் $= \{1\}, \{2\}$

தகா உட்கணம் (improper subset): A என்னும் ஒரு கணத்தின் உறுப்புகள் அனைத்தும் A என்னும் கணத்திலேயே அமைந்திருப்பதால் $A \subseteq A$ எனலாம். இத்தகைய உட்கணம் தகா உட்கணம் எனப்படும்.

எ.கா: $A = \{1,2\}$

A ன் தகா உட்கணம் $= \{1,2\}$

தகு உட்கணம் : $2^{m-1}, m$ என்பது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

அடுக்குக் கணம்: A என்ற கணத்தின் அனைத்து உட்கணங்களையும் கொண்ட கணம், அக்கணத்தின் அடுக்குக் கணம் எனப்படும். இதனை $\mathcal{P}(A)$ எனக் குறிக்கலாம்

$$n(A) = n$$
$$n[\mathcal{P}(A)] = 2^n$$

கணங்களின் சேர்ப்பு:

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ அல்லது } x \in B\}$

கணங்களின் வெட்டு:

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ மற்றும் } x \in B\}$

வெட்டாக் கணங்கள் (Disjoint sets):

A மற்றும் B என்ற இரு கணங்களுக்குப் பொதுவான உறுப்புகள் இல்லை எனில், அவை வெட்டாக்கணங்கள் எனப்படும் அதாவது $A \cap B = \emptyset$ எனில் A, B வெட்டாக்கணங்கள் ஆகும்.

சில குறியீடு முறைகள்:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \{x : x \in \backslash A_i, \text{ஏதோ ஒரு } i \text{ க்கு}\}$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \{x : x \in A_i, \text{ ஒவ்வொரு } i \text{ க்கு}\}$$

அனைத்துக் கணம் (Universal sets): அனைத்து உறுப்புகளையும் உள்ளடக்கிய தொகுப்புகளின் கணம் அனைத்துக் கணம் எனப்படும். இது U என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடப்படும்.

நிரப்புக் கணம் (Complement set)

A என்ற கணத்தின் நிரப்புக் கணம் என்பது, கணம் A இன் உறுப்புகளைத் தவிர்த்து அனைத்து கணத்தின் பிற எல்லா உறுப்புகளையும் கொண்ட கணம் ஆகும். நிரப்பு கணத்தை A' அல்லது A^c எனக் குறிக்கலாம்

எ.கா: $A' = \{x : x \in U, x \notin A\}$

கணங்களின் வித்தியாசம் (The set difference)

$A - B = \{a : a \in A \text{ மற்றும் } a \notin B\}$

கணம் A மற்றும் கணம் B இன் வித்தியாசம் என்பது கணம் A இல் உள்ள, ஆனால் B இல் இல்லா உறுப்புகளைக் கொண்ட கணமாகும். இதை $A - B$ அல்லது $A \backslash B$ என எழுதலாம்.

குறிப்பு: i) $U - A = A'$

ii) $A - A = \emptyset$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

iii) $\emptyset - A = \emptyset$

iv) $A - \emptyset = A$

v) $A - U = \emptyset$

சமச்சீர் வேறுபாட்டு பண்புகள் (The symmetric difference between two sets)

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ (அல்லது)

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

முடிவுறு கணம் (Finite set): முடிவுறு எண்ணிக்கையில் அமைந்த உறுப்புகளைக் கொண்ட கணம் முடிவுறு கணம் எனப்படும்.

எ.கா. $A = \{a, b, c, d, e\}, n(A) = 5$

முடிவுறாக் கணம் (Infinite set) : ஒரு கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவுறு எண்ணிக்கையில் இல்லை எனில் அக்கணம் முடிவிலாக் கணம் அல்லது முடிவுறாக் கணம் எனப்படும்.

எ.கா. $E = \{2,4,6,8, \dots\}$

$n(E) = \infty$

குறிப்பு : முடிவுறாக் கணத்தின் செவ்வெண் முடிவிலி ஆகும்.

ஒருறுப்புக் கணம் (Singleton set): ஒரே ஒரு உறுப்பை மட்டும் உடைய கணம், ஒருறுப்பு கணம் எனப்படும்.

எ.கா. $A = \{5\}$

$n(A) = 1$

கணங்களின் பண்புகள் (Properties of set operation)

(i) பரிமாற்றுப் பண்புகள் (Commutative Property)

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

(ii) சேர்ப்புப் பண்புகள் (Associative Property)

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(iii) பங்கீட்டு பண்புகள் (Distributive property)

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(iv) சமனிப் பண்புகள் (Identity):

i) $A \cup \emptyset = A$ ii) $A \cap U = A$

(v) தன்னடுக்குப் பண்புகள் (Idempotent):

i) $A \cup A = A$ ii) $A \cap A = A$

(vi) உட்கவர் பண்புகள் (Absorption):

i) $A \cup (A \cap B) = A$ ii) $A \cap (A \cup B) = A$

டி மார்கன் விதிகள் (De Morgan's Law)

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(iii) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

(iv) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

சமச்சீர் வேறுபாட்டு பண்புகள் (On symmetric difference)

(i) $A \Delta B = B \Delta A$

(ii) $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

(iii) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \Delta C)$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

வெற்று கணத்திற்கும் அனைத்துக் கணத்திற்குமான பண்புகள் (On empty set and universal set):

(i) $\emptyset' = U$
(ii) $U' = \emptyset$
(iii) $A \cup A' = U$
(iv) $A \cap A' = \emptyset$
(v) $A \cup U = U$
(vi) $A \cap U = A$

செவ்வெண்மைக் குணங்கள் (On cardinality)

(i) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
(ii) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ [A, B ஆகியவை வெட்டாக் கணங்கள் எனில்]
(iii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

கார்டீசியன் பெருக்கல் (Cartesian Product):

A மற்றும் B ஆகிய கணங்களின் கார்டீசியன் பெருக்கல் $A \times B$ எனக் குறிக்கப்பட்டு, $A \times B = \{(a, b); a \in A, b \in B\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. அதே போன்று A, B மற்றும் C ஆகிய மூன்று கணங்களின் கார்டீசியன் பெருக்கல், $A \times B \times C = \{(a, b, c); a \in A, b \in B, c \in C\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

குறிப்பு:

1. $A \times B = B \times A$ எனில் $A = B$
2. $n(A \times B) = n(A).n(B)$
3. $n(A \times B \times C) = n(A).n(B).n(C)$

பயிற்சி 1.1

1. கீழ்க்காண்பவைகளை பட்டியல் முறையில் எழுதுக

(i) $\{x \in \mathbb{N}: x^2 < 121$ **மற்றும்** x **ஒரு பகா எண்ணாகும்** $\}$ $2^2 = 4$ (1 என்பது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல. 4,8 ஆகியன பகு எண்களாகும்) $3^2 = 9$ $5^2 = 25$ $7^2 = 49$ $x = \{2, 3, 5, 7\}$ **(ii)** $(x-1)(x+1)(x^2-1) = 0$ **எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்ளின் கணம்.** $(x-1)(x+1)(x^2-1) = 0$ $(x^2-1)(x^2-1) = 0 = \{1,1\}$	**(iii)** $\{x \in \mathbb{N}: 4x + 9 < 52\}$ $x = 1 \Rightarrow 4(1) + 9 = 13$ $x = 2 \Rightarrow 4(2) + 9 = 17$ $x = 3 \Rightarrow 4(3) + 9 = 21$ $x = 4 \Rightarrow 4(4) + 9 = 25$ $x = 5 \Rightarrow 4(5) + 9 = 29$ $x = 6 \Rightarrow 4(6) + 9 = 33$ $x = 7 \Rightarrow 4(7) + 9 = 37$ $x = 8 \Rightarrow 4(8) + 9 = 41$ $x = 9 \Rightarrow 4(9) + 9 = 45$ $x = 10 \Rightarrow 4(10) + 9 = 49$ $x = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

(iv) $\{x: \frac{x-4}{x+2} = 3, x \in R - \{2\}\}$

$\frac{x-4}{x+2} = 3$

$x - 4 = 3(x + 2)$

$x - 4 = 3x + 6$

$0 = 3x - x + 6 + 4$

$2x + 10 = 0$

$2x = -10 \Rightarrow x = -\frac{10}{2}$

$x = \{-5\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

2. $\{-1, 1\}$ **எனும் கணத்தைக் கணக் கட்டமைப்பு முறையில் எழுதுக.**

$A = \{x : x \text{ is an integer and the roots of the equation } (x-1)(x+1)(x^2-1) = 0\}$

3. கீழ்க்காண்பனவற்றுள் எவை முடிவுள்ள கணம், முடிவில்லாத கணம் என்பதனைக் குறிப்பிடுக.

(i) $\{x \in \mathbb{N} : x$ **என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்** $\}$

$A = \{2\} =$ முடிவுள்ள கணம்

(ii) $\{x \in \mathbb{N} : x$ **என்பது ஒற்றைப்படை பகா எண்** $\}$

$B = \{3,5,7,11,13,17,19,23, \ldots\}$

முடிவில்லாத கணம்

(iii) $\{x \in \mathbb{Z} : x$ **என்பது பத்தை விடக் குறைந்த இரட்டைப்படை எண்** $\}$

$C = \{\ldots -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \}$

முடிவில்லாத கணம்

(iv) $\{x \in \mathbb{R} : x$ **என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்**$\}$

முடிவில்லாத கணம்

(v) $\{x \in \mathbb{N} : x$ **என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்**$\}$

முடிவில்லாத கணம்

4. பின்வருவனவற்றை, தகுந்த A, B, C **கணங்களைக் கொண்டு சரிபார்க்கவும்.**

(i) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6\}, C = \{6,7,8\}$

LHS $A \times (B \cap C)$

$B \cap C = \{6\}$

$A \times (B \cap C) = \{1,2,3\} \times \{6\}$

$= \{(1,6), (2,6), (3,6)\}$ ....(1)

RHS

$(A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)\}$

$A \times C = \{1,2,3\} \times \{6,7,8\}$

$= \{(1,6), (1,7), (1,8), (2,6), (2,7), (2,8), (3,6), (3,7), (3,8)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,6), (2,6), (3,6)\}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

LHS

$A \times (B \cup C)$

$B \cup C = \{4,5,6,7,8\}$

$A \times (B \cup C) = \{1,2,3\} \times \{4,5,6,7,8\}$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8)\}$.....(1)

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

RHS

$(A \times B) \cup (A \times C)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)\}$

$A \times C = \{1,2,3\} \times \{6,7,8\}$

$= \{(1,6), (1,7), (1,8), (2,6), (2,7), (2,8), (3,6), (3,7), (3,8)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8)\}$.........(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(iii) $(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \cap (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}) = (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) \times (\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{A})$

LHS

$(A \times B) \cap (B \times A)$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)\}$

$B \times A = \{4,5,6\} \times \{1,2,3\}$

$= \{(4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (6,1), (6,2), (6,3)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{\ \ \}$ ....(1)

RHS

$(A \cap B) \times (B \cap A)$

$A \cap B = \{\ \ \}$

$B \cap A = \{\ \ \}$

$(A \cap B) \times (B \cap A) = \{\ \ \}$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS

$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$

(iv) $\boldsymbol{C} - (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}) = (\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{A}) \cup (\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{B}')$

$B - A = \{4,5,6\} - \{1,2,3\} = \{4,5,6\}$

$C - (B - A) = \{6,7,8\} - \{4,5,6\} = \{7,8\}$ ....(1)

RHS

$(C \cap A) \cup (C \cap B')$

$C \cap A = \{\ \ \}$

$C \cap B' = \{6,7,8\} \cap \{1,2,3,7,8\} = \{7,8\}$..............(2)

$(C \cap A) \cup (C \cap B') = \{7,8\}$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS

$C - (B - A) = (C \cap A) \cup (C \cap B')$

(v) $(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}) \cap \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}) - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} \cap (\boldsymbol{C} - \boldsymbol{A})$

$(B - A) \cap C$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

$B - A = \{4,5,6\}$

$(B - A) \cap C = \{6\}$ ……………….(1)

$(B \cap C) - A$

$B \cap C = \{6\}$

$(B \cap C) - A = \{6\}$ ……………….(2)

$B \cap (C - A)$

$C - A = \{6,7,8\}$

$B \cap (C - A) = \{6\}$ ……………….(3)

(1) , (2) மற்றும் (3) லிருந்து, $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$

(vi) $(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}) \cup \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C})$

LHS

$(B - A) \cup C$

$B - A = \{4,5,6\}$

$(B - A) \cup C = \{4,5,6,7,8\}$ ………………………(1)

RHS

$(B \cup C) - (A - C)$

$B \cup C = \{4,5,6,7,8\}$

$A - C = \{1,2,3\}$

$(B \cup C) - (A - C) = \{4,5,6,7,8\}$ …………………(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS

$(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$

5. "ஒரு கணத்திலுள்ள ஓர் உறுப்பு எப்பொழுதும் தன் கணத்திற்கே உட்கணமாக அமையாது" என்ற கூற்றின் உண்மைத்தன்மையை ஆராய்க.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூற்று தவறானதாகும்.

எ.கா: $A = \{a, b\}$ இதன் உறுப்புகள் a, b , A ன் உட்கணங்கள் $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{\ \}$

A ன் உறுப்புகள் a ம் b ம் A ன் உட்கணமாக அமையவில்லை.

6. $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(A)) = 1024, n(A \cup B) = 15}$ மற்றும் $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(B)) = 32}$ எனில் $\boldsymbol{n(A \cap B)}$ காண்க.

$n(\mathcal{P}(A)) = 1024$

$2^n = 1024 \Rightarrow 2^n = 2^{10}$

$n(A) = 10$

$n(P(B)) = 32$

$2^n = 32 \Rightarrow 2^n = 2^5$

$n(B) = 5$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 10 + 5 - 15 = 0$

$n(A \cap B) = 0$

2 | 1024
2 | 512
2 | 256
2 | 128
2 | 64
2 | 32
2 | 16
2 | 8
2 | 4
2 | 2
1

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

7. $\boldsymbol{n(A \cap B) = 3}$ மற்றும் $\boldsymbol{n(A \cup B) = 10}$ எனில் $\boldsymbol{n(\mathcal{P}(A \Delta B))}$ காண்க.

