Padasalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padasalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA

- Padasalai's Channel - Group
https://t.me/padasalaichannel

- Lesson Plan - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw

- 12th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_12th

- 11th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_11th

- 10th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_10th

- 9th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_9th

- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_6to8

- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padasalai_1to5

- TET - Group
https://t.me/Padasalai_TET

- PGTRB - Group
https://t.me/Padasalai_PGTRB

- TNPSC - Group
https://t.me/Padasalai_TNPSC

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

X STD

NEW SYLLABUS

FATHIMA TUTION CENTER
JAYANKONDAM

MATHS

1 உறவுகளும் சார்புகளும்

2 எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

7 அளவியல்

FIVE MARKS

8 புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

MATERIAL

TAMIL MEDIUM

ABDUL MUNAB M.SC.,B.ED.,
JAYANKONDAM
ARIYALUR DT
CELL:9524103797

YOUTUBE:BIGIL MATHS

Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com
Scanned by CamScanner

$f(x) = 3x-2$, $g(x) = 2x+k$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$ எனில், k யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $f \circ g = (3x-2)(2x+k) = 3(2x+k)-2 = 6x+3k-2$

$g \circ f = (2x+k)(3x-2) = 2(3x-2)+k = 6x-4+k$

$f \circ g = g \circ f$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$6x+3k-2 = 6x-4+k$$
$$6x-6x+3k-k = -4+2$$
$$2k = -2$$
$$k = -1$$

$f(x) = 2x+1$ மற்றும் $g(x) = x^2-2$ எனில், $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ –ஐ காண்க.

தீர்வு $f \circ g = (2x+1)(x^2-2) = 2(x^2-2)+1 = 2x^2-3$

$g \circ f = (2x+1)(x^2-2) = (2x+1)^2-2 = 4x^2+4x-1$

எனவே மேற்கண்டவற்றிலிருந்து $f \circ g \neq g \circ f$.

$f:[-5,9] \rightarrow \mathbb{R}$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & -5 \le x < 2 \\ 5x^2-1 & 2 \le x < 6 \\ 3x-4 & 6 \le x \le 9 \end{cases}$$

(i) $f(-3)+f(2)$ (ii) $f(7)-f(1)$ (iii) $2f(4)+f(8)$ (iv) $\dfrac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}$ காண்க.

தீர்வு $f(-3) = [6(-3)+1] = -18+1 = -17$ $f(1) = [6(1)+1] = 6+1 = 7$

$f(2) = [5(4)-1] = 20-1 = 19$ $f(7) = [3(7)-4] = 21-4 = 17$

$f(4) = [5(16)-1] = 80-1 = 79$ $f(8) = [3(8)-4] = 24-4 = 20$

$f(-2) = [6(-2)+1] = -12+1 = -11$ $f(6) = [3(6)-4] = 18-4 = 14$

(i) $f(-3)+f(2) = -17+19 = 2$ (ii) $f(7)-f(1) = 17-7 = 10$

(iii) $2f(4)+f(8) = 2[79]+20 = 158+20 = 178$ (iv) $\dfrac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)} = \dfrac{2(-11)-14}{79+(-11)} = \dfrac{-22-14}{79-11} = \dfrac{-36}{68} = \dfrac{-9}{17}$

---

f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; \; x > 1 \\ 2 & ; \; -1 \le x \le 1 \\ x-1 & ; \; -3 < x < -1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2)+f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க

தீர்வு

(i) $f(3) = 3+2 = 5$ (ii) $f(0) = 2$ (iii) $f(-1.5) = -1.5-1 = -2.5$ (iv) $f(2)+f(-2) = (2+2)+(-2-1)$
$= 4-3 = 1$

சார்பு $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 2x+7, & x < -2 \\ x^2-2, & -2 \le x < 3 \\ 3x-2, & x \ge 3 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4)+2f(1)$ (iv) $\dfrac{f(1)-3f(4)}{f(-3)}$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு (i) $f(4) = 3(4)-2 = 12-2 = 10$ (ii) $f(-2) = (-2)^2-2 = 2 = 4-2 = 2$

(iii) $f(1) = (1)^2-2 = 1-2 = -1$ (iv) $f(-3) = 2(-3)+7 = 1$

$f(4)+2f(1) = 10+2(-1) = 8$ $\dfrac{f(1)-3f(4)}{f(-3)} = \dfrac{-1-3(10)}{1} = -31$

---

t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும்சார்பாகும்.மேலும்அது $t(C) = F$ எனவரையறுக்கப்பட்டால்,

(i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$ (இங்கு, $F = \frac{9}{5}C+32$).

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது C -ன் மதிப்பு

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு (i) $t(0) = \dfrac{9(0)}{5}+32 = 32^\circ F$ (ii) $t(28) = \dfrac{9(28)}{5}+32 = 50.4+32 = 82.4^\circ F$ (iii) $t(-10) = \dfrac{9(-10)}{5}+32 = -18+32 = 14^\circ F$

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது $212 = \dfrac{9C}{5}+32 \Rightarrow C = 100^\circ C$

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலை

$$C = \frac{9C}{5}+32 \Rightarrow 5C = 9C+160 \Rightarrow -4C = 160$$
$$\Rightarrow C = -40^\circ$$

Scanned by CamScanner

$f(x)=\frac{x+6}{3}$, $g(x)=3-x$ எனில், $f\circ g=g\circ f$ என்பது சரியா சோதிக்க.

தீர்வு $(f\circ g)=\left(\frac{x+6}{3}\right)(3-x)=\frac{(3-x)+6}{3}=\frac{9-x}{3}$ | $(g\circ f)=(3-x)\left(\frac{x+6}{3}\right)=3-\frac{x+6}{3}=\frac{9-x-3}{3}=\frac{6-x}{3}$

எனவே மேற்கண்டவற்றிலிருந்து $f\circ g\neq g\circ f$.

$f(x)=4x^2-1$, $g(x)=1+x$ எனில், $f\circ g=g\circ f$ என்பது சரியா சோதிக்க.

தீர்வு $(f\circ g)=(4x^2-1)(1+x)=4(1+x)^2-1$
$=4(1+x^2+2x)-1=4x^2+8x+3$ | $(g\circ f)=(1+x)(4x^2-1)=1+4x^2-1=4x^2$

எனவே மேற்கண்டவற்றிலிருந்து $f\circ g\neq g\circ f$.

$f(x)=x^2-1$ எனில் $f\circ f\circ f$ –ஐக் காண்க.

தீர்வு $(f\circ f\circ f)(x)=(x^2-1)(x^2-1)(x^2-1)=(x^2-1)((x^2-1)^2-1)=(x^2-1)(x^4-2x^2)=(x^4-2x^2)^2-1$

ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, ..., 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்?

தீர்வு 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, ..., 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள்

மொத்தப் பரப்பு $=10^2+11^2+12^2+\dots\dots+24^2=(1^2+2^2+3^2+\dots\dots+24^2)-(1^2+2^2+\dots\dots+9^2)$

$=\frac{24\times25\times49}{6}-\frac{9\times10\times19}{6}=4900-285=4615$ செ.மீ^{2}

முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n–யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=285$ ....(1)

முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல்

$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2=2025\Rightarrow\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)=45\Rightarrow n(n+1)=90$ .....(2)

(2) -ஐ (1) –யில் பிரதியிட $\Rightarrow\frac{90(2n+1)}{6}=285\Rightarrow15(2n+1)=285\Rightarrow2n+1=\frac{285}{15}=19\Rightarrow2n=19-1\Rightarrow2n=18$

$\therefore n=9$

$1^3+2^3+3^3+\cdots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?

தீர்வு $1^3+2^3+3^3+\dots\dots+k^3=14400$

$\Rightarrow\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2=14400\Rightarrow\frac{k(k+1)}{2}=120\Rightarrow k^2+k-240=0\Rightarrow(k+16)(k-15)=0\quad\therefore k=-16,\ k=15$

$\therefore k=15$

$(2^3-1^3)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\cdots$ என்ற தொடர்வரிசையின் (i) n உறுப்புகள் வரை (ii) 8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

தீர்வு i) $(2^3-1^3)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\dots..$ n உறுப்புகள் வரை

$=(2^3+4^3+6^3+\dots..n$ உறுப்புகள் வரை$)$
$-(1^3+3^3+5^3+\dots..n$ உறுப்புகள் வரை$)$

$=12\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]-6\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]+n=4n^3+3n^2$

(ii) 8 உறுப்புகள் வரை

$S_8=4(8^3)+3(8^2)$
$=4(512)+3(64)$
$=2048+192=2240$

$0.4+0.44+0.444+\cdots$ n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $0.4+0.44+0.444+\cdots$ n உறுப்புகள் வரை

$=\frac{4}{10}+\frac{44}{100}+\frac{444}{1000}+\dots\dots n$ உறுப்புகள் வரை $=4\left[\frac{1}{10}+\frac{11}{100}+\frac{111}{1000}+\dots.n\text{ உறுப்புகள் வரை}\right]$

$=\frac{4}{9}\left[\frac{9}{10}+\frac{99}{100}+\frac{999}{1000}+\dots n\text{ உறுப்புகள் வரை}\right]$

$=\frac{4}{9}\left[\left(1-\frac{1}{10}\right)+\left(1-\frac{1}{100}\right)+\left(1-\frac{1}{1000}\right)+\dots\dots n\text{ உறுப்புகள் வரை}\right]$

$=\frac{4}{9}\left[(1+1+1+\dots..n\text{ உறுப்புகள் வரை})-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\dots.n\text{ உறுப்புகள் வரை}\right)\right]$

$=\frac{4}{9}\left[n-\frac{1}{10}\left(\frac{1-\left(1/10\right)^n}{1-1/10}\right)\right]\qquad\because S_n=a.\frac{r^n-1}{r-1}$

$=\frac{4}{9}\left[n-\frac{1}{9}\left(1-\left(1/10\right)^n\right)\right]$

Scanned by CamScanner

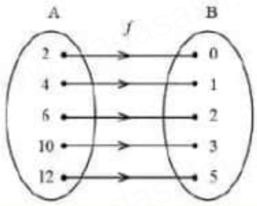
www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் பொழுது சார்பு f-ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறி படம் (iv) வரைபடம்

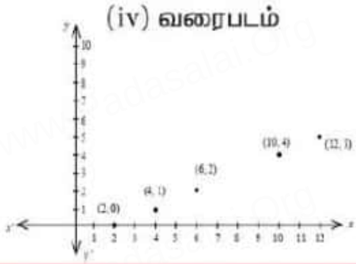
தீர்வு $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ $x = 2 \Rightarrow f(2) = 1 - 1 = 0$ $x = 4 \Rightarrow f(4) = 2 - 1 = 1$ $x = 6 \Rightarrow f(6) = 3 - 1 = 2$
$x = 10 \Rightarrow f(10) = 5 - 1 = 4$ $x = 12 \Rightarrow f(12) = 6 - 1 = 5$

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

(iii) அம்புக்குறி படம்



(iv) வரைபடம்



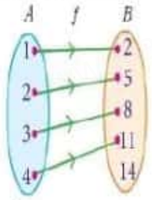
(ii) அட்டவணை

x	2	4	6	10	12
f(x)	0	1	2	4	5

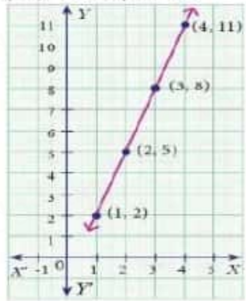
$A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க

தீர்வு $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$; $f(x) = 3x - 1$
$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$; $f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$
$f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$; $f(4) = 4(3) - 1 = 12 - 1 = 11$

(i) அம்புக்குறி படம்



(iv) **வரைபடம்**



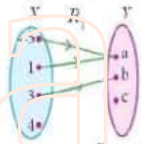
(ii) **அட்டவணை அமைப்பு**

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

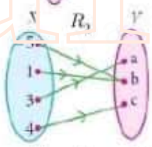
(iii) **வரிசைச் சோடிகளின் கணம்**
$f = \{(1,2), (2,5), (3,8), (4,11)\}$

$X = \{-5, 1, 3, 4\}$ மற்றும் $Y = \{a, b, c\}$ எனில், X லிருந்து Y-க்கு பின்வரும் உறவுகளில் எவை சார்பாகும்?
(i) $R_1 = \{(-5, a), (1, a), (3, b)\}$ (ii) $R_2 = \{(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)\}$ (iii) $R_3 = \{(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)\}$

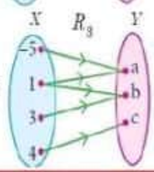
தீர்வு (i) $R_1 = \{(-5, a), (1, a), (3, b)\}$
R_1 சார்பாகாது. காரணம் $4 \in X$ -க்கு Y-ல் நிழல் உரு இல்லை.



(ii) $R_2 = \{(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)\}$
R_2 ஒரு சார்பாகும்.காரணம் X-யின் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு Y-ல் உள்ளது.



(iii) $R_3 = \{(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)\}$
R_3 ஒரு சார்பாகாது. காரணம் $1 \in X$ -க்கு இரண்டு நிழல் உருக்கள் $a \in Y$ மற்றும் $b \in Y$ என உள்ளன.



ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
(i) $\frac{f(0) + f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க. (ii) $f(x) = 0$ எனும்பொழுது, x ஐக் காண்க. (iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க.
(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு (i) $\frac{f(0) + f(1)}{2} = \frac{(-3) + (-1)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ (iii) $f(x) = x \Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3 \Rightarrow x = 3$
(ii) $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ (iv) $f(x) = 1 - x \Rightarrow 2x - 3 = 1 - x \Rightarrow 2x + x = 1 + 3 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{2\}$ $\therefore A \cap B = \{1, 3, 5, 7\}$
$(A \cap B) \times C = \{(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(1)
$A \times C = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$
$B \times C = \{(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$
$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(2)
(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com
Scanned by CamScanner

$f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x)=3x+2,\ x\in\mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
(i) 1, 2, 3 –யின் நிழல் உருக்களைக் காண்க (ii) 29 மற்றும் 53-யின் முன் உருக்களைக் காண்க.
(iii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x)=3x+2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) $x=1$ எனில், $f(1)=3(1)+2=5$ $x=2$ எனில், $f(2)=3(2)+2=8$
$x=3$ எனில், $f(3)=3(3)+2=11$
1, 2, 3 –யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

(ii) 29-யின் முன் உரு x எனில், $f(x)=29$. எனவே $3x+2=29 \Rightarrow 3x=27\Rightarrow x=9$.
53-யின் முன் உரு x எனில், $f(x)=53$. எனவே, $3x+2=53\Rightarrow 3x=51\Rightarrow x=17$.
எனவே, 29 மற்றும் 53-யின் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

(iii) $\mathbb{N}$ -யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.
f -யின் துணை மதிப்பகமானது $\mathbb{N}$.
வீச்சகம் $f=\{5,8,11,14,17,\ldots\}$ ஆனது $\mathbb{N}$ -ன் தகு உட்கணமாகும். எனவே, f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை.

$A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}$, $B=\{x\in\mathbb{W}\mid 0\le x<2\}$ மற்றும் $C=\{x\in\mathbb{N}\mid x<3\}$ என்க. $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}=\{2,3\}$, $B=\{x\in\mathbb{W}\mid 0\le x<2\}=\{0,1\}$, $C=\{x\in\mathbb{N}\mid x<3\}=\{1,2\}$

$B\cup C=\{0,1\}\cup\{1,2\}=\{0,1,2\}$
$A\times(B\cup C)=\{2,3\}\times\{0,1,2\}=\{(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2)\}$ ...(1)
$A\times B=\{2,3\}\times\{0,1\}=\{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}$
$A\times C=\{2,3\}\times\{1,2\}=\{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$
$(A\times B)\cup(A\times C)=\{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}\cup\{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$
$=\{(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}$, $B=\{x\in\mathbb{W}\mid 0\le x<2\}$ மற்றும் $C=\{x\in\mathbb{N}\mid x<3\}$ என்க. $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}=\{2,3\}$, $B=\{x\in\mathbb{W}\mid 0\le x<2\}=\{0,1\}$, $C=\{x\in\mathbb{N}\mid x<3\}=\{1,2\}$

$B\cap C=\{0,1\}\cap\{1,2\}=\{1\}$
$A\times(B\cap C)=\{2,3\}\times\{1\}=\{(2,1),(3,1)\}$ ...(1)
$A\times B=\{2,3\}\times\{0,1\}=\{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}$
$A\times C=\{2,3\}\times\{1,2\}=\{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$
$(A\times B)\cap(A\times C)=\{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}\cap\{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$
$=\{(2,1),(3,1)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{5,6\}$, $B=\{4,5,6\}$, $C=\{5,6,7\}$ எனில், $A\times A=(B\times B)\cap(C\times C)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு $A=\{5,6\}, B=\{4,5,6\}, C=\{5,6,7\}$

$A\times A=\{5,6\}\times\{5,6\}=\{(5,5),(5,6),(6,5),(6,6)\}$ ...(1)
$B\times B=\{4,5,6\}\times\{4,5,6\}=\{(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$
$C\times C=\{5,6,7\}\times\{5,6,7\}=\{(5,5),(5,6),(5,7),(6,5),(6,6),(6,7),(7,5),(7,6),(7,7)\}$
$(B\times B)\cap(C\times C)=\{(5,5),(5,6),(6,5),(6,6)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times A=(B\times B)\cap(C\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,5\}$, $C=\{3,4\}$ மற்றும் $D=\{1,3,5\}$ எனில் $(A\cap C)\times(B\cap D)=(A\times B)\cap(C\times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்..

தீர்வு $A=\{1,2,3\}, B=\{2,3,5\}, C=\{3,4\}, D=\{1,3,5\}$

$A\cap C=\{3\}$, $B\cap D=\{3,5\}$
$(A\cap C)\times(B\cap D)=\{(3,3),(3,5)\}$ ...(1)
$A\times B=\{(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3),(2,5),(3,2),(3,3),(3,5)\}$
$C\times D=\{(3,1),(3,3),(3,5),(4,1),(4,3),(4,5)\}$
$(A\times B)\cap(C\times D)=\{(3,3),(3,5)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $(A\cap C)\times(B\cap D)=(A\times B)\cap(C\times D)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

Scanned by CamScanner

A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8 -ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $B-C=\{1,3,5,7\}$

$A\times(B-C)=\{(1,1),(1,3),(1,5),(1,7),(2,1),(2,3),(2,5),(2,7),(3,1),(3,3),(3,5),(3,7),(4,1),(4,3),(4,5),(4,7),(5,1),(5,3),(5,5),(5,7),(6,1),(6,3),(6,5),(6,7),(7,1),(7,3),(7,5),(7,7),\}$ ...(1)

$A\times B=\{(1,1),(1,3),(1,5),(1,7),(2,1),(2,3),(2,5),(2,7),(3,1),(3,3),(3,5),(3,7),(4,1),(4,3),(4,5),(4,7),(5,1),(5,3),(5,5),(5,7),(6,1),(6,3),(6,5),(6,7),(7,1),(7,3),(7,5),(7,7),\}$

$A\times C=\{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$(A\times B)-(A\times C)=\{(1,1),(1,3),(1,5),(1,7),(2,1),(2,3),(2,5),(2,7),(3,1),(3,3),(3,5),(3,7),(4,1),(4,3),(4,5),(4,7),(5,1),(5,3),(5,5),(5,7),(6,1),(6,3),(6,5),(6,7),(7,1),(7,3),(7,5),(7,7),\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{x\in\mathbb{W}\mid x<2\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x\le 4\}$ மற்றும் $C=\{3,5\}$ எனில், $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $B\cup C=\{2,3,4,5\}$

$\therefore A\times(B\cup C)=\{(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)\}$ ...(1)

$A\times B=\{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A\times C=\{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$\therefore (A\times B)\cup(A\times C)=\{(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{x\in\mathbb{W}\mid x<2\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x\le 4\}$ மற்றும் $C=\{3,5\}$ எனில், $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $B\cap C=\{3\}$

$\therefore A\times(B\cap C)=\{(0,3),(1,3)\}$ ...(1)

$A\times B=\{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A\times C=\{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$\therefore (A\times B)\cap(A\times C)=\{(0,3),(1,3)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$A=\{x\in\mathbb{W}\mid x<2\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x\le 4\}$ மற்றும் $C=\{3,5\}$ எனில், $(A\cup B)\times C=(A\times C)\cup(B\times C)$ சரிபார்க்க.

தீர்வு $A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$

$\therefore (A\cup B)\times C=\{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5),(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$ ...(1)

$A\times C=\{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$B\times C=\{(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$

$\therefore (A\times C)\cup(B\times C)=\{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5),(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $(A\cup B)\times C=(A\times C)\cup(B\times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f:x\to x^2-5x+6$, எனில், (i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$ மதிப்பிடுக.

தீர்வு $f:x\to x^2-5x+6 \Rightarrow f(x)=x^2-5x+6$

(i) $f(-1)=(-1)^2-5(-1)+6=1+5+6=12$ (ii) $f(2a)=(2a)^2-5(2a)+6=4a^2-10a+6$

(iii) $f(2)=2^2-5(2)+6=4-10+6=0$ (iv) $f(x-1)=(x-1)^2-5(x-1)+6=x^2-2x+1-5x+5+6=x^2-7x+12$

$f(x)=x^2$, $g(x)=2x$ மற்றும் $h(x)=x+4$ எனில், $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு $(f\circ g)=(x^2)(2x)=(2x)^2=4x^2$

$\therefore ((f\circ g)\circ h)=(4x^2)(x+4)=4(x+4)^2$ ...(1)

$(g\circ h)=(2x)(x+4)=2(x+4)=2x+8$

$\therefore (f\circ(g\circ h))=(x^2)(2x+8)=(2x+8)^2=(2(x+4))^2=4(x+4)^2$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$f(x)=x-4$, $g(x)=x^2$ மற்றும் $h(x)=3x-5$ எனில், $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு $(f\circ g)=(x-4)(x^2)=x^2-4$

$\therefore ((f\circ g)\circ h)=(x^2-4)(3x-5)=(3x-5)^2-4$ ...(1)

$(g\circ h)=(x^2)(3x-5)=(3x-5)^2$

$\therefore (f\circ(g\circ h))=(x-4)(3x-5)^2=(3x-5)^2-4$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து, $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

Scanned by CamScanner

$f(x)=2x+3$, $g(x)=1-2x$ மற்றும் $h(x)=3x$ எனில், $f\circ(g\circ h)=(f\circ g)\circ h$ என நிறுவுக.

தீர்வு $f(x)=2x+3$, $g(x)=1-2x$, $h(x)=3x$

$(f\circ g)=(2x+3)(1-2x)=2(1-2x)+3=2-4x+3=5-4x$

$(f\circ g)\circ h=(5-4x)(3x)=5-4(3x)=5-12x$ ....(1)

$(g\circ h)=(1-2x)(3x)=1-2(3x)=1-6x$

$f\circ(g\circ h)=(2x+3)(1-6x)=2(1-6x)+3=2-12x+3=5-12x$ ....(2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$

$f(x)=3x+1$, $g(x)=x+3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x)=fgg(x)$ எனில் x –ஐக் காண்க.

தீர்வு

$gff(x)=(x+3)(3x+1)(3x+1)$
$=(x+3)[3(3x+1)+1]$
$=(x+3)(9x+4)$
$=[(9x+4)+3]$
$=9x+7$

$fgg(x)=(3x+1)(3x+1)(x+3)$
$=(3x+1)[(x+3)+3]$
$=(3x+1)(x+6)$
$=[3(x+6)+1]$
$=3x+19$

$gff(x)=fgg(x)$ எனவே, $9x+7=3x+19$
$9x-3x=19-7$
$6x=12$
$x=2.$

$f(x)=2x-1$, $g(x)=\frac{x+1}{2}$ எனில், $f\circ g=g\circ f=x$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு

$f\circ g=\left(\frac{x+1}{2}\right)(2x-1)$
$=2\left(\frac{x+1}{2}\right)-1=x+1-1=x$

$g\circ f=\left(\frac{x+1}{2}\right)(2x-1)$
$=\frac{2x-1+1}{2}=x$

$\therefore f\circ g=g\circ f=x$

$f(x)=3x+2$, $g(x)=6x-k$ ஆகியவை இரு சார்புகள். $f\circ g=g\circ f$ எனில் k-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$(f\circ g)=(g\circ f)$
$(3x+2)(6x-k)=(6x-k)(3x+2)$
$3(6x-k)+2=6(3x+2)-k$
$18x-3k+2=18x+12-k$
$-3k+2=12-k$
$-2k=10 \Rightarrow k=\frac{-10}{2}=-5$

$f(x)=2x-k$, $g(x)=4x+5$ ஆகியவை இரு சார்புகள். $f\circ g=g\circ f$ எனில் k-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$(f\circ g)=(g\circ f)$
$(2x-k)(4x+5)=(4x+5)(2x-k)$
$2(4x+5)-k=4(2x-k)+5$
$8x+10-k=8x-4k+5$
$10-k=-4k+5$
$-k+4k=5-10$
$3k=-5 \Rightarrow k=\frac{-5}{3}$

$f(x)=x^2$, $g(x)=3x$ மற்றும் $h(x)=x-2$ எனில், $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு $f(x)=x^2$, $g(x)=3x$, $h(x)=x-2$

$(f\circ g)=(x^2)(3x)=(3x)^2=9x^2$
$(f\circ g)\circ h)=(9x^2)(x-2)=9(x-2)^2$ — (1)

$(g\circ h)=(3x)(x-2)=3(x-2)=3x-6$
$f\circ(g\circ h)=(x^2)(3x-6)=(3x-6)^2=(3(x-2))^2=9(x-2)^2$ — (2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$.

சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x)=6x+8$; $g(x)=\frac{x-2}{3}$ எனில்,

(i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க. (ii) $gf(x)$-ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு

i) $gg(x)=\left(\frac{x-2}{3}\right)\left(\frac{x-2}{3}\right)=\left(\frac{\frac{x-2}{3}-2}{3}\right)=\left(\frac{\frac{x-2-6}{3}}{3}\right)=\left(\frac{x-8}{9}\right)$

$\therefore gg\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{\frac{1}{2}-8}{9}\right)=\frac{-15}{18}=\frac{-5}{6}$

(ii) $gf(x)=\left(\frac{x-2}{3}\right)(6x+8)$
$=\frac{6x+8-2}{3}=\frac{6x+6}{3}=2x+2=2(x+1)$

Scanned by CamScanner

புதன்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 18°C

$(a+2d)+(a+3d)+(a+4d)=18$

$\Rightarrow 3a+9d=18 \Rightarrow -3d+9d=18 \Rightarrow 6d=18 \Rightarrow d=3 \quad \therefore a=-3$

ஐந்து நாட்களின் வெப்பநிலை -3^0 C, 0^0 C, 3^0 C, 6^0 C, 9^0 C

ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6-வது மற்றும் 8-வது உறுப்புகளின் விகிதம் 7:9 எனில், 9-வது மற்றும் 13-வது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு $\frac{t_6}{t_8}=\frac{7}{9} \Rightarrow \frac{a+5d}{a+7d}=\frac{7}{9} \Rightarrow 9a+45d=7a+49d \Rightarrow 2a=4d \Rightarrow a=2d$

$$\therefore \frac{t_9}{t_{13}}=\frac{a+8d}{a+12d}=\frac{2d+8d}{2d+12d}=\frac{10d}{14d}=\frac{5}{7} \quad \therefore t_9:t_{13}=5:7$$

ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276. அந்த நான்கு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த நான்கு எண்கள் $(a-3d), (a-d), (a+d)$ மற்றும் $(a+3d)$

நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 $\quad a-3d+a-d+a+d+a+3d=28$

$$4a=28$$
$$a=7$$

அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276 $\quad (a-3d)^2+(a-d)^2+(a+d)^2+(a+3d)^2=276.$

$$a^2-6ad+9d^2+a^2-2ad+d^2+a^2+2ad+d^2+a^2+6ad+9d^2=276$$

$4a^2+20d^2=276$ –லிருந்து $4(7)^2+20d^2=276$

$d^2=4$ –லிருந்து $d=\pm 2$

$a=7,\ d=2$ எனில், 1, 5, 9 மற்றும் 13.

$a=7,\ d=-2$ எனில், 13, 9, 5 மற்றும் 1.

ஒரு தாய் தன்னிடம் உள்ள ₹207 ஐ கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமையும் மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்துத் தனது மூன்று குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்க விரும்பினார். அவற்றில் இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ₹4623 ஆகும். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகையினைக் காண்க.

தீர்வு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் $a-d, a, a+d$. தொகை அமையும்

$(a-d)+a+(a+d)=207$

$3a=207$

$a=69$

இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ₹4623

$(a-d)\,a=4623$

$(69-d)\,69=4623$

$d=2$

ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகை ₹(69 –2), ₹69, ₹(69 + 2). That is, ₹67, ₹69 மற்றும் ₹71.

ABDUL MUNAB M.SC.,B.ED.,
JAYANKONDAM
ARIYALUR DT
CELL:9524103797
YOUTUBE:BIGIL MATHS

Scanned by CamScanner

$S_n = (x+y)+(x^2+xy+y^2)+(x^3+x^2y+xy^2+y^3)+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை எனில்

$(x-y)S_n = \left[\frac{x^2(x^n-1)}{x-1} - \frac{y^2(y^n-1)}{y-1}\right]$ என நிறுவுக.

தீர்வு $(x-y)\,S_n = (x^2-y^2)+(x^3+y^3)+(x^4-y^4)+ \ldots\ldots n$ உறுப்புகள் வரை

$= (x^2+x^3+x^4+\ldots n$ உறுப்புகள் வரை $) - (y^2+y^3+y^4+\ldots n$ உறுப்புகள் வரை $)$

$$\left(a = x^2, r = x \;\&\; a = y^2, r = y \quad \because S_n = a\,.\frac{r^n-1}{r-1}\right)$$

$$\therefore (x-y)\,S_n = \frac{x^2(x^n-1)}{x-1} - \frac{y^2(y^n-1)}{y-1}$$

குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார். மேலும் தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்தற்கான செலவு ₹2 எனில் 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவைக் காண்க.

தீர்வு 4, 16, 64, ... 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள்

ஒரு கடிதத்தற்கான செலவு ₹2

மொத்தச் செலவு $(4\times 2)+(16\times 2)+(64\times 2)+ \ldots\ldots\ldots$ 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள்

$8+32+28+ \ldots\ldots\ldots$ 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள்

பெருக்குத் தொடர்வரிசை $a=8, r=4, n=8$ $\quad \therefore S_n = a\,.\frac{r^n-1}{r-1}$

$$S_8 = 8\,.\frac{4^8-1}{3} = 8\times\frac{65535}{3} = 8\times 21845 = ₹174760$$

$5+55+555+\cdots$ என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $5+55+555+\ldots n$ உறுப்புகள் வரை $= 5[1+11+111+\ldots n$ உறுப்புகள் வரை$]$

$= \frac{5}{9}[9+99+999+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை$]$

$= \frac{5}{9}[(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை$]$ $\quad \because S_n = a\,.\frac{r^n-1}{r-1}$

$= \frac{5}{9}[(10+100+1000+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை$)-n] = \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{(10-1)} - n\right] = \frac{50(10^n-1)}{81} - \frac{5n}{9}$

---

a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் மற்றும் x, y, z என்பன ஒரு பெருக்கு தொடர்வசையின் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் எனில் $x^{b-c}\times y^{c-a}\times z^{a-b} = 1$ என நிறுவுக.

தீர்வு a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் $\Rightarrow a, a+d, a+2d, \ldots\ldots$

x, y, z என்பன ஒரு பெருக்கு தொடர்வசையின் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் $\Rightarrow x, xr, xr^2, \ldots\ldots$

$$x^{b-c}\times y^{c-a}\times z^{a-b} = x^{-d}\times (xr)^{2d}\times (xr^2)^{-d} = x^0\times r^{2d}\times r^{-2d} = x^0\times 1^0 = 1$$

ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 9–வது உறுப்பு 32805 மற்றும் 6–வது உறுப்பு 1215 எனில், 12–வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு $t_9 = 32805,\; t_6 = 1215,\; t_{12} = ?$ $\quad a\,.\,r^8 = 32805 \cdots\cdots (1)$

$a\,.\,r^5 = 1215 \ldots\ldots (2)$

சமன்பாடு (1) ஐ (2) ஆல் வகுக்க $\Rightarrow r^3 = \frac{32805}{1215} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$

(2)–யில் பிரதியிட $\Rightarrow r=3 \Rightarrow a\times 3^5 = 1215 \Rightarrow a\times 243 = 1215 \Rightarrow a = \frac{1215}{243} \Rightarrow a = 5$

$t_n = ar^{n-1} \Rightarrow \quad \therefore t_{12} = a\,.r^{11} = 5\times 3^{11}$

ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 343 மற்றும் அவற்றின் கூடுதல் $\frac{91}{3}$ எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என எடுத்துக் கொள்வோம்

மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் $= 343$

$$\frac{a}{r}\times a\times ar = 343$$

$a^3 = 7^3$ லிருந்து $a = 7$

உறுப்புகளின் கூடுதல் $= \frac{91}{3}$

$$a\left(\frac{1}{r}+1+r\right) = \frac{91}{3}$$

$$7\left(\frac{1+r+r^2}{r}\right) = \frac{91}{3}$$

$$(3r-1)(r-3) = 0$$

$r = 3$ அல்லது $r = \frac{1}{3}$

$a = 7, r = 3$ எனில், தேவையான மூன்று உறுப்புகள் $\frac{7}{3}, 7, 21$.

$a = 7, r = \frac{1}{3}$ எனில், தேவையான மூன்று உறுப்புகள் $21, 7, \frac{7}{3}$.

Scanned by CamScanner

300–க்கும் 600–க்கும் இடையே 7-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு 300-க்கும் 600-க்கும் இடையே 7-ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் $301+308+315+\cdots+595$.

முதல் உறுப்பு $a=301$; பொது வித்தியாசம் $d=7$; கடைசி உறுப்பு $l=595$.

$$n=\left(\frac{l-a}{d}\right)+1=\left(\frac{595-301}{7}\right)+1=43$$

$S_n=\frac{n}{2}[a+l]$, என்பதால் $S_{43}=\frac{43}{2}[301+595]=19264$.

ஒரு தெருவிலுள்ள வீடுகளுக்கு 1 முதல் 49 வரை தொடர்ச்சியாகக் கதவிலக்கம் வழங்கப்பட்டுள்ளது. செந்திலின் வீட்டிற்கு முன்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையானது செந்திலின் வீட்டிற்குப் பின்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமம் எனில் செந்திலின் வீட்டுக் கதவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு செந்திலின் வீட்டுக் கதவிலக்கம் x என்க.

கணக்கின்படி,

$$\begin{aligned}
1+2+3+\cdots+(x-1) &= (x+1)+(x+2)+\cdots+49\\
1+2+3+\cdots+(x-1) &= [1+2+3+\cdots+49]-[1+2+3+\cdots+x]\\
\frac{x-1}{2}[1+(x-1)] &= \frac{49}{2}[1+49]-\frac{x}{2}[1+x]\\
\frac{x(x-1)}{2} &= \frac{49\times 50}{2}-\frac{x(x+1)}{2}\\
x^2-x &= 2450-x^2-x\\
2x^2 &= 2450\\
x^2 &= 1225\\
x &= 35
\end{aligned}$$

$S_n=\frac{n}{2}[a+l]$

எனவே, செந்திலின் வீட்டுக் கதவிலக்கம் 35 ஆகும்.

ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 13-வது உறுப்பு 3 மற்றும் முதல் 13 உறுப்புகளின் கூடுதல் 234 எனில், கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொது வித்தியாசம் மற்றும் முதல் 21 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு 13-வது உறுப்பு =3 என்பதால், $t_{13}=a+12d=3$ ...(1)

முதல் 13 உறுப்புகளின் கூடுதல் = 234 என்பதால் $S_{13}=\frac{13}{2}[2a+12d]=234$ $2a+12d=36$ ...(2)

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க நாம் பெறுவது, $a=33$, $d=\frac{-5}{2}$

$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

எனவே, பொது வித்தியாசம் $\frac{-5}{2}$.

முதல் 21 உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_{21}=\frac{21}{2}\left[2\times 33+(21-1)\times\left(-\frac{5}{2}\right)\right]=\frac{21}{2}[66-50]=168$.

$1+5+9+\ldots$ என்ற தொடரில் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 190 கிடைக்கும்?

தீர்வு $S_n=190$. முதல் உறுப்பு $a=1$, பொது வித்தியாசம் $d=5-1=4$.

கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்

$$\begin{aligned}
\frac{n}{2}[2a+(n-1)d] &= 190\\
\frac{n}{2}[2\times 1+(n-1)\times 4] &= 190\\
n[4n-2] &= 380\\
2n^2-n-190 &= 0\\
(n-10)(2n+19) &= 0
\end{aligned}$$

ஆனால் $n=10$ ஏனெனில் $n=-\frac{19}{2}$ என்பது பொருந்தாது.

ஒரு குளிர்காலத்தில் திங்கள்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை ஊட்டியின் வெப்பநிலை கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன. திங்கள் கிழமை முதல் புதன்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 0°C மற்றும் புதன்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 18°C எனில், ஐந்து நாட்களின் வெப்பநிலைகளைக் காண்க.

தீர்வு திங்கள்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை ஊட்டியின் வெப்பநிலை கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ளன.

$a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d,\ a+4d$

திங்கள் கிழமை முதல் புதன்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 0°C

$$\begin{aligned}
a+(a+d)+(a+2d) &= 0\\
3a+3d &= 0\\
a+d &= 0\\
a &= -d
\end{aligned}$$

Scanned by CamScanner

$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_m$ என்பன m வெவ்வேறு கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் n உறுப்புகளின் கூடுதலாகும். முதல் உறுப்புகள் $1, 2, 3, \ldots, m$ மற்றும் பொது வித்தியாசங்கள் $1, 3, 5, \ldots, (2m-1)$ முறையே அமைந்தால், அந்த கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் $S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_m = \frac{1}{2}mn(mn+1)$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு

1^{st} A.P. $\Rightarrow a = 1,\ d = 1 \Rightarrow S_1 = \frac{n}{2}[2+(n-1)1] = \frac{n}{2}[n+1]$

2^{nd} A.P. $\Rightarrow a = 2,\ d = 3 \Rightarrow S_2 = \frac{n}{2}[4+(n-1)3] = \frac{n}{2}[3n+1]$

m^{th} A.P. $\Rightarrow a = m,\ d = 2m-1 \Rightarrow S_m = \frac{n}{2}[2m+(n-1)(2m-1)] = \frac{n}{2}[(2m-1)n+1]$

$$S_1 + S_2 + \ldots + S_m = \frac{n}{2}[m(mn+1)] = \frac{1}{2}mn(mn+1)$$

$\left[\frac{a-b}{a+b} + \frac{3a-2b}{a+b} + \frac{5a-3b}{a+b} + \cdots 12 \text{ உறுப்புகள்}\right]$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $\frac{a-b}{a+b} + \frac{3a-2b}{a+b} + \frac{5a-3b}{a+b} + \cdots 12$ உறுப்புகள்

முதல் உறுப்பு $= \frac{a-b}{a+b}$, பொது வித்தியாசம் $= \frac{2a-b}{a+b}$

$S_{12} = \frac{12}{2}\left[2\left(\frac{a-b}{a+b}\right) + 11\left(\frac{2a-b}{a+b}\right)\right]$ $(\because S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d])$

$= \frac{6}{a+b}[24a-13b]$

செங்கற்களினால் கட்டப்பட்ட ஒரு படிக்கட்டில் மொத்தம் 30 படிகட்டுகள் உள்ளன. கீழ்ப் படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு 100 செங்கற்கள் தேவைப்படுகிறது. அடுத்தடுத்த படிக்கட்டுகள் அமைப்பதற்கு முந்தைய படிக்கட்டைவிட இரண்டு செங்கற்கள் குறைவாகத் தேவைப்படுகிறது. (i) உச்சியிலுள்ள படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை? (ii) படிகட்டுகள் முழுவதும் அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை?

தீர்வு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$\therefore$ 100, 98, 96, 94, ... 30 படிகட்டுகள் $a = 100,\ d = -2,\ n = 30$

(i) உச்சியிலுள்ள படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு செங்கற்கள்

$t_n = a + (n-1)d \Rightarrow t_{30} = a + 29d = 100 + 29(-2) = 100 - 58 = 42$

(ii) படிகட்டுகள் முழுவதும் அமைப்பதற்கு செங்கற்கள்

$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}[a + l] \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(100+42) = 15 \times 142 = 2130$

S_1, S_2, S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n, $2n$, $3n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். $S_3 = 3(S_2 - S_1)$ என நிறுவுக.

தீர்வு $S_1 = a,\ S_2 = a + a + d = 2a + d$

$S_2 - S_1 = 2a + d - a = a + d \Rightarrow 3(S_2 - S_1) = 3a + 3d = S_3 \quad \ldots(1)$ $\quad S_3 = a + a + d + a + 2d = 3a + 3d \quad \ldots(2)$

(1) மற்றும் (2) –லிருந்து $S_3 = 3(S_2 - S_1)$

ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 104–வது உறுப்பு மற்றும் 4–வது உறுப்புகள் முறையே 125 மற்றும் 0. அத்தொடர்வரிசையின் முதல் 35 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $t_{104} = 125, \quad t_4 = 0$

$a + 103d = 125$

$a + 3d = 0$

$100d = 125$

$d = \frac{5}{4}$

$a + 3\left(\frac{5}{4}\right) = 0$

$\Rightarrow a + \frac{15}{4} = 0 \Rightarrow a = -\frac{15}{4}$

$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$S_{35} = \frac{35}{2}\left[-\frac{15}{2} + (34)\left(\frac{5}{4}\right)\right]$

$= \frac{35}{2}\left[-\frac{15}{2} + \frac{85}{2}\right]$

$= \frac{35}{2} \times 35 = \frac{1225}{2} = 612.5$

ஒரு குறிப்பிட்ட தொடரின் முதல் 'n' உறுப்புகளின் கூடுதல் $2n^2 - 3n$ எனில், அது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை என நிரூபிக்க.

தீர்வு $S_n = 2n^2 - 3n \quad n = 1 \Rightarrow S_1 = 2 - 3 = -1 \quad n = 2 \Rightarrow S_2 = 2(4) - 3(2) = 8 - 6 = 2$

$\therefore t_1 = S_1 = a = -1, \quad S_2 = 2 \Rightarrow t_2 + t_1 = 2 \Rightarrow t_2 - 1 = 2 \Rightarrow t_2 = 3$

$\therefore a = -1,\ d = 4$

$\therefore 2n^2 - 3n$ ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

602–க்கும் 902–க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $a = 603,\ d = 1,\ l = 901$

$\therefore n = \frac{l-a}{d} + 1 = \frac{901-603}{1} + 1 = 298 + 1 = 299$

$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a+l] = \frac{299}{2} \times 1504 = 299 \times 752 = 224848$

$a = 604,\ d = 4,\ l = 900$

$\therefore n = \frac{900-604}{4} + 1 = \frac{296}{4} + 1 = 74 + 1 = 75$

$S_{75} = \frac{75}{2} \times 1504 = 75 \times 752 = 56,400$

4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் $= 224848 - 56400 = 168448$

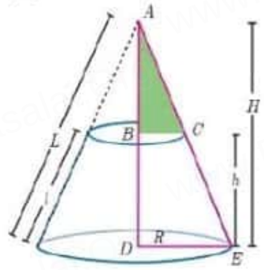
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com
Scanned by CamScanner

இடைக்கண்டத்தின் கன அளவை வருவிக்க.

தீர்வு

H மற்றும் h என்பன முறையே கூம்பு மற்றும் இடைக்கண்டத்தின் உயரம் என்க. இவற்றின் சாயுயரம் முறையே, L மற்றும் l என்க.

R மற்றும் r ஆகியவை இடைக்கண்டத்தின் இருபுறங்களின் ஆரங்கள் எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு என்பது இரு கூம்புகளின் கன அளவுகளின் வித்தியாசம் ஆகும்.



$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H - \frac{1}{3}\pi r^2 (H-h)$$

முக்கோணங்கள் ABC மற்றும் ADE ஆகியவை வடிவொத்தவை.

எனவே, ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்கள் சமம். எனவே, $\frac{H-h}{H} = \frac{r}{R}$

$$H = \frac{hR}{R-r} \quad \ldots(1)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H - \frac{1}{3}\pi r^2 (H-h) = \frac{\pi}{3}H(R^2 - r^2) + \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}\frac{hR}{R-r}(R^2 - r^2) + \frac{\pi}{3}r^2 h \quad [(1) \text{ ஐப் பயன்படுத்த}]$$

$$= \frac{\pi}{3}hR(R+r) + \frac{\pi}{3}r^2 h$$

இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு $= \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$ **க.அ**

ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கும்போது, அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் காண்க.

தீர்வு கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$ $r = 100\%$ என்க.

old கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi\left(100\right)^2$

ஆரம் 25% அதிகரிக்கும்போது, $r = 125\%$

New கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi\left(125\right)^2$

அதிகமாகும் புறப்பரப்பு $= 4\pi\left(125\right)^2 - 4\pi\left(100\right)^2 = 4\pi\left(\left(125\right)^2 - \left(100\right)^2\right) = 4\pi\left(\left(125\right)^2 - \left(100\right)^2\right) = 4\pi\, 225 \times 25$

அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் $= \frac{4\pi\, 225 \times 25}{4\pi\left(100\right)^2} \times 100 = \frac{225}{4} = 56.25\%$

ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ மற்றும் 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு மேல் விட்டம் $= 10$ மீ, $R = 5$ மீ; கீழ் விட்டம் $= 4$ மீ, $r = 2$ மீ ; உயரம் $h = 4$ மீ

சாயுயரம், $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$ அ $= \sqrt{4^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$மீ

வளைபரப்பு $= \pi(R+r)l$ ச.அ $= \frac{22}{7}(5+2)\times 5 = 110$ மீ^{2}

மொத்தப் புறப்பரப்பு $= [\pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2] = \pi[(R+r)l + R^2 + r^2] = \frac{22}{7}[(5+2)5 + 25 + 4]$

$= \frac{1408}{7} = 201.14$ மீ^{2}

ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச. மீ மேலும் அதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காணவும்.

தீர்வு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச. மீ

வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}$ மொத்தப் புறப்பரப்பு $\Rightarrow 2\pi rh = \frac{5}{6}\times 1848 = 5\times 308$ $2\pi rh = 1540 \ldots\ldots(1)$

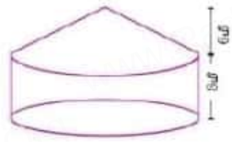
$2\pi(h+r) = 1848 \Rightarrow 2\pi rh + 2\pi r^2 = 1848 \Rightarrow 1540 + 2\pi r^2 = 1848 \Rightarrow 2\pi r^2 = 308 \Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times r^2 = 308 \Rightarrow r^2 = \frac{308\times 7}{2\times 22}$

$\Rightarrow r^2 = 49 \Rightarrow r = 7$ மீ

$r = 7$ (1) ஐப் பயன்படுத்த $\Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times 7\times h = 1540 \Rightarrow h = \frac{1540}{2\times 22} \Rightarrow h = 35$ மீ

Scanned by CamScanner

அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நபர்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும் மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 ச. மீ அடிப்பகுதி பரப்பும் 40 க. மீ காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில், கூம்பின் உயரம் காண்க.



தீர்வு உருளை மற்றும் கூம்பின் உயரம் முறையே h_1 மற்றும் h_2 என்க.

ஒருவருக்குத் தேவையான பரப்பு $= 4$ ச.மீ.

நபர்களின் எண்ணிக்கை $= 150$

தேவையான மொத்த அடிப்பரப்பு $= 150 \times 4$

$$\pi r^2 = 600 \qquad r^2 = 600 \times \frac{7}{22} = \frac{2100}{11} \quad \ldots (1)$$

ஒருவருக்குத் தேவையான காற்றின் கனஅளவு $= 40$ க.மீ.

150 நபர்களுக்குத் தேவையான காற்றின் கன அளவு $= 150 \times 40 = 6000$ க. மீ.

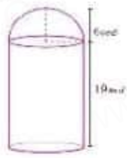
$$\pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 = 6000 \quad \text{இதிலிருந்து,} \quad \pi r^2\left(h_1 + \frac{1}{3}h_2\right) = 6000$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{2100}{11}\left(8 + \frac{1}{3}h_2\right) = 6000 \qquad [\,(1) \text{ ஐப் பிரதியிட}]$$

$$8 + \frac{1}{3}h_2 = \frac{6000 \times 7 \times 11}{22 \times 2100} \qquad \frac{1}{3}h_2 = 10 - 8 = 2 \;;\; h_2 = 6$$

கூம்பின் உயரம் 6 மீ ஆகும்.

ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செமீ ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செமீ எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.



தீர்வு r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு, விட்டம் $d = 12$ செ.மீ அதாவது, ஆரம் $r = 6$ செ.மீ

மொத்த உயரம் $h = 25$ செ.மீ

எனவே, உருளையின் உயரம் $= 25 - 6 = 19$ செ.மீ

பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = உருளையின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு + உருளையின் அடிப்பரப்பு

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2 = \pi r(2h + 3r) \text{ ச. அ}$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times (38 + 18) = \frac{22}{7} \times 6 \times 56 = 1056$$

பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1056 ச. செ.மீ ஆகும்.

ஓர் உள்ளீடற்ற தாமிரக் கோளத்தின் வெளிப்புற, உட்புறப் புறப்பரப்புகள் முறையே 576π ச. செ.மீ மற்றும் 324π ச. செ.மீ எனில், கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு ஓர் உள்ளீடற்ற தாமிரக் கோளத்தின் வெளிப்புற, உட்புறப் புறப்பரப்புகள் முறையே 576π ச. செ.மீ மற்றும் 324π ச. செ.மீ $\therefore 4\pi R^2 = 576\pi \Rightarrow R^2 = 144 \Rightarrow R = 12$ cm | $\therefore 4\pi r^2 = 324\pi \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = 9$ cm

கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}(1728 - 729) = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 999$

$$= \frac{88 \times 333}{7} = 4186.29 \text{ cm}^3$$

45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க..

தீர்வு இடைக்கண்டத்தின் உயரம் h எனவும் அதன் இருபுற ஆரங்கள் R மற்றும் r எனவும் கொள்க..

$h = 45$ செ.மீ, $R = 28$ செ.மீ, $r = 7$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi h\left[R^2 + Rr + r^2\right]$ க.அ $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times \left[28^2 + (28 \times 7) + 7^2\right]$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029 = 48510$$

ஒரு சிறுமி தனது பிறந்த நாளைக் கொண்டாடக் கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச. செ.மீ பரப்புள்ள காகிதத்தாளை பயன்படுத்தித் தயாரிக்கிறாள். 5 செ.மீ ஆரமும், 12 செ.மீ உயரமும் கொண்ட எத்தனை தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்?

தீர்வு கூம்பு $r = 5$ செ.மீ, $h = 12$ செ.மீ

$\therefore l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

கூம்பு வளைபரப்பு $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 5 \times 13 = \frac{110 \times 13}{7}$ செ.மீ^{2}

கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச. செ.மீ பரப்புள்ள காகிதம்

$\therefore$ தொப்பிகள் $= \frac{5720 \times 7}{110 \times 3} = 28$

Scanned by CamScanner

14 செ.மீ விட்டமுள்ள குழாயிலிருந்து 15 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் 50 மீ நீளம் மற்றும் 44 மீ அகலம் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவத் தொட்டியினுள் தண்ணீர் பாய்கிறது. எவ்வளவு நேரத்தில் தண்ணீரின் மட்டம் 21 செ.மீ-க்கு உயரும்.

தீர்வு செவ்வக வடிவத் தொட்டி $l = 50$ மீ $b = 44$ மீ $h = 21$ செ.மீ $= \frac{21}{100}$ மீ | உருளை தண்ணீரின் வேகம் = 15 கி.மீ / மணி $H = 15000$ மீ, உருளையின் ஆரம் $r = 7$ செ.மீ $= \frac{7}{100}$ மீ

தேவையான நேரம் $= \frac{\text{செவ்வக வடிவத் தொட்டியின் கனஅளவு}}{\text{உருளையின் கனஅளவு}} = \frac{lbh}{\pi r^2 H} = \frac{50 \times 44 \times 21/100}{\frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 15000} = 2$ மணி நேரம்

முழுமையாக நீரால் நிரம்பியுள்ள ஒரு கூம்பு வடிவக் குடுவையின் ஆரம் r அலகுகள் மற்றும் உயரம் h அலகுகள் ஆகும். நீரானது xr அலகுகள் ஆரமுள்ள மற்றொரு உருளை வடிவக் குடுவைக்கு மாற்றப்பட்டால் நீரின் உயரம் காண்க.