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$n(A \Delta B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

$n(\mathcal{P}(A \Delta B)) = 2^7 = 128$

8. $\boldsymbol{A \times A}$ **என்ற கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன. மேலும் அதிலுள்ள இரு உறுப்புகள் (1,3) மற்றும் (0,2) எனில்,** $\boldsymbol{A}$ **ன் உறுப்புகளைக் காண்க.**

$$n(\mathcal{P}(A)) = 2^n$$
$$2^n = 16$$
$$2^n = 2^4$$
$$n = 4$$
$$A = \{0,1,2,3\}$$

9. $\boldsymbol{n(A) = 3}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{n(B) = 2}$ **எனும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு அமைந்துள்ள இரு கணங்கள்** $\boldsymbol{A}$ **,** $\boldsymbol{B}$ **ஆகும்.** $\boldsymbol{(x,1),(y,2),(z,1)}$ **என்பவை** $\boldsymbol{A \times B}$ **எனும் கணத்திலுள்ள சில உறுப்புகள் எனில்** $\boldsymbol{A, B}$ **கணங்களைக் காண்க. (இங்கு** $\boldsymbol{x, y, z}$ **முற்றிலும் வேறுபட்ட உறுப்புகள்)**

$$n(A) = 3, n(B) = 2$$
$$A = \{x, y, z\}, B = \{1,2\}$$

10. $\boldsymbol{A \times A}$ **கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன.** $\boldsymbol{S = \{(a,b) \in A \times A: a < b\}}$ **என்ற கணத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள்** $\boldsymbol{(-1,2)}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{(0,1)}$ **எனில்** $\boldsymbol{S}$ **இல் உள்ள மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.**

$$S = \{(a,b) \in A \times A; a < b\}$$
$$A = \{-1,0,1,2\}$$

$A \times A = \{-1,0,1,2\} \times \{-1,0,1,2\}$

$= \{(-1,-1),(-1,0),(-1,1),(-1,2),(0,-1),(0,0),(0,1),(0,2),$

$(1,-1),(1,0),(1,1),(1,2),(2,-1),(2,0),(2,1),(2,2)\}$

$S = \{(-1,0),(-1,1),(0,2),(1,2)\}$ $[< b$ எனில்$]$

மாறிலிகள், மாறிகள், இடைவெளிகள் மற்றும் அண்மைப்பகுதிகள்
(Constants, Variables, intervals and Neighbourhoods)

மாறிலி (constants): ஒரு குறிப்பிட்ட கணிதச் செயல்முறை முழுவதும் மாறாமல் இருக்கும் அளவை அல்லது கணியம், ஒரு மாறிலி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எ.கா: எண்கள் 1, 2, 3, ….

மாறி (Variable): ஒரு கணிதச் செயல்முறையின் போது மாறுபடும் ஒரு அளவை, மாறி எனப்படுகிறது

ஏதேனும் ஒரு மாறியின் மதிப்பு பிற மாறிகளின் மதிப்புகளைச் சார்ந்து இல்லாத போது அதனை ஒரு சாரா மாறி (independent variable) எனக் குறிக்கிறோம். அதே சமயம் அதன் மதிப்பு பிற மதிப்புகளைச் சார்ந்து இருப்பின், அது சார்ந்த மாறி (dependent variable) என அழைக்கிறோம்

எ.கா: செவ்வகத்தின் பரப்பு $A = lb$

l மற்றும் b ஆகியவை சாரா மாறிகள் ஆகும் ஏனெனில் l மற்றும் b ஆகியவற்றிற்கு நேரடியாக மதிப்புகளை அளிக்க முடியும்.

A என்பது சார்ந்த மாறி ஆகும். ஏனெனில் இது l மற்றும் b ஆகியவற்றை சார்ந்துள்ளது. $\boldsymbol{l}, b$ ன் மதிப்புகள் மாறும் போது A ன் மதிப்பும் மாறும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

இடைவெளிகள் மற்றும் அண்மைப்பகுதிகள் (Intervals and Neighbourhoods)

இடைவெளிகள் (Intervals):

R ன் ஒரு உட்கணமான I ஆனது ஒரு இடைவெளியாக இருக்க வேண்டுமெனில்

i) I -ல் குறைந்தது இரு உறுப்புகள் இருக்க வேண்டும். மேலும்

ii) $a, b \in I$ மற்றும் $a < c < b$ எனில் $c \in I$ என இருத்தல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு: 5 க்கு மேற்ப்பட்டும், 7 ஐ விடக் குறைவாகவும் உள்ள மெய்யெண்களின் கணம்.

இடைவெளி	குறியிடல் முறை	கணம்	வரைபடம்
முடிவுள்ள இடைவெளி	(a,b)	$\{x : a < x < b\}$	a b
	$[a,b]$	$\{x : a \le x \le b\}$	a b
	$(a, b]$	$\{x : a < x \le b\}$	a b
	$[a, b)$	$\{x : a \le x < b\}$	a b
முடிவற்ற இடைவெளி	(a,∞)	$\{x : a < x < \infty\}$	a
	$[a,\infty)$	$\{x : a \le x < \infty\}$	a
	$(-\infty,b)$	$\{x : -\infty < x < b\}$	b
	$(-\infty,b]$	$\{x : -\infty < x \le b\}$	b
	$(-\infty,\infty)$ அல்லது $\mathbb{R}$	$\{x : -\infty < x < \infty\}$ அல்லது மெய்யெண்களின் கணம்	

அண்மைப் பகுதி (Neighbourhood): a எனும் புள்ளியினை உள்ளடக்கிய எந்தவொரு திறந்த இடைவெளியும் a எனும் புள்ளியின் அண்மைப்பகுதியாகும். ϵ என்பது ஒரு மிகை எண், குறிப்பாக மிகச்சிறியது எனில் a யின் ϵ அண்மைப்பகுதி என்பது $(a-\epsilon, a+\epsilon)$ என்ற இடைவெளியாகும். $(a-\epsilon, a+\epsilon) - \{a\}$ என்பது a ஐ நீக்கிய அண்மைப்பகுதி எனவும் அதனை $0 < |x-a| < \epsilon$ எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது.

தொடர்புகள் (Relations):

S என்பது ஏதேனும் ஒரு வெற்றற்ற கணம் என்க. S இன் மீதான ஒரு தொடர்பு R என்க. இப்போது

i) அனைத்து $a \in S$ க்கும் a ஆனது a உடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால் R ஆனது தற்சுட்டுத் தொடர்பு(Reflexive) எனப்படும்.

ii) a ஆனது b உடன் தொடர்புடையது எனில், b ஆனது a உடன் தொடர்புடையதாக அமையும் என்றால் R ஆனது சமச்சீர் தொடர்பு (symmetric) எனப்படும்.

iii) "a ஆனது b உடன் தொடர்புடையது மற்றும் b ஆனது c உடன் தொடர்புடையது எனும்போது a ஆனது c உடன் தொடர்புடையதாக இருக்கும்" என்றால் ஆனது கடப்பு தொடர்பு (transitive) எனப்படும்.

இம்மூன்று தொடர்புகள் அடிப்படை தொடர்புகள் (basic relations) எனப்படும்.

சமானத் தொடர்பு (Equivalence Relation):

S என்பது ஏதேனும் ஒரு கணம் என்க. S ல் உள்ள ஒரு தொடர்பு R, தற்சுட்டு, சமச்சீர் மற்றும் கடப்புத் தொடர்பாக இருப்பின், அது சமானத் தொடர்பு எனப்படும்.

பயிற்சி-1.2

1. கீழ்க்காணும் தொடர்புகளுக்கு தற்சுட்டு, சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு ஆகியவற்றை பற்றி ஆராய்க.

(i) மிகை முழு எண்களில் தொடர்பு R ஆனது "n ன் வகுத்தி m ஆக இருந்தால் mRn" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

n ன் வகுத்தி m ஆக இருந்தால் mRn என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தற்சுட்டு : mRn எனில், n ன் வகுத்தி m ஆகும். R ஒரு தற்சுட்டு ஆகும்.

சமச்சீா் : mRn எனில், n ன் வகுத்தி m ஆகும். $m \neq n$ எனில் $m < n$, ஆகும். இவ்வாறு இருந்தால் n ன் வகுத்தியாக m இருக்காது. எனவே சமச்சீா் அல்ல

கடப்பு : $m, n, p \in R$ எனில் mRn மற்றும் $nRp \Rightarrow mRp$

n ன் வகுத்தி m மற்றும் p ன் வகுத்தி n

$\therefore p$ ன் வகுத்தி m ஆகும்

$\therefore R$ கடப்பு ஆகும்

(ii) P என்பது தளத்திலுள்ள அனைத்து நேர்க்கோடுகளின் கணத்தை குறிப்பதாக கொள்க. தொடா்பு R என்பது "ℓ ஆனது m க்கு செங்குத்தாக இருந்தால் ℓRm" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

ℓ ஆனது m க்கு செங்குத்தாக இருந்தால் ℓRm என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$l, m, n \in P$ என கொள்ள

தற்சுட்டு: எந்தவொரு நேர்க்கோடும் அதற்கே செங்குத்தாக இருக்க வாய்ப்பில்லை.

$\therefore l \not R l$

$\therefore R$ தற்சுட்டு அல்ல

சமச்சீா்:

$lRm \Rightarrow mRl$ எனில், ℓ ஆனது m க்கு செங்குத்து $\Rightarrow m$ ஆனது l க்கு செங்குத்து

$\therefore R$ சமச்சீராகும்

கடப்பு:

lRm மற்றும் $mRn \Rightarrow lRn$

ℓ ஆனது m க்கு செங்குத்து $\Rightarrow m$ ஆனது n க்கு செங்குத்து

ℓ ஆனது n க்கு செங்குத்து அல்ல

$\therefore R$ கடப்பு அல்ல

(iii) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் உறுப்பினா்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணமாகக் கருதுக. தொடா்பு R என்பது "a என்பவா் b ன் சகோதரி இல்லையெனில் தொடா்பு R ஆனது aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

A என்பது

$A = \{$ஒரு குடும்பத்தின் உறுப்பினா்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணம்$\}$

$R = \{a$ என்பவா் b ன் சகோதரி இல்லை $\}$

தற்சுட்டு:

$aRa \quad bRb \quad cRc$

$(a, a) \quad (b, b) \quad (c, c)$

a என்பவா் aவுக்கே சகோதரியாக இருக்க முடியாது என வினாவில் குறிப்பிடுப்பட்டுள்ளதால் இது தற்சுருட்டு தொடா்பு ஆகும்.

சமச்சீா்:

$aRb \quad bRa$

a என்பவா் bக்கு சகோதரியாக இருக்கலாம். ஆனால் வினாவில் a என்பது bன் சகோதரி இல்லை என்பதால் சமச்சீா் தொடா்பு அன்று. எனவே, $(a, b), (b, a) \notin R$

கடப்பு:

aRb, bRc, cRa

$(a, b), (b, c), (c, a) \notin R$

a என்பவா் b க்கும் b என்பவா் c க்கும், c என்பவா் a க்கும் சகோதரியாக இருக்கலாம். ஆனால் வினாவில் a என்பவா் b க்கு சகோதரி இல்லை எனில் b என்பவா் c க்கும் சகோதரியாக இருக்க இயலாது. எனவே கடப்பு அல்ல. $(a, b), (b, c), (c, a) \notin R$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

(iv) A என்பது ஒரு குடும்பத்தின் பெண் உறுப்பினர்கள் அனைவரையும் கொண்ட கணம் என்க. தொடர்பு R என்பது "a என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை எனில் தொடர்பு R ஆனது aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$A = \{$ஒரு குடும்பத்தின் பெண் உறுப்பினர்களின் கணம்$\}$

$R = a$ என்பவர் b ன் சகோதரி இல்லை.

தற்சுட்டு:

$\{(a,a),(b,a)\} \in R$

வினாவில் a என்பவர் b யின் சகோதரி இல்லையெனில் a என்பவர் aக்கும் சகோதரியாக இருக்க இயலாது.

எனவே, $(a,a) \in R$ தற்சுட்டுத் தொடர்பு ஆகும்.

சமச்சீர்:

$\{(a,b),(b,a)\} \in R$

a என்பவர் b க்கும், b என்பவர் aக்கும் சகோதரியாக இருக்க இயலாது என வினாவில் கூறியதால் இவை சமச்சீர் தொடர்பு ஆகும்.

$\{(a,b),(b,a)\} \in R$

கடப்பு:

$\{(a,b),(b,c),(c,a)\} \in R$

இந்த தொடர்பில் a, b மற்றும் c ஆகியவர்கள் ஒருவருக்கொருவர் சகோதரியாக இருக்கலாம் மற்றும் இல்லாமலும் இருக்கலாம் என்பதால் இவை கடப்புத் தொடர்ப ஆகும்.

(v) அனைத்து இயல் எண்களின் கணத்தில் தொடர்பு R என்பது "$x + 2y = 1$" எனில் xRy என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$N = \{1,2,3,4,5,\ldots\}$

$x + 2y = 1 \Rightarrow 2y = 1 - x$

$2y = 1 - 0$	$2y = 1 - 1$	$2y = 1 - 2$
$2y = 1$	$2y = 0$	$2y = -1$
$y = \frac{1}{2}$ $\quad \left(0, \frac{1}{2}\right)$	$y = 0$ $\quad (1,0)$	$y = -\frac{1}{2}$ $\quad \left(2, \frac{-1}{2}\right)$

$x + 2y = 1$ க்கு மதிப்புகளை கண்டறிந்தாலும் சமன்பாட்டில் இருக்கும் படி ஒன்றுக்கு

$$1 + 2(0) = 1 \Rightarrow 1 + 0 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow (1,0)$$

$(1,0)$ என்ற புள்ளியை தவிர மற்ற புள்ளிகளுக்கு காண இயலாது.

தற்சுட்டு:

$$aRa \quad bRb = \{(a,a),(b,b)\} \notin R$$

இங்கு $x = 1$ என்றும் $y = 1$ என்று குறிப்பிட்டாலும் சமன்பாட்டிற்கு $= 1$ என்ற மதிப்புக் கிடைக்காது.

எ.கா. $\quad x + 2y = 1 \Rightarrow 1 + 2y = 1 \Rightarrow 1 + 2 = 1 \Rightarrow 3 \neq 1$

எனவே இவை தற்சுட்டு அல்ல

சமச்சீர்: $aRb \quad bRa = \{(a,b),(b,a) \notin R\}$

சமன்பாட்டில் x க்கு 1 என்றும் y க்கு 2எனக் குறிப்பிட்டாலும் அதே சமன்பாட்டில் xக்கு 2 என்றும் yக்கு 1 எனக் குறிப்பிட்டால் தீர்வுகள் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதில்லை.

எ.கா:

$x + 2y = 1$	$x + 2y = 1$
$2y = 1 - x$	$2y = 1 - x$
$2(2) = 1 - 1$	$2(1) = 1 - 2$
$4 \neq 0$	$2 \neq -1$

எனவே சமச்சீர் கிடையாது.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

கடப்பு:

$aRb \quad bRc \quad cRa$

$\{(a,b),(b,c),(c,a)\} \notin R$

aக்கும், bக்கும் புள்ளிகள் ஒன்றாக குறிப்பிட்டாலும் சமன்பாட்டில் உள்ள மதிப்பு கிடைக்காது. அதே போன்று cக்கும் aக்கு புள்ளிகள் ஒன்றாக இருந்தாலும் சமன்பாட்டில் இருக்கும் மதிப்பு $=1$ கிடைப்பதில்லை. எனவே இவை கடப்பு தொடர்பு அல்ல.