தீர்வு உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு $\Rightarrow \pi (xr)^2 H = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow x^2 r^2 H = \frac{1}{3} r^2 h \Rightarrow H = \frac{h}{3x^2}$

உருளை வடிவக் குடுவையின் உயரம் $= \frac{h}{3x^2}$ அலகுகள்

விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு உள்ளீடற்ற கோளம் $r = 7$ செ.மீ $h = 8$ செ.மீ | கூம்பு $R = 5$ செ.மீ $r = ?$

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3) = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow 4(125 - r^3) = 49 \times 8 \Rightarrow 125 - r^3 = 49 \times 2 \Rightarrow r^3 = 125 - 98 \Rightarrow r^3 = 27 \quad \therefore r = 3$

கோளத்தின் உள்விட்டம் = 3 செ.மீ

ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆகும். அது உருக்கப்பட்டு 14 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையாக்கப்பட்டால், அவ்வுருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம் $R = 5$ செ.மீ $r = 3$ செ.மீ | உருளை $r = 7$ செ.மீ $h = ?$

$\therefore$ உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு

$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi (R^3 - r^3) \Rightarrow 49 \times h = \frac{2}{3}(125 - 27) \Rightarrow h = \frac{2}{3} \times \frac{98}{49} \quad \therefore h = \frac{4}{3} = 1.33$ செ.மீ

உருளையின் உயரம் = 1.33 செ.மீ

6 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் உருக்கப்பட்டுச் சீரான தடிமனுள்ள ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் வெளி ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 32 செ.மீ எனில், உருளையின் தடிமனைக் காண்க.

தீர்வு திண்மக் கோளம் $r = 6$ செ.மீ | உள்ளீடற்ற உருளை $R = 5$ செ.மீ $H = 32$ செ.மீ $t = ?$

உள்ளீடற்ற உருளையின் கனஅளவு = கோளத்தின் கனஅளவு $\Rightarrow \pi (R^2 - r^2) H = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow (25 - r^2) 32 = \frac{4}{3} \times 6 \times 6 \times 6 \Rightarrow 25 - r^2 = \frac{4 \times 2 \times 6 \times 6}{32} \Rightarrow 25 - r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$

உள்ளீடற்ற உருளையின் தடிமன் $= R - r = 5 - 4 = 1$ செ.மீ

ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் விளிம்பு வரையில் பழச்சாறு நிரம்பியுள்ளது. உயரத்தைவிட 50% அதிக ஆரம் கொண்ட உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்குப் பழச்சாறு மாற்றப்படுகிறது. அரைக்கோளம் மற்றும் உருளை ஆகியவற்றின் விட்டங்கள் சமமானால் கிண்ணத்திலிருந்து எவ்வளவு சதவீதப் பழச்சாறு உருளை வடிவ பத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும்?

தீர்வு அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $= r$ | உருளையின் ஆரம் $= r = h + \frac{1}{2}h = \frac{3}{2}h$

அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \times \left(\frac{3}{2}h\right)^3 = \frac{2}{3}\pi \times \frac{27}{8}h^3 = \frac{9}{4}\pi h^3$

உருளையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h = \pi \times \left(\frac{3}{2}h\right)^2 h = \pi \times \frac{9}{4}h^2 h = \frac{9}{4}\pi h^3$

அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு

அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திலிருந்து 100 % சதவீதப் பழச்சாறு உருளை வடிவ பத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும்.

Scanned by CamScanner

சீனு வீட்டின் மேல்நிலை நீர்த்தொட்டி உருளை வடிவில் உள்ளது. அதன் ஆரம் 60 செ.மீ மற்றும் உயரம் 105 செ.மீ. 2 மீ $\times 1.5$ மீ $\times 1$ மீ பரிமாணங்களை உடைய ஒரு கனச்செவ்வகக் கீழ்நிலை நீர் தொட்டியிலிருந்து நீர் உந்தப்பட்டு மேலேயுள்ள உருளை வடிவத் தொட்டி முழுமையாக நிரப்பப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் கீழ்த் தொட்டியில் நீர் முழுமையாக இருப்பதாகக் கருதுக. மேல் தொட்டிக்கு நீர் ஏற்றிய பிறகு மீதமுள்ள நீரின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு உருளை வடிவத் தொட்டி $R = 60$ செ.மீ. $H = 105$ செ.மீ.

கனச்செவ்வக நீர் தொட்டி $l = 2$ மீ $= 200$ செ.மீ. $b = 1.5$ மீ $= 150$ செ.மீ. $h = 1$ மீ $= 100$ செ.மீ.

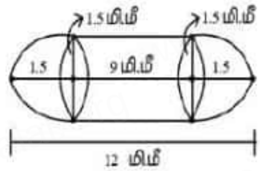
மேல் தொட்டிக்கு நீர் ஏற்றிய பிறகு மீதமுள்ள நீரின் கனஅளவை = கனச்செவ்வக நீர் தொட்டியின் கனஅளவு − உருளை வடிவத் தொட்டியின் கனஅளவு

$$= lbh - \pi R^2 H = 200 \times 150 \times 100 - \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 105$$

$$= 3000000 - 1188000$$

$$= 2812000 \text{ செ.மீ}^3$$

ஒரு மருந்து குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக் கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க?

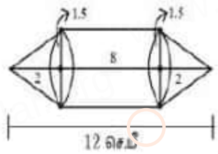


தீர்வு உருளை $H = 9$ மி.மீ, $r = 1.5$ மி.மீ $= \frac{3}{2}$ | அரைக் கோளம் $r = 1.5$ மி.மீ $= \frac{3}{2}$

∴ மருந்து குப்பியின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு + 2 (அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு)

$$= \pi r^2 H + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) = \frac{22}{7}\left[\frac{9}{4} \times 9 + \frac{4}{3} \times \frac{27}{8}\right] = \frac{22}{7}\left[\frac{81}{4} + \frac{9}{2}\right] = \frac{22}{7}\left[\frac{81+18}{4}\right] = \frac{22 \times 99}{28} = \frac{11 \times 99}{14} = 77.78 \text{ மி.மீ}^3$$

நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவைக் காண்க

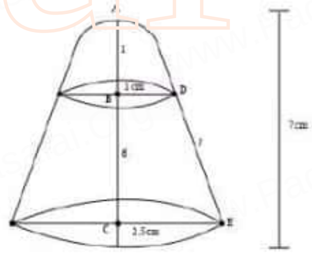


தீர்வு கூம்பு $h = 2$ செ.மீ $r = 1.5$ செ.மீ $= \frac{3}{2}$ | உருளை $H = 8$ செ.மீ $r = 1.5$ செ.மீ $= \frac{3}{2}$

மாதிரியின் கனஅளவு = 2 (கூம்பின் கனஅளவு) + உருளையின் கனஅளவு

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 h + \pi r^2 H = \pi r^2\left[\frac{2h}{3} + H\right] = \frac{22}{7} \times \frac{9}{4}\left[\frac{4}{3} + 8\right] = \frac{11 \times 9}{7 \times 2}\left[\frac{28}{3}\right] = \frac{11 \times 3 \times 14}{7} = 66 \text{ செ.மீ}^3$$

ஓர் இறகுப்பந்தின், மேற்புறம் கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவிலும், கீழ்ப்புறம் அரைக்கோள வடிவிலும் உள்ளது. இடைக்கண்டத்தின் விட்டங்கள் 5 செ.மீ மற்றும் 2 செ.மீ ஆகவும் இறகுபந்தின் மொத்த உயரம் 7 செ.மீ ஆகவும் இருக்குமானால், இறகுப் பந்தின் புறப்பரப்பைக் காண்க.



தீர்வு அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r = 1$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் உயரம் $= 7 - 1 = 6$ செ.மீ

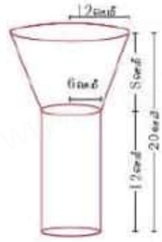
இடைக்கண்டத்தின் ஆரங்கள் $r = 1$ செ.மீ $R = 2.5$ செ.மீ

$$\therefore l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{26 + (1.5)^2} = 6.18$$

இறகுப் பந்தின் புறப்பரப்பு = இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$$= \pi(R + r)l + 2\pi r^2 = \pi[(2.5 + 1)\,6.18 + 2 \times 1] = \frac{513.7}{7} = 73.39 \text{ செ.மீ}^2$$

ஓர் உருளையின் மீது ஓர் இடைக்கண்டம் இணைந்தவாறு அமைந்த ஒரு புனலின் (funnel) மொத்த உயரம் 20 செ.மீ. உருளையின் உயரம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 12 செ.மீ ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் மேற்புற விட்டம் 24 செ.மீ எனில், புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பைக் கணக்கிடுக.



தீர்வு h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே இடைக்கண்டம் மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

R மற்றும் r என்பன இடைக்கண்டத்தின் மேல் மற்றும் கீழ்ப்புற ஆரங்கள் என்க.

$R = 12$ செ.மீ, $r = 6$ செ.மீ, $h_2 = 12$ செ.மீ $h_1 = 20 - 12 = 8$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் $l = \sqrt{(R - r)^2 + h_1^2}$ அலகுகள்

$$= \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ செ.மீ}$$

வெளிப்புறப் பரப்பு $= 2\pi r h_2 + \pi(R + r)l$ ச.அலகுகள்

$$= \pi\left[2rh_2 + (R + r)l\right] = \pi\left[(2 \times 6 \times 12) + (18 \times 10)\right] = \pi[144 + 180] = \frac{22}{7} \times 324 = 1018.28$$

எனவே, புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பு 1018.28 ச. செ.மீ ஆகும்.

Scanned by CamScanner

ஒரு கூம்பின் கன அளவு $1005\frac{5}{7}$ க. செ.மீ மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச. செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு

ஒரு கூம்பின் கன அளவு $1005\frac{5}{7}$ க. செ.மீ மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச. செ.மீ $\therefore \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{7040}{7}$ & $\pi r^2 = \frac{1408}{7}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\times\frac{1408}{7}\times h = \frac{7040}{7} \Rightarrow h = \frac{7040}{1408}\times 3 \Rightarrow h = 5\times 3 \Rightarrow h = 15 \text{ செ.மீ}$$

$$\Rightarrow \pi r^2 = \frac{1408}{7} \Rightarrow \frac{22}{7}\times r^2 = \frac{1408}{7} \Rightarrow r^2 = \frac{1408}{7} = 64 \Rightarrow r = 8$$

$$\therefore l = \sqrt{h^2+r^2} = \sqrt{15^2+8^2} = \sqrt{225+64} = \sqrt{289} = 17 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ சாயுயரம் = 17 செ.மீ

ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் 4.3 செ.மீ, உட்புற ஆரம் 1.1 செ.மீ மற்றும் நீளம் 4 செ.மீ. உலோக உருளையை உருக்கி 12 செ.மீ நீளமுள்ள வேறொரு திண்ம உருளை உருவாக்கப்பட்டால் புதிய உருளையின் விட்டத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளை	புதிய உருளை
$R = 4.3$ செ.மீ $= \frac{43}{10}$ செ.மீ ,	$h = 12$ செ.மீ $d = ?$
$r = 1.1$ செ.மீ $= \frac{11}{10}$ செ.மீ	
$H = 4$ செ.மீ	

உள்ளீடற்ற உலோக உருளை கன அளவு = புதிய உருளை கன அளவு

$$\Rightarrow \pi H(R^2 - r^2) = \pi r^2 h \Rightarrow 4[(\tfrac{43}{10})^2 - (\tfrac{11}{10})^2] = r^2\times 12 \Rightarrow r^2 = 5.76 \Rightarrow r = 2.4$$

புதிய உருளையின் விட்டம் $= 2r = 2(2.4) = 4.8$ செ.மீ

16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

தீர்வு சிறிய மற்றும் பெரிய உலோகப் பந்துகளின் ஆரங்கள் $r = 2$ செ.மீ மற்றும் $R = 16$ செ.மீ

$$\text{சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{பெரிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு சிறிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{16^3}{2^3} = 512$$

களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே கூம்பு மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க கூம்பின் உயரம் $h_1 = 24$ செ.மீ

கூம்பு மற்றும் உருளையின் ஆரம் r செ.மீ என்க.

உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கன அளவு $\Rightarrow \pi r^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{3}\times h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{3}\times 24 = 8$

எனவே, உருளையின் உயரம் 8 செ. மீ ஆகும்.

6 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் (Ice-cream) உள்ளது. அந்தப் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை?

தீர்வு h மற்றும் r என்பன முறையே உருளையின் உயரம் மற்றும் ஆரம் என்க. $h = 15$ செ.மீ, $r = 6$ செ.மீ

r_1 அரைக்கோளத்தின் ஆரம், கூம்பின் ஆரம் மற்றும் கூம்பின் உயரம் என்க. $r_1 = 3$ செ.மீ மற்றும் $h_1 = 9$ செ.மீ

$$\text{தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{உருளையின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கனஅளவு}} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 + \frac{2}{3}\pi r_1^3}$$

$$= \frac{\frac{22}{7}\times 6\times 6\times 15}{\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 3\times 3\times 9 + \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 3\times 3\times 3} = 12$$

12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு கோளத்தின் ஆரம் = 12 செ.மீ = R உருளையின் ஆரம் 8 செ. மீ = r

கோளத்தின் கன அளவு = உருளையின் கன அளவு $\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2 h \Rightarrow \frac{4}{3}\times 12\times 12\times 12 = 8\times 8\times h \Rightarrow h = 36$ செ. மீ

Scanned by CamScanner

7 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளை வடிவ மை குடுவையின் விட்டம் 5 மி.மீ ஆகும். மை முழுமையாகவுள்ள உருளையைக் கொண்டு சராசரியாக 330 வார்த்தைகள் எழுதலாம். ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மை ஒரு பாட்டிலில் உள்ளது எனில், அதனைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வார்த்தைகள் எழுதலாம்?

தீர்வு உருளையின் உயரம் 7 செ.மீ $\Rightarrow$ உருளையின் உயரம் 70 மி.மீ

உருளையின் விட்டம் 5 மி.மீ $\Rightarrow$ உருளையின் ஆரம் $\frac{5}{2}$ மி.மீ

ஓர் உருளை வடிவ மை குடுவையின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு

$$= \pi r^2 h \quad = \frac{22}{7} \times \frac{25}{4} \times 70 = 1375 \text{ மி.மீ}^3 = 1.375 \text{ செ.மீ}^3$$

1.375 செ.மீ^{3} $\rightarrow$ 330 வார்த்தைகள்

ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மை ஒரு பாட்டிலில் உள்ளது $\Rightarrow \frac{1}{5}(1000 \text{ cm}^3) \Rightarrow 200$ செ.மீ^{3} $\rightarrow x$ வார்த்தைகள்

$$\therefore x = \frac{200 \times 330}{1.375} = 48000 \text{ வார்த்தைகள்}$$

ஆரம் 1.75 மீ உள்ள ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டி முற்றிலும் நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. ஒரு குழாயின் மூலம் விநாடிக்கு 7 லிட்டர் வீதம் தொட்டியிலிருந்து நீர் வெளியேற்றப்படுமானால், தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் முழுவதுமாகக் காலி செய்யலாம்?

தீர்வு ஆரம் 1.75 மீ உள்ள ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டி $\Rightarrow r = \frac{7}{4}$ மீ

ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டியின் கனஅளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} = \frac{539}{48} = 11.229$ மீ^{3}

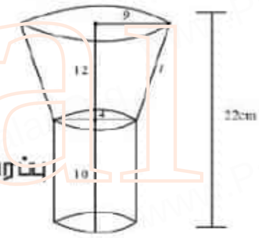
$= 11.229 \times 1000$ லிட்டர்கள்

$= 11229$ லிட்டர்கள்

தொட்டியிலிருந்து நீர் முழுவதும் வெளியேற்றப்படும் நேரம் $= \frac{11229}{7}$ விநாடி $= 1604$ விநாடி

$= \frac{1604}{60}$ நிமிடங்கள் $= 27$ நிமிடங்கள்

ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டம், 10 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளையுடன் இணைக்கப்பட்ட எண்ணெய்ப் புனலின் மொத்த உயரம் 22 செ.மீ ஆகும். உருளையின் விட்டம் 8 செ.மீ மற்றும் புனலின் மேற்புற விட்டம் 18 செ.மீ எனில், புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பைக் காண்க.



தீர்வு R = 9 செ.மீ r = 4 செ.மீ H = 10 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் $l = \sqrt{(R-r)^2 + h^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$ செ.மீ

புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பு

= இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு + உருளையின் வளைபரப்பு

$= \pi(R+r)l + 2\pi rH = \pi[13 \times 13 + 2 \times 4 \times 10] = \frac{22}{7}[169+80]$

$= \frac{22}{7} \times 249 = \frac{5478}{7} = 782.57$ செ.மீ^{3}

உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை?

தீர்வு சிறிய உருளையின் விட்டம் 1.5 செ.மீ $\Rightarrow \therefore r = \frac{1.5}{2} = \frac{15}{20}$ செ.மீ

சிறிய உருளையின் உயரம் 2 மி.மீ $\Rightarrow h = 2$ மி.மீ $= \frac{2}{10}$ செ.மீ

பெரிய உருளையின் விட்டம் 4.5 செ.மீ $\Rightarrow R = \frac{4.5}{2} = \frac{45}{20}$ செ.மீ

பெரிய உருளையின் உயரம் 10 செ.மீ $\Rightarrow$ H = 10 செ.மீ

வட்ட வில்லைகள் = $\frac{\text{சிறிய உருளையின் கனஅளவு}}{\text{பெரிய உருளையின் கனஅளவு}} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{\frac{15}{20} \times \frac{15}{20} \times \frac{2}{10}}{\frac{45}{20} \times \frac{45}{20} \times 10} = 450$ வில்லைகள்

ஒரு வட்டக்கோண வடிவில் உள்ள உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக் கோணம் 216° ஆகும். வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு ஒரு வட்டக்கோண உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ $\therefore R = 21 = l$ மையக் கோணம் 216° $\therefore \theta = 216°$

$\frac{\theta}{360} \times 2\pi R = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{216}{360} \times 21 \Rightarrow r = \frac{63}{5} = 12.6$ செ.மீ

$\therefore h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{21^2 - (12.6)^2} = 16.8$

$\therefore$ கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12.6 \times 12.6 \times 16.8$

$= 2794.18 \text{ cm}^3$

Scanned by CamScanner

ஒரு வகுப்புத் தேர்வில், 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு

x	$d=x-35$	d^2
25	−10	100
29	−6	36
30	−5	25
33	−2	4
35	0	0
37	2	4
38	3	9
40	5	25
44	9	81
48	13	169
n = 10	9	453

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{453}{10} - \left(\frac{9}{10}\right)^2}$$

$$= 6.67$$

ஒரு பள்ளி சுற்றுலாவில் குழந்தைகள் தின்பண்டங்கள் வாங்குவதற்காக செலவு செய்த தொகையானது முறையே 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ஆகும். படி விலக்க முறையை பயன்படுத்தி அவர்கள் செய்த செலவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

x	$d=\frac{x-20}{5}$	d^2
5	−3	9
10	−2	4
15	−1	1
20	0	0
25	1	1
30	2	4
35	3	9
40	4	16
	$\sum d = 4$	$\sum d^2 = 44$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum d_i}{n}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{44}{8} - \left(\frac{4}{8}\right)^2} \times 5 \quad = 11.45$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க. 7, 4, 8, 10, 11. இதன் எல்லா மதிப்புகளுடனும் 3-யை கூட்டும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

தீர்வு

x	$d=x-8$	d^2
4	−4	16
7	−1	1
8	0	0
10	2	4
11	3	9
5	0	30

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{30}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{6}$$

எல்லா மதிப்புகளுடனும் 3-யை கூட்டும்போது

x	$d=x-11$	d^2
7	−4	16
10	−1	1
11	0	0
13	2	4
14	3	9
5	0	30

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{30}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{6}$$

இதிலிருந்து, கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுடன் ஏதேனும் மாறிலியைக் கூட்டினால், திட்ட விலக்கம் மாறாது

கொடுக்கப்பட்ட தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க 2,3,5,7,8. ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளியையும் 4 -ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் மதிப்பிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

x	$d=x-5$	d^2
2	−3	9
3	−2	4
5	0	0
7	2	4
8	3	9
5	0	26

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{26}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{26}{5}}$$

ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளியையும் 4 -ஆல் பெருக்கினால்

x	$d=x-20$	d^2
8	−12	144
12	−8	64
20	0	0
28	8	64
32	12	144
5	0	416

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{416}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2}$$

$$= 4\sqrt{\frac{26}{5}}$$

அனைத்து தரவுப் புள்ளிகளையும் 4ஆல் பெருக்கக் கிடைக்கும் புதிய தரவுப் புள்ளிகள் 8,12,20,28,32 ஆகும்.

வகுப்புத் தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவர்களின் மதிப்பெண்ணிற்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க.

x	4	6	8	10	12
f	7	3	5	9	5

தீர்வு

x	f	$d=x-8$	d^2	fd	fd^2
4	7	−4	16	−28	112
6	3	−2	4	−6	12
8	5	0	0	0	0
10	9	2	4	18	36
12	5	4	16	20	80
	7			4	240

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{240}{29} - \left(\frac{4}{29}\right)^2}$$

$$= 2.87$$

Scanned by CamScanner

வைரஸ் காய்ச்சலைப் பற்றிய கருத்துக் கணிப்பில், பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

வயது (வருடங்களில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	16	18	12	7	4

இத்தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

C.I	mid value (x)	f	$d=\frac{x-35}{10}$	d^2	f.d	$f.d^2$
0-10	5	3	−3	9	−9	27
10-20	15	5	−2	4	−10	20
20-30	25	16	−1	1	−16	16
30-40	35-A	18	0	0	0	0
40-50	45	12	1	1	12	12
50-60	55	7	2	4	14	28
60-70	65	4	3	9	12	36
					3	139

$\therefore \Sigma f = 65, \Sigma fd = 3, \Sigma fd^2 = 139$ மற்றும் $c = 10$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{139}{65} - \left(\frac{3}{65}\right)^2} \times 10$$

$$= 1.46 \times 10$$

$$= 14.6$$

ஏழு தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரி முறையே 8, 16 ஆகும். அதில் ஐந்து தரவுப் புள்ளிகள் 2, 4, 10, 12 மற்றும் 14 எனில் மீதம் உள்ள இரு தரவுப் புள்ளிகளைக் கண்டறிக.

தீர்வு $n = 7$, $\bar{x} = 8$, $\sigma^2 = 16$

ஐந்து தரவுப் புள்ளிகள் 2, 4, 10, 12 மற்றும் 14

மீதம் உள்ள இரு தரவுப் புள்ளிகள் a, b எடுத்துக்கொள்வோம்

$$\therefore \bar{x} = 8 \Rightarrow \frac{\Sigma x}{n} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2 = \sigma^2 \quad \Rightarrow \frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2 = 16 \quad \Rightarrow \frac{\Sigma x^2}{7} - 8^2 = 16 \quad \Rightarrow \frac{\Sigma x^2}{7} - 64 = 16 \quad \Rightarrow \frac{\Sigma x^2}{7} = 80 \quad \Rightarrow \Sigma x^2 = 560$$

$$\Rightarrow 2^2 + 4^2 + 10^2 + 12^2 + 10^2 + a^2 + b^2 = 560 \quad \Rightarrow 460 + a^2 + b^2 = 560 \quad \Rightarrow a^2 + b^2 = 100 \quad \Rightarrow 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\therefore \quad a = 8, \quad b = 6$$

ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் 48 மாணவர்கள் தொலைக்காட்சி பார்ப்பதற்காகச் செலவிட்ட நேரம் கேட்டறியப்பட்டது. அந்தத் தகவலின் அடிப்படையில், கீழ்க்காணும் தரவின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

x	6	7	8	9	10	11	12
f	3	6	9	13	8	5	4

தீர்வு

x	f	d = x − 9	d^2	fd	fd^2
6	3	−3	9	−9	27
7	6	−2	4	−12	24
8	9	−1	1	−9	9
9	13	0	0	0	0
10	8	1	1	8	8
11	5	2	4	10	20
12	4	3	9	12	36
	48			0	124

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{124}{48}}$$

$$= 1.6$$

ஒரு வாரத்தின் ஒவ்வொரு நாளிலும் விற்கப்பட்ட தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு 13, 8, 4, 9, 7, 12, 10. இந்தத் தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

x	d = x − 9	d^2
4	−5	25
7	−2	4
8	−1	1
9	0	0
10	1	1
12	3	9
13	4	16
7	0	56

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{56}{7} - \left(\frac{0}{7}\right)^2}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2.83$$

ஒரு குறிப்பிட்ட பருவத்தில் 6 நாட்களில் பெய்யும் மழையின் அளவானது 17.8 செ.மீ, 19.2 செ.மீ, 16.3 செ.மீ, 12.5 செ.மீ, 12.8 செ.மீ, 11.4 செ.மீ எனில், இந்த தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{11.4 + 12.5 + 12.8 + 16.3 + 17.8 + 19.2}{6}$$

$$= \frac{90}{6} = 15$$

x	d = x − 15	d^2
11.4	−3.6	12.96
12.5	−2.5	6.25
12.8	−2.2	4.84
16.3	1.3	1.69
17.8	2.8	7.84
19.2	4.2	17.64
6	0	51.22

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{51.22}{6} - \left(\frac{0}{6}\right)^2}$$

$$= 2.9$$

Scanned by CamScanner

ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள், குறிப்பிட்ட பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	17	14	9	7	4

இத்தரவிற்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

Marks	மைய மதிப்பு (x_i)	f	$d = x-35$	$d_i = \frac{x-35}{10}$	d^2	$f.d$	$f.d^2$
0-10	5	8	−30	−3	9	−24	72
10-20	15	12	−20	−2	4	−24	48
20-30	25	17	−10	−1	1	−17	17
30-40	35	14	0	0	0	0	0
40-50	45	9	10	1	1	9	9
50-60	55	7	20	2	4	14	28
60-70	65	4	30	3	9	12	36
		N=71				−30	210

திட்ட விலக்கம் $\sigma = c \times \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2}$

$$= 10 \times \sqrt{\frac{210}{71} - \left(-\frac{30}{71}\right)^2}$$

$$= 10 \times \sqrt{2.779} = 16.67$$

24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு

$$\bar{x} = \frac{24+26+33+37+29+31}{6}$$

$$= \frac{180}{6}$$

$$= 30$$

x	$d = x-30$	d^2
24	−6	36
26	−4	16
29	−1	1
31	1	1
33	3	9
37	7	49
	−6	112

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{112}{6} - \left(\frac{0}{6}\right)^2} = 4.31$$

$\therefore$ மாறுபாட்டுக் கெழு $= \frac{4.31}{30} \times 100 = 14.36$

8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப் பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு

$$\bar{x} = \frac{38+40+47+44+46+43+49+53}{8}$$

$$= \frac{360}{8} = 45$$

x	$d = x-45$	d^2
38	−7	49
40	−5	25
43	−2	4
44	−1	1
46	1	1
47	2	4
49	4	16
53	8	64
8	0	172

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{164}{8} - \left(\frac{0}{8}\right)^2} = 4.53$$

$\therefore$ மாறுபாட்டுக் கெழு $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{4.53}{45} \times 100 = 10.07$

சத்யா மற்றும் வித்யா இருவரும் 5 பாடங்களில் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்கள் முறையே 460 மற்றும் 480 ஆகும். மேலும் அதன் திட்ட விலக்கங்கள் முறையே 4.6 மற்றும் 2.4 எனில், யாருடைய செயல்திறன் மிகுந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது?