2. $X = \{a,b,c,d\}$ மற்றும் $R = \{(a,a),(b,b),(a,c)\}$ என்க. தொடர்பு R ஐ (i) தற்சுருட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என உருவாக்க R உடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக.

$X = \{a,b,c,d\}, R = \{(a,a),(b,b),(a,c)\}$

தற்சுட்டு: $X = \{a,b,c,d\}$

$aRa \quad bRb \quad cRc \quad dRd$

$R = \{(a,a),(b,b)\}$ என்பது $\{(c,c),(d,d)\} \in R$ ஆகியவற்றை சேர்க்க தற்சுருட்டாகும்.

சமச்சீர்: $aRb \quad bRa$

$R = \{(a,b),(b,a)\}$

$\{(c,a),(a,c)\} \in R$ ஐ சேர்க்க சமச்சீர் ஆகும்.

கடப்பு: aRb, bRc, aRc

$R = \{(a,b),(b,c),(a,c)\}$

இதில் (a,c) மட்டும் உள்ளதால் இதனை சேர்க்க தேவையில்லை. எனவே கடப்பு கிடையாது.

எனவே சமானத் தொடர்பாக இருக்க $(c,c),(d,d),(c,a)$ ஐ சேர்க்க வேண்டும்.

3. $A = \{a,b,c\}$ மற்றும் $R = \{(a,a),(b,b),(a,c)\}$ என்க. தொடர்பு R ஐ (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என உருவாக்க R உடன் சேர்க்கப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக.

தற்சுட்டு: $\{(a,a),(b,b),(c,c)\} \in R$

வினாவில் $(a,a),(b,b)$ மட்டும் இருப்பதால் R உடன் சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்பு (c,c) ஆகும்.

சமச்சீர்: $\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}),(\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})\} \in \boldsymbol{R}$

வினாவில் (a,c) என்பது R ல் உள்ளது. எனவே சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்பு (c,a) ஆகும். இப்போது இது சமச்சீர் தொடர்பு ஆகும்.

கடப்பு: $\{(a,b),(b,c),(a,c)\} \notin R$

வினாவில் (a,c) என்ற உறுப்பிற்கு சேர்க்க வேண்டிய உறுப்பு (c,a) ஆகும். ஆனால் இந்த உறுப்பு கடப்பு தொடர்பை உறுதி செய்வதில்லை. அது மட்டுமல்லாமல் $\{(a,b),(b,c),(a,c)\}$ என்று மட்டும் கூறியதால் இது கடப்பு தொடர்பன்று

இதை சமானத் தொடர்பாக மாற்ற சேர்க்க வேண்டிய உறுப்பு $(c,c),(c,a)$

4. ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்து முக்கோணங்களின் கணத்தை P என்போம் P ல் R என்ற தொடர்பானது "a ஆனது b ன் வடிவொத்ததாக இருப்பின் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது. R என்பது சமானத் தொடர்பு என நிறுவுக.

$P = \{$ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்து முக்கோணங்களின் கணம்$\}$

$R = a$ ஆனது bன் வடிவொத்ததாக இருக்கும்.

$P = \{a,b,c \ldots\}$

aRb

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

தற்சுட்டு: $\{(a,a),(b,b)\} \in R$

ஒரு தளத்தில் a என்பது a க்கே வடிவொத்ததாக அமையலாம். aRa எனவே இது தற்சுட்டு தொடர்பு ஆகும்.

$\{(a,a),(b,b)\} \in R$

சமச்சீர்:

$\{(a,b),(b,a)\} \in R$

a என்பது b க்கும், b என்பது c க்கும் வடிவொத்ததாக அமையலாம். எனவே சமச்சீர் தொடர்பு உண்டு

கடப்பு: $\{(a,b),(b,c),(a,c)\} \in R$

a என்பது b க்கும், b என்பது c க்கும், c என்பது a க்கும், ஒரு தளத்தில் எண்ணற்ற முக்கோணங்களை வரைந்தால் அவை வடிவொத்ததாக இருக்கும் என்றும், அந்த தளத்தில் வரையப்படும் உறுப்பிற்கு $\{a,b,c\ldots\}$ எது கொடுத்தாலும் அதுவும் வடிவொத்ததாக அமையலாம் என்று கூறுவதால் இது கடப்புத் தொடர்பு எனப்படும்.

எனவே, அவை சமானத் தொடர்பு எனப்படும்.

5. இயல் எண்களின் கணத்தில் R என்பது "$2a+3b=30$ எனில் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது R ல் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக. அது (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பா என்பதை சரிபார்க்க.

இயல் எண் $=\{\mathbf{1,2,3,4,\ldots n}\}$

$2a+3b=30$	$2(6)+3(6)=30$	$2(9)+3(4)=30$	$2(12)+3(2)=30$
$2(3)+3(8)=30$	$12+18=30$	$18+12=30$	$24+6=30$
$6+24=30$	$30=30\quad(6,6)$	$30=30\quad(9,4)$	$30=30\quad(12,2)$
$30=30\quad(3,8)$			

$R=\{(3,8),(6,6),(9,4),(12,2)\}$

தற்சுட்டு:

$\{(6,6),(3,8)\} \in R$

எனவே, இவை தற்சுட்டு அல்ல

சமச்சீர்:

$\{(6,6),(3,8)\} \notin R$

எனவே இவை சமச்சீர் அல்ல

கடப்பு: $\{(a,b),(b,c),(a,c)\} \in R$

$\{(3,8),(6,6),(9,4),(12,2)\} \in R$

எனவே இது கடப்பு தொடர்பு ஆகும்.

ஆகவே, இது சமானத் தொடர்பு அல்ல.

6. சென்னையில் உள்ள மக்களின் கணத்தில் "நட்பு" ஒரு சமானத் தொடர்பன்று என்பதை நிரூபிக்க.

$A=\{$சென்னையில் உள்ள மக்களின் கணம்$\}$, $R=$நட்பு

தற்சுட்டு:

$aRa\quad bRb$

$\{(a,a),(b,b)\} \notin R$

சென்னையில் உள்ள மக்களில் a என்பவர் aவுக்கே நண்பராக இருக்க முடியாது. அதனால் இது தற்சுட்டு ஆகாது.

சமச்சீர்:

$\{(a,b),(b,a)\} \in R$

a என்பவர் bக்கும், b என்பவர் aக்கும் நண்பராக இருக்கலாம். எனவே, இது சமச்சீர் தொடர்பு ஆகும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

கடப்பு:

$\{(a,b),(b,c),(c,a)\} \notin R$

a என்பவர் bக்கும், b என்பவர் cக்கும், cஎன்பவர் aக்கும் நண்பனாக இருக்கலாம் மற்றும் இல்லாமலும் இருக்கலாம் எனவே இது கடப்பு தொடர்பன்று.

ஆகையால் இவை சமானத்தொடர்பல்ல.

7. இயல் எண்களின் கணத்தில் தொடர்பு R ஆனது "$a + b \leq 6$ ஆக இருந்தால் aRb" என வரையறுக்கப்படுகிறது. R ல் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக. அது (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமானத் தொடர்பு என்பதை சரிபார்க்க.

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$R = a + b \leq 6 \ aRb$

$1 + 1 = 2 \leq 6\,,\quad 2 + 2 = 4 \leq 6\,,\quad 3 + 3 \leq 6 \Rightarrow a \leq 6$

$a + b \leq 6$

தற்சுட்டு: $\{(a,a),(b,b),(c,c)\} \notin R$

$(1,1),(2,2),(3,3)$ என்ற புள்ளிகள் $(a,a),(b,b),(c,c)$ என்ற வடிவத்தில் இருக்கின்றன. இந்த புள்ளிகள் ஒரே மாதிரியாக இருந்தாலும் இதன் மதிப்புகள் வெவ்வேறானவை. எனவே, இவை தற்சுட்டு அன்று.

சமச்சீர்:

$\{(a,b),(b,a)\} \in R$

$(1 + 2) \leq 6 \Rightarrow 3 \leq 6 \quad (1,2)$

$(2 + 1) \leq 6 \Rightarrow 3 \leq 6$

$(1 + 3) \leq 6 \Rightarrow 4 \leq 6$

$(3 + 1) \leq 6 \Rightarrow 4 \leq 6$

$(4 + 1) \leq 6 \Rightarrow 5 \leq 6$

$(1 + 4) \leq 6 \Rightarrow 5 \leq 6$

$(5 + 1) \leq 6 \Rightarrow 6 \leq 6$

$(1 + 5) \leq 6 \Rightarrow 6 \leq 6$

புள்ளிகள்: $(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(1,4),(4,1),(1,5),(2,3),(3,2),(2,4)$ இந்த புள்ளிகள் அனைத்தும் $(a,b),(b,a)$ வடிவத்தில் இருக்கின்றன மற்றும் இதன் மதிப்புகளும் ஒன்றாக இருக்கிறது. எனவே இவை சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல

கடப்பு:

$(a,b),(b,c),(c,a)$

$(1 + 2) \leq 6 \Rightarrow 3 \leq 6$

$(2 + 3) \leq 6 \Rightarrow 5 \leq 6$

$(1 + 3) \leq 4 \Rightarrow 4 \leq 6$

புள்ளிகள் $(1,2),(2,3),(1,3)$ என்பது $(a,b),(b,c),(c,a)$ என்ற வடிவத்தில் அமைவதால் இவை கடப்புத் தொடர்பு ஆகும்.

எனவே தற்சுட்டு அன்று, சமச்சீர் மற்றும் கடப்பு மட்டுமே சரிபார்க்கப்படுகிறது. எனவே இது சமானத் தொடர்பன்று.

8. $A = \{a,b,c\}$ என்க. A ன் மீதான மிகச்சிறிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன? A ன் மீதான மிகப்பெரிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு என்ன?

$A = \{a,b,c\}$

A ன் மீதான மிகச்சிறிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு

$A = \{(a,a),(b,b),(c,c)\}$

A ன் மீதான மிகப்பெரிய செவ்வெண்மையுடைய சமானத் தொடர்பு

$A \times A = \{(a,b,c) \times (a,b,c)\}$

$= \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c)\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

9. Z ல் "$m-n$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடுமெனில் mRn" எனத் தொடர்பு R வரையறுக்கப்பட்டால் R என்பது சமானத் தொடர்பு என நிரூபிக்க.

$m,n \in Z$ ல் உள்ள இரு எண்கள் என்க. mRn அதாவது $m-n$ ஐ 7 வகுக்கும். $\frac{m-n}{7} = k; m-n = 7k$ **தற்சுட்டு:** a ஒரு எண் எனில் $a-a=0$, 7 ஆல் வகுபடும். aRa என்பது ஒவ்வொரு $a \in Z$ R தற்சுட்டு சார்பு ஆகும். **சமச்சீர்:** $a,b \in Z, \therefore aRb$ அதாவது $a-b$ ஆனது 7ஆல் வகுபடும். $\frac{a-b}{7} = k, a-b = 7k$ $b-a = -7k$ $\frac{b-a}{7} = -k$ $b-a$ ம் 7 ஆல் வகுபடும். $\therefore aRb = bRa$ சமச்சீர் ஆகும்.	**கடப்பு:** $\frac{a-b}{7} = k, a-b = 7k, \frac{b-c}{7} = n$ $b-c = 7n$ $a-c = a-b+b-c-7(m+n)$ $\frac{a-c}{7} = m+n$ $a-c$ஆனது 7ஆல் வகுபடும். aRc எனவே aRc கடப்புத் தொடர்பு ஆகும். $\therefore R$ ஆனது தற்சுட்டு தொடர்பு, கடப்புத் தொடர்பு, சமச்சீர் தொடர்பு ஆகும். சமானத் தொடர்பு ஆகும்.

சார்புகள்: A மற்றும் B ஆகியவை இரு கணங்கள் என்க. $A \times B$ இன் உட்கணமானத் தொடர்பு f ஆனது, A லிருந்து B க்கு வரையறுக்கப்படும் சார்பு (function) எனக் கூற வேண்டுமாயின் கீழ்க்காணும் நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்ய வேண்டும்

i) அனைத்து $a \in A$ க்கும் எனுமாறு ஒரு உறுப்பு $b \in B$ என அமைதல் வேண்டும்.

ii) $(a,b),(a,c) \in f$ எனில் $b = c$ இருத்தல் வேண்டும்

இரண்டு சார்புகள் f மற்றும் g **சமம்** எனில் அவற்றின் சார்பகங்கள் சமமாக இருந்து சார்பத்திலுள்ள அனைத்து a க்கும் $f(a) = g(a)$ என இருத்தல் வேண்டும்.

சில எளிமையான சார்புகள் (Some elementary functions):

சமனிச் சார்பு (Identity function): ஏதேனும் ஒரு வெற்றற்ற கணம் X என்க. $f: X \to X$ என்ற சார்பானது $f(x) = x$ என அனைத்து $x \in X$ க்கும் வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை X ன் மீதான சமனிச்சார்பு என்று அழைக்கலாம். மேலும் அதனை I_X எனவும் குறிப்பிடலாம்.

மாறிலிச் சார்பு (Constant function): X மற்றும் Y என்பவை இரு கணங்கள். மேலும் Y ல் உள்ள ஒரு நிலையான உறுப்பு c என்க. $f: X \to Y$ என்ற சார்பானது $f(x) = c$ என அனைத்து $x \in X$ க்கும் வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை மாறிலிச் சார்பு என்று கூறலாம். மாறிலி சார்பின் மதிப்புகள் சார்பகம் முழுமைக்கும் ஒரே மதிப்பாகும்.

ஏதேனும் ஒரு கணம் X என்க. அனைத்து $x \in X$ க்கும் $f(x) = 0$ வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை **பூஜ்ஜிய சார்பு (Zero function)** என்று அழைக்கப்படும்.

மட்டுச் சார்பு அல்லது எண்ணளவு சார்பு (Modulus function or absolute value function):

$f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = |x|$ என வரைறுக்கப்பட்டால் (இங்கு $|x|$ என்பது x ன் மட்டு அல்லது எண்ணளவு மதிப்பாகும்) அதனை மட்டுச்சார்பு அல்லது எண்ணளவு சார்பு எனக் கூறலாம். $|x|$ என்பது கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$|x| = \begin{cases} -x \,; & x < 0 \\ 0 \,; & x = 0 \quad x \in R \\ x \,; & x > 0 \end{cases}$$

குறியீட்டுச் சார்பு (Signum function):

$f: R \to R$ என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} \,; & x \neq 0 \\ 0 \,; & x = 0 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால், இச்சார்பினை குறியீட்டுச்சார்பு எனலாம். இச்சார்பினை sgn எனவும் குறிப்பிடலாம்.