தீர்வு

சத்யா

$\sum x_1 = 460 \quad n = 5 \quad \therefore \bar{x}_1 = \frac{460}{5} = 92 \quad \sigma_1 = 4.6$

$\therefore$ மாறுபாட்டுக் கெழு$_1$ $= \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{4.6}{92} \times 100 = \frac{460}{92} = 5$

வித்யா

$\sum x_2 = 480 \quad n = 5 \quad \therefore \bar{x}_2 = \frac{480}{5} = 96 \quad \sigma_2 = 2.4$

$\therefore$ மாறுபாட்டுக் கெழு$_2$ $= \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{2.4}{96} \times 100 = \frac{240}{96} = 2.5$

வித்யா செயல்திறன் மிகுந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது

இரண்டு பகடைகளில் ஒன்றில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 என்றும் மற்றொரு பகடையில் 1, 1, 2, 2, 3, 3 என்றும் முக மதிப்புகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. அவை இரண்டும் உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 2 முதல் 9 வரை ஒவ்வொரு மதிப்பும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

தீர்வு

S = {(1,1),(1,1),(1,2),(1,2),(1,3),(1,3)
(2,1),(2,1),(2,2),(2,2),(2,3),(2,3)
(3,1),(3,2),(3,2),(3,2),(3,3),(3,3)
(4,1),(4,2),(4,2),(4,2),(4,3),(4,3)
(5,1),(5,2),(5,2),(5,2),(5,3),(5,3)
(6,1),(6,2),(6,2),(6,2),(6,3),(6,3)}

i) A - முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 2 என்க.

$n(A) = 2 \quad \therefore P(A) = \frac{2}{36}$

ii) B - முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 3 என்க.

$n(B) = 4 \quad P(B) = \frac{4}{36}$

iii) C - முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 என்க.

$n(C) = 6 \quad P(C) = \frac{6}{36}$

iv) D - முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 5 என்க.

$n(D) = 6 \quad P(D) \quad \frac{6}{36}$

ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும் 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

Scanned by CamScanner

தீர்வு $S = \{5R, 6W, 7G, 8B\}$ $n(S) = 13$

i) A - வெள்ளை $n(A) = 6$ $P(A) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$

ii) B - கருப்பு அல்லது சிவப்பு $n(B) = 5 + 8 = 13$ $P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

iii) C - வெள்ளையாக இல்லாமல் $n(C) = 20$ $P(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$

iv) D - வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் $n(D) = 12$ $P(D) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு $x \Rightarrow$ குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை $\therefore n(S) = x + 20$

A $\Rightarrow$ குறைபாடுடைய விளக்கு $\therefore n(A) = x$ $P(A) = \frac{x}{x+20}$

கொடுக்கப்பட்டது, $\frac{x}{x+20} = \frac{3}{8} \Rightarrow 8x = 3x + 60 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$

நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு $n(S) = 52 - 2 - 2 - 2 = 46$

i) A ஆனது க்ளாவர் ஆக $n(A) = 13$ $P(A) = \frac{13}{46}$

ii) B ஆனது சிவப்பு இராணியாக $n(B) = 0$ $P(B) = 0$

iii) C ஆனது கருப்பு இராசாவாக $n(C) = 1$ $\therefore P(C) = \frac{1}{46}$

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 -க்குச் சமமாக (ii) 10 -ஐ விடப் பெரிதாக (iii) 13 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு $S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$ $n(S) = 36$

(i) A ஆனது 4 -க்குச் சமமாக கூடுதல் $A = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$; $n(A) = 3$. $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(ii) B ஆனது 10 -ஐ விடப் பெரிதாக கூடுதல் $B = \{(5,6),(6,5),(6,6)\}$; $n(B) = 3$ $P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(iii) C ஆனது 13 -ஐ விடக் குறைவாக கூடுதல் $n(C) = n(S) = 36$ $P(C) = \frac{36}{36} = 1$

நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

தீர்வு $n(S) = 52$

(i) A ஆனது சிவப்பு நிறச் சீட்டு $n(A) = 26$ $P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ (ii) B ஆனது ஹார்ட் சீட்டு $n(B) = 13$ $P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(iii) C ஆனது சிவப்பு நிற இராசா $n(C) = 2$ $P(C) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$ (iv) D ஆனது முக சீட்டு $n(D) = 4 \times 3 = 12$ $P(D) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(v) E ஆனது எண் சீட்டாக $n(E) = 4 \times 9 = 36$ $P(E) = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$

அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, …12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.

தீர்வு $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$; $n(S) = 12$

(i) A ஆனது 7 நிற்பதற்கான $n(A)=1$, $P(A) = \frac{1}{12}$

(ii) B ஆனது பகா எண் நிற்பதற்கான $B = \{2,3,5,7,11\}$; $n(B) = 5$, $P(B) = \frac{5}{12}$

(iii) C ஆனது பகு எண் நிற்பதற்கான $C = \{4,6,8,9,10,12\}$; $n(C)=6$, $P(C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ₹ 150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு S = {(HHH), (HHT), (HTH), (THH), (HTT), (THT), (HTT), (TTT)} n(S) = 8

i) P (இரண்டு மடங்காக) = $\frac{1}{8}$ (∵ மூன்று தலைகள்)

ii) P (நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற) = $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (∵ ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள்)

iii) P (நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு) = $\frac{1}{8}$ (∵ மூன்று தலைகள் இல்லை)

A மற்றும் B ஆகியவை ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையின் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில்

(i) $P(A\cap\bar{B}) = P(A$ மட்டும்$) = P(A) - P(A\cap B)$ (ii) $P(\bar{A}\cap B) = P(B$ மட்டும்$) = P(B) - P(A\cap B)$ என நிறுவுக.

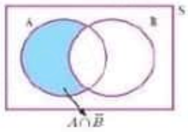
நிரூபணம் (i) கணங்களின் பங்கீட்டுப் பண்பின் படி, $(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B}) = A\cap(B\cup\bar{B}) = A\cap S = A$

$(A\cap B)\cap(A\cap\bar{B}) = A\cap(B\cap\bar{B}) = A\cap\phi = \phi$

எனவே, $A\cap B$ மற்றும் $A\cap\bar{B}$ ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் அவைகளின் சேர்ப்பு A ஆகும் ஆகையால்,

$$P(A) = P[(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})] = P(A\cap B) + P(A\cap\bar{B})$$

$$P(A\cap\bar{B}) = P(A) - P(A\cap B)$$



அதாவது, $P(A\cap\bar{B}) = P(A$ மட்டும்$) = P(A) - P(A\cap B)$

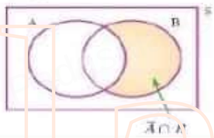
(ii) கணங்களின் பங்கீட்டுப் பண்பின் படி, $(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B) = (A\cup\bar{A})\cap B = S\cap B = B$

$(A\cap B)\cap(\bar{A}\cap B) = (A\cap\bar{A})\cap B = \phi\cap B = \phi$

$A\cap B$ மற்றும் $\bar{A}\cap B$ ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் அவைகளின் சேர்ப்பு B ஆகும்

ஆகையால், $$P(B) = P[(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)] = P(A\cap B) + P(\bar{A}\cap B)$$

$$P(\bar{A}\cap B) = P(B) - P(A\cap B)$$



அதாவது, $P(\bar{A}\cap B) = P(B$ மட்டும்$) = P(B) - P(A\cap B)$

நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள்

A ஆனது ஓர் இராசா $n(A) = 4$ $P(A) = \frac{4}{52}$

B ஆனது ஓர் இராணி $n(B) = 4$ $P(B) = \frac{4}{52}$

$P(A\cap B) = \frac{0}{52}$

$\Rightarrow P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(A\cup B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - \frac{0}{52} = \frac{2}{13}$

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

தீர்வு S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S) = 36

A ஆனது இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க

A = {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)}

n(A) = 6, $P(A) = \frac{6}{36}$

B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4

B = {(1,3),(2,2),(3,1)} n(B) = 3, $P(B) = \frac{3}{36}$

A ∩ B = {(2,2)}, n(A ∩ B) = 1. $P(A\cap B) = \frac{1}{36}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது.

A ஆனது சீட்டு இராசா $n(A) = 4$ $P(A) = \frac{4}{52}$

B ஆனது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக $n(B) = 4$ $P(B) = \frac{4}{52}$

$P(A\cap B) = \frac{0}{52}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cup B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - \frac{0}{52} = \frac{2}{13}$

Scanned by CamScanner

50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் (i) NCC -யில் இருந்து, ஆனால் NSS–ல் இல்லாமல் (ii) NSS -ல் இருந்து, ஆனால் NCC–யில் இல்லாமல் (iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு 50 மாணவர்கள் $n(S)=50$.

A ஆனது மற்றும் B ஆனது NCC மற்றும் NSS

$n(A)=28$, $n(B)=30$, $n(A\cap B)=18$ $\quad P(A)=\frac{28}{50}\quad P(B)=\frac{30}{50}\quad P(A\cap B)=\frac{18}{50}$

(i) NCC -யில் இருந்து, ஆனால் NSS–ல் இல்லாமல் $P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=\frac{28}{50}-\frac{18}{50}=\frac{1}{5}$

(ii) NSS -ல் இருந்து, ஆனால் NCC–யில் இல்லாமல் $P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{30}{50}-\frac{18}{50}=\frac{6}{25}$

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான $P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)=\frac{1}{5}+\frac{6}{25}=\frac{11}{25}$

இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு $S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$ $\quad n(S)=36$

A ஆனது முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண்

$A=\{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)$
$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$n(A)=18$, $P(A)=\frac{18}{36}$

B ஆனது - முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8

$B=\{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$

$n(B)=5$, $P(B)=\frac{5}{36}$

$A\cap B=\{(2,6),(4,4),(6,2)\}$, $n(A\cap B)=3$ $\quad P(A\cap B)=\frac{3}{36}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$=\frac{18}{36}+\frac{5}{36}-\frac{3}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு $S=\{3,5,7,9,\ldots\ldots 35,37\}$, $n(S)=18$

A ஆனது 7-ன் மடங்காக $\quad A=\{7,14,21,28,35\}$ $\quad n(A)=5$, $P(A)=\frac{5}{18}$

B ஆனது பகா எண்ணாக $\quad B=\{3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37\}$ $\quad n(B)=11$, $P(B)=\frac{11}{18}$

$A\cap B=\{7\}$, $n(A\cap B)=1$, $P(A\cap B)=\frac{1}{18}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{5}{18}+\frac{11}{18}-\frac{1}{18}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$

சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு *Solution :* $S=\{(HHH),(HHT),(HTH),(THH),(HTT),(THT),(TTH),(TTT)\}$, $n(S)=8$

A ஆனது அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் $\quad A=\{(HHT),(HTH),(THH),(HTT),(THT),(TTH),(HHH)\}$ $\quad n(A)=7$, $P(A)=\frac{7}{8}$

B ஆனது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் $\quad B=\{(HHH),(HHT),(HTH),(THH)\}$ $\quad n(B)=4$, $P(B)=\frac{4}{8}$

$\therefore A\cap B=\{(HHH),(HHT),(HTH),(THH)\}$ $\quad n(A\cap B)=4$, $P(A\cap B)=\frac{4}{8}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{7}{8}+\frac{4}{8}-\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$

ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும் குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில், இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு A ஆனது மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான

$\overline{B}$ ஆனது குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல்

B ஆனது குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்க

$P(A)=\frac{3}{5},\ P(\overline{B})=\frac{5}{8},\ P(A\cup B)=\frac{5}{7}$

$\Rightarrow P(B)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

$\therefore P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$
$=\frac{3}{5}+\frac{3}{8}-\frac{5}{7}=\frac{73}{280}$

Scanned by CamScanner

ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க
(ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)–யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில், x-ன் மதிப்பினைக் காண்க.