மீப்பெரு முழு எண் சார்பு (Greatest integer function or floor function): $f: R \to R$ என்ற சார்பில் $f(x)$ என்பது x ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் மீப்பெரு முழு எண் என வரையறுக்கப்பட்டால் அச்சார்பு மீப்பெரு முழு எண் சார்பு அல்லது floor சார்பு என அழைக்கப்படும். இச்சார்பினை $\lfloor x \rfloor$ எனக் குறிப்பிடலாம்

மீச்சிறு முழு எண் சார்பு (Smallest integer function or the ceil function): $f: R \to R$ என்ற சார்பில் $f(x)$ என்பது, x ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் மீச்சிறு முழு எண் என வரையறுக்கப்பட்டால் அச்சார்பு மீச்சிறு முழு எண் சார்பு அல்லது ceil சார்பு எனப்படும். இச்சார்புக்கான குறியீடு $\lceil . \rceil$

குறிப்பு: மேற்குறிப்பிட்ட இரு சார்புகளையும் படிநிலை சார்புகள் என அழைக்கலாம்.

சார்புகளின் வகைகள் (Types of functions):

ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு (one to one function): $f: A \to B$ என்ற சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாக இருக்க வேண்டுமாயின் $x, y \in A, x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ எனுமாறு [அல்லது நிகராக $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$] அமைய வேண்டும்.

மேற்கோர்த்தல் சார்பு (Onto function) : $f: A \to B$ என்ற சார்பு மேற்கோர்த்தல் சார்பாக இருக்க வேண்டுமாயின், ஒவ்வொரு $b \in B$ க்கும் $f(a) = b$ எனுமாறு குறைந்தபட்சம் ஒரு உறுப்பு $a \in A$ ல் இருக்க வேண்டும். அதாவது f ன் வீச்சகம் B ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

குறிப்பு: ஒன்றுக்கொன்றான சார்பினை **உள் செலுத்தும் சார்பு** (injective) என்றும், மேற்கோர்த்தல் சார்பினை **மேல் செலுத்தும் சார்பு (surjective)** என்றும் அழைக்கலாம். மேலும் ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல் என இரண்டையும் பெற்றிருந்தால் அச்சார்பை **இருபுறச் சார்பு (bijective)** என்று கூறலாம்.

சார்பின் நேர்மாறு (Inverse function): $f: X \to Y$ என்பது இருபுறச் சார்பு என்க. சார்பு $g: Y \to X$ ஆனது $f(x) = y$ எனும் போது $g(y) = x$ என வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின் சார்பு g ஐ f ன் நேர்மாறு என்று அழைக்கப்பட்டு f^{-1} என குறிப்பிடப்படுகிறது. சார்பு f நேர்மாறு உடையதாக இருந்தால் f ஐ நேர்மாற்றுத்தன்மை உடையது எனக் கூறலாம்.

சார்புகளில் இயற்கணித செயல்பாடுகள்: (Algebra of functions):

X ஒரு கணம் என்க. f மற்றும் g என இரு மெய்மதிப்புச் சார்புகள் X ன் மீது வரையறுக்கப்படுகிறது என்க. அனைத்து $x \in X$ க்கு

i) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

ii) $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

iii) $(fg)(x) = f(x)g(x)$

iv) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, இங்கு $g(x) \neq 0$

v) $(cf)(x) = cf(x)$, c ஒரு மாறிலி

vi) $(-f)(x) = -f(x)$

சில சிறப்பு சார்புகள் (Some special functions):

பல்லுறுப்பு சார்பு (Polynomial function):

$f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n, a_i$ என்பவை மாறிலிகள், என வரையறுக்கப்படுமெனில், f-ஐ பல்லுறுப்பு சார்பு என்றழைக்கலாம். வலப்புறத்தில் அமைந்துள்ளது பல்லுறுப்புக்கோவை என்பதால் பல்லுறுப்பு சார்பு என அழைக்கப்படுகிறது.

நேரியல் சார்பு (Linear function):

$f: R \to R$ என்ற சார்பு $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, b ஆகியவை மாறிலிகள் என்று வரையறுக்கப்படுமானால், அதனை நேரியல் சார்பு (linear function) என அழைக்கலாம்.

நேரியலற்ற சார்பு (Non-linear function): நேரியல் அல்லாத சார்பு நேரியலற்ற சார்பு எனப்படுகிறது.

படுக்குறிச்சார்பு (Exponential function): $f: R \to R$ எனும் சார்பு $f(x) = a^x, a$ ஒரு குறையற்ற மாறிலி, என வரையறுக்கப்படுவதாக கருதுக. $a = 0, x \neq 0$ எனில், இச்சார்பு பூஜ்ஜிய சார்பாக அமையும். $a = 1, x \neq 0$ எனில் $f(x) = a^x$ என்பது $f(x) = 1$ என்கிற மாறிலிச் சார்பு ஆகும். $a > 1$ எனில், $f(x) = e^x$ என்பது ஒரு படிக்குறிச் சார்பு ஆகும்.

மடக்கைச் சார்பு (Logarithmic function): $a > 1$ என்பது ஒரு மாறிலி என்க. $f: (0, \infty) \to R$ எனும் ஒரு சார்பு $f(x) = \log_a x$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை மடக்கை சார்பு எனலாம். மேலும் தக்க சார்பகத்தின் மீதான ஒருபடிக்குறி சார்பு $f(x) = a^x$ ன் நேர்மாறு, மடக்கை சார்பாக அமையும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

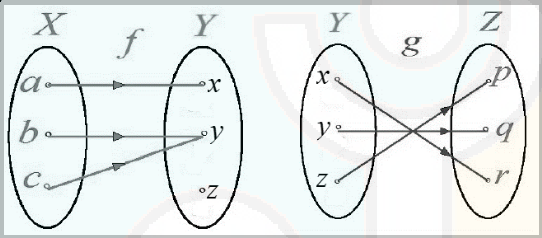
விகிதமுறு சார்பு (Rational function): தகுந்த சார்பகத்தில் $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ என வரையறுக்கப்படும் மெய்மதிப்புச் சார்பு (இங்கு $p(x)$ மற்றும் $q(x)$ ஆகியன பல்லுறுப்புக் கோவைகள், $q(x)\neq 0$) f ஆனது ஒரு விகிதமுறு சார்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது. $q(x)=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைத் தவிர்த்து R ல் பெறப்படும் மதிப்புகள் இச்சார்புகளின் சார்பகமான அமையும்.

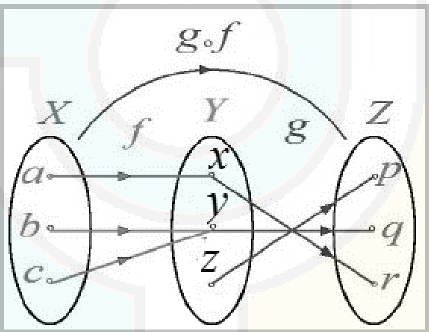
தலைகீழ்ச் சார்பு (Reciprocal function): பூச்சியமற்ற மெய்மதிப்புச் சார்பு $f(x)$ க்கு தகுந்த சார்பகத்தில் $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ என வரையறுக்கப்படும் மெய்மதிப்புச் சார்பு g ஆனது f ன் தலைகீழ்ச்சார்பு ஆகும். $f(x)=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளை R ல் இருந்து நீக்கிப் பெறப்படும் மதிப்புகள் இச்சார்புகளின் சார்பகமாக அமையும். உதாரணமாக $f(x)=\frac{1}{1-x}$ ன் மீப்பெரு சார்பகமாக $R-\{1\}$ அமையும்

ஒற்றைப்படைச்சார்பு மற்றும் இரட்டைப்படை சார்பு (Odd and even function): அனைத்து $x\in R$ க்கும் $f(-x)=-f(x)$ எனில், $f:R\to R$ எனும் சார்பு ஒரு ஒற்றைப்படைச்சார்பு எனப்படும். அனைத்து $x\in R$ க்கும் $f(-x)=f(x)$ எனில் f ஒரு இரட்டைப்படைச் சார்பு எனப்படும்.

சார்புகளின் மீதான செயல்பாடுகள் (Operations on Functions)

சார்புகளின் சேர்ப்பு (Composition)

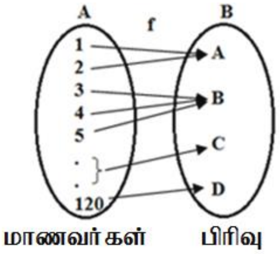




$f:X\to Y$ மற்றும் $g:Y\to Z$ என்பன இரு சார்புகள் என்க. இப்போது சார்பு $h:X\to Z$ என்பது ஒவ்வொரு $x\in X$ க்கும் $h(x)=g(f(x))$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அதனை g உடன் f ன் சேர்ப்பு என்று அழைக்கலாம். அதனை $g\circ f$ என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

பயிற்சி 1.3

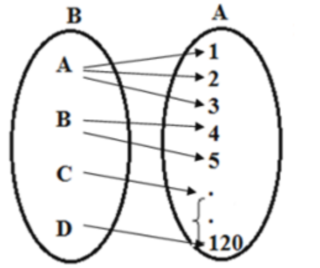
1. **ஒரு பள்ளியில் பதினோராம் வகுப்பில் 4 பிரிவுகளில் மொத்தம் 120 மாணவர்கள் படிக்கின்றனர். மாணவர்களின் கணம் A மற்றும் பிரிவுகளின் கணம் B என்க. "x என்ற மாணவர் y பிரிவிலிருந்தால் x ஆனது y உடன் தொடர்புடையது" என வரையறுக்கப்படுகிறது. இத்தொடர்பு சார்பாகுமா? இதன் நேர்மாறு தொடர்பு பற்றி விளக்குக.**



"x என்ற மாணவர் y பிரிவிலிருந்தால் x ஆனது y உடன் தொடர்புடையது" $A\to B$ இது ஒரு தொடர்பாகும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

நேர்மாறு தொடர்பு:



இது ஒரு தொடர்பு அல்ல. ஏனெனில், மதிப்பகத்தில் உள்ள உறுப்புகள் துணை மதிப்பகத்தில் ஒன்றுக்கும் மேற்ப்பட்ட நிழல் உருக்களை கொண்டுள்ளது.

2. $f(x)=\begin{cases} -x+4 & ;-\infty < x \le -3 \\ x+4 & ;-3 < x < -2 \\ x^2-x & ;-2 \le x < 1 \\ x-x^2 & ;1 \le x < 7 \\ 0 & ; \text{மற்ற இடங்களில்} \end{cases}$ **என வரையறுக்கப்படின் $-4, 1, -2, 7, 0$ ஆகியவற்றில் f ன் மதிப்புகளைக் காண்க.**

$f(-4) = -x+4 = -(-4)+4 = 4+4 = 8$, $f(1) = x - x^2 = 1-(1)^2 = 1-1 = 0$

$f(-2) = x^2 - x = (-2)^2 + 2 = 4+2 = 6$

$f(7) = 0$

$f(0) = x^2 - x = 0^2 - 0 = 0$

3. $f(x)=\begin{cases} x^2+x-5 & ; x\in(-\infty,0) \\ x^2+3x-2 & ; x\in(3,\infty) \\ x^2 & ; x\in(0,2) \\ x^2-3 & ; \text{மற்ற இடங்களில்} \end{cases}$ **என வரையறுக்கப்படின் $-3, 5, 2, -1, 0$ ஆகியவற்றில் f ன் மதிப்புகளைக் காண்க.**

$f(-3) = x^2 + x - 5 = (-3)^2 + (-3) - 5 = 9-3-5 = 1$

$f(5) = x^2 + 3x - 2 = (5)^2 + 3(5) - 2 = 25+15-2 = 38$

$f(2) = x^2 - 3 = 4-3 = 1$

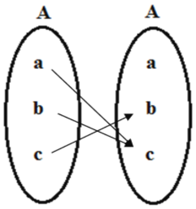
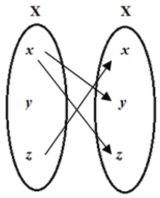
$f(-1) = x^2 + x - 5 = (-1)^2 + (-1) - 5 = 1-1-5 = 1-6 = -5$

$f(0) = x^2 - 3 = 0-3 = -3$

4. கீழ்க்காணும் தொடர்புகள் சார்புகளா? என்பதனைச் சோதிக்கவும். சார்புகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்றா மற்றும் மேற்கோர்த்தலா எனச் சோதிக்கவும். சார்பு இல்லை எனில் காரணம் கூறவும்.

(i) $A=\{a,b,c\}$ **மற்றும்** $f=\{(a,c),(b,c),(c,b)\}; (f: A\to A)$

(ii) $X=\{x,y,z\}$ **மற்றும்** $f=\{(x,y),(x,z),(z,x)\}; (f: X\to X)$

(i)	(ii)
 இது ஒரு சார்பாகும். ஆனால் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்போ அல்லது மேல் சார்போ அல்ல.	 இது ஒரு சார்பல்ல. ஏனெனில் $y\in X$ க்கு நிழல் உரு இல்லை.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

5. $A = \{1,2,3,4\}$ **மற்றும்** $B = \{a,b,c,d\}$ **எனில் பின்வரும் ஒவ்வொன்றிற்கும்** $A \to B$ **க்கு ஒரு சார்பு உதாரணமாகத் தருக.**

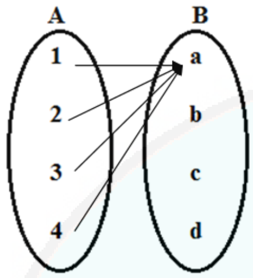
(i) ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மேற்கோர்த்தலும் அல்ல

(ii) ஒன்றுக்கொன்று அல்ல ஆனால் மேற்கோர்த்தல்

(iii) ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோத்தல் அல்ல

(iv) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல்

(i) ஒன்றுக்கொன்றும் அல்ல மேற்கோர்த்தலும் அல்ல



$f = \{(1,a),(2,a),(3,a),(4,a)\}$

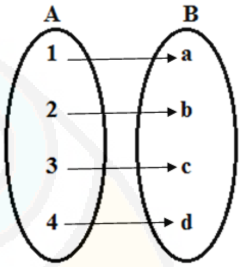
(ii) ஒன்றுக்கொன்று அல்ல ஆனால் மேற்கோர்த்தல்

இவ்வாறு இருக்க இயலாது

(iii) ஒன்றுக்கொன்று ஆனால் மேற்கோத்தல் அல்ல

இவ்வாறு இருக்க இயலாது

(iv) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் மேற்கோர்த்தல்



$f = \{(1,a),(2,b),(3,c),(4,d)\}$

6. $\frac{1}{1-2\sin x}$ **என்ற சார்பின் சார்பின் சார்பகத்தைக் காண்க**

$\sin\theta = \sin\alpha$ எனில்,

$\theta = n\pi \pm (-1)^n\alpha$

$1 - 2\sin x = 0$

$1 = 2\sin x$

$\frac{1}{2} = \sin x$

$\theta = 30^0$

$\sin\theta = \sin\alpha$

$\sin\theta = \sin 30^0$

$\theta = n\pi \pm (-1)^n \frac{\pi}{6}$

7. $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2-9}}$ **என்ற சார்பின் மீப்பெரு சார்பகத்தைக் காண்க.**

$x < -2$ அல்லது $x > 2$ எனினும் x^2 ன் மதிப்பு 4ஐ விட அதிகமாகவே இருக்கும். மேலும் $4 - x^2$ குறையாகவே இருக்கும், இதற்கு R ல் வர்க்க மூலம் இல்லை. எனவே x ஆனது $[-2,2]$ என்ற இடைவெளியில் இருக்கும்.

இதே போல், $x \ge -3$ மற்றும் $x \le 3$, எனில் $x^2 - 9$ ஆனது குறையாக இருக்கும், மேலும் $x^2 - 9$ க்கு R ல் வர்க்க மூலம் இல்லை. f ஆனது வரையறுக்கப்படவில்லை. எனவே x ஆனது $[-3,3]$ என்ற இடைவெளிக்கு வெளியிலும் $[-\infty,-3) \cup (3,\infty]$ என்ற இடைவெளிக்கு உள்ளேயும் இருக்கும்.

மேற்க்கண்ட இரண்டினையும் ஒப்பிடும் போது f க்கு மதிப்பகம் ஏதுமில்லை.

8. $\frac{1}{2\cos x - 1}$ **என்ற சார்பின் வீச்சகத்தைக் காண்க.**

$f(x) = \frac{1}{2\cos x - 1}$

$-1 \le \cos x \le 1$

$-2 \le 2\cos x \le 2$

$-3 \le 2\cos x - 1 \le 1$

$-\frac{1}{3} \ge \frac{1}{2\cos x - 1} \le 1$

வீச்சகம் : $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup [1,\infty)$

9. $xy = -2$ **எனும் தொடர்பு தகுந்த சார்பகத்தில் ஒரு சார்பு எனக்காட்டுக. அதன் சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் காண்க.**

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர்பு $x = -\frac{2}{y}$

$f(x_1) = f(x_2)$

$-\frac{2}{y_1} = -\frac{2}{y_2}$

$-\frac{1}{y_1} = -\frac{1}{y_2}$

$y_1 = y_2$

f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும்.

$0 \in$ சார்பகத்தில் நிழல் உரு இல்லை

சார்பகம்$= R - \{0\}$, வீச்சகம் $= R - \{0\}$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

10. $f(x) = |x| + x$ **மற்றும்** $g(x) = |x| - x$ **என** $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **வரையறுக்கப்படின்** $g \circ f$ **மற்றும்** $f \circ g$ **காண்க.**

$f(x) = |x| + x$

$g(x) = |x| - x$

$$|x| = \begin{cases} -x \ if \ x \le 0 \\ x \ if \ x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + x \ if \ x \le 0 \\ x + x \ if \ x > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 \ if \ x \le 0 \\ 2x \ if \ x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -x - x \ if \ x \le 0 \\ x - x \ if \ x > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -2x \ if \ x \le 0 \\ 0 \ if \ x > 0 \end{cases}$$

i) $x \le 0$ எனில்

$(g \circ f)x = g[f(x)] = g(0) = -2(0) = 0$

$(f \circ g)x = f[g(x)] = f(-2x) = 0$

ii) $x > 0$ எனில்

$(g \circ f)x = g[f(x)] = g(2x) = 0$

$(f \circ g)x = f[g(x)] = f(0) = 0$

11. f, g, h **என்பன** $\mathbb{R}$ **ல் வரையறுக்கப்பட்ட மெய்மதிப்புச் சார்புகளெனில்,** $(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$ **என நிரூபிக்க. மேலும்** $f \circ (g + h)$ **பற்றி என்ன கூற இயலும்? தகுந்த காரணங்களுடன் விடை தருக.**

f, g, h என்பன $\mathbb{R}$ ல் வரையறுக்கப்பட்ட மெய்மதிப்புச் சார்புகள்

$(f + g) \circ h: R \to R$

i) $f \circ g + g \circ h: R \to R \ \forall \ x \in R$

$[(f + g) \circ h](x) = (f + g)(h(x))$

$= f(h(x)) + g(h(x))$

$= f \circ h(x) + g \circ h(x)$

$= (f + g) \circ h$

$= f \circ h + g \circ h$

ii) $f \circ (g + h) = f(g + h)(x)$

$= f[g(x) + h(x)]$

$= f[g(x)] + f[h(x)]$

$= (f \circ g)x + (f \circ h)(x)$

$\therefore f \circ (g + h) = (f \circ g)(x) + (f \circ h)(x)$

12. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **என்ற சார்பு** $f(x) = 3x - 5$ **என வரையறுக்கப்படின் அது ஒரு இருபுறச் சார்பு என நிரூபித்து அதன் நேர்மாறு காண்க.**

$f(x) = 3x - 5$

ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு:

$f(x) = f(y)$ எனில்

$3x - 5 = 3y - 5$

$x = y$

$f(x) = f(y)$

$x = y$

$\therefore f$ ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

மேற்கோர்த்தல் சார்பு:

$y \in R$ எனில்

$3x - 5 = y$

$3x = y + 5$

$x = \frac{y+5}{3}$

$f(x) = 3\left(\frac{y+5}{3}\right) - 5 = y + 5 - 5$

$\therefore f$ என்பது மேற்கோர்த்தல சார்பு . $\therefore f$ ஒரு இருபுற சார்பாகும்.

நேர்மாறு சார்பு:

$y = 3x - 5$ எனில்

$3x = y + 5$

$x = \frac{y+5}{3}$

$f^{-1}(y) = \frac{y+5}{3}$

x க்கு மாற்ற கிடைப்பது

$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$

13. **ஒரு மனிதனின் தசைகளின் எடை** W **ஆனது அவரது உடல் எடை** x **ன் சார்பாக அமைகிறது. மற்றும்** $W(x) = 0.35x$ **எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது எனில், இச்சார்பின் சார்பகத்தை தீர்மானிக்கவும்.**

$W(x) = 0.35x$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. x என்பது மனிதனை குறிக்குமாயின், அதற்கு நிறை முழு எண்களையே எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

$$W: W \to R^+$$

எனவே, இதன் சார்பகம் குறையற்ற முழு எண்ணாக இருக்கும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

14. மேலிருந்து கீழே விழும் ஒரு பொருளின் உயரம், t நேரத்தைப் பொறுத்துச் சார்பாக, $s(t) = -16t^2$ என அமைகிறது. இச்சார்பினை வரைபடமாகக் கொண்டு ஒன்றுக்கொன்றா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

$s(t) = -16t^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$s(t_1) = s(t_2)$

$-16t_1^2 = -16t_2^2$

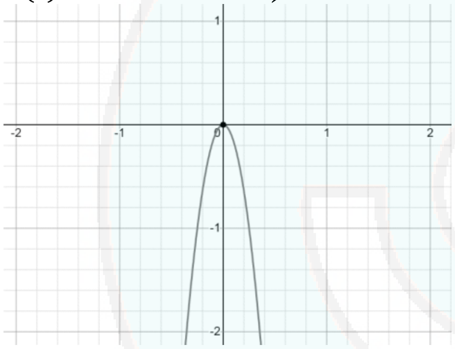
$t_1^2 = t_2^2$

$\pm t_1 = \pm t_2$

$s(t)$ என்பது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகும்.

x	0	-1	1	2	-2
$f(x)$	0	-16	-16	-64	-64

$s(t) = -16t^2$ ன் வரைபடம்



15. ஒரு குறிப்பிட்ட வான்வழிப் பயணக் கட்டணமானது, அடிப்படை வானூர்திக் கட்டணம் (ரூபாயில்) C உடன் எரிபொருள் கூடுதல் கட்டணம் S உள்ளடக்கியது. C மற்றும் S ஆகிய இரண்டுமே வான் தொலைவு அளவு m ஆல் அமைகிறது. மேலும் $C(m) = 0.4m + 50$ மற்றும் $S(m) = 0.03m$ எனில் தொலைவு அளவு ரீதியாக ஒரு பயணச்சீட்டின் மொத்த கட்டணத்தினை m ன் சார்பாக எழுதுக. மேலும் 1600 வான் தொலைவு மைல்களுக்கான பயணச் சீட்டின் தொகையைக் காண்க.

$C(m) = 0.4m + 50$ மற்றும் $S(m) = 0.03m$

மொத்தக்கட்டணம் $= C(m) + S(m)$

வான்வழிபயணக்கட்டணம் $= 0.43m + 50$

$m = 1600$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$= 0.43(1600) + 50$

$= 738$

16. ஒரு விற்பனை பிரதிநிதியின் ஆண்டு வருமானத்தைக் குறிக்கும் சார்பு $A(x) = 30,000 + 0.04x$. இங்கு x என்பது அவர் விற்கும் பொருளின் விலைமதிப்பை ரூபாயாகக் குறிக்கின்றது. விற்பனைத் துறையில் உள்ள அவர் மகனின் வருமானம் $S(x) = 25,000 + 0.05x$ எனும் சார்பாகக் குறிக்கப்படுகிறது. எனில் $(A + S)(x)$ காண்க. மேலும் ரூ.1,50,00,000 மதிப்புள்ள பொருட்களை அவர்களிருவரும் தனித்தனியே விற்றால் குடும்ப மொத்த வருமானத்தினைக் கணக்கிடுக.

$A(x) = 30,000 + 0.04x$

$S(x) = 25,000 + 0.05x.$

$(A + S)x = 30,000 + 0.04x + 25000 + 0.05x$

மொத்த வருமானம் $(A + S)x = 55000 + 0.9x$

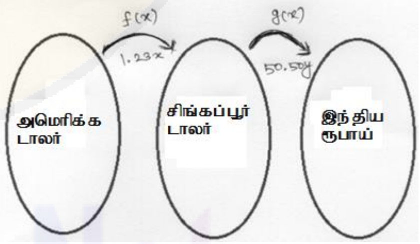
$x = 1,50,00,000$

$(A + S)x = 55000 + 0.09(1,50,00,000)$

$= 55000 + 1350000$

$= 14,05,000$

17. அமெரிக்க டாலரை சிங்கப்பூர் டாலராக ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பண மதிப்பு மாற்றம் செய்யும் சார்பு $f(x) = 1.23x$ ஆகும். இங்கு x என்பது அமெரிக்க டாலர்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். அதே நாளில் இந்திய ரூபாய்க்கு சிங்கப்பூர் டாலரை மாற்றும் சார்பு $g(y) = 50.50y$, இங்கு y என்பது சிங்கப்பூர் டாலர்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். இந்திய ரூபாயின் அடிப்படையில் அமெரிக்க டாலரின் நாணயப் பரிவர்தனை விகிதத்தை வழங்கும் சார்பினை எழுதுக.



$f(x) = 1.23x$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x என்பது அமெரிக்க டாலாரைக் குறிக்கிறது.

$g(y) = 50.50y$

y என்பது எத்தனை அமெரிக்க டாலர்கள், சிங்கப்பூர் டாலராக மாற்றி பின் அதை இந்திய ரூபாயாக மாற்றப்படுகிறது என்பதை குறிக்கிறது

$g \circ f(x)$ ஐ நாம் கண்டறிய வேண்டும்.

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$= g(1.23x)$

$= 50.50(1.23x) = 62.1150x$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

18. ஒரு சிறிய உணவகத்தின் உரிமையாளர் ரூ.100 செலவில் ஒரு குறிப்பிட்ட உணவைத் தயாரிக்க முடியும். உணவு வகைப் பட்டியலின்படி அந்த உணவின் விலை x என நிர்ணயித்தால், அந்நாளில் அவ்வுணவைப் பெறும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை $D(x) = 200 - x$ என்ற சார்பாக அமைகிறது. அந்த உணவைப் பொறுத்து அவருடைய அன்றைய வருமானம், மொத்த செலவு மற்றும் லாபம் ஆகியவற்றை x ன் சார்பாக அமைக்கவும்.

உணவை தயாரிப்பு ஆகும் செலவு = ரூ. 100

அந்த உணவு விற்பனை செய்யப்படும் விலை

= ரூ x

வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கையின் சார்பு

$D(x) = 200 - x$

வருமானம் = ரூ.$(200 - x)(x)$

மொத்த செலவு = ரூ.$(200 - x)(100)$

இலாபம் = வருமானம் − மொத்த செலவு

$= (200 - x)x - (200 - x)100$

19. பாரன்ஹீட்டிலிருந்து செல்சியஸ் வெப்பநிலைக்கு மாற்றும் சார்பு $y = \frac{5x}{9} - \frac{160}{9}$ எனில், y ன் நேர்மாறு சார்பினைக் காண்க. நேர்மாறு சார்பும் ஒரு சார்பு எனவும் காண்க.

$f(x) = \frac{5x-160}{9}$ என்க

$y = \frac{5x-160}{9}$

$9y = 5x - 160$

$5x = 9y + 160$

$x = \frac{9y+160}{5}$

$g(y) = \frac{9y+160}{5}$

$g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{5x-160}{9}\right)$

$= \frac{9\left(\frac{5x-160}{9}\right)}{5} = \frac{5x-160+160}{5} = \frac{5x}{5} = x$

$f \circ g(x) = f[g(y)] = f\left(\frac{9y+160}{5}\right)$

$= \frac{5\left(\frac{9y+160}{5}\right)-160}{9} = \frac{9y+160-160}{9} = \frac{9y}{9} = y$

$f^{-1}(x) = \frac{9x-160}{5}$

20. **ஒரு சாதாரண சங்கேதமொழியில் ஓர் உருவினை மாற்றியமைக்க எண்ணால் எழுதப் பயன்படுத்தப்படும் சார்பு $f(x) = 3x - 4$. இச்சார்பின் நேர்மாறினையும், அந்நேர்மாறு ஒரு சார்பு என்பதையும் காண்க. அவை $y = x$ என்ற நேர்க்கோட்டில் சமச்சீர் உடையது என்பதை வரைந்து காண்க.**

$f(x) = 3x - 4$

$y = 3x - 4$

$\frac{y+4}{3} = x$

$g(y) = \frac{y+4}{3}$ என்க

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$= g(3x - 4)$

$= \frac{3x-4+4}{3} = \frac{3x}{x} = x$

$f \circ g(y) = f[g(y)]$

$= f\left(\frac{y+4}{3}\right) = 3\left(\frac{y+4}{3}\right) - 4$

$= y + 4 - 4 = y$

$\therefore g \circ f(x) = I_x$

$f \circ g(x) = I_y$

f மற்றும் g ஆகியன ஒன்றுக்கொன்று இருபுறச்சார்பாகும்.