தீர்வு ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. $n(S)=x+12$. ($x\rightarrow$ சிவப்பு $12\rightarrow$ நீலம்)

A ஆனது சிவப்பு நிறப்பந்தாக $n(A)=x$, $P(A)=\frac{x}{x+12}$

8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், $n(S)=x+20$

By the problem, $\frac{x+8}{x+20}=2\left(\frac{x}{x+12}\right)\Rightarrow(x+8)(x+12)=2x^2+40x \Rightarrow x^2+20x+96=2x^2+40x \Rightarrow -x^2-20x-96+2x^2+40x=0$

$\Rightarrow x^2+20x-96=0 \Rightarrow (x+24)(x-4)=0$

$\Rightarrow (x+24)=0$ or $(x-4)=0$ $\therefore x=-24, 4$

$\therefore x=4$ $\quad \therefore P(A)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.
(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க (ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க (iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க (iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1–ஆக இருக்க நிகழ்தகவைக் காண்க

தீர்வு S= {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} $\quad n(S)=36$

(i) A ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க A= {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

$n(A)=6 \quad \therefore P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(ii) B ஆனது முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க B = {(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (5, 1)}

$n(B)=6 \quad \therefore P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(iii) C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

C = {(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)}

$n(C)=14 \quad \therefore P(C)=\frac{7}{36}$

(iv) D ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1–ஆக இருக்க $n(D)=0 \quad \therefore P(D)=0$

மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க (ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க (ii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு S= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)} $\quad n(S)=8$

(i) A ஆனது அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க A= {(HHH)} $\quad n(A)=1 \quad \therefore P(A)=\frac{1}{8}$

(ii) B ஆனது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க B= {(HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)} $n(B)=7 \quad P(B)=\frac{7}{8}$

(iii) C ஆனது அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க C = {(HTT), (THT), (TTH), (TTT)} $\quad n(C)=4 \quad P(C)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

(iv) D ஆனது அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க D = {(HHH), (HHT), (HTT), (HTH), (THH), (THT), (TTH)}

$n(D)=7 \quad P(D)=\frac{7}{8}$

இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும் பொழுது, முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

தீர்வு S= {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} $\quad n(S)=36$

A ஆனது முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 A = {(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)} $\quad n(A)=4 \quad P(A)=\frac{4}{36}$

B ஆனது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 B = {(6, 1)} $\quad n(B)=1 \quad P(B)=\frac{1}{36}$

$A\cap B=\{(6,1)\} \quad n(A\cap B)=1 \quad P(A\cap B)=\frac{1}{36}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{4}{36}+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

Scanned by CamScanner

52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) ஒரு டைமண்ட் (ii) ஓர் இராணி (iii) ஒரு ஸ்பேடு (iv) 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு ஆகியனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன. $n(S) = 52 - 3 = 49$

(i) A ஆனது ஒரு டைமண்ட் $n(A) = 13$ $\therefore P(A) = \frac{13}{49}$ (ii) B ஆனது ஓர் இராணி $n(B) = 3$ $\therefore P(B) = \frac{3}{49}$

(iii) C ஆனது ஒரு ஸ்பேடு $n(C) = 10$ $(13 - 3 = 10)$ $\therefore P(C) = \frac{10}{49}$

(iv) D ஆனது 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு $n(D) = 1$ $\therefore P(D) = \frac{1}{49}$

---

35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4:3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4:3 ஆகும்.

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{4}{7} \times 35 = 20$, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{3}{7} \times 35 = 15$

A ஆனது பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவர்கள்

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 19\}$, $n(A) = 7$ $P(A) = \frac{7}{35}$

B ஆனது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவிகள்

$B = \{21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35\}$ $n(B) = 12$ $\therefore P(B) = \frac{12}{25}$

C ஆனது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34\}$ $n(C) = 17$, $\therefore P(C) = \frac{17}{35}$

$A \cap B = \{\ \} \Rightarrow n(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) = 0$, $B \cap C = \{22, 24, 26, 28, 30, 32, 34\}$ $\therefore n(B \cap C) = 7 \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{7}{35}$

$C \cap A = \{2\} \Rightarrow n(C \cap A) = 1 \Rightarrow P(C \cap A) = \frac{1}{35}$, $P(A \cap B \cap C) = 0$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C) = \frac{7}{35} + \frac{12}{35} + \frac{17}{35} - 0 - \frac{7}{35} - \frac{1}{35} + 0 = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$

A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள். மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A -ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும் $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$ எனில், $P(A), P(B)$ மற்றும் $P(C)$ -ஐக் காண்க?

தீர்வு $P(B) = 2.P(A)$, $P(C) = 3.P(A)$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow \frac{9}{10} = P(A) + 2.P(A) + 3.P(A) - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15}$

$\therefore P(A) = \frac{11}{48}$ $\therefore P(B) = 2.P(A) = 2 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{24}$ $\therefore P(C) = 3.P(A) = 3 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{16}$

ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு $S = \{(HHH), (HHT), (HTH), (THH), (TTH), (THT), (HTT), (TTT)\}$ $\therefore n(S) = 8$

A ஆனது சரியாக இரண்டு தலைகள் $A = \{(HHT), (HTH), (THH)\}$ $n(A) = 3$, $P(A) = \frac{3}{8}$

B ஆனது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ $B = \{(HHT), (HTH), (THH), (TTH), (THT), (HTT), (TTT)\}$ $n(B) = 7$, $P(B) = \frac{7}{8}$

C ஆனது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் $n(C) = 3$, $P(C) = \frac{3}{8}$

$A \cap B = \{(HHT), (HTH), (THH)\}$, $n(A \cap B) = 3 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{8}$

$B \cap C = \{(HHT), (THH)\}$, $n(B \cap C) = 2 \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{2}{8}$

$C \cap A = \{(HHT), (THH)\}$, $n(C \cap A) = 2 \Rightarrow P(C \cap A) = \frac{2}{8}$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$

$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$

Scanned by CamScanner

8000 மக்கள்தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில், 1300 பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000 பேர் பெண்கள். மேலும் 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் 30% உள்ளனர் எனவும் தெரியவருகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர், பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு A ஆனது பெண்ணாக , B ஆனது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக

$n(S)=8000,\ n(A)=3000,\ n(B)=1300$, $n(A\cap B)=\frac{30}{100}\times 3000=900$ $\therefore P(A)=\frac{3000}{8000},\ P(B)=\frac{1300}{8000},\ P(A\cap B)=\frac{900}{8000}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3000+1300-900}{8000}=\frac{3400}{8000}=\frac{34}{80}=\frac{17}{40}$

ஒரு மாணவன் இறுதித் தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1 ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில், தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு $P(E\cap T)=0.5$; $P(\overline{E}\cap\overline{T})=0.1$ & $P(E)=0.75$

$\Rightarrow P(E\cup T)=1-0.1=0.9$

$P(E\cup T)=P(E)+P(T)-P(E\cap T)\Rightarrow 0.9=0.75+P(T)-0.5\Rightarrow P(T)=0.9-0.25=0.65=\frac{65}{100}=\frac{13}{20}$

நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு $n(S)=52$ A ஆனது சிவப்பு சீட்டு , B ஆனது இராசாவாக , C ஆனது கருப்பு இராணி

$P(A)=\frac{4}{52}$, $P(B)=\frac{13}{52}$, $P(C)=\frac{26}{52}$, $P(A\cap C)=\frac{2}{52}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{52}$, $P(B\cap C)=\frac{13}{52}$, $P(A\cap B\cap C)=\frac{1}{52}$

$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)=\frac{4}{52}+\frac{13}{52}+\frac{26}{52}-\frac{1}{52}-\frac{13}{52}-\frac{2}{52}+\frac{1}{52}=\frac{28}{52}=\frac{7}{13}$

ஒரு நிகழ்வெண் பரவல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$
f	2	1	1	1	1	1

அட்டவணையில், k ஒரு மிகை முழு. விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது 160 எனில், k -ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

x	f	$d=\frac{x-4k}{k}$	d^2	fd	fd^2
k	2	-3	9	-6	18
$2k$	1	-2	4	-2	4
$3k$	1	-1	1	-1	1
$4k$	1	0	0	0	0
$5k$	1	1	1	1	1
$6k$	1	2	4	2	4
	7			-6	28

$\therefore k^2\left(\frac{\sum fd^2}{\sum f}-\left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2\right)=160\Rightarrow k^2\left(\frac{28}{7}-\left(\frac{-6}{7}\right)^2\right)=160\Rightarrow k^2\left[4-\frac{36}{49}\right]=160$

$\Rightarrow k^2\left[\frac{160}{49}\right]=160\Rightarrow k^2=\frac{16\times 40}{16}\Rightarrow k^2=49$

$\therefore k=7$

ஒரு பரவலில் $\sum(x-5)=3,\ \sum(x-5)^2=43$, மற்றும் மொத்த தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 18 எனில் சராசரி, திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு ஒரு பரவலில் $\sum(x-5)=3,\ \sum(x-5)^2=43$, மற்றும் மொத்த தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 18

$\Rightarrow \sum x-\sum 5=3$ | $\Rightarrow \sum(x^2-10x+25)=43$

$\Rightarrow \sum x-5.\sum 1=3$ | $\Rightarrow \sum x^2-10.\sum x+25\sum 1=43$

$\Rightarrow \sum x-5(18)=3$ | $\Rightarrow \sum x^2-10(93)+25(18)=43$

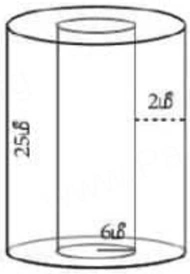
$\Rightarrow \sum x=93$ | $\Rightarrow \sum x^2=523$

i) சராசரி $\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{93}{18}=5.17$

ii) திட்ட விலக்கம் $=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}=\sqrt{\frac{523}{18}-\left(\frac{93}{18}\right)^2}=\sqrt{\frac{523}{18}-\frac{8649}{324}}=1.536$

தடிமன் 2 மீ, உட்புற ஆரம் 6 மீ மற்றும் உயரம் 25 மீ உடைய ஓர் உருளை வடிவச் சுரங்கப்பாதையின் உள் மற்றும் வெளிப்புறப் பரப்புகளுக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் வர்ணத்தைக் கொண்டு 10 ச. மீ பூச முடியுமானால், சுரங்கப்பாதைக்கு வர்ணம் பூச எத்தனை லிட்டர் வர்ணம் தேவை?

தீர்வு உயரம் $h=25$ மீ; தடிமன் $=2$ மீ. உட்புற ஆரம் $r=6$ மீ , வெளிப்புற ஆரம் $R=6+2=8$ மீ



சுரங்கப்பாதையின் வளைபரப்பு = உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு $=2\pi(R+r)h$ ச.அ

எனவே, சுரங்கப்பாதையின் வளைபரப்பு = 2200 ச.மீ

ஒரு லிட்டர் வர்ணம் பூசக்கூடிய பரப்பு = 10 ச.மீ

எனவே, தேவைப்படும் வர்ணம் $=\frac{2200}{10}=220$ லி.

ஆகவே, சுரங்கப்பாதைக்கு வர்ணம் பூச 220 லிட்டர் வர்ணம் தேவைப்படும்..

Scanned by CamScanner

ஓர் ஆசிரியர் மாணவர்களை, அவர்களின் செய்முறைப் பதிவேட்டின் 60 பக்கங்களை நிறைவு செய்து வருமாறு கூறினார். எட்டு மாணவர்கள் முறையே 32, 35, 37, 30, 33, 36, 35, 37 பக்கங்கள் மட்டுமே நிறைவு செய்திருந்தனர். மாணவர்கள் நிறைவு செய்யாதப் பக்கங்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு 60-32, 60-35, 60-37, 60-30, 60-33, 60-36, 60-35, 60-37, 60-37

மாணவர்கள் நிறைவு செய்யாதப் பக்கங்கள் = 28, 25, 23, 30, 27, 24, 25, 23

x	d = x − A	d²
23	−2	4
23	−2	4
24	−1	1
25	0	0
25	0	0
27	2	4
28	3	9
30	5	25
	Σd = 5	Σd² = 47

$$\text{திட்ட விலக்கம்} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{47}{8} - \left(\frac{5}{8}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{351}}{8} = \frac{18.74}{8} = 2.34$$

10 ஊழியர்களின் ஊதியம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஊதியங்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க. ₹310, ₹290, ₹320, ₹280, ₹300, ₹290, ₹320, ₹310, ₹280.

தீர்வு

x	d = x − 300	d²
280	−20	400
280	−20	400
290	−10	100
290	−10	100
300	0	0
310	10	100
310	10	100
320	20	400
320	20	400
	Σd = 0	Σd² = 2000

$$\text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி} \quad \sigma^2 = \frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2 = \frac{2000}{9} - \left(\frac{0}{9}\right)^2 = \frac{2000}{9} = 222.2$$

$$\text{திட்ட விலக்கம்} = \sqrt{222.2} = 14.91$$

ஒரு சுவர் கடிகாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும், 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது எனில், ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் எவ்வளவு முறை ஒலி எழுப்பும்? மேலும் கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு ஒரு சுவர் கடிகாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும், 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது

$$\text{ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் ஒலி எண்ணிக்கை} = 2\,(1 + 2 + 3 + \dots\dots\; 12) = 2\left(\frac{12 \times 13}{2}\right) = 156$$

$$\text{கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்ட விலக்கம்} = 2\left[\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}\right] = 2\left[\sqrt{\frac{144-1}{12}}\right] = 2\sqrt{\frac{143}{12}} = 6.9$$

முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரிகளைக் காண்க.

தீர்வு

$$\text{முதல் } n \text{ இயல் எண்களின் சராசரி} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\cancel{n}(n+1)}{2 \times \cancel{n}} = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{முதல் } n \text{ இயல் எண்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி} = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{\cancel{n}(n+1)(2n+1)}{6 \times \cancel{n}} - \left[\frac{n+1}{2}\right]^2$$

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \left[\frac{n+1}{2}\right]^2 = \frac{n^2-1}{12}.$$

ஒரு வாரத்தில் ஐந்து மாவட்டங்களில் வெவ்வேறு இடங்களில் பெய்த மழையின் அளவானது பதிவு செய்யப்பட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மழையளவு (மி.மீ)	45	50	55	60	65	70
இடங்களின் எண்ணிக்கை	5	13	4	9	5	4

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மழையளவின் தரவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு

x	f	$d = \frac{x-60}{5}$	d²	f.d	f.d²
45	5	−3	9	−15	45
50	13	−2	4	−26	52
55	4	−1	1	−4	4
60	9	0	0	0	0
65	5	1	1	5	5
70	4	2	4	8	16
	40			−32	122

$\sum f = N = 40$, $\sum fd = -32$, $\sum f.d^2 = 122$, $c = 5$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2} \times c = \sqrt{\frac{122}{40} - \left(\frac{-32}{40}\right)^2} \times 5 = \frac{\sqrt{3856}}{40} \times 5 = \frac{62.096}{8} = 7.76$$

Scanned by CamScanner