$f^{-1}(y) = \frac{y+4}{3}$, $x = \frac{y+4}{3}$

y க்கு பதில் x ஐ பிரதியிட

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

$y = \frac{x+4}{3}$

$y = 0$ எனில்

$x = \frac{y+4}{3} = \frac{0+4}{3} = \frac{4}{3}$

$x = 0$ எனில், $x = \frac{y+4}{3}$

$0 = \frac{y+4}{3}$

$0 = y + 4$

$y = -4$

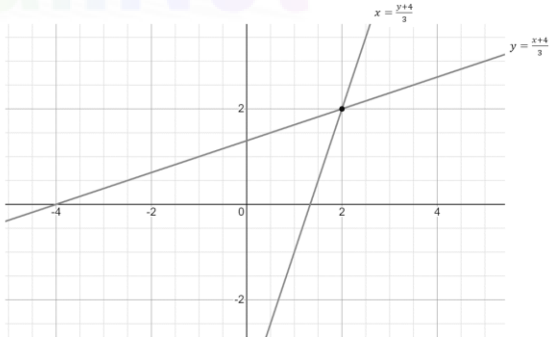
எனவே, $y = \frac{x+4}{3}$

$x = 0$ எனில், $y = \frac{0+4}{3} = \frac{4}{3}$

$y = 0$ எனில், $0 = \frac{x+4}{3}$

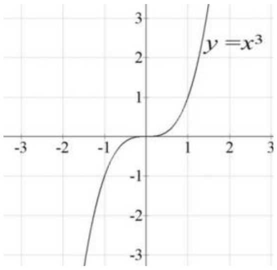
$0 = x + 4$

$x = -4$



www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

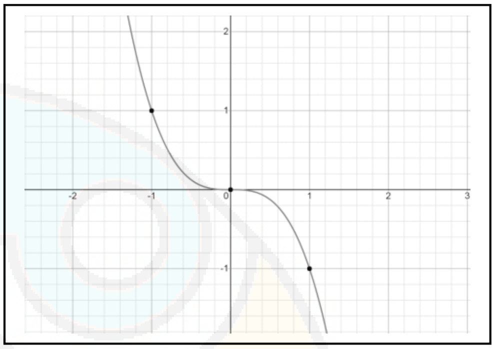
பயிற்சி 1.4



1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள $y = x^3$ என்ற வளைவரையின் படத்தினை பயன்படுத்தி அச்சு மதிப்பு மாறாமல் ஒரே தளத்தில் கீழ்க்காணும் சார்புகளை வரைக
   (i) $y = -x^3$
   (ii) $y = x^3 + 1$
   (iii) $y = x^3 - 1$
   (iv) $y = (x + 1)^3$

(i) $y = -x^3$

x	-2	-1	0	1	2
y	8	1	0	-1	-8



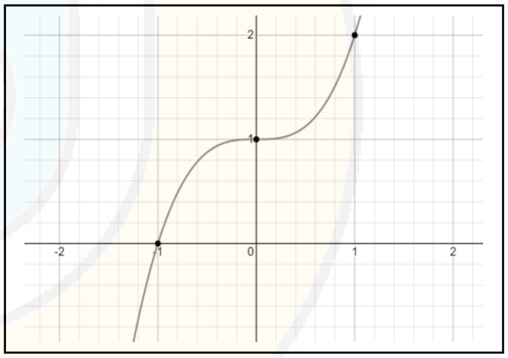
$f(x) = -x^3$

$y = -f(x)$

புதிய வரைபடமானது $y = x^3$ க்கு x அச்சைப் பொறுத்து பிரதிபலிப்பாக அமைகிறது.

ii) $y = x^3 + 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	0	1	2	9



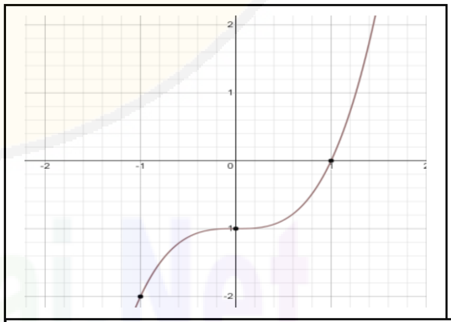
$f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x) + 1$

புதிய வரைபடமானது $y = x^3$ க்கு ஒரு அலகு மேல்நோக்கி நகர்கிறது

iii) $y = x^3 - 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-9	-2	-1	0	7



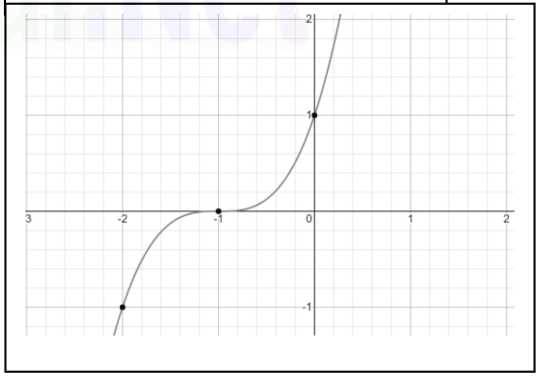
$f(x) = x^3$

$\therefore y = f(x) - 1$

புதிய வரைபடமானது $y = x^3$ க்கு ஒரு அலகு கீழ்நோக்கி நகர்கிறது

iv) $y = (x + 1)^3$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	8	27



$f(x) = x^3$

$y = (x + 1)^3$

புதிய வரைபடமானது $y = x^3$ க்கு ஒரு அலகு இடப்புறம் நகர்கிறது

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

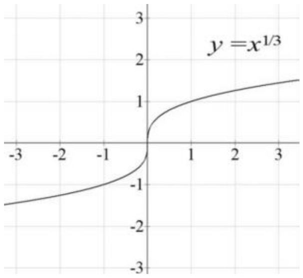
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ என்ற வளைவரையைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்காணும் சார்புகளை ஒரே தளத்தில் வரைக

(i) $y = -x^{\left(\frac{1}{3}\right)}$

(ii) $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 1$

(iii) $y = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1$

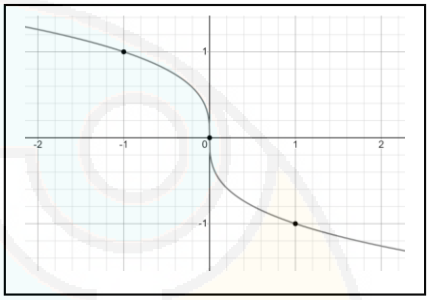
(iv) $y = (x+1)^{\left(\frac{1}{3}\right)}$



i) $y = -x^{\frac{1}{3}}$

x	-2	-1	0	1	2
y	1.25	1	0	-1	-1.25

$y = x^{\frac{1}{3}}$

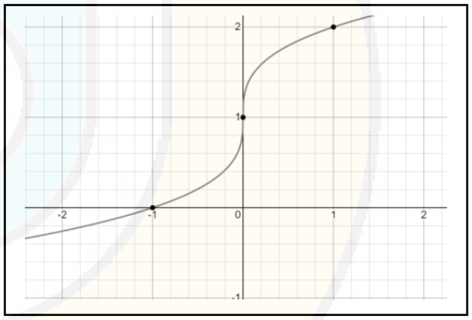


$y = -x^{\frac{1}{3}}$ ன் வரைபடமானது x அச்சை பொறுத்து $y = x^{\frac{1}{3}}$ ன் பிரதிபலிப்பாக அமைகிறது.

ii) $y = x^{\frac{1}{3}} + 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	0.25	0	1	2	2.25

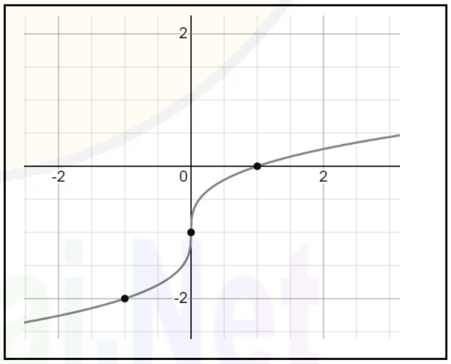
$y = x^{\frac{1}{3}}$



$\therefore y = x^{\frac{1}{3}} + 1$ ன் வரைபடமானது $y = x^{\frac{1}{3}}$ஐ ஒரு அலகு மேல்நோக்கி நகர்த்துகிறது.

iii) $y = x^{\frac{1}{3}} - 1$

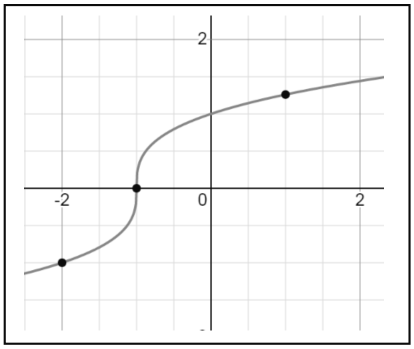
x	-2	-1	0	1	2
y	-2.25	-2	-1	0	0.25



$y = x^{\frac{1}{3}} - 1$ ன் வரைபடமானது $y = x^{\frac{1}{3}}$ ஐ ஒரு அலகு கீழ்நோக்கி நகர்த்துகிறது.

iv) $y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	1.25	1.44



$y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$ ன் வரைபடமானது $y = x^{\frac{1}{3}}$ ஐ இடப்புறம் ஒரு அலகு நகர்த்துகிறது.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

3. ஒரே தளத்தில் $f(x) = x^3$ மற்றும் $g(x) = \sqrt[3]{x}$ சார்புகளை வரைபடமாக்குக. $f \circ g$ ஐ கணித்து அதே தளத்தில் வரைபடமாக்குக. முடிவுகளை ஆய்வு செய்க.

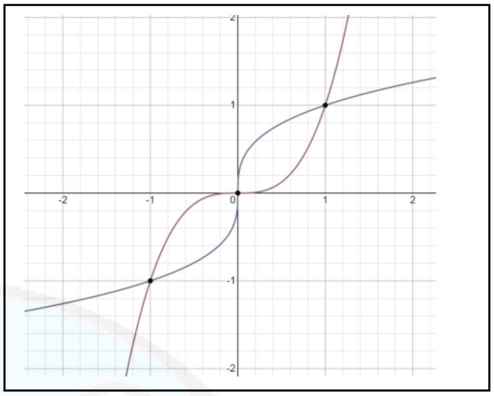
$f(x) = x^3; g(x) = \sqrt[3]{x}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(x^{\frac{1}{3}})$$

$$= (x^x)^{\frac{1}{3}} = x$$

$f \circ g$ ஆனது $y = x$ ஐ பொறுத்த சமச்சீராக உள்ளது

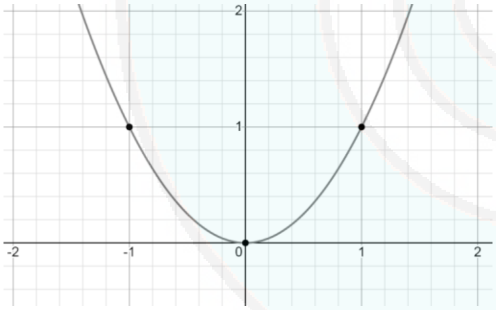


4. $y = x^2$ என்ற வளைவரையிலிருந்து $y = 3(x-1)^2 + 5$ என்ற வளைவரையை காணும் படிநிலைகளை எழுதுக.

படி 1

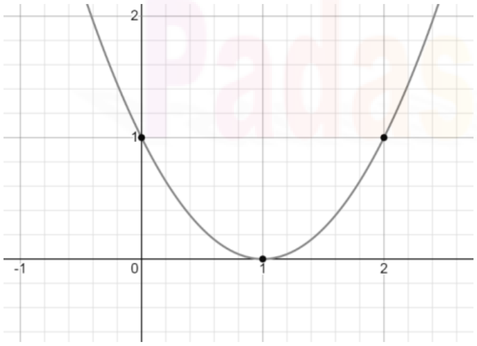
$y = x^2$ ன் வரைபடம்

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



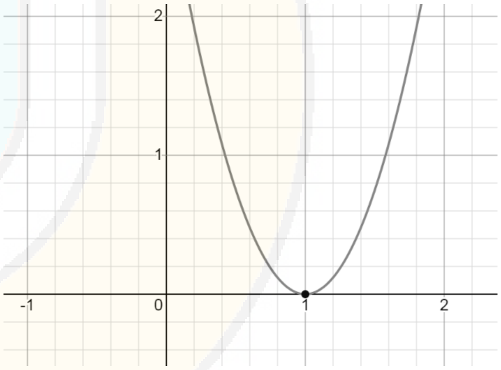
படி 2

$y = (x-1)^2$ ன் வரைபடம் $y = x^2$ ஐ ஒரு அலகு வலப்புறமாக நகர்த்துகிறது.



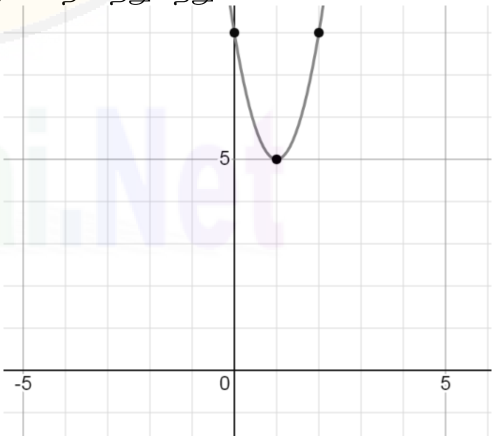
படி 3

$y = 3(x-1)^2$ ன் வரைபடம்



படி 4

$y = 3(x-1)^2 + 5$ ன் வரைபடம் x அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் நகர்த்துகிறது



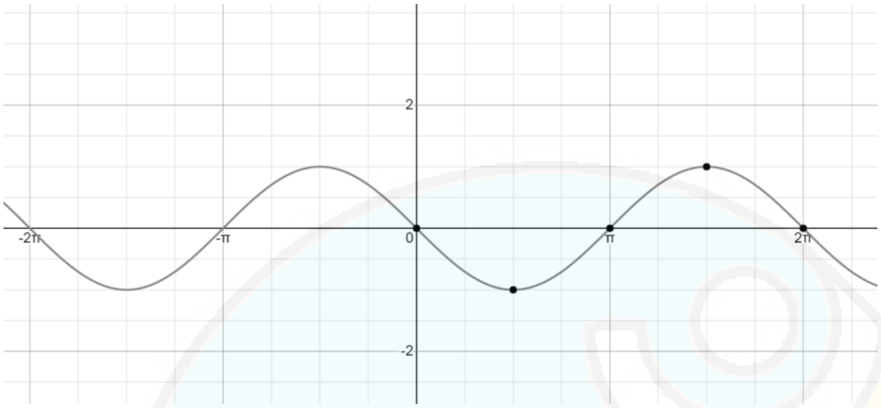
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

5. $y = \sin x$ என்ற சார்பினை வரைந்து அதன் மூலம்

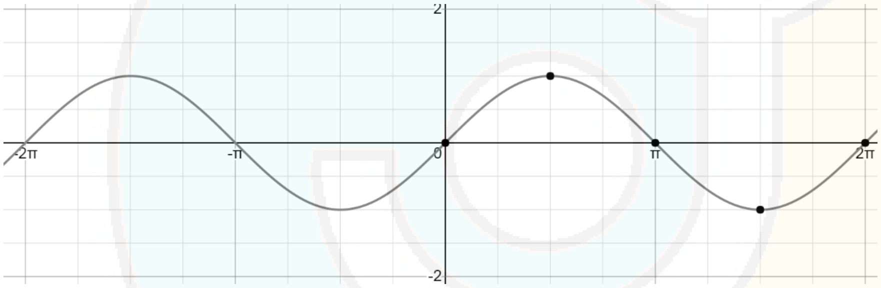
(i) $y = \sin(-x)$ (ii) $y = -\sin(-x)$ (iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ (iv) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

(இங்கு (iii), (iv) என்பவை $\cos x$ என முக்கோணவியல் மூலம் தெரிந்து கொள்ளலாம்)

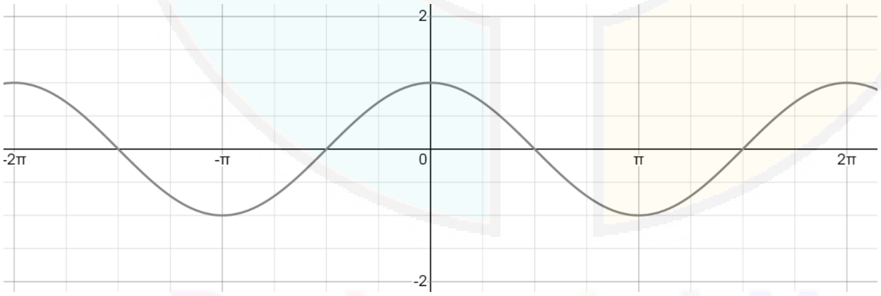
(i) $y = \sin(-x)$



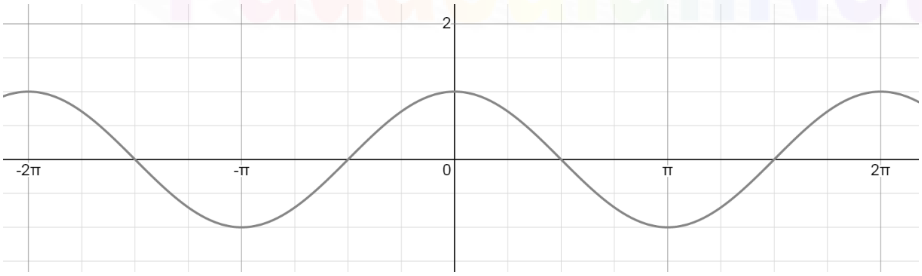
(ii) $y = -\sin(-x)$



(iii) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$



(iv) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

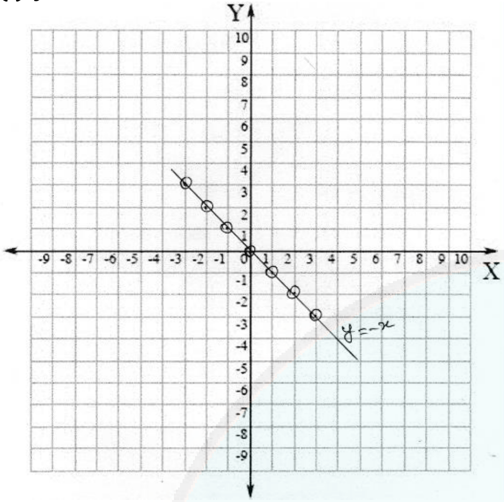


Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

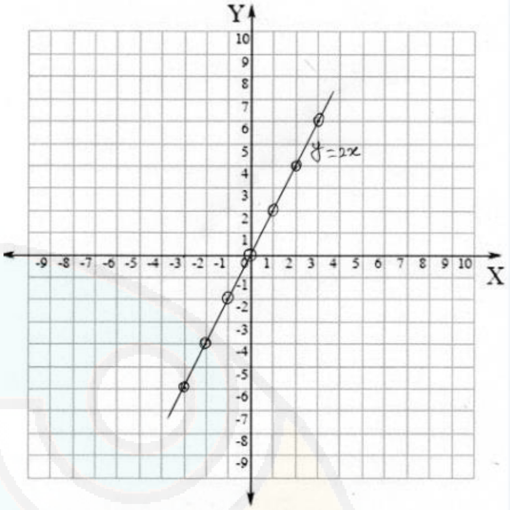
www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

6. $y = x$ என்ற நேர்க்கோட்டின் மூலம் (i) $y = -x$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = x + 1$ (iv) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (v) $2x + y + 3$ ஆகியவற்றைத் தோராயமாக வரைக.

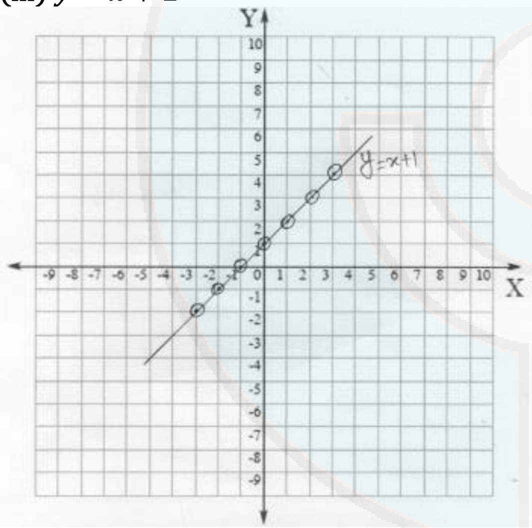
(i) $y = -x$



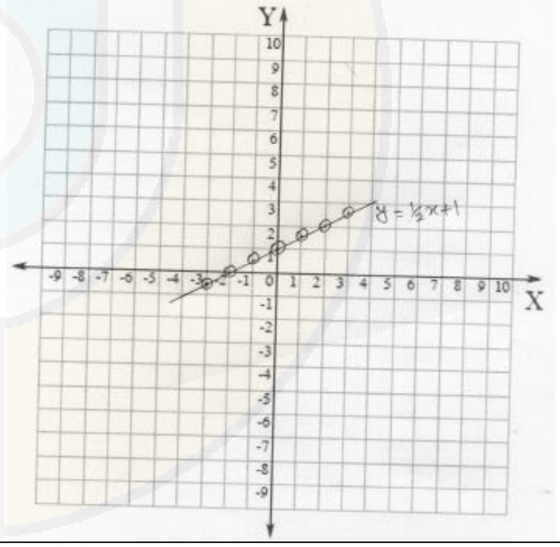
(ii) $y = 2x$



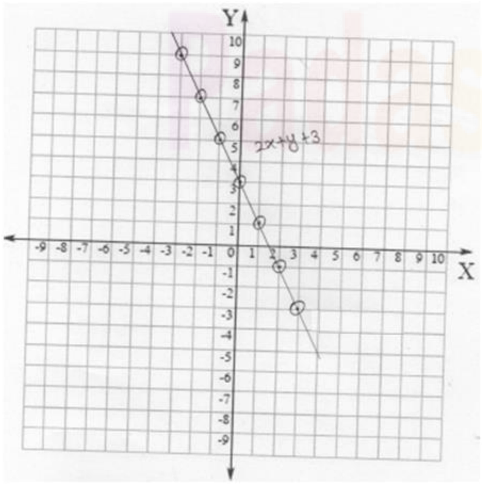
(iii) $y = x + 1$



(iv) $y = \frac{1}{2}x + 1$



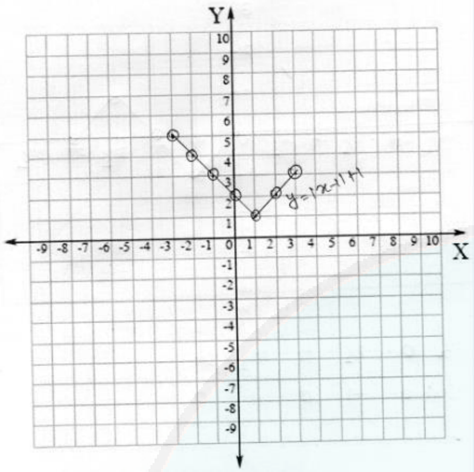
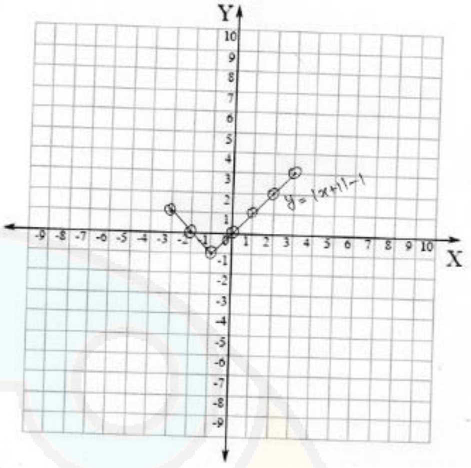
(v) $2x + y + 3$



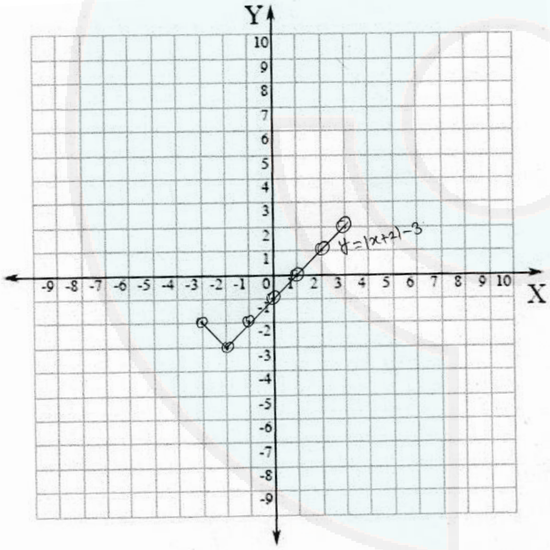
Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

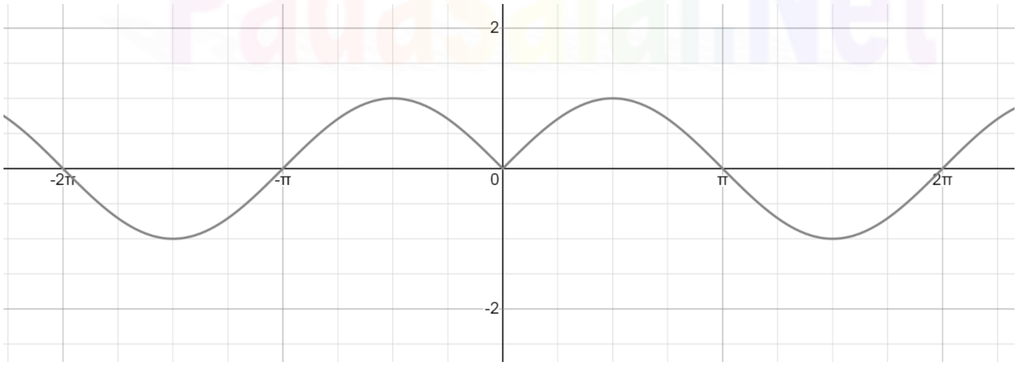
7. $y = |x|$ **என்ற வளைவரையின் மூலம் (i)** $y = |x-1|+1$ **(ii)** $y = |x+1|-1$ **(iii)** $y = |x+2|-3$ **ஆகியவற்றை வரைக**

(i) $y = \lvert x-1\rvert+1$	**(ii)** $y = \lvert x+1\rvert-1$
	

(iii) $y = |x+2|-3$



8. $y = \sin x$ **என்ற வளைவரை மூலம்** $y = \sin|x|$ **என்பதன் வரைபடத்தை வரைக.**
(இங்கு $\sin(-x) = -\sin x$ **)**



Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்: 2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $f(x) = |2x-3| - 3$ **ன் சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் ஆகியவற்றைக்காண்க.**

சார்பகம் R. வீச்சகம் $[-3, \infty)$

2. $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$ **எனில்** $f(-2) + f\left(\frac{1}{3}\right)$ **ஐக் காண்க.**

$f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$f(-2) = \frac{(-2)^2-3(-2)+1}{-2-1}$

$= \frac{4+6+1}{-3} = -\frac{11}{3}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{(\frac{1}{3})^2-3(\frac{1}{3})+1}{\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{6}$

$\therefore f(-2) + f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{11}{3} - \frac{1}{6} = \frac{-22-1}{6} = -\frac{23}{6} = -3\frac{5}{6}$

3. $A = \{1,2\}$ **மற்றும்** $B = \{3,4\}$ **எனில்** $A \times B$ **ஆனது எத்தனை உட்கணங்களை கொண்டிருக்கும்? அவற்றை வரிசைப்படுத்துக.**

$A \times B = \{(1,2), (1,4), (2,3), (2,4)\}$

$A \times B$ ஆனது 16 உட்கணங்களை கொண்டிருக்கும்.

உட்கணங்கள்:

$\emptyset, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{(1,3),(1,4)\}, \{(1,3),(2,3)\}, \{(1,3),(2,4)\}, \{(1,4),(2,3)\}, \{(1,4),(2,4)\},$
$\{(2,3),(2,4)\}, \{(1,3),(1,4),(2,3)\}, \{(1,3),(1,4),(2,4)\}, \{(1,3),(2,3),(2,4)\}, \{(1,4),(2,3),(2,4)\},$
$\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$ **ன் சார்பகத்தை காண்க.**

$x + [x] > 0, \ \sqrt{x} > 0$

$x + [x] = 0, x = 0$

$x + [x] < 0, \ x < 0$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$ ஆனது எல்லா x க்கும் $x + [x] > 0$ என வரையறுக்கப்படுகிறது

$\therefore$ சார்பகம் $= (0, \infty)$

5. **ஒரு பள்ளியில் 20 ஆசிரியர்கள் கணிதம் மற்றும இயற்பியல் பாடங்களை கற்பிக்கின்றனர். 12 பேர் கணிதத்தையும் 4 பேர் கணிதம், இயற்பியலையும் கற்பித்தால் எத்தனை பேர் இயற்பியலை மட்டும் கற்பிக்கின்றனர்?**

$n(m \cup p) = 20; \quad n(m) = 12$

$n(m \cap p) = 4$

$\therefore n(m \cup p) = n(m) + n(p) - n(m \cap p)$

$20 = 12 + n(p) - 4$

$n(p) = 12$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்: 3 மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $A \cup B = C$ மற்றும் $A \cap B = \emptyset$ எனில் $A = C - B$ என நிறுவுக.

$$C - B = (A \cup B) - B$$
$$= (A \cup B) \cap B'$$
$$= B' \cap (A \cup B)$$
$$= (B' \cap A) \cup (B' \cap B)$$
$$= (B' \cap A) \cup \emptyset$$
$$= B' \cap A$$
$$= A \cap B'$$
$$= A - B$$
$$= A \qquad \because A \cap B = \emptyset$$

3. $n(A) = 6$ மற்றும் $n(B) = 4$ எனில் $n(A - B)$ ன் மீச்சிறு மதிப்பை காண்க.

$n(A) = 6 \; ; n(B) = 4$

$\Rightarrow n(A) > n(B)$

$\Rightarrow n(A) - n(B) > 0$

$\Rightarrow n(A) - n(B) \le n(A - B) \le n(A)$

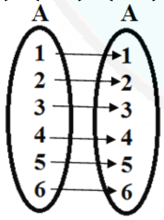
$\Rightarrow 2 \le n(A - B) \le 6$

∴மீச்சிறு மதிப்பு $n(A - B) = 2$

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ மற்றும் R ஆனது $= \{(x, y) \in A \times A |\ y = x + 1\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது, எனில் சார்பகம், துணைச்சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

$R = \{(x, y) \in A \times A |\ y = x + 1\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$



சார்பகம்:$\{1, 2, 3, 4, 5\}$

துணைசார்பகம்:$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

வீச்சகம் :$\{2, 3, 4, 5, 6\}$

2. இரு முடிவுறு கணங்கள் முறையே m மற்றும் n உறுப்புகளை கொண்டுள்ளன. முதல் கணத்தின் மொத்த உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையானது இரண்டாம் கணத்தின் மொத்த உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை விட 112 அதிகமாக உள்ளது எனில் m மற்றும் n ன் மதிப்பை காண்க.

$2^m = 2^n + 112$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$\Rightarrow 2^m - 2^n = 2^4 \times 7$

$\Rightarrow 2^n[2^m . 2^{-n} - 1] = 2^4 \times 7$

$\Rightarrow n = 4 \;,\; 2^{m-n} - 1 = 7$

$\Rightarrow n = 4 \;,\; 2^{m-4} - 1 = 7$

$2^{m-4} = 8$

$2^{m-4} = 2^3$

$m - 4 = 3$

$m = 3 + 4$

$n = 4 \qquad m = 7$

4. $P = \{a, b, c\}$ எனில் $P \times P \times P$ ஐக் காண்க.

$$P \times P \times P = \left\{ \begin{matrix} (a,a,a), (a,a,b), (a,a,c), (a,b,a), \\ (a,b,b), (a,b,c), (a,c,a), (a,c,b), \\ (a,c,c)(b,a,a), (b,a,b), (b,a,c), \\ (b,b,a), (b,b,b), (b,b,c), (b,c,a), \\ (b,c,b), (b,c,c), (c,a,a), (c,a,b), \\ (c,a,c), (c,b,a), (c,b,b), (c,b,c), \\ (c,c,a), (c,c,b), (c,c,c) \end{matrix} \right\}$$

$n(P \times P \times P) = 27$

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் R என்பது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது $R = \{(n, m)/$ க்கும் க்கும் உள்ள வித்தியாசம் ஒரு ஒற்றைப்படை எண் ஆகும்$\}$ எனவே R ஒரு கடப்பு தொடர்பு அல்ல எனக் காட்டுக.

கடப்பு தொடர்பு எனில்,

$(n, m) \in R$ மற்றும் $(m, k) \in R \Rightarrow (n, k) \in R$

ஆனால் இங்கு

$(1,2) \in R$ மற்றும் $(2,3) \in R$

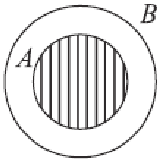
$\Rightarrow (1,3) \notin \mathrm{R}$

$\therefore R$ ஒரு கடப்பு தொடர்பு அல்ல.

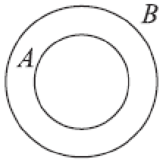
7. $A \subset B$ எனில் $A \cap B$ மற்றும் A / B ஆகியவற்றை வென்படத்தை பயன்படுத்து காண்க.

$A \subset B$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$A \cap B = A$



$A \backslash B = \phi$



Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.Com

8. $f(x) = \frac{x-3}{2}$ **ன் நேர்மாறு காண்க. மேலும் அதனை சரிபார்க்க.**

$f(x) = \frac{x-3}{2}$

Let $y = f(x)$

$\Rightarrow y = \frac{x-3}{2}$

y க்கு பதில் x ஐ மாற்ற

$\Rightarrow x = \frac{y-3}{2}$

$2x = y - 3$

$2x + 3 = y$

$y = 2x + 3$

$y = f^{-1}(x)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 3$

$\therefore f(x) = \frac{x-3}{2};\ f^{-1}(x) = 2x + 3$

$x = 5$ என பிரதியிட

$\Rightarrow f(5) = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x = 1$ என பிரதியிட

$\Rightarrow f^{-1}(1) = 2(1) + 3 = 5$

9. **A=$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ மற்றும் $R = \{(n, m) \in A \times A / n$ ன் வகுத்தி $m\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. எனில் R ஆனது சமச்சீரல்ல எனக் காட்டுக.**

$R = \{(n, m) \in A \times A/n$ ன் வகுத்தி $m\}$

$$= \left\{\begin{array}{c}(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),\\(1,6),(2,2),(2,4),(2,6),\\(3,3),(3,6),(4,4),(5,5),(6,6)\end{array}\right\}$$

$(1,2) \in R$ ஆனால் $(2, 1) \notin R$

$(2, 6) \in R$ ஆனால் $(6, 2) \notin R$

$\Rightarrow$R ஆனது சமச்சீரல்ல.

10. **A மற்றும் B ஆகியவை இரு கணங்கள். $A \times B$ ஆனது 6 உறுப்புகளை கொண்டுள்ளது. மேலும் $A \times B$ ன் மூன்று உறுப்புகள் $(2, 5), (3, 7), (4, 7)$ எனில் $A \times B$ ஐ காண்க.**

$A \times B$ ன் மூன்று உறுப்புகள் $(2,5), (3,7), (4,7)$ எனவே, 2,3,4 ஆகியவை A ன் உறுப்புகள் மற்றும் 5, 7 ஆகியவை B ன் உறுப்புகள் ஆகும்

$\therefore A = \{2,3,4\};\ B = \{5,7\}$

$\therefore A \times B = \{(2,5), (2,7), (3,5), (3,7), (4,5), (4,7)\}$

தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள்: 5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. **ஒரு பள்ளியில் நடத்தப்பட்ட போட்டியில், மூன்று பிரிவுகளில் பதக்கங்கள் வழங்கப்படுகிறது. 36 பதக்கங்கள் நடனத்திற்கும், 12 பதக்கங்கள் நாடகத்திற்கும், 18 பதக்கங்கள் இசைக்கும் வழங்கப்படுகிறது. மொத்தம் 45 பேருக்கு பதங்கங்கள் வழங்கப்படுகிறது. அதில் 4 பேர் மட்டுமே மூன்று பிரிவுகளிலும் பதக்கங்களை பெறுகின்றனர் எனில் சரியாக இரண்டு பிரிவுகளில் மட்டும் பதக்கங்களை பெறுவோரின் எண்ணிக்கையை காண்க.**

A என்பது நடனத்தில் பதக்கங்களை பெறுவோரை குறிக்கிறது.

B என்பது நாடகத்தில் பதக்கங்களை பெறுவோரை குறிக்கிறது.

C என்பது இசையில் பதக்கங்களை பெறுவோரை குறிக்கிறது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது: $n(A) = 36$

$n(B) = 12$

$n(C) = 18$

$n(A \cup B \cup C) = 45$

$n(A \cap B \cap C) = 4$

A, B, C ஆகிய 3 பிரிவுகளிலிருந்து சரியாக இரண்டு பிரிவுகளில் மட்டும் பதக்கங்களை பெறுவோரின் எண்ணிக்கை

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) - 3[n(A \cap B \cap C)]$

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) - 3 \times 4$ ....(1)

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C) = n(A) + n(B) + n(C) + n(A \cap B \cap C) - n(A \cup B \cup C)$

(1) லிருந்து

$= n(A) + n(B) + n(C) + n(A \cap B \cap C) - n(A \cup B \cup C) - 12$

$= 36 + 12 + 18 + 4 - 45 - 12$

$= 70 - 67 = 3$

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com

2. (4,6), (8,4), (4,4), (9,11), (6,3), (3,0), (2,3) என்ற வரிசைசோடிகளுக்கு பின்வருவனவற்றைக் காண்க. சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் ஆகியவற்றை a) மிகக்குறைவாக b) குறைவாக c) அதிகமாக d) சமமாக என்ற நிபந்தனைக்குட்பட்டு காண்க.

R_1 ஆனது முதல் உறுப்பு 2ம் உறுப்பை விட மிகக் குறைவாக உள்ள வரிசை சோடிகளின் கணம்

$\therefore R_1 = \{(4,6),(9,11)\}$

∴ சார்பகம் :$\{4,9\}$

வீச்சகம் $= \{6,11\}$

a) R_2 ஆனது முதல் உறுப்பு 2ம் உறுப்பை விட குறைவாக உள்ள வரிசை சோடிகளின் கணம்

$\therefore R_2 = \{(4,6),(9,11),(2,3)\}$

∴ சார்பகம் :$\{4,9,2\}$

வீச்சகம் $= \{6,11,3\}$

b) R_3 ஆனது முதல் உறுப்பு 2ம் உறுப்பை விட அதிகமாக உள்ள வரிசை சோடிகளின் கணம்

$\therefore R_2 = \{(8,4),(6,3),(3,0)\}$

∴ சார்பகம் :$\{8,6,3\}$

வீச்சகம் $= \{4,3,0\}$

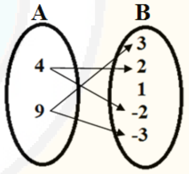
c) R_4 ஆனது முதல் உறுப்பு 2ம் உறுப்புக்கு சமமாக உள்ள வரிசை சோடிகளின் கணம்

$\therefore R_4 = \{(3,3)\}$

∴ சார்பகம் :$\{3\}$

வீச்சகம் $= \{3\}$

3. கீழ்க்காணும் படத்தில் A , B என்ற இரு கணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றை
a) கணக்கட்டமைப்பு முறையில் எழுதுக.
b) பட்டியல் முறையில் எழுதுக.
c) சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம் ஆகியவற்றைக்காண்க



a) கணக்கட்டமைப்பு முறை

R ஆனது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது “a என்பது b ன் வர்க்கம் ஆகும்”

$R = \{(a,b)/a$ என்பது b ன் வர்க்கம் ஆகும் $, a \in A, b \in B\}$

b) பட்டியல் முறை

$R = \{(4,2),(4,-2),(9,3),(9,-3)\}$

c) சார்பகம் $R = \{(4,9)\}$

வீச்சகம் $= R = \{(2,-2,3,-3)\}$

4. R ஆனது இயல் எண்களில் (N) பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது $\boldsymbol{R = \{(x,y), x \in N, y \in N}$ மற்றும் $\boldsymbol{2x + y = 24\}}$, எனில் R ஆனது சமானத் தொடர்பா இல்லையா எனக் காட்டுக? .

$R = \{(1,22),(2,20)(3,18),(4,16),(5,14),(6,12),(7,10),(8,8),(9,6),(10,4)(11,2)\}$

தற்சுருட்டு:

$\because a \in R$ மற்றும் $(9,a) \notin R$ ∴ R ஆனது தற்சுருட்டு அல்ல.

சமச்சீர்:

$\because (1,22) \in R$ அல்லது $(22,1) \notin$ R ∴ R ஆனது சமச்சீரல்ல

கடப்பு:

பின்வரும் உறுப்புகள் இல்லை. $(a,b) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$

∴ R கடப்பு அல்ல. ∴ R சமானத் தொடர்பு அல்ல.

5. $f: R \to R$ ஆனது $f(x) = \frac{x+3}{3}$ எனவும் $g: R \to R$ ஆனது $g(x) = 2x - 3$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், பின்வருவனவற்றைக் காண்க. i) $f \circ g$ ii) $g \circ f$, மேலும் $f^{-1} = g$ என்பது சரியா என கூறவும்.

$f: R \to R$, $f(x) = \frac{x+3}{3}$

$g: R \to R, g(x) = 2x - 3$

i) $(fog)(x) = f[g(x)]$

$= f[2x - 3]$

$= \frac{(2x-3)+3}{3}$

$(fog)(x) = \frac{2x}{3}$

ii) $(gof)(x) = g[f(x)]$

$= g\left(\frac{x+3}{3}\right)$

$= 2\left(\frac{x+3}{3}\right) - 3$

$= \frac{2x+6}{3} - 3$

$(gof)(x) = \frac{2x-3}{3}$

f^{-1} ஐ காண வேண்டும்.

Let $y = \frac{x+3}{3}$

$3y = x + 3$

$\Rightarrow x = 3y - 3$

$f^{-1}(y) = 3y - 3$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3x - 3$

ஆனால் $g(x) = 2x - 3$

$\therefore f^{-1} \neq g$

6. Z என்பது முழுக்களின் கணமாகும். R ஆனது Z ல் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. $R = \{(n, m) \in R$ எனில் $n \equiv m(mod\ 9)\}$. சமானத் தொடர்பை ஆராய்க.

$R = \{(n, m) | n \equiv m(mod\ 9)\}$

தற்சுருட்டு:

$n \in z$

$\Rightarrow n - n = 0 = 0 \times 9$

$\Rightarrow n \equiv n(mod\ 9)$

$\Rightarrow (n, n) \in R$

$\Rightarrow nRn$

$\Rightarrow R$ ஆனது தற்சுருட்டு ஆகும்.

சமச்சீர்:

$(n, m) \in R$ எனில்

nRm

$\Rightarrow n \equiv m(mod\ 9)$

$\Rightarrow$ 9 ன் வகுத்தி $n - m$ ஆகும்

$\exists\ k$ ஒரு முழுக்கள் என்க. ,

$n - m = k9$

$\Rightarrow m - n = -k9$

9 ன் வகுத்தி $n - m$ ஆகும்

$\Rightarrow m \equiv n(mod\ 9)$

$\Rightarrow (m, n) \in R$

$\Rightarrow mRn$

$\therefore n\,R\,m \Rightarrow m\,R\,n$

$\therefore R$ ஒரு சமச்சீர் ஆகும்.

கடப்பு:

$n\,R\,m \Rightarrow m\,R\,s$ எனில்

$\Rightarrow n \equiv m(mod\ 9)$ $m \equiv s(mod\ 9)$

9 ன் வகுத்தி $n - m$, 9 ன் வகுத்தி $m - s$

$\Rightarrow n - m = k9$ and $m - s = p9$

$n - s = n - m + m - s$

$= 9k + 9p$

$= (k + p)9$ $\because k + p$ என்பது ஒரு முழுக்கள் ஆகும்

9 ன் வகுத்தி $n - s$

$\Rightarrow n \equiv s(mod\ 9)$

$\Rightarrow nRs$

$\therefore R$ கடப்பு ஆகும்

$\therefore R$ ஆனது சமனா தொடர்பு ஆகும்.

Send Your Question Papers & Answer Keys to Our E-mail ID: Padasalai.Net@gmail.